

УДК 533.72

© 2005 г. В. С. Галкив, С. В. Русаков

БАРНЕТТОВА МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В МОЛЕКУЛЯРНОМ ГАЗЕ

Приводятся системы уравнений Навье – Стокса, Барнетта, усеченных уравнений Барнетта для многоатомного газа при легком обмене поступательной и внутренней энергиями молекул. Для расчета структуры ударной волны в азоте применяется метод установления. Сравниваются результаты расчетов при помощи указанных систем уравнений с результатами метода прямого статистического моделирования. Анализируются влияние объемной вязкости и точность приближения Эйкена в теории теплопроводности. Расчет структуры ударной волны в бинарной смеси одноатомных газов проводится при помощи уравнений Навье – Стокса и усеченных уравнений Барнетта путем численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений вверх по потоку. Рассматривается вопрос о роли термодиффузии.

Уравнения Барнетта (УБ) применялись во многих исследованиях, обзору которых полностью или частично посвящены работы [1–3] и т.д. Важным стимулом была задача о структуре сильной ударной волны, когда эти уравнения значительно уточняют уравнения Навье – Стокса. Однако здесь проявились известные “дефекты” УБ: неопределенность с граничными условиями (порядок барнеттовой системы выше навье-стоксовой), коротковолновая неустойчивость, наличие “ложных решений”, громоздкость уравнений [1, 2]. Для их устранения было предложено, в частности, решать полную систему УБ методом последовательных приближений относительно более простой системы усеченных УБ. Проведены исследования применимости метода для простого газа [2, 4, 5] и для бинарной смеси одноатомных газов [3, 6]. Показана эффективность усеченных УБ: при достаточно высокой точности порядок системы равен порядку системы уравнений Навье – Стокса, отсутствует коротковолновая неустойчивость.

Ниже продолжено рассмотрение этой эффективности. При формулировании барнеттовых моделей для молекулярного газа использованы полученные ранее результаты [7].

1. Уравнения для многоатомного газа. Система уравнений Барнетта (УБ) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho u_\alpha)_{,\alpha} &= 0, \quad \frac{\partial \rho u_\alpha}{\partial t} + (\rho u_\alpha u_\beta + p \delta_{\alpha\beta} + \tau_{\alpha\beta})_{,\beta} = 0, \quad p = \rho RT \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \frac{3}{2} p c_v^* \right) + \left[u_\alpha \left(\frac{\rho u^2}{2} + p + \frac{3}{2} p c_v^* \right) + u_\beta \tau_{\alpha\beta} + q_\alpha \right]_{,\alpha} &= 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tau_{\alpha\beta} &= (\Pi^{(1)} + \Pi^A + \Pi^B) \delta_{\alpha\beta} + \pi_{\alpha\beta}^{(1)} + \pi_{\alpha\beta}^A + \pi_{\alpha\beta}^B, \quad q_\alpha = q_\alpha^{(1)} + q_\alpha^A + q_\alpha^B \\ c_v^* &= 1 + \frac{2}{3k} c_v; \quad (\cdot)_{,\alpha} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial r_\alpha} \end{aligned} \tag{1.2}$$

ρ – массовая плотность, \mathbf{u} – скорость газа, $R = k/m$, k – постоянная Больцмана, m – масса молекулы, c_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме, обусловлен-

ная внутренними степенями свободы молекул, нижними индексами $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ вводятся компоненты радиус-вектора \mathbf{r} , используется правило суммирования по повторяющимся индексам, δ – единичный тензор. Полный тензор напряжений

$$\mathbf{P} = p\delta + \boldsymbol{\tau} = (p + \Pi)\delta + \boldsymbol{\pi}$$

где величина Π обусловлена внутренними степенями свободы молекул, $\boldsymbol{\pi}$ – бездивергентный тензор напряжений, \mathbf{q} – вектор теплового потока.

Опуская в соотношениях (1.1), (1.2) величины $\Pi^B, \pi_{\alpha\beta}^B, q_{\alpha}^B$, получаем систему усеченных уравнений Барнетта (УУБ), удерживая только $\Pi^{(1)}, \pi_{\alpha\beta}^{(1)}, q_{\alpha}^{(1)}$, – систему уравнений Навье – Стокса (УНС).

В приближении Навье – Стокса

$$\Pi^{(1)} = -\zeta \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \pi_{\alpha\beta}^{(1)} = -2\eta e_{\alpha\beta}, \quad e_{\alpha\beta} = \langle u_{\alpha, \beta} \rangle, \quad q_{\alpha}^{(1)} = -\lambda T_{, \alpha}, \quad \lambda = \lambda_l + \lambda_v \quad (1.3)$$

Здесь

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = u_{\alpha, \alpha}, \quad \langle A_{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{2}(A_{\alpha\beta} + A_{\beta\alpha}) - \frac{1}{3}A_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} \quad (1.4)$$

ζ, η, λ – коэффициенты объемной и динамической вязкости и теплопроводности, величины λ_l, λ_v обусловлены поступательной и внутренней энергией молекул соответственно.

В усеченных уравнениях в дополнение к слагаемым (1.3) учитываются барнеттовы слагаемые:

$$\begin{aligned} \Pi^A &= \omega_1 e_{\alpha\beta} e_{\beta\alpha} + \omega_4 (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 - \omega_5 u_{\beta, \alpha} u_{\alpha, \beta} \\ \pi_{\alpha\beta}^A &= \xi_1 e_{\alpha\beta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \xi_2 \langle 2u_{\gamma, \alpha} e_{\gamma\beta} + u_{\gamma, \beta} u_{\alpha, \gamma} \rangle + \xi_3 \langle e_{\alpha\gamma} e_{\gamma\beta} \rangle \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$q_{\alpha}^A = \gamma_1 T_{, \alpha} \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\gamma_2 \left[\frac{1}{3c_v^*} T_{, \alpha} \nabla \cdot \mathbf{u} + u_{\beta, \alpha} T_{, \beta} \right] + \gamma_4 T_{, \beta} e_{\beta\alpha}$$

Наконец, слагаемые системы УБ

$$\begin{aligned} \Pi^B &= \omega_2 \nabla^2 T + \omega_3 (\nabla T)^2 - \omega_5 \left(\frac{p_{, \alpha}}{\rho} \right)_{, \alpha} + \frac{\omega_6}{\rho} p_{, \alpha} T_{, \alpha} \\ \pi_{\alpha\beta}^B &= -\xi_2 \left\langle \left(\frac{p_{, \beta}}{\rho} \right)_{, \alpha} \right\rangle + \xi_4 \langle (T_{, \alpha})_{, \beta} \rangle + \xi_5 \langle T_{, \alpha} T_{, \beta} \rangle + \xi_6 \langle p_{, \alpha} T_{, \beta} \rangle \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$q_{\alpha}^B = 2\gamma_2 \frac{T}{3c_v^*} (\nabla \cdot \mathbf{u})_{, \alpha} + \frac{\gamma_3}{\rho} p_{, \beta} e_{\beta\alpha} + \gamma_5 (e_{\alpha\beta})_{, \beta} + \gamma_{10} \frac{p_{, \alpha}}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{u} + \gamma_{12} (\nabla \cdot \mathbf{u})_{, \alpha}$$

Барнеттовы коэффициенты переноса даются приближенными формулами [7]:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{2}{p} \eta \zeta, \quad \omega_2 = \frac{\zeta}{p} (\lambda_l - \sigma \lambda_v), \quad \omega_3 = \frac{\zeta}{p} \left[\frac{d\lambda_l}{dT} - \frac{3}{2} k T^2 \frac{d}{dT} \left(\frac{\lambda_v}{c_v T^2} \right) - \lambda_v \frac{2\sigma^2}{3T} \langle (\Delta \varepsilon_{\omega})^3 \rangle_c \right] \\ \omega_4 &= \frac{\zeta^2}{p} \left\{ \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \sigma - \frac{2}{3c_v^*} \left[\frac{3}{2} \partial_T \zeta + \frac{3}{2} \sigma (\partial_T (\zeta \sigma) - 2) + \sigma^2 \langle (\Delta \varepsilon_{\omega})^3 \rangle_c \right] \right\} \\ \omega_5 &= \frac{3\zeta^2}{2p} (1 + \sigma), \quad \omega_6 = 0; \quad \sigma = \frac{3k}{2c_v} \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\xi_1 = \frac{4\eta^2}{3p} \left(\frac{7}{2} - \frac{1}{c_v^*} \partial_T \eta + \frac{3\zeta}{2\eta} \right), \quad \xi_2 = \frac{1}{4} \xi_3 = \frac{\eta^2}{p}, \quad \xi_4 = \frac{4\eta}{5p} \lambda_t, \quad \xi_5 = \frac{4\eta}{5p} \frac{d\lambda_t}{dT}, \quad \xi_6 = 0 \quad (1.8)$$

$$\gamma_1 = \frac{4m}{15pkc_v^*} \left\{ -\lambda_t^2 \partial_T \lambda_t - \frac{5}{3} \lambda_v \left[T^3 \frac{d}{dT} \left(\sigma \frac{\lambda_v}{T^2} \right) + \frac{2}{3} \lambda_v \sigma^2 \langle (\Delta \epsilon_\omega)^3 \rangle_c \right] \right\} +$$

$$+ \frac{\zeta}{p} \left\{ \lambda_t \partial_T (\zeta T^2) + \lambda_v \left[1 - \sigma \partial_T \left(\frac{\zeta \sigma}{T} \right) - \frac{2}{3} \sigma^2 \langle (\Delta \epsilon_\omega)^3 \rangle_c \right] \right\} + \frac{2m}{3kp} \left(\frac{7}{5} \lambda_t^2 + \frac{5}{3} \sigma \lambda_v^2 \right)$$

$$\gamma_2 = -\frac{2m}{5kp} \left(\lambda_t^2 + \frac{5}{3} \sigma \lambda_v^2 \right), \quad \gamma_3 = -\frac{4m\eta}{5kp} \lambda_t \quad (1.9)$$

$$\gamma_4 = \frac{4\eta}{2p} \left\{ \lambda_t \partial_T (T^{7/2} \eta) + \frac{5}{2} \lambda_v + \frac{m}{k\eta} \left(\frac{7}{5} \lambda_t^2 + \frac{5}{3} \sigma \lambda_v^2 \right) \right\}$$

$$\gamma_5 = \frac{4\eta \lambda_t}{5kn}, \quad \gamma_{10} = -\frac{m}{kT} \gamma_{12}, \quad \gamma_{12} = \frac{\zeta}{nk} (\lambda_t - \sigma \lambda_v)$$

В формулах (1.5), (1.6) опущены [7] коэффициенты ω^* , ξ^* , γ^* , коэффициенты ζ , η , λ , λ_t , λ_v определенные выражениями (1.3), зависят от температуры, операция $\langle \dots \rangle_c$ постулирована ранее [8], оператор $\partial_T N$ дается формулой

$$\partial_T N = d \ln N / d \ln T$$

(например, $\partial_T (\zeta \sigma) = d \ln (\zeta \sigma) / d \ln T$).

Далее рассматриваем двухатомный газ с возбужденными вращательными степенями свободы молекул.

Коэффициент объемной вязкости дается формулой [9]

$$\zeta = \frac{1}{4} \pi k c_v \eta Z \left(\frac{3}{2} k + c_v \right)^{-2} \quad (1.10)$$

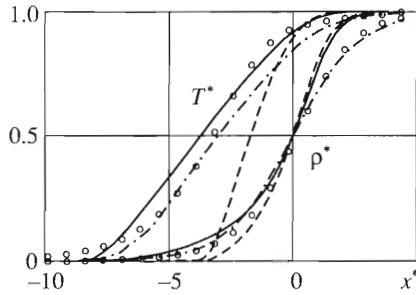
Здесь Z – отношение времен релаксации вращательных и поступательных степеней свободы. Для оценки величины Z применяем приближенную формулу Паркера

$$Z = Z_\infty \left[1 + \frac{\pi^{3/2}}{2} \theta^{1/2} + \left(\frac{\pi^2}{4} + 2 \right) \theta \right]^{-1}, \quad \theta = \frac{T_*}{T} \quad (1.11)$$

Для азота $T_* = 91.5$ К. Результаты расчетов профилей газодинамических переменных в ударной волне при значениях $Z_\infty = 15-22$, полученные при помощи математических моделей разд. 2, слабо различаются (сливаются в масштабах фиг. 1), поэтому принимаем $Z_\infty = 18.2$.

Коэффициент теплопроводности запишем в виде

$$\lambda = \frac{15}{4} R \eta \Lambda, \quad \Lambda = \lambda_t^* + \lambda_v^* \quad (1.12)$$



Фиг. 1

где λ_i^* и λ_v^* обусловлены соответственно поступательными и вращательными степенями свободы. Обычно на практике ограничиваются модифицированным приближением Эйкена [9, 10], когда

$$\lambda_i^* = 1, \quad \lambda_v^* = \frac{4}{15} \frac{c_v}{k} \beta_l \approx \frac{4}{15} 1.328, \quad \beta_l = \frac{\rho \mathcal{D}}{\eta} \quad (1.13)$$

Здесь учтено равенство $c_v = k$; \mathcal{D} – коэффициент самодиффузии газа без учета вращательных степеней свободы. Величина β_l слабо зависит от межмолекулярных потенциалов, поэтому применяется приведенное в (1.13) ее среднее значение [10]. При низких значениях температуры применяется приближение Мэзона – Мончика [9]

$$\lambda_i^* = 1 - \frac{A}{\sigma}, \quad \lambda_v^* = \frac{2\beta_v}{5\sigma}(1 + A), \quad \beta_v = \frac{\rho \mathcal{D}_v}{\eta} = \beta_l \varphi(T) \quad (1.14)$$

$$A = \frac{5 - 2\beta_v}{\pi Z} \left[1 + \frac{2}{\pi Z} \left(\frac{5}{2\sigma} + \beta_v \right) \right]^{-1}, \quad \sigma = \frac{3k}{2c_v}$$

где \mathcal{D}_v – коэффициент самодиффузии газа с учетом вращательных степеней свободы. Отношение $\mathcal{D}_v/\mathcal{D}$ будем оценивать с помощью приближенной формулы Сандлера [9]

$$\mathcal{D}_v/\mathcal{D} \equiv \varphi(T) = 1 + 0.27Z^{-1} - 0.44Z^{-2} - 0.90Z^{-3} \quad (1.15)$$

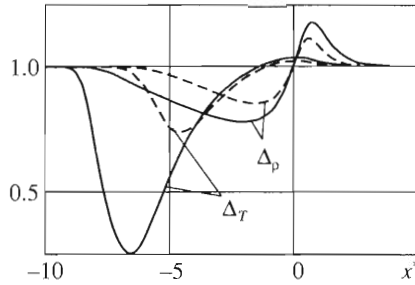
В дальнейшем полагаем [7]

$$c_v = k, \quad \sigma = 3/2, \quad \langle (\Delta \varepsilon_\omega)^3 \rangle_c = 2 \quad (1.16)$$

Коэффициент динамической вязкости $\eta \sim T^S$, $S = 0.72$.

2. Результаты расчетов. Для решения задачи о структуре ударной волны при помощи описанных выше систем уравнений применен численный метод установления [6]. Использован также метод прямого статистического моделирования [11], обобщенный на учет вращательных степеней свободы при помощи VRS-модели [12], с использованием представления (1.11) для времени вращательной релаксации. Полученные ранее результаты [12] согласуются с экспериментальными данными по профилю плотности в ударной волне в азоте при $M = 10$ и могут служить эталонными при качественных рассуждениях. Расчеты проводились для азота при температуре набегающего потока $T(-\infty) = 100$ К и разных числах Маха M , с использованием формул (1.10)–(1.12), (1.14)–(1.16). Приведенные температура и массовая плотность и безразмерная координата вдоль потока таковы:

$$T^* = \frac{T - T(-\infty)}{T(+\infty) - T(-\infty)}, \quad \rho^* = \frac{\rho - \rho(-\infty)}{\rho(+\infty) - \rho(-\infty)}, \quad x^* = \frac{x}{l}; \quad l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$



Фиг. 2

где l – значение средней длины свободного пробега перед волной ($x = -\infty$), диаметр “псевдосферы” d VHS-модели выражается через ее параметры [11] (в формуле (2.1) [6] вместо $m_1 + m_2$ должно быть $m_i + m_j$).

Как и ранее [2–6], барнеттовы модели значительно уточняют навье-стоксову модель (фиг. 1, $M = 11$, сплошными кривыми представлены результаты, полученные при помощи УУБ, штриховыми – УНС, штрихпунктирными – при помощи УБ, кружками – при помощи метода прямого статистического моделирования). Согласие результатов расчета с использованием барнеттовых моделей с результатами, полученными методом прямого статистического моделирования, примерно такое же, что и в случае одноатомного газа, хотя сделано предположение о легкости обменов поступательной и внутренней энергиями молекул, при котором обосновывается эффект объемной вязкости [9, 10]. Ранее [13] в рамках УБ был использован более общий релаксационный подход. С целью улучшения точности теории разработано полумпирическое уравнение для вращательной температуры. Для переносных свойств применялись выражения, справедливые в случае одноатомного газа.

Данный подход позволяет дать оценку влияния объемной вязкости на профили газодинамических переменных, представляющую интерес для сверхзвуковой аэродинамики: для расчета обтекания тел широко применяется система УНС, однако объемная вязкость не учитывается. При $\zeta = 0$ система уравнений (1.1)–(1.9) резко упрощается, так как обращаются в нуль величины Π , γ_{10} , γ_{12} и пропорциональные коэффициенту ζ слагаемые выражений для коэффициентов ξ_1 , γ_1 .

Введем отношения (при данном x^*) значений температуры и плотности азота, рассчитанных при $\zeta = 0$ и $\zeta \neq 0$,

$$\Delta_T = T(\zeta = 0)/T(\zeta \neq 0), \quad \Delta_p = \rho(\zeta = 0)/\rho(\zeta \neq 0)$$

Результаты расчетов при помощи УУБ даны на фиг. 2 при $M = 11$ (сплошные кривые) и $M = 5$ (штриховые кривые). Близки к ним отклонения значений Δ_T , Δ_p от единицы для УНС (но при других x^*).

Объемная вязкость существенным образом влияет на профили газодинамических переменных в передней зоне ударной волны. Влияние увеличивается с ростом числа M .

Подчеркнем, что во всех рассматриваемых в данной статье случаях начало отсчета ($x^* = 0$) соответствует точке, где $\rho^* = 1/2$.

Для газовой динамики принципиален вопрос о точности приближения Эйкана (1.12), т.е. о вкладе в решение задачи слагаемых выражений для коэффициентов (1.14), пропорциональных величине $A \sim Z^{-1}$. Величина $\max|T(A=0)/T(A \neq 0) - 1|$ при $M = 5$ и $M = 11$ равна 0.11 и 0.31 в случае УУБ ($x^* = -5.12$ и $x^* = -7.94$), и 0.03 и 0.12 – в случае УНС ($x^* = -2.12$ и $x^* = -3.38$). Таким образом, вклад больше в случае УУБ, так как величины λ_r , λ_v входят в формулы (1.7), (1.9) по отдельности, в некоторых случаях – ква-

дратично (см. (1.9)). В случае УНС эти величины входят в виде суммы (1.12), причем слагаемые формул (1.14), пропорциональные коэффициенту A , имеют противоположные знаки и частично “гасят” друг друга. Однако и здесь рассматриваемый вклад не пренебрежимо мал в окрестности переднего фронта ударной волны.

3. Бинарная смесь одноатомных газов. Задача о структуре ударной волны в простом газе в рамках УНС рассчитывается численным интегрированием обыкновенного дифференциального уравнения вверх по потоку [14]. Такая же методика применима в случае УУБ [2]. Однако характер особых точек полной системы УБ при $M > 1.9$ не допускает ее использования [15] и применяются методы установления [1, 3, 6, 13].

Для бинарной смеси в рамках УНС задача рассчитана без анализа фазовой картины [16]. Рассмотрим одномерные стационарные УУБ, используя полученные ранее соотношения [3, 6]. После громоздких выкладок получаем систему двух автономных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{df_m}{d\omega} = \frac{K_m(f_1, f_2, \omega)}{L(f_1, f_2, \omega)}, \quad m = 1, 2 \quad (3.1)$$

где f_1 , ω – безразмерные температура и среднемолекулярная скорость, f_2 – молярная доля одного из компонентов. В случае простого газа имеем одно уравнение ($f_2 = 0$), анализ проводится аналитически как в рамках УНС [14], так и в рамках УУБ [2]. Кривые $K_1(f_1, \omega) = 0$, $L(f_1, \omega) = 0$ пересекаются в особых точках ω_1 , ω_2 , соответствующих значению безразмерной координаты $x^* = \pm\infty$. Доказано, что существует только одна интегральная кривая, которая выходит из точки ω_1 и входит в точку ω_2 (остальные интегральные кривые покидают область S , ограниченную кривыми $K_1 = 0$, $L = 0$ [14]).

В случае бинарной смеси имеем систему двух уравнений (3.1), величины K_m , L даются громоздкими выражениями, поэтому возможен только компьютерный анализ. В рассмотренных авторами конкретных случаях система (3.1) имеет две особые точки ω_1 и ω_2 . Корни кубического дисперсионного уравнения λ_r ($r = 1, 2, 3$) – вещественны, $\lambda_r > 0$ – в точке ω_2 , $\lambda_{1,2} > 0$, $\lambda_3 < 0$ в точке ω_1 . Таким образом, особые точки – пространственные аналоги седла (ω_1) и неустойчивого узла (ω_2).

Искомой интегральной кривой соответствует отрицательный корень. Компьютерный анализ поведения интегральных кривых в трехмерной области, аналогичной области S в случае простого газа, показывает существование единственной интегральной кривой, соединяющей точки ω_1 и ω_2 . Тот же вывод дает численное интегрирование системы (3.1) вверх по потоку. Постановка граничного условия в точке ω_1 аналогична указанной ранее [14, 16].

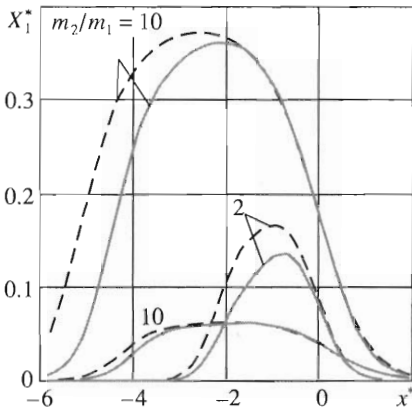
Проведенные расчеты подтвердили результаты авторов [3, 6]. Показано, что бародиффузия несущественно влияет на профили газодинамических переменных (в рамках УНС). Проведен систематический анализ влияния термодиффузии. В случае максвелловских молекул имеем

$$6C_{12}^* - 5 = 0 \quad (3.2)$$

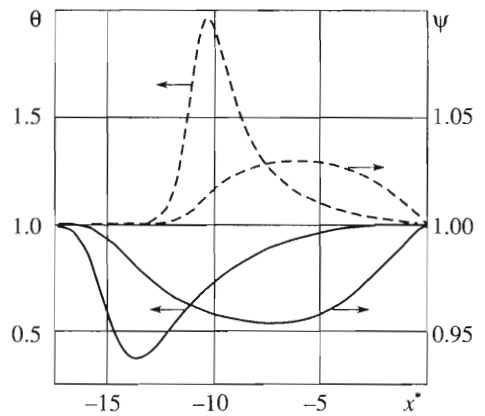
где C_{12}^* – отношение приведенных Ω -интегралов [10]. Назовем приближением нулевой термодиффузии случай, когда формально предполагается выполненным равенство (3.2) для любых межмолекулярных потенциалов. Тогда в принятых ранее обозначениях ([7], разд. 2) равны нулю k_T , \mathcal{D}_T , Δ , $\delta\gamma_i$, при этом $\lambda' = \lambda$. Барнеттовы переносные свойства кардинально упрощаются: в принятых ранее обозначениях [3] будем иметь

$$\Phi_1^h = \sum_{i=1}^2 \frac{\Omega_i \lambda_i}{4T} \left[\lambda_i \beta_i - G_i T^{-5/2} \frac{\partial(T^{7/2} \eta_i)}{\partial T} \right], \quad \Phi_1^v = \sum_{i=1}^2 \Psi_i G_i \omega_i \mathcal{D}_{12} \frac{\partial \eta_i}{\partial T}; \quad G_i = \frac{4k}{m_i}$$

вместо приведенных ранее громоздких выражений ([3], формулы (1.8)).



Фиг. 3



Фиг. 4

Влияние термодиффузии, т.е. различие данных при $k_T \neq 0$ и в приближении нулевой термодиффузии (3.2), на профили показано на фиг. 3. Данные получены при помощи УНС для смеси молекул упругих сфер, диаметры молекул одинаковы, $M = 11$. Приняты обозначения [3]

$$X_i^* = \frac{x_i(x^*) - x_i(-\infty)}{x_i(-\infty)}, \quad x_i = \frac{n_i}{n}, \quad c_i = \frac{\rho_i}{\rho}, \quad n = n_1 + n_2, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2$$

где n_i , $\rho_i = m_i n_i$ и m_i – числовая и массовая плотности и масса частицы i -го компонента смеси, $i = 1, 2$. Сплошные кривые получены с учетом термодиффузии, штриховые – без учета (т.е. в приближении (3.2)); две верхние пары кривых даны для $x_1(-\infty) = 1/2$, нижняя пара – для $c_1(-\infty) = 1/2$. Влияние термодиффузии в случае $c_1(-\infty) = 1/2$ значительно меньше, чем в случае $x_1(-\infty) = 1/2$.

На фиг. 4 для случая $x_1(-\infty) = 1/2$ представлены значения отношений температур и массовых плотностей в смеси аргон – гелий ($m_2/m_1 \approx 10$)

$$\theta = \frac{T(k_T = 0)}{T(k_T \neq 0)}, \quad \psi = \frac{\rho(k_T = 0)}{\rho(k_T \neq 0)}$$

полученные при помощи УУБ (сплошные кривые) и УНС (штриховые кривые) для $k_T = 0$ (т.е. в приближении (3.2)) и для $k_T \neq 0$.

Влияние термодиффузии на профиль температуры T гораздо больше, чем на профиль плотности ρ . Примерно такие же отклонения θ и ψ от единицы имеют место в случае молекул упругих сфер с отношениями диаметров $d_2/d_1 = 1$ и 2. Отношение m_2/m_1 – основной фактор влияния термодиффузии на структуру ударной волны. Это влияние уменьшается вместе с m_2/m_1 . Например, для смеси аргон–неон ($m_2/m_1 \approx 2$) величина $\max|\theta - 1|$ равна 0.04 для УУБ и 0.17 для УНС. Однако важно иметь в виду, что при $m_2/m_1 \geq 10$ необходимо применять, строго говоря, двухжидкостное описание, поскольку будут более чем двукратные различия значений температур и скоростей компонентов смеси [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (02-01-00501) и программ “Государственная поддержка ведущих научных школ” (НШ-1984.2003.1) и Министерства образования РФ (Е02-40-52).

ЛИТЕРАТУРА

1. Галкин В.С., Шавалиев М.Ш. Газодинамические уравнения высших приближений метода Чепмена – Энскога // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 4. С. 3–28.
2. Бузыкин О.Г., Галкин В.С. О модификациях газодинамических уравнений высших приближений метода Чепмена – Энскога // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 3. С. 185–199.
3. Галкин В.С., Русаков С.В. Исследование применимости макроскопических моделей структуры ударной волны в бинарной смеси инертных газов // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 131–143.
4. Бузыкин О.Г., Галкин В.С., Носик В.И. Модификации уравнений Барнетта и задача о структуре ударной волны // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 3. С. 164–176.
5. Бузыкин О.Г., Галкин В.С., Ерофеев А.И., Носик В.И. Макроскопическая модель структуры сильной ударной волны // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 4. С. 125–135.
6. Галкин В.С., Русаков С.В. Барнеттовы модели структуры сильной ударной волны в бинарной смеси одноатомных газов // ПММ. 2003. Т. 67. Вып. 1. С. 65–74.
7. Галкин В.С., Жаров В.А. О переносных свойствах газов в приближении Барнетта // ПММ. 2002. Т. 66. Вып. 3. С. 434–447.
8. Галкин В.С. Уравнения Барнетта для многокомпонентных смесей многоатомных газов // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 4. С. 590–604.
9. Жданов В.М., Алиевский М.Я. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. М.: Наука, 1989. 335 с.
10. Ferziger J.H., Kaper H.G. Mathematical Theory of Transport Processes in Gases. Amsterdam; London: North-Holland, 1972 = Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
11. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994. 458p.
12. Горелов С.Л., Русаков С.В. Физико-химическая модель гиперзвукового обтекания тел разреженным газом // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 4. С. 131–144.
13. Lumpkin F.E., Chapman D.R. Accuracy of the Burnett equations for hypersonic real gas flows // J. Thermophys. and Heat Transfer. 1992. V. 6. № 3. P. 419–425.
14. Gilbarg D., Paolucci D. The structure of shock waves in continuum theory of fluids // J. Ration. Mech. Analysis. 1953. V.2. № 4. P. 617–642.
15. Foch J.D. On higher order hydrodynamic theories of shock structure // Acta Phys. Austr. 1973. Suppl. 10. P. 123–140.
16. Sherman F.S. Shock-wave structure in binary mixtures of chemically inert perfect gases // J. Fluid Mech. 1960. V. 8. Pt 3. P. 465–480.