

УДК 624.074

© 2004 г. А. И. Белоусов, В. Л. Присекин

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НАГРУЖЕНИЕМ КОНСТРУКЦИЙ

Предлагается математическая модель систем стенда для испытания на прочность конструкций летательного аппарата. Исследуются переходные процессы в системе управления. Проводится численное тестирование пропорционально-интегро-дифференциального регулятора. Показывается эффективность алгоритма управления по планируемой траектории. Предлагается способ формирования блочной матрицы свойств объекта, повышающей качество управления.

Математическая модель систем стенда для испытания на прочность конструкций летательного аппарата (ЛА) представляет собой комплекс программ, позволяющий исследовать переходные процессы в системе автоматического управления (САУ) при нагружении упругой конструкции ЛА, а также подобрать для заданных критериев оптимальные параметры алгоритма управления при проведении численного эксперимента. Модель может использоваться как источник дополнительной информации при проведении натурных испытаний для контроля за состоянием реального объекта.

В предлагаемой математической модели реализована блок-схема САУ, которая представлена следующими обобщенными структурами (фиг. 1).

Программа. В этом блоке для любого момента времени цикла нагружения определяются значения программных усилий Q^P и положение Λ^P свободно подвешенного ЛА относительно неподвижной системы координат ξ, η, ζ .

Система управления. В этом блоке отслеживается текущее время цикла нагружения и формируются управляющие сигналы U для исполнительных механизмов. Входными данными этого блока являются программные значения Q^P, Λ^P и реализованные к текущему моменту времени фактические значения сил и перемещений.

Система нагружения представляет собой интегрирующее звено, преобразующее входной сигнал U в перемещение штоков исполнительных механизмов S .

Объект испытаний учитывает упругие свойства конструкции ЛА и по заданным перемещениям S позволяет определять реализуемые значения сил Q и перемещения Λ ЛА как абсолютно жесткого тела.

Функционирует САУ следующим образом.

Управление нагружением осуществляется дискретно. Для полного цикла нагружения по времени от t_0 до t_{\max} (интервал полного цикла – T) строится равномерная сетка по времени $t_j = t_0 + i \cdot \Delta t$ ($i = 0, 1, \dots, n$). Минимальное значение интервала дискретности управления Δt в реальных испытаниях зависит от количества каналов управления, быстродействия используемой аппаратуры, алгоритма вычисления управляющих сигналов. В момент времени t_i в блок управления передаются значения $Q_i^P, \Lambda_i^P, Q_i, \Lambda_i$ и по заданному алгоритму вычисляются управляющие сигналы U_i . Последние подаются на управляющие устройства системы нагружения и сохраняются



Фиг. 1

постоянными на интервале дискретности Δt . За время Δt штоки исполнительных механизмов перемещаются на ΔS_j . К моменту времени t_{j+1} перемещения штоков достигают значений $S_{i+1} = S_i + \Delta S_i$. По значениям S_{i+1} вычисляются Q_{i+1} , Λ_{i+1} и выполняется новый шаг управления.

Для реализации блок-схемы управления нагружением необходимо располагать уравнениями состояния каждого звена. Были выведены [1] уравнения состояния систем стенда для нагружения конструкции ЛА произвольной системой сил. В описанной ниже математической модели принято нагружение свободно подвешенной конструкции системой сил, параллельных вертикальной оси y ЛА. Для этого часто встречающегося на практике случая полная система уравнений существенно упрощается. Дадим непосредственно вывод этой упрощенной системы.

Примем, что в начальный момент времени направления локальных (x, y, z , связанных с ЛА) и глобальных (ξ, η, ζ) осей совпадают. Таким образом, начальные самолетные углы локальной системы координат равны нулю: $\varphi = \psi = \theta = 0$. Ограничимся случаем, когда в процессе испытаний углы φ, θ остаются малыми ($\psi = 0$).

Выразим вектор-столбец реализованных при нагружении сил Q через показания динамометров q , используя для указания направления действия сил матрицу $E = \text{diag}\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, где $e_j = \pm 1$ определяют направления действия сил. Тогда $Q = Eq$.

Перемещения штоков гидроцилиндров $S = \text{col}\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ считаем положительными по направлениям действия сил. Это позволяет записать условие совместного деформирования конструкции и рычажной системы (РС) в виде

$$(A_0 + A_y)Q + M\Lambda = ES$$

Здесь A_0, A_y – матрицы податливости РС и конструкции ЛА, M – матрица, образованная с использованием координат x_j, y_j приложения равнодействующих ветвей РС на поверхности ЛА.

Матрица M состоит из m строк $1, -z_j, x_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$). Отметим, что произведение матрицы M на вектор $\Lambda = \text{col}\{\delta\eta, \varphi, \theta\}$ ($\delta\eta$ – изменение положения центра связанных осей относительно глобальных) дает перемещение точек ЛА как абсолютно жесткого тела, а произведение M^T на Q определяет равнодействующие силы и моменты, действующие на конструкцию.

Заменяя Q на показания динамометров q , получим систему уравнений

$$Aq + E M \Lambda = S$$

где $A = E^T(A_0 + A_y)E$.

Для свободно подвешенной конструкции систему следует дополнить условием самоуравновешенности всех сил $M^T E q = g$, где g – вектор-столбец сил и моментов от веса конструкции в локальной системе координат. Эти соотношения позволяют определять как реализуемые усилия, так и положение связанных осей.

Для формирования полной системы уравнений состояния САУ следует учесть функционирование гидроцилиндров (ГЦ). Примем, что ГЦ с золотником при подаче на входные цепи управляющего сигнала u_j описывается интегрирующим звеном с коэффициентом усиления, зависящим от действующей на шток нагрузки $\dot{s}_j = d_{\mu j} u_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$), где

$$d_{\mu j} = \mu_j \left(1 - \frac{q_j}{q_{j\max}} \operatorname{sign} u_j \right)^{\nu} \quad (1)$$

$\mu_j, q_{j\max}, \nu$ – заданные характеристики ГЦ.

Для вектора-столбца скоростей $\dot{\mathbf{S}} = \operatorname{col}\{\dot{s}_1, \dots, \dot{s}_m\}$ можно записать

$$d\mathbf{S}/dt = \mathbf{D}_{\mu} \mathbf{U}$$

где \mathbf{D}_{μ} – диагональная матрица с элементами (1), \mathbf{U} – вектор-столбец управляющих сигналов размерности m .

Для точного задания коэффициентов усиления системы ГЦ-золотник следует использовать экспериментальные данные для построения аппроксимирующей функции.

В настоящее время в системах автоматического управления нагружением конструкций ЛА для формирования управляющего сигнала используется пропорционально-интегро-дифференциальный регулятор (ПИД-регулятор). Управляющий сигнал вычисляется как произведение некоторой диагональной матрицы коэффициентов усиления на сумму со своими множителями пропорциональной, дифференциальной и интегральной составляющих отклонений реализуемых нагрузок от программных. С учетом полученных уравнений алгоритм управления запишем как

$$\mathbf{U} = \mathbf{D}_{\mu}^{-1} \mathbf{D}_b [a_1 \Delta \mathbf{q} - \alpha_2 d(\Delta \mathbf{q})/dt + \alpha_3 \int \Delta \mathbf{q} dt] + \\ + \mathbf{D}_{\mu}^{-1} \mathbf{E}^T \mathbf{M} [a_1 \Delta \mathbf{\Lambda} - \alpha_2 d(\Delta \mathbf{\Lambda})/dt + \alpha_3 \int \Delta \mathbf{\Lambda} dt]$$

где $\Delta \mathbf{q} = \mathbf{q}^P - \mathbf{q}$ – погрешность в реализации программных нагрузок, \mathbf{q}^P – программные нагрузки, \mathbf{q} – реализуемые нагрузки, \mathbf{D}_b – диагональная матрица коэффициентов усиления, $\Delta \mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}^P - \mathbf{\Lambda}$ – погрешность в реализации программного положения ЛА, $\mathbf{\Lambda}^P$ – программное положение ЛА (например, $\mathbf{\Lambda}^P = 0$), $\mathbf{\Lambda}$ – реализуемое в процессе нагружения положение ЛА.

Введение в алгоритм вычисления \mathbf{U} множителя \mathbf{D}_{μ}^{-1} предназначено для нормирования характеристик ГЦ, а множитель \mathbf{D}_b позволяет учитывать упругие свойства ЛА. Теперь алгоритм управления зависит только от параметров $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Использование этого алгоритма позволяет реализовывать не только программные нагрузки, но и управлять положением ЛА.

Численный эксперимент по исследованию такого закона позволил определить влияние каждой компоненты, выбрать оптимальные параметры. Тестирование осуществлялось на примере реальной конструкции ЛА. В качестве количественных оценок использовались:

1) средняя погрешность в реализации усилий p_q , которая вычисляется как осредненная за цикл нагружения T интегральная характеристика отношения модуля разности программных и реализуемых усилий к максимальным программным усилиям в каждом из m каналов (в процентах)

$$p_q = \frac{100}{T} \int_0^T \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left| \frac{q_j^P - q_j}{q_{j\max}} \right| \right] dt$$

2) среднее значение модулей управляющих сигналов за цикл нагружения, отнесенное к максимальному управляющему напряжению

$$\bar{U}_{\text{mid}} = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{|u_j|}{U_{\text{max}}} \right] dt$$

3) среднее значение модулей изменения управляющих сигналов за один шаг нагружения (в процентах от U_{max})

$$\Delta U = \frac{100}{nU_{\text{max}}} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |u_j(t_i) - u_j(t_{i-1})| \right]$$

Первый параметр позволяет судить о точности отработки программных усилий. Второй параметр свидетельствует о точности выбора ГЦ для исследуемой программы нагружения. Третий параметр характеризует плавность нагружения конструкции с использованием соответствующего правила формирования управляющих сигналов и выбранного шага дискретности управления.

При численном моделировании цикла нагружения коэффициенты усиления по каждому каналу задавались такими, чтобы на программных нагрузках управляющие сигналы, вычисленные через матрицу податливости системы ЛА – РС и через матрицу \mathbf{D}_b , совпадали:

$$\mathbf{Aq}^P = \mathbf{D}_b \mathbf{q}^P$$

Попытки использовать для вычисления коэффициентов усиления другие алгоритмы, в частности оптимизацию с использованием градиентных методов, не позволили улучшить качество управления.

Численное тестирование проводилось для формы изменения программных усилий в виде ломаной при длительности цикла нагружения 50с и интервале дискретности управления Δt (шаге нагружения) по времени 0.5, 0.05, 0.005с.

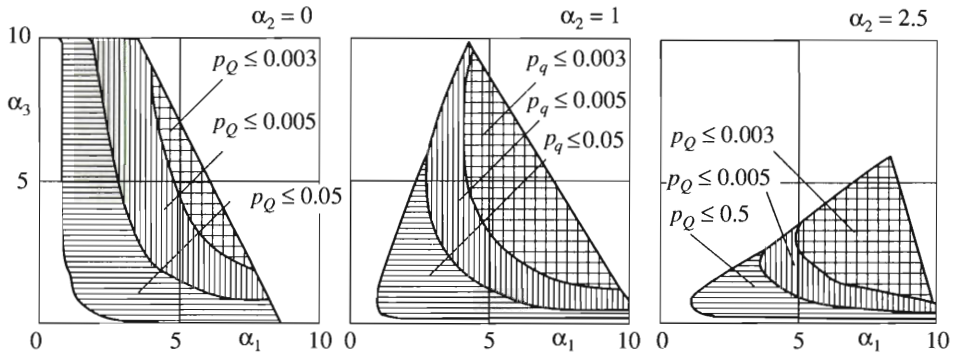
Результаты численного эксперимента показали, что ПИД-регулятор с диагональной матрицей коэффициентов усиления теоретически можно использовать при шаге 0.05с. В этом случае при оптимальном выборе параметров (в системе управления без запаздывания в исполнительных механизмах) погрешность в реализации усилий не превышает 0.15%. Но такой алгоритм неустойчив как по параметрам, так и по случайным ошибкам. Поэтому для управления требуется шаг не более 0.005с.

На фиг. 2 показаны области устойчивого управления по параметрам α_1, α_3 при разных значениях α_2 для $\Delta t = 0.005$ с. Эти области значений параметров обеспечивают указанные на фиг. 2 граничные значения погрешности нагружения p_q .

Тестирование показало, что точность нагружения увеличивается и диапазон значений параметров ПИД-регулятора расширяется, если при формировании управляющих сигналов учитывать планируемые значения нагрузок (управление по планируемой траектории).

Для реализации алгоритма управления по планируемой траектории используется диагональная матрица \mathbf{D}_b , элементы которой представляют собой нормированные перемещения штоков ГЦ от программных усилий. Эти перемещения могут быть определены экспериментально при статическом нагружении конструкции. Пусть, например, при нагружении максимальными программными усилиями $\mathbf{q}_{\text{max}}^P$ определены соответствующие перемещения \mathbf{S}^P штоков ГЦ. Тогда элементы \mathbf{D}^b могут быть вычислены по формуле

$$d_{bii} = s_i^P / q_{i\text{max}}^P$$



Фиг. 2

Для перемещений штоков S^P от максимальных программных усилий \mathbf{q}_{\max}^P имеем $S^P = \mathbf{D}_b \mathbf{q}_{\max}^P$. Соотношение справедливо для любых программных усилий в случае пропорционального нагружения ЛА. Программные скорости штоков ГЦ определяются как $dS^P/dt = \mathbf{D}_b d\mathbf{q}^P/dt$. Такая скорость штоков реализуется управляющими сигналами $\mathbf{U}^P = \mathbf{D}_\mu^{-1} \mathbf{D}_b \dot{\mathbf{q}}^P$. Вычисление производных выполним, применяя разности "вперед" $\dot{\mathbf{q}}^P = [\mathbf{q}^P(t + \tau_2) - \mathbf{q}^P(t)]/\tau_2$. Таким образом, для управления нагружением без обратной связи на исполнительные механизмы необходимо подавать управляющие сигналы по закону

$$\mathbf{U}^P(t) = \frac{1}{\tau_2} \mathbf{D}_\mu^{-1} \mathbf{D}_b [\mathbf{q}^P(t + \tau_2) - \mathbf{q}^P(t)]$$

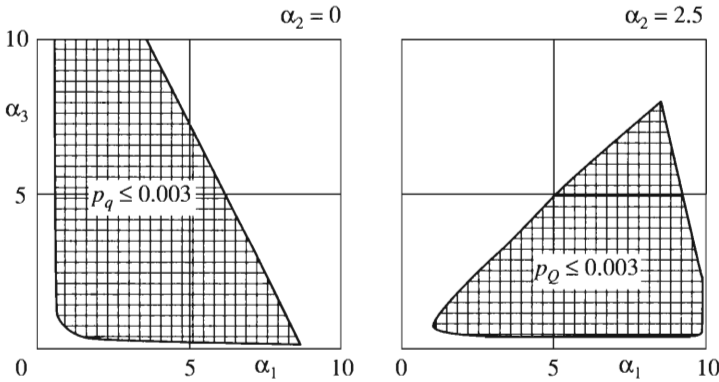
Учитывая неточность определения начальных значений \mathbf{D}_b , примем в общем случае

$$\mathbf{U}^P(t) = \alpha_4 \mathbf{D}_\mu^{-1} \mathbf{D}_b [\mathbf{q}^P(t + \tau_2) - \mathbf{q}^P(t)], \quad \alpha_4 \approx 1/\tau_2$$

Диаграммы областей устойчивости при использовании совместно с ПИД-регулятором планируемых значений управляющих сигналов показаны на фиг. 3. Как видно из графиков, область параметров, обеспечивающих минимальную погрешность p_q , значительно расширилась.

Недостатком классического ПИД-регулятора является то, что управление по каждому каналу осуществляется независимо от других каналов. Если задать вместо диагональной \mathbf{D}_b блочную матрицу управления $\tilde{\mathbf{A}}$, приближенно описывающую свойства конструкции и учитывающую взаимодействие каналов управления, процесс нагружения будет более устойчивым, а шаг дискретности управления значительно больше.

Матрицу управления $\tilde{\mathbf{A}}$ построим по известным значениям коэффициентов усиления \mathbf{D}_b , используя две матрицы: диагональную $\tilde{\mathbf{A}}_0$, приближенно описывающую свойства рычажной системы, и $\tilde{\mathbf{A}}_y$, описывающую жесткостные свойства конструкции ЛА в локальной системе координат. При вычислении матриц $\tilde{\mathbf{A}}_0$, $\tilde{\mathbf{A}}_y$ примем следующие допущения: а) все элементы диагональной матрицы равны между собой $\tilde{\alpha}_{0i} = \text{const} = \tilde{\alpha}_0$; б) перемещения точек конструкции являются следствием только изгиба; в) зададим закон распределения изгибной жесткости по размаху крыла (или фюзеляжа) $EJ(z) = EJ_0 e^{-kz}$.



Фиг. 3

Пусть под действием заданной программной нагрузки при предполагаемом законе изменения жесткостных свойств конструкции найдены некоторые перемещения штоков. Потребуем, чтобы сумма квадратов отклонений предполагаемых и реальных перемещений была минимальной:

$$H = \sum_{i=1}^m \left[d_{bii} q_i^P - \left(\tilde{\alpha}_0 q_i^P + e_i \sum_{j=1}^{m_w} \tilde{\alpha}_{yij} q_j^P e_j \right) \right]^2 \Rightarrow \min$$

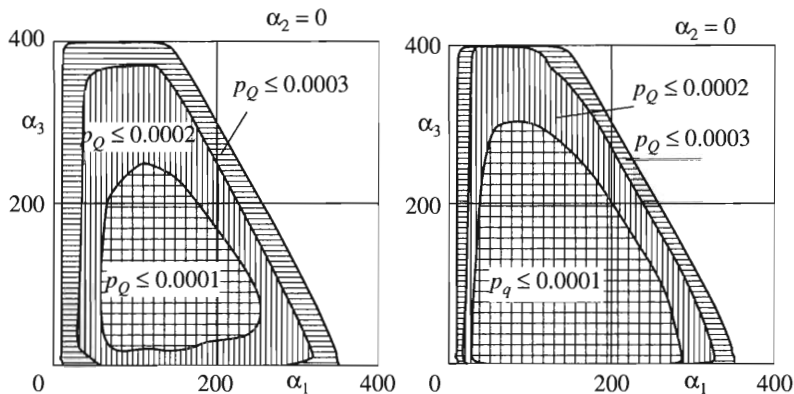
Приравняв нулю частные производные от H по параметрам $\tilde{\alpha}_0, 1/EJ_0, k$, получим систему нелинейных уравнений для определения этих параметров. Решив систему нелинейных уравнений, вычислим матрицы податливости всех элементов конструкции, рассматривая их как балки переменной жесткости. Блочная матрица управления строится по найденным матрицам податливости крыла и фюзеляжа.

Использование матрицы управления \tilde{A} при формировании сигналов U позволяет учитывать взаимовлияние каналов управления. Недостатком является увеличение времени вычисления U , что компенсируется возможностью управления с большим шагом.

Алгоритм с использованием матрицы управления \tilde{A} обеспечивает меньшую погрешность в реализации нагрузок при более широком диапазоне изменения параметров (фиг. 4). На фиг. 5 показаны области устойчивости алгоритма с использованием матрицы управления и планируемого значения сигнала.

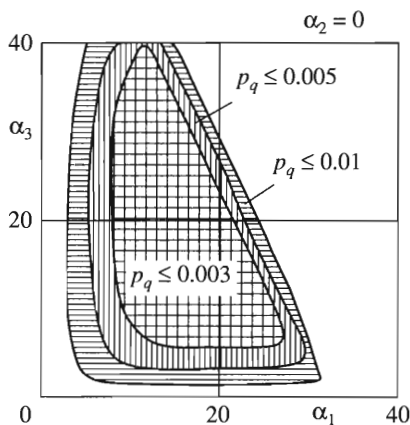
Из графиков видно, что диапазон изменения параметров α_1, α_3 , обеспечивающий заданные погрешности обработки программы нагружения, увеличился более чем в 30 раз. Более того, качественно изменился характер нагружения при предельных значениях параметров. Оптимальные параметры ПИД-регулятора, обеспечивающие минимальную погрешность в реализации усилий, лежат на границе области устойчивости. Поэтому при незначительном превышении оптимальных значений параметров наблюдается резкое возрастание погрешности в реализации усилий и быстрый рост ΔU – величины изменения управляющих сигналов на каждом шаге нагружения. При использовании блочной матрицы управления погрешность медленно увеличивается при изменении параметров в любом направлении от оптимальных.

Запас устойчивости законов управления с использованием блочной матрицы \tilde{A} позволяет на шаге нагружения 0.05 с получить лучшие характеристики нагружения, чем при использовании диагональной матрицы коэффициентов усиления с шагом 0.005 с. На фиг. 6 показаны области устойчивости, построенные для управления с



Фиг. 4

Фиг. 5



Фиг. 6

шагом нагружения 0.05 с с использованием блочной матрицы. Если требования к отработке усилий не очень жесткие, то управление нагружением с использованием матрицы \tilde{A} и планируемых значений сигналов возможно даже при шаге 0.5 с.

Проведенное тестирование законов управления нагружением позволило определить их области устойчивости по параметрам и рекомендовать для использования пропорционально-интегральный регулятор с блочной матрицей управления и учетом планируемого значения сигнала.

Авторы посвящают статью 80-летию чл.-кор. РАН Э.И. Григолоука.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов А.И., Присекин В.Л. Уравнения состояния систем стенда для испытания на прочность // Прикладные проблемы механики тонкостенных конструкций / М.: МГУ, 2000. С. 24–34.