УДК 539.3

© 2002 г. Р.Д. Банцури, Н.Н. Шавлакадзе

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ КЛИНОВИДНОЙ ПЛАСТИНКИ С УПРУГИМ КРЕПЛЕНИЕМ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Рассматривается плоская (случай плоского напряженного состояния) контактная задача о передаче касательного усилия заданной интенсивности на упругую анизотропную клиновидную пластинку через упругий стержень переменной жесткости. Предполагается, что стержень сцеплен с одной из граней пластинки, другая ее грань свободна от напряжений, жесткость стержня на изгиб пренебрежимо мала. Решение задачи получено в замкнутой форме путем сведения ее к граничной задаче Карлемана со сдвигом для полосы. Изучены различные случаи изменения жесткости подкрепляющего стержня. Сделан вывод о характере особенности контактного касательного напряжения в вершине клина.

Рассматривались [1–3] контактные задачи взаимодействия упругих тел различной формы (в том числе клиновидных тел) с тонкими упругими элементами в виде стрингеров или включений. При помощи граничных задач теории аналитических функций изучались задачи для упругого изотропного или анизотропного клина, подкрепленного стержнем постоянной жесткости [4–7], а также задача для упругого изотропного клина, подкрепленного по биссектрисе упругим стержнем переменной жесткости [8].

Рассматривается упругая анизотропная тонкая клиновидная пластинка, занимающая на плоскости угол – $-\theta < \arg z < 0$, $0 < \theta < 2\pi$. Одна сторона угла $\arg z = -\theta$ свободна, а к другой стороне $\arg z = 0$ приклеен стержень переменной жесткости на растяжение. Определим закон распределения контактных усилий вдоль линии крепления и упругое равновесие пластинки, когда вдоль стержня приложена тангенциальная нагрузка с интенсивностью $\tau_0(x)$. Будем полагать, что жесткость стержня на изгиб пренебрежимо мала т.е. $\sigma_y^0 = 0$

Из условия равновесия любой части $(0, x)$ стержня имеем

$$S_0(x)\sigma_x^0(x) - h\int_0^x [\tau_{xy}^0(s) - \tau_0(s)]ds = 0, \quad x > 0 \tag{1}$$

Условие полного контакта упругого стержня с клином имеет вид (штрихом обозначена производная по x)

$$u_0'(x) = u'(x, 0), \quad \tau_{xy}^0(x) = \tau_{xy}(x, 0) \equiv \tau(x), \quad x > 0 \tag{2}$$

Согласно закону Гука, учитывая, что $\sigma_y^0 = \sigma_y = 0$, имеем

$$u_0'(x) = \sigma_x^0(x) / E_0(x), \quad u'(x, 0) = a_{16}\tau_{xy}(x, 0) + a_{11}\sigma_x(x, 0) \tag{3}$$

Здесь $E_0(x)$ – модуль упругости стержня, a_{11}, a_{16} – упругие постоянные пластинки, $\sigma_x^0(x)$, $\tau_{xy}^0(x)$ и $\sigma_x(x, y)$, $\tau_{xy}(x, y)$ – нормальные и касательные напряжения стержня и клина соответственно, $u_0(x)$ и $u(x, y)$ – горизонтальные перемещения точек стержня и упругого клина соответственно, $s_0(x)$ – площадь поперечного сечения стержня, h – толщина пластинки.

На основании соотношения (2) и (3), условие (1) запишем следующим образом:

$$k_1(x)\sigma_x(x)+k_2(x)\tau(x)-hJ(x)=0, \quad x>0 \tag{4}$$

$$k_1(x)=s_0(x)E_0(x)a_{11}, \quad k_2(x)=s_0(x)E_0(x)a_{16}$$

$$J(x)=\int\limits_0^x [\tau(s)-\tau_0(s)]ds$$

Условие равновесия стержня имеет вид

$$J(\infty)=0 \tag{5}$$

Рассмотрим две плоскости комплексных переменных: $z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$, которые получаются из плоскости $z = x + iy$ соответственно афинными преобразованиями: $x_n = x + \alpha_n y$, $y_n = \beta_n y$, $\beta_n > 0$, где $s_n=\alpha_n+i\beta_n$ $(n=1,2)$ – корни характеристического уравнения, причем $s_1 \neq s_2$ [9].

С помощью этих преобразований заданная область $S(-\theta<\arg z<0)$ на плоскости комплексного переменного z переходит соответственно в области $S_n(-\theta_n<\arg z_n<0)$ на плоскости $z_n (n=1,2)$, где

$$\operatorname{tg}\theta_n=\beta_n\sin\theta(\cos\theta-\alpha_n\sin\theta)^{-1}, \quad 0<\theta_n<2\pi$$

На основании известных формул [9], выражающих компоненты вектора напряжения через две аналитические функции, сформулированная задача сводится к решению следующей граничной задачи теории функций комплексного переменного: найти две функции $\Phi_1(z_1)$ и $\Phi_2(z_2)$, аналитические соответственно в областях S_1 и S_2 со следующими граничными условиями:

$$(s_1-\bar{s}_2)t_1\Phi_1(t_1)+(\bar{s}_1-\bar{s}_2)\bar{t}_1\overline{\Phi_1(t_1)}+(s_2-\bar{s}_2)t_2\Phi_2(t_2)=0 \tag{6}$$

$$t_n=\rho(\cos\theta-s_n\sin\theta), \quad \rho=|t|\geqslant 0$$

$$(s_1-\bar{s}_2)\Phi_1(t_1)+(\bar{s}_1-\bar{s}_2)\overline{\Phi_1(t_1)}+(s_2-\bar{s}_2)\Phi_2(t_2)=-\tau(x) \tag{7}$$

$$t_1=t_2=x>0$$

$$2\operatorname{Re}[k_1(x)a\Phi_1(x)]+[k_2(x)-2\alpha_2k_1(x)]\tau(x)=hJ(x), \quad x>0 \tag{8}$$

$$a=(s_1-s_2)(s_1-\bar{s}_2)$$

Будем считать, что напряжения и вращения исчезают на бесконечности поэтому примем, что при больших $|z_n|$

$$\Phi_n(z_n)=\gamma_n/z_n+O(1/z_n), \quad n=1,2$$

Будем также считать, что функции $\Phi_1(z_1)$ и $\Phi_2(z_2)$ непрерывно продолжимы на все точки границы, кроме, быть может, точек $z_n = 0$, в которых они удовлетворяют условиям

$$\lim z_n\Phi_n(z_n)=0 \text{ при } z_n\to 0$$

Согласно сказанному, функции $\Phi_1(z_1)$ и $\Phi_2(z_2)$ будем искать в виде

$$\Phi_n(z_n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}z_n}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{A_n(t)}{t}e^{it\ln z_n}dt-\frac{a_n}{z_n}, \quad z_n\in S_n \tag{9}$$

где

$$a_n = \lim_{z_n \to 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A_n(t)}{t} e^{it \ln z_n} dt, \quad n = 1,2 \tag{10}$$

В точке $t = 0$ интегралы понимаются в смысле главного значения по Коши. Можно показать, что $a_n = -i\sqrt{\pi/2}A_n(0)$, откуда следует, что $\gamma_n = -2a_n = i\sqrt{2\pi}A_n(0)$. Кроме того, из формул (6) и (9) заключаем, что a_1 и a_2 удовлетворяют условию

$$(s_2 - \bar{s}_2)a_2 = (\bar{s}_2 - s_1)a_1 + (\bar{s}_2 - \bar{s}_1)\bar{a}_1$$

Подставляя выражение (9) в условия (6) и (7), производя преобразование Фурье, решая последнюю систему относительно $A_n(t)$ ($n = 1, 2$), имеем

$$A_1(t) = \frac{1}{2\Delta(t)}\left[(\bar{s}_1 - s_2)e^{-\delta t} + (\bar{s}_2 - \bar{s}_1)e^{-\gamma t} + (s_2 - \bar{s}_2)e^{-i\mu t}\right]tT(t) \tag{11}$$

$$\Delta(t) = |s_1 - s_2|^2 \operatorname{ch}\gamma t - |s_1 - \bar{s}_2|^2 \operatorname{ch}\delta t + 4\beta_1\beta_2 \cos\mu t$$

$$T(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^s \tau(e^s) e^{-its} dt$$

$$\gamma = \theta_1 + \theta_2, \quad \delta = \theta_1 - \theta_2, \quad \mu = \ln|\cos\theta - s_1 \sin\theta| - \ln|\cos\theta - s_2 \sin\theta|$$

а функция $A_2(t)$ получается из выражения для $A_1(t)$ путем перестановки s_1 и s_2, θ_1 и θ_2.

Очевидно, что $\overline{T(-t)} = T(t)$. Ввиду того что напряжения исчезают на бесконечности, переходя к пределу в выражении для $T(t)$, получим

$$T(0) = T_0 / \sqrt{2\pi}, \quad T_0 = \int_0^{\infty} \tau(t)dt = \int_0^{\infty} \tau_0(t)dt$$

Можно доказать, что функция $\Delta(t)$ при действительном t нигде в нуль не обращается, кроме точки $t = 0$, где она имеет двукратный нуль. Так же ведет себя и функция в квадратных скобках в выражении для $A_1(t)$. Следовательно, функции $A_1(t)$ и $A_2(t)$ непрерывны на всей оси, если функция $\tau(x)$ абсолютно интегрируема. Поэтому из выражения (11) следует

$$A_1(0) = \frac{(\bar{s}_1 - \bar{s}_2)\gamma - (\bar{s}_1 - \bar{s}_2)\delta - i\mu(s_2 - \bar{s}_2)}{|s_1 - s_2|^2 \gamma^2 - |s_1 - \bar{s}_2|^2 \delta^2 - 4\beta_1\beta_2\mu^2} \frac{T_0}{\sqrt{2\pi}} \tag{12}$$

Таким образом, постоянные $a_1, a_2, \gamma_1, \gamma_2$ определены.

Внося значение функции $\Phi_1(z_1)$, определенное формулами (9), (11), в граничное условие (8), по формулам Виета для характеристического уравнения получим

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_1(t)}{\Delta(t)} T(t) e^{it \ln x} dt - \frac{hx}{k_1(x)} J(x) = 2\operatorname{Re} aa_1 \tag{13}$$

$$\Delta_1(t) = -(\beta_1 + \beta_2)|s_1 - s_2|^2 \operatorname{sh}\gamma t + (\beta_1 - \beta_2)|s_1 - \bar{s}_2|^2 \operatorname{sh}\delta t + 4|\alpha_1 - \alpha_2|\beta_1\beta_2 \sin\mu t$$

Пусть $k_1(x) = d_0 x^\alpha$, $d_0 > 0$, α – любое действительное число. При подстановке $\ln x = \xi$ уравнение (13) примет вид:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(t)}{t} T(t) e^{it\xi} dt - He^{-k\xi} \left(\int_{-\infty}^{\xi} [\tau(e^s) - \tau_0(e^s)] e^s ds \right) = 2\operatorname{Re} aa_1 \tag{14}$$

$$G(t) = \frac{\Delta_1(t)}{\Delta(t)} t, \quad k = \alpha - 1, \quad H = \frac{h}{d_0}$$

Продифференцировав обе части уравнения (14) и производя над полученным равенством обратное преобразование Фурье, где в качестве параметра рассмотрим комплексную переменную $t = t_0 - i\varepsilon$ (ε – сколь угодно малое положительное число), получим

$$G(t)\Psi(t) - H\Psi(t - ik) = F(t), \quad -\infty - i\varepsilon < t < +\infty - i\varepsilon \tag{15}$$

$$t\Psi(t) = T(t) - T_0(t), \quad F(t) = -\frac{G(t)T_0(t)}{t}$$

$$T_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^s \tau_0(e^s) e^{-its} ds$$

Пусть $k > 0$. Рассматриваемая задача сводится к следующей задаче типа Карлемана для полосы: найти функцию $\Psi(z)$, голоморфную в полосе $-k - \varepsilon < \mathrm{Im}z < -\varepsilon$, исчезающую на бесконечности, непрерывно продолжимую на границе полосы и удовлетворяющую условию (15).

На основании полученных ранее результатов [10] функция $\Psi(z)$ представляется в виде

$$\Psi(z) = \frac{\chi(z)}{2ikH} \int_{-\infty - i\varepsilon}^{+\infty - i\varepsilon} \frac{F(t)}{\chi(t - ik)} \left(\mathrm{sh}\frac{\pi}{k}(t - z) \right)^{-1} dt, \quad -k - \varepsilon < \mathrm{Im}\, z < -\varepsilon \tag{16}$$

$$\chi(z) = \frac{1}{z}\chi_k(z)\varkappa(z)\,\mathrm{sh}\frac{\pi}{2k}z, \quad \varkappa(z) = k^{iz/k}\Gamma\left(\frac{k + iz}{k}\right)\exp(iz\ln H_0^{1/k})$$

$$\chi_k(z) = \exp\left\{ \frac{1}{2ik} \int_{-\infty - i\varepsilon}^{+\infty - i\varepsilon} \ln G_k(t)\,\mathrm{cth}\frac{\pi}{k}(t - z)dt \right\}$$

$$G_k(t) = -\frac{\Delta_1(t)}{(\beta_1 + \beta_2)\Delta(t)}\mathrm{th}\frac{\pi}{2k}t, \quad H_0 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{H}$$

Пусть $k \geqslant 1$. Если функция $T_0(z)$ аналитически продолжима в полосе $-1 < \mathrm{Im}z < 1$ и экспоненциально исчезает на бесконечности, из условия (15) и формулы (16) следует, что функция

$$\Psi_1(z) = \begin{cases} \Psi(z), & -k - \varepsilon < \mathrm{Im}\, z < -\varepsilon \\ [F(z) + H\Psi(z - ik)]/G(z), & -\varepsilon < \mathrm{Im}\, z < k - \varepsilon \end{cases}$$

голоморфна в полосе $-k - \varepsilon < \mathrm{Im}z < k - \varepsilon$, экспоненциально исчезает на бесконечности, ограничена во всей полосе, кроме точек $z_j^+ = t_j^+ + i\tau_j^+$ ($j = 0, 1 \ldots p$), являющихся нулями функции $G(z)$ в верхней полосе.

Таким образом, по формуле Коши, искомое контактное напряжение можно представить в виде

$$\tau(x) - \tau_0(x) = \frac{x^{-1}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} t\Psi(t) e^{it\ln x} dt = \frac{x^{-1}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (t - ik)\Psi(t - ik) e^{i(t - ik)\ln x} dt$$

Следовательно, в окрестности вершины угла (при $x \to 0$), имеем: $\tau(x) - \tau_0(x) = x^{k-1}\varphi_0(x)$, где $\varphi_0(x)$ – ограниченная функция в окрестности точки $x = 0$. Для больших x получаем

$$\tau(x) - \tau_0(x) = O(1/x^{1+\tau_0^+})$$

Если $0 < k < 1$, то функция $\Psi(z)$, даваемая формулой (16), аналитически продолжима в полосе $-1 < \mathrm{Im}z < 1$, кроме точек по $\omega_j^- = \lambda_j^- + i\mu_j^-$ ($j = 0, 1, \ldots, l$), являющихся полюсами функции $G(z)$ в этой полосе. Тогда в окрестности точки $x = 0$ касательное напряжение представляется следующим образом:

$$\tau(x)-\tau_0(x)=\frac{x^{-1}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}(t-i)\Psi(t-i)e^{i(t-i)\ln x}dt+$$

$$+\frac{x^{-1}}{\sqrt{2\pi}}\operatorname{res}[z\Psi(z)e^{iz\ln x}]_{\omega_0^-=\lambda_0^-+i\mu_0^-}=c_1x^{-(\mu_0^-+1)}+\varphi_1(x),\quad c_1=\text{const}$$

где $\varphi_1(x)$ – ограниченная функция при $x\geqslant 0$.

Теперь рассмотрим случай, когда $k<0(\alpha<1)$, т.е. жесткость стержня растет в вершине угла, и когда на бесконечности она равна нулю, а весь главный вектор внешней нагрузки передается на клин. Вводя обозначение $m=-k$, условие (15) запишем в виде

$$G(t)\Psi_0(t)-H\Psi_0(t+im)=F(t),\quad -\infty-i\varepsilon<t<+\infty-i\varepsilon \tag{17}$$

Поставим следующую задачу: найти функцию $\Psi_2(z)$, голоморфную в полосе $-m-\varepsilon<\operatorname{Im}z<m-\varepsilon$, исчезающую на бесконечности и ограниченную во всей полосе, кроме точек $z_j^-=t_j^-+i\tau_j^-(j=0,1,\dots,q)$, являющихся нулями функции $G(z)$ нижней полуплоскости.

Если будет решена задача: найти функцию $\Psi_0(z)$, голоморфную в полосе $-\varepsilon<\operatorname{Im}z<m-\varepsilon$, исчезающую на бесконечности и непрерывно продолжимую на границе полосы, по граничному условию (17), то решением предыдущей задачи будет функция

$$\Psi_2(z)=\begin{cases}\Psi_0(z), & -\varepsilon<\operatorname{Im}z<m-\varepsilon\\ [F(z)+H\Psi_0(z+im)]/G(z), & -m-\varepsilon<\operatorname{Im}z<-\varepsilon\end{cases}$$

На основании полученных ранее результатов [10] функция $\Psi_0(z)$ представляется в виде

$$\Psi_0(z)=-\frac{\tilde\chi(z)}{2imH}\int_{-\infty-i\varepsilon}^{+\infty-i\varepsilon}\frac{F(t)}{\tilde\chi(t+im)}\left(\operatorname{sh}\frac{\pi}{m}(t-z)\right)^{-1}dt, \tag{18}$$

$$\tilde\chi(z)=\frac{1}{z}\chi_m(z)\tilde\varkappa(z)\operatorname{sh}\frac{\pi}{2m}z,\quad \tilde\varkappa(z)=m^{-iz/m}\Gamma\left(\frac{m-iz}{m}\right)\exp(-iz\ln H_0^{1/m})$$

Если $\tau_0^-<1$, то функция $\Psi_2(z)$ аналитически продолжима в полосе $-1<\operatorname{Im}z<m-\varepsilon$ и касательное напряжение $\tau(x)-\tau_0(x)$ ограничено в точке $x = 0$. Если $\tau_0^->-1$, то функция $\Psi_2(z)$ имеет ближайший к действительной оси полюс в точке $z_0^-=t_0^-+i\tau_0^-$, такой же характер имеет и функция $T(t)-T_0(t)$, а искомое контактное напряжение в окрестности точки $x=0$ представимо в виде

$$\tau(x)-\tau_0(x)=c_2x^{-(\tau_0^-+1)}+\varphi_2(x)$$

Для больших x имеем

$$\tau(x)-\tau_0(x)=O(1/x^{1+m})$$

Если $\alpha=1$ ($k=m=0$), условие (17) дает

$$\Psi(z)=F(z)/(G(z)-H)$$

а касательное напряжение имеет вид

$$\tau(x)-\tau_0(x)=O(x^{\lambda-1})\ \text{ при }\ x\to 0,\quad \lambda=\operatorname{Im}\mu$$

где μ выбирается из ближайших к действительной оси нулей функций $\Delta(z)$ и $G(z)-H$ в нижней полуплоскости.

При $\alpha < 1$, когда $\theta = \pi$, т.е. анизотропное тело – полуплоскость, функция

$$G(z) = -(\beta_1 + \beta_2) z \operatorname{cth} \pi z$$

имеет единственный чисто мнимый нуль $z_0 = {}^{-i}\!/\!_2$ в полосе $-1 < \operatorname{Im} z < 0$, а касательное напряжение в близи точки $x = 0$ имеет вид:

$$\tau(x) - \tau_0(x) = c_2 x^{-1/2} + \varphi_2(x)$$

Когда $\theta = 2\pi$, т.е. тело занимает всю плоскость, разрезанную вдоль положительной части действительной оси, то

$$G(z) = -(\beta_1 + \beta_2) z \operatorname{cth} 2\pi z$$

Эта функция имеет чисто мнимые нули $z_0 = -{}^{i}\!/\!_4$, $z_1 = -{}^{3i}\!/\!_4$ в полосе $-1 < \operatorname{Im} z < 0$, а касательное напряжение при $x \to 0$ имеет вид

$$\tau(x) - \tau_0(x) = c_3 x^{-3/4} + c_4 x^{-1/4} + \varphi_3(x)$$

Здесь $\varphi_2(x)$ и $\varphi_3(x)$ – ограниченные функции при $x \geqslant 0$, c_2, c_3, c_4 – постоянные.

При $1 < \alpha \leqslant 2$, когда $\theta = \pi$, функция $G(z)$ имеет полюс в точке $\omega_0^- = -i$, касательное напряжение ограничено в окрестности вершины угла. Когда $\theta = 2\pi$, касательное напряжение при $x \to 0$ имеет особенность порядка квадратного корня.

Такие же результаты имеют место в случае изотропного тела [4].

Теперь рассмотрим ортотропное тело. Тогда

$$\Delta_1(t) = -(\beta_1 + \beta_2)(\beta_1 - \beta_2)^2 \operatorname{sh} \gamma t + (\beta_1 + \beta_2)^2 (\beta_1 - \beta_2) \operatorname{sh} \delta t$$

$$\Delta(t) = (\beta_1 - \beta_2)^2 \operatorname{ch} \gamma t - (\beta_1 + \beta_2)^2 \operatorname{ch} \delta t + 4\beta_1\beta_2 \cos \mu t$$

Можно доказать, что при $0 < \theta < \pi$ уравнение $\Delta_1(t) = 0$ может иметь только мнимый корень в полосе $-1 < \operatorname{Im} z < 0$, а уравнение $\Delta(z) = 0$ не имеет корней в этой полосе. Кроме того, при $\theta < \pi/2 \; (\theta_2 < \theta_1 < \pi/2)$ уравнение $\Delta_1(z) = 0$ не имеет корней в полосе $-1 < \operatorname{Im} z < 0$.

При $\alpha < 1$, если $\theta = 2\pi/3$, функция $\Delta_1(z)$ имеет нули в точках $z_0^- = {}^{-i}\!/\!_3$, $z_1^- = {}^{-2i}\!/\!_3$ и напряжение в точке $x = 0$ имеет оценку

$$\tau(x) - \tau_0(x) = \tilde{c}_1 x^{-2/3} + \tilde{c}_2 x^{-1/3} + \tilde{\varphi}_3(x)$$

где $\tilde{\varphi}_3(x)$ – ограниченная функция при $x \geqslant 0$, $\tilde{c}_1$, $\tilde{c}_2$ – постоянные.

Когда $\pi/2 < \theta < \pi$, путем подбора чисел δ и γ или чисел β_1 и β_2 можно добиться, чтобы уравнение $\Delta_1(z) = 0$ имело корень в полосе $-1 < \operatorname{Im} z < 0$. Это значит, что напряжение $\tau(x) - \tau_0(x)$ может быть как ограниченным, так и не ограниченным в точке $x = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Александров В.М., Мхитарян С.М.* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 487 с.
2. *Александров В.М., Коваленко Е.В.* Задачи механики сплошных сред со смешанными граничными условиями. М.: Наука, 1986. 334 с.
3. *Попов Г.Я.* Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. М.: Наука, 1982. 342 с.
4. *Банцури Р.Д.* Контактная задача для клина с упругим креплением // Докл. АН СССР. 1973. Т. 211. № 4. С. 797–800.

5. *Попов Г.Я., Тихоненко Л.Я.* Плоская задача о контакте полубесконечной балки с упругим клином // ПММ. 1974. Т. 38. Вып. 2. С. 312–320.
6. *Нуллер Б.М.* Деформация упругого клина, подкрепленного балкой // ПММ. 1974. Т. 38. Вып. 5. С. 876–882.
7. *Банцури Р.Д.* Контактная задача для анизотропного клина с упругим креплением // Докл. АН СССР. 1975. Т. 222. № 3. С. 568–571.
8. *Нуллер Б.М.* О деформации упругой клиновидной пластинки, подкрепленной стержнем переменной жесткости и об одном методе решения смешанных задач // ПММ. 1976. Т. 40. Вып. 2. С. 306–316.
9. *Лехницкий С.Г.* Анизотропные пластинки. М., Л.: Гостехиздат, 1947. 364 с.
10. *Банцури Р.Д.* Об одной граничной задаче теории аналитических функций // Сообщ. АН ГрузССР. 1974. Т. 73. № 3. С. 549–552.

Тбилиси
nusha@rmi.acnet.ge

Поступила в редакцию
26.IX.2001