

УДК 533.6.011.51

© 2002 г. С.П. Баутин, Ю.Ю. Чернышов

**ОДНО ТЕЧЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА,
АНАЛОГИЧНОЕ ЦЕНТРИРОВАННОЙ ВОЛНЕ РИМАНА**

С помощью специального бесконечного сходящегося ряда описывается одно течение теплопроводного невязкого газа, аналогичное центрированной волне Римана и передающее сильное сжатие одномерных слоев газа при учете ряда физических эффектов.

Для описания некоторых плоскосимметричных течений газа применяется центрированная волна Римана (ЦВР) – решение системы уравнений газовой динамики, обладающее конкретной особенностью: $U = U(x_1/t)$, где U – вектор искомых функций. С помощью ЦВР решаются многие содержательные задачи газовой динамики [1]. В случае цилиндрически и сферически симметричных течений аналогичной особенностью обладают автомодельные решения [2]: $U = U(r/t)$. С использованием этих решений описывается, в частности, неограниченное и ограниченное сжатие газа к оси или к центру симметрии [3, 4]. Для описания течения, обладающего свойствами ЦВР в окрестности точки с ненулевым значением координаты r (например, $r = 1$) или в многомерном случае, применяются специальные сходящиеся бесконечные ряды (подробную библиографию см. в [5]). С помощью таких рядов решаются, например, задачи: о мгновенной остановке поршня [6], об истечении газа в вакуум [7–9], о безударном сильном сжатии газа [5, 10]. В задачах о сильном сжатии газа для более адекватного описания возникающих течений необходимо учитывать равновесное излучение и комптоновский механизм рассеивания фотонов [11, 12].

1. Построение ряда. Рассматривается идеальный газ при учете равновесного излучения, т.е. в качестве уравнений состояния берутся следующие соотношения [12]:

$$p = R\rho T + \sigma T^4 / 3, \quad e = c_v T + \sigma T^4 / \rho; \quad R, \sigma, c_v = \text{const} > 0 \quad (1.1)$$

Здесь p – давление, ρ – плотность, T – температура, e – внутренняя энергия, σ – постоянная Стефана–Больцмана.

Коэффициент теплопроводности κ принимается [12] в соответствии с комптоновским механизмом рассеивания фотонов

$$\kappa = \frac{2}{\gamma - 1} \sigma c_* \alpha \frac{T^3}{\rho}; \quad \gamma - 1 = \frac{R}{c_v} > 0 \quad (1.2)$$

где c_* – скорость света, α – положительная постоянная, зависящая от выбора системы единиц.

Для описания течений такого газа в качестве независимых термодинамических переменных могут быть взяты ρ и T . Поэтому можно воспользоваться [13] полной системой уравнений Навье–Стокса, в которой коэффициенты динамической и объемной вязкости положены равными нулю. В случае одномерных течений ($v = 0, 1, 2$

соответствует плоской, цилиндрической и сферической симметрии) и при введении вместо плотности в качестве искомой функции $\vartheta = \ln \rho$ такая система имеет вид

$$\begin{aligned} \vartheta_t + u\vartheta_r + u_r + vr^{-1}u &= 0 \\ u_t + uu_r + \gamma^{-1}T\vartheta_r + a(\vartheta, T)T_r &= 0 \\ T_t + uT_r + b(\vartheta, T)(u_r + vr^{-1}u) &= \kappa_*c(\vartheta, T)(T_{rr} + vr^{-1}T_r - \vartheta_rT_r + 3T_r^2/T) \\ a(\vartheta, T) &= \gamma^{-1}(1 + \kappa_*k_1e^{-\vartheta}T^3), \quad b(\vartheta, T) = (\gamma - 1)T \frac{1 + \kappa_*k_1e^{-\vartheta}T^3}{1 + \kappa_*k_2e^{-\vartheta}T^3} \\ c(\vartheta, T) &= \frac{e^{-2\vartheta}T^3}{1 + \kappa_*k_2e^{-\vartheta}T^3} \end{aligned} \quad (1.3)$$

В рассматриваемой системе без нарушения общности в качестве начала отсчета времени взято значение $t = 0$. А также при помощи положительных постоянных L , ρ_* и T_* стандартным образом введены безразмерные переменные, причем за масштаб скорости взята скорость звука в нетеплопроводном газе $u_* = \sqrt{R\gamma T_*}$. Тогда

$$\kappa_* = 2\sigma c_*\alpha \frac{T_*^3}{R\rho_*^2u_*L} > 0, \quad k_1 = \frac{2\rho_*u_*L}{3c_*\alpha} > 0, \quad k_2 = 3(\gamma - 1)k_1 > 0$$

Для описания особенности, возникающей в течении газа в момент сильного сжатия, как и в случае нетеплопроводного газа [5], меняются ролями переменные ϑ и r . Переменная ϑ (вместе с t) считается независимой переменной, а r становится искомой функцией от t и ϑ . Таким образом, делается замена переменных

$$t = t', \quad r = r(t', \vartheta)$$

с якобианом преобразования $J = -r_\vartheta$, если значение $r_{t'}$ конечно.

Якобиан J обращается в нуль, если в физическом пространстве (пространстве независимых переменных t, r) производная ϑ_r примет бесконечное значение. При этом в пространстве независимых переменных t', ϑ производная r_ϑ равна нулю и особенностей у решения нет. Данное свойство является основной причиной применения этой замены: искомое решение в пространстве независимых переменных t', ϑ в точке $(t' = 0, \vartheta = 0)$ особенности иметь не будет, а в физическом пространстве в соответствующей точке градиент будет иметь бесконечное значение. В предложенную замену входит неизвестная функция $r(t', \vartheta)$, которая определится только при построении искомого решения, и потому про значение $r_\vartheta(t', \vartheta)$ пока ничего сказать нельзя. После того как будет решена соответствующая задача и, следовательно, будет найдена функция $r(t', \vartheta)$, окажется, что $r_\vartheta(t', \vartheta)|_{t'=0} = 0$ и для заданного значения ϑ_0 существует такое $t_0 > 0$, что при $|\vartheta| < \vartheta_0$, $|t| < t_0$, $t \neq 0$ будет справедливо неравенство $r_\vartheta(t', \vartheta) \neq 0$.

При указанной замене система (1.3) приобретает вид (штрих у t далее опущен)

$$\begin{aligned} r(u - r_t) + ru_\vartheta + vr_\vartheta &= 0 \\ r_\vartheta u_t + (u - r_t)u_\vartheta + \gamma^{-1}T + a(\vartheta, T)T_\vartheta &= 0 \\ r_\vartheta^2[r_\vartheta T_t + (u - r_t)T_\vartheta + b(\vartheta, T)(u_\vartheta + vr^{-1}ur_\vartheta)] &= \\ = \kappa_*c(\vartheta, T)(r_\vartheta T_{\vartheta\vartheta} - r_{\vartheta\vartheta}T_\vartheta + vr^{-1}r_\vartheta^2T_\vartheta - r_\vartheta T_\vartheta + 3r_\vartheta T_\vartheta^2/T) \end{aligned} \quad (1.4)$$

При этом, для того чтобы раскрыть особенность, связанную с наличием r_ϑ в знаменателях у некоторых дробей, при получении системы (1.4) первое уравнение умножено на rr_ϑ , второе – на r_ϑ^2 , третье – на r_ϑ^3 .

Решение системы (1.4) строится в виде ряда

$$U(t, \vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(\vartheta) \frac{t^k}{k!}, \quad U_k(\vartheta) = \left. \frac{\partial^k U(t, \vartheta)}{\partial t^k} \right|_{t=0} \quad (1.5)$$

где $U = \{r, u, T\}$ – вектор искомых функций.

Чтобы искомое течение в точке $(t = 0, r = 1)$ обладало особенностью, аналогичной особенности у центрированной волны Римана, график функции $\vartheta = \vartheta(t, r)|_{t=\text{const}}$ при $t \rightarrow -0$ должен переходить в вертикальную прямую [5]

$$r|_{t=0} = 1 \quad (1.6)$$

Решение системы (1.4) в виде ряда (1.5) будет строиться пока при одном условии – условии (1.6).

Если в системе (1.4) положить $t = 0$ и учесть равенство (1.6), то третье уравнение обратится в тождество, а первые два перейдут в соотношения

$$u_0 - r_1 + u'_0 = 0, \quad (u_0 - r_1)u'_0 + \gamma^{-1}T_0 + a(\vartheta, T_0)T'_0 = 0 \quad (1.7)$$

Если третье уравнение системы (1.4) продифференцировать по t , положить $t = 0$ и учесть условие (1.6), то получится уравнение

$$r'_1 T''_0 - r''_1 T'_0 - r'_1 T'_0 + 3r'_1 T'^2_0 / T = 0 \quad (1.8)$$

В результате для трех искомых величин r_1, u_0 и T_0 получилась система (1.7), (1.8) из трех дифференциальных уравнений, два из которых нелинейны. Нахождение общего решения этой системы представляется достаточно трудной задачей, хотя некоторое продвижение в данном направлении возможно: деление уравнения (1.8) на $r'_1 T'_0$

$$(\ln T'_0)' - (\ln r'_1)' - 1 + 3(\ln T_0)' = 0$$

позволяет понизить порядок этого уравнения:

$$T_0^3 T'_0 = C_1 e^{\vartheta} r'_1, \quad C_1 = \text{const}$$

Далее в качестве функции $T_0(\vartheta)$ берется константа

$$T_0(\vartheta) = T_{00} = \text{const} > 0 \quad (1.9)$$

обращая уравнение (1.8) в тождество. Использование частного решения (1.9) обусловлено следующим. Именно это свойство температуры – отсутствие скачка функции T в момент $t = 0$ – наблюдается при численных расчетах соответствующей волны сжатия в теплопроводном газе в плоскосимметричном случае [12].

В случае частного решения (1.9) оставшиеся два уравнения – уравнения (1.7) – имеют следующее общее решение:

$$u_0(\vartheta) = \pm \sqrt{\gamma^{-1} T_{00}} \vartheta + u_{00}, \quad r_1(\vartheta) = \pm \sqrt{\gamma^{-1} T_{00}} \vartheta + u_{00} \pm \sqrt{\gamma^{-1} T_{00}} \quad (1.10)$$

В соотношениях (1.9), (1.10) в результате интегрирования появились две произвольные постоянные T_{00} и u_{00} , а функция $r_1(\vartheta)$ определена однозначно.

Чтобы получить коэффициенты r_{k+1}, u_k, T_k при $k \geq 1$, необходимо первые два уравнения системы (1.4) продифференцировать по t k раз и $k + 1$ раз – третье уравнение из (1.4), а затем положить $t = 0$. В результате получатся три уравнения

$$u_k - r_{k+1} + u'_k = F_k$$

$$kr'_1 u_k + (u_0 - r_1)u'_k + u'_0(u_k - r_{k+1}) + \gamma^{-1}T_k + a(\vartheta, T_{00})T'_k = G_k$$

$$\kappa_* T_{00}(k+1)r'_1(T''_k - T'_k) = H_k$$

где

$$F_k = -\sum_{l=1}^k C_k^l [r_l(u_{k-l} - r_{k-l+1} + u'_{k-l}) + \nu r'_l u_{k-l}]$$

а функции G_k, H_k (ввиду громоздкости их вид здесь не приводится) также зависят от r_{l+1}, u_l, T_l ($0 \leq l \leq k-1$) и их производных.

Сначала из третьего (дифференциального) уравнения определяется T_k

$$T_k = T_{k0} + T_{k1} e^{\vartheta} - a_k \int H_k d\vartheta + a_k e^{\vartheta} \int H_k e^{-\vartheta} d\vartheta \quad (1.11)$$

$$a_k = \pm \frac{\sqrt{\gamma}}{(k+1)\kappa_* \sqrt{T_{00}^3}}$$

Затем из второго уравнения (также дифференциального) с предварительным исключением из него r_{k+1} с помощью первого уравнения находится u_k

$$u_k = u_{k0} e^{k\vartheta/2} + \frac{e^{k\vartheta/2}}{2} \int \left[\mp \sqrt{\frac{\gamma}{T_{00}}} G_k - F_k \right] e^{-k\vartheta/2} d\vartheta \quad (1.12)$$

И наконец, из первого уравнения (как из алгебраического) определяется r_{k+1}

$$r_{k+1} = u'_k + u_k - F_k \quad (1.13)$$

При этом в выражение для T_k вошли две произвольных постоянных T_{k0}, T_{k1} ; в u_k — одна постоянная u_{k0} , появившиеся в результате интегрирования дифференциальных уравнений. Коэффициент r_{k+1} определен однозначно.

Возникший при построении ряда (1.5) произвол равносильно заданию условий

$$u(t, \vartheta)|_{\vartheta=0} = u^0(t), \quad T(t, \vartheta)|_{\vartheta=0} = T^0(t), \quad T_\vartheta(t, \vartheta)|_{\vartheta=0} = T^1(t) \quad (1.14)$$

с произвольными функциями в правых частях, но при этом

$$u^0(0) = u_{00}, \quad T^0(0) = T_{00}, \quad T^1(0) = 0$$

Теорема. Если функции $u^0(t), T^0(t), T^1(t)$, входящие в условия (1.14), являются аналитическими в некоторой окрестности точки $t = 0$, то в некоторой окрестности точки $(t = 0, \vartheta = 0)$ ряд (1.5) сходится.

При доказательстве задача (1.4), (1.6), (1.14) по известной методике [5] сводится к некоторому стандартному виду, для которого справедлив аналог теоремы Ковалевской о существовании и единственности решения в классе аналитических функций [5].

Для уточнения области сходимости ряда (и прежде всего при $\vartheta \geq 0$ в случае описания сжатия газа) детально анализируются функции r_{k+1}, u_k, T_k .

Лемма. Коэффициенты r_{k+1}, u_k, T_k при $k \geq 1$ являются многочленами от ϑ и $e^{\vartheta/2}$, и максимальная суммарная степень входящих в них одночленов вида $\vartheta^h e^{m\vartheta/2}$ не превосходит $2k$, т.е. $n + m/2 \leq 2k$. При этом каждая из функций r_{k+1}, u_k, T_k обязательно содержит одночлен вида $e^{2k\vartheta}$ с отличным от нуля коэффициентом перед ним.

Доказательство производится индукцией по k с использованием формул (1.11) – (1.13) и в основных чертах повторяет соответствующие доказательства в случае нетеплопроводного газа (см., например, [5, 8]), поэтому здесь не приводится.

С использованием леммы устанавливается, что область сходимости ряда (1.5), решающего задачу (1.4), (1.6), (1.14), задается формулой

$$Me^{2\vartheta} |t| < 1, \quad M = \text{const} > 0 \quad (1.15)$$

т.е. эта область является неограниченной по переменной ϑ .

С учетом формул (1.9), (1.10) ряд (1.5) может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \vartheta &= (\mp \sqrt{\gamma/T_{00}} u_{00} - 1) \pm \sqrt{\gamma/T_{00}} (r-1)/t + tf(t, \vartheta) \\ u &= (\pm \sqrt{\gamma^{-1} T_{00}} \vartheta + u_{00}) + tg(t, \vartheta), \quad T = T_{00} + th(t, \vartheta) \end{aligned} \quad (1.16)$$

где функции $f(t, \vartheta)$, $g(t, \vartheta)$, $h(t, \vartheta)$ – аналитические в области (1.15). По теореме о существовании неявно заданной функции первое из соотношений (1.16) определяет ϑ как функцию переменных $(r-1)/t$ и t . Следовательно, и два других газодинамических параметра, u , T , можно считать функциями этих переменных.

Якобиан перехода от переменных t, r к переменным t', ϑ можно записать в виде

$$J = -r_{\vartheta} = \mp \sqrt{\gamma^{-1} T_{00}} t + t^2 q(t, \vartheta)$$

где функция $q(t, \vartheta)$ – также аналитическая в области (1.15). Поэтому при $t = 0$ якобиан обращается в нуль, и для любого конечного значения $\vartheta_0 > 0$ существует $t_0 > 0$ такое, что $J \neq 0$ при $|\vartheta| < \vartheta_0$ и $|t| < t_0$, $t \neq 0$.

2. Применение построенного ряда. Ряд (1.5), задающий решение системы (1.4), может быть непрерывно состыкован через звуковую характеристику с другим течением теплопроводного невязкого газа. Можно показать, что система (1.3) имеет два семейства звуковых характеристик $C_{\kappa}^{\pm}$, траектории которых $r = r_{\pm}(t)$ являются решениями следующих дифференциальных уравнений:

$$dr_{\pm} / dt = u \pm \sqrt{\gamma^{-1} T}$$

Начальные данные, задаваемые на $C_{\kappa}^{\pm}$ -характеристиках, в силу вида системы (1.3) должны быть такими:

$$\vartheta|_{C_{\kappa}^{\pm}} = \varphi_1(t), \quad u|_{C_{\kappa}^{\pm}} = \varphi_2(t), \quad T|_{C_{\kappa}^{\pm}} = \varphi_3(t), \quad T_r|_{C_{\kappa}^{\pm}} = \varphi_4(t) \quad (2.1)$$

На функции, входящие в правые части соотношений (2.1), накладывается дополнительная связь

$$a(\varphi_1(t), \varphi_3(t)) \varphi_4(t) = \mp \sqrt{\gamma^{-1} \varphi_3(t)} \varphi_1'(t) - \varphi_2'(t) \mp \sqrt{\gamma^{-1} \varphi_3(t)} \frac{\varphi_2(t)}{r_{\pm}(t)}$$

являющаяся [5] необходимым условием разрешимости характеристической задачи (1.3), (2.1).

В случае, когда построенный аналог центрированной волны Римана необходимо непрерывно состыковать с однородным покоящимся газом с параметрами $\rho = 1$, $T = 1$, звуковая $C_{\kappa}^{\pm}$ -характеристика задается уравнением

$$r = 1 \pm r\gamma^{-1/2} \quad (2.2)$$

а начальные условия на ней такие:

$$\vartheta|_{C_{\kappa}^{\pm}} = 0, \quad u|_{C_{\kappa}^{\pm}} = 0, \quad T|_{C_{\kappa}^{\pm}} = 1, \quad T_r|_{C_{\kappa}^{\pm}} = 0 \quad (2.3)$$

Эти функции, естественно, необходимому условию разрешимости характеристической задачи Коши удовлетворяют.

Для того чтобы ряд (1.5), построенный выше как решение задачи (1.4), (1.6), (1.14), на характеристике (2.2) был непрерывно состыкован с однородным покоем (т.е. для выполнения условий (2.3)), достаточно входящие в ряд (1.5) произвольные постоянные взять такими, чтобы выполнялись равенства

$$T_{00} = 1, \quad u_{00} = 0; \quad T_k(0) = u_k(0) = 0, \quad k \geq 1$$

При этом соотношение (2.2) для ряда (1.5) будет выполняться автоматически, поскольку индукцией по k доказывается, что в этом случае $r_{k+1}(0) = 0$ при $k \geq 1$.

Методикой, примененной ранее [9], также можно доказать, что и в случае другого течения (не однородного покоя) произвольные константы, входящие в коэффициенты ряда (1.5), можно задать так, чтобы течение, описываемое формулой (1.5), совпадало с этим другим течением на его звуковой $C_{\kappa}^{\pm}$ -характеристике.

Следовательно, построенное в виде ряда (1.5) течение теплопроводного газа – аналог центрированной волны – можно непрерывно состыковать с другим заданным течением через звуковую характеристику.

Если для течения, задаваемого рядом (1.5), из точки $(t = 0, \vartheta = \vartheta_1)$, $\vartheta_1 > 0$ в обратном направлении изменения времени выпустить его звуковую $C_{\kappa}^{\pm}$ -характеристику, то заведомо в течение некоторого времени ее траектория будет находиться в области сходимости ряда (1.5). Поэтому на такой характеристике течение не будет иметь особенностей, поскольку газодинамические параметры на ней задаются аналитическими функциями. А это в свою очередь по аналогии со случаем нетеплопроводного газа [14] позволяет поставить и решить задачу о получении течения с наперед заданным распределением плотности, непрерывно примыкающего к течению (1.5) через упомянутую выше звуковую характеристику.

Представляется, что с помощью численных методов, аналогичных примененным ранее [15] в случае нетеплопроводного газа, можно будет построить как течение (1.5) – волну сжатия, аналогичную центрированной волне, так и непрерывно примыкающие к нему с двух сторон течения. С одной стороны, это фоновое течение, которое в общем случае может не быть однородным покоем. С другой – течение с наперед заданным значением плотности, до которой и происходит сжатие слоя газа. При этом для расчета течения в окрестности точки $(t = 0, r = 1)$ необходимо будет использовать формулы (1.16).

Известным способом [5] можно определить асимптотическое поведение при $t \rightarrow -0$ параметров газа на поршне, который создает волну сжатия, описываемую с помощью ряда (1.5).

Пусть функции $r = R(t)$, $\vartheta = \Theta(t)$ и $u = U(t)$ задают соответственно траекторию движения непроницаемого поршня и параметры газа на нем. Тогда, во-первых,

$$\frac{dR}{dt} = U(t)$$

а во-вторых,

$$\sum_{k=0}^{\infty} r_k(\Theta(t)) \frac{t^k}{k!} = R(t)$$

Дифференцирование второго соотношения по t приводит, с учетом первого, к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению для функции $\Theta(t)$:

$$\left[\sum_{k=0}^{\infty} r_{k\Theta}(\Theta(t)) \frac{t^k}{k!} \right] \frac{d\Theta(t)}{dt} + \sum_{k=0}^{\infty} r_{k+1}(\Theta(t)) \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(\Theta(t)) \frac{t^k}{k!} \quad (2.4)$$

Если в рядах, входящих в уравнение (2.4), оставить главные слагаемые, то получится уравнение

$$td\Theta(t)/dt = -1$$

общее решение которого следующее:

$$\Theta(t) = -\ln(-t\rho_{01}^{-1}), \quad \rho_{01} = \text{const} > 0, \quad t < 0 \quad (2.5)$$

Естественно, что формула (2.5) дает некоторое приближение для искомой зави-

симости $\Theta(t)$. При использовании этого приближения для значения плотности газа на сжимающем поршне получится следующая приближенная зависимость:

$$\rho|_{r=R(t)} \approx (-t)^{-1} \rho_{01}, \quad t < 0 \quad (2.6)$$

При численных расчетах сильного сжатия плоского слоя теплопроводного газа [12], проведенных с помощью хорошо зарекомендовавшего себя при решении широкого класса прикладных задач комплекса программ "Тигр", для $-t \geq 10^{-6}$ получилась следующая асимптотическая зависимость:

$$\rho|_{r=R(t)} \approx (-t)^{-1.15} \rho_{01}, \quad t < 0$$

достаточно близкая к (2.6).

Однако применять полученные приближенные зависимости (2.5), (2.6) надо с определенными оговорками. Соотношение (2.5) может быть переписано в эквивалентном виде

$$(-t)e^{\Theta} = \rho_{01}$$

Последнее соотношение устанавливает связь между переменными t и Θ . Сравнение этой зависимости с границей области сходимости ряда (1.5) приводит к выводу: если при каких-то отрицательных значениях t значение функции $\vartheta|_{r=R(t)}$ лежит в области (1.15), то при $t \rightarrow -0$ эти значения заведомо выйдут за границу области сходимости ряда (1.5) и пользоваться там этим рядом уже будет неправомерно.

Этот вывод подтверждается также следующим рассмотрением. Если функцию (2.5) подставить в ряд, задающий скорость газа, то при $t \rightarrow -0$ порядок члена ряда $u_1(\Theta)t$ окажется (за счет слагаемого с $te^{2\Theta}$) больше порядка нулевого члена ряда $u_0(\Theta)$. А это в свою очередь, говорит о том, что полученный таким способом ряд не является асимптотическим.

Следовательно, с помощью ряда (1.5) нельзя математически строго доказать возможность сжатия до бесконечной плотности ненулевой массы газа (как это сделано [5] в случае нетеплопроводного газа). Однако неограниченность по переменной ϑ области сходимости этого ряда приводит к следующему, математически строго обоснованному выводу: для любой наперед заданной плотности $\rho_1 > 1$ существует ненулевая масса покоящегося и однородного (с $\rho = 1$) газа, которую под действием непроницаемого поршня можно безударно сжать до плотности ρ_1 . Этот вывод следует из того, что для любого значения $\rho_1 > 1$ можно подобрать такую траекторию

$$r = R(t) = \sum_{k=0}^{\infty} r_k(\Theta(t)) \frac{t^k}{k!}$$

движения сжимающего поршня, которая при всех значениях $0 \leq \Theta \leq \vartheta_1 = \ln(\rho_1)$ не выходит из области (1.15), т.е. из области сходимости ряда (1.5). Тогда значение $t_1 - t_0$ задаст исходную ширину слоя газа с $\rho = 1$, сжатого до $\rho = \rho_1$. Здесь моменты времени t_1 и t_0 такие, что $\Theta(t_1) = \vartheta_1$, $\Theta(t_0) = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
2. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1981. 447 с.
3. Забабахин И.Е., Симоненко В.А. Сферическая центрированная волна сжатия // ПММ. 1978. Т. 42. Вып. 3. С. 573–576.
4. Крайко А.Н., Тилляева Н.И. Автомодельное сжатие идеального газа плоским, цилиндрическим или сферическим поршнем // Теплофизика высоких температур. 1998. Т. 36. № 1. С. 120–128.

5. Баутин С.П. Математическая теория безударного сильного сжатия идеального газа. Новосибирск: Наука, 1997. 160 с.
6. Баутин С.П. Приближенный метод расчета одномерных течений газа, вызванных немонотонным движением поршня // ПММ. 1976. Т. 40. Вып. 6. С. 1058–1064.
7. Сидоров А.Ф. Приближенный метод решения некоторых задач о пространственном истечении газа в вакуум // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1976. Т. 7. № 5. С. 137–148.
8. Баутин С.П. Схлопывание одномерной полости // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 1. С. 50–59.
9. Баутин С.П. Двумерное истечение в вакуум неоднородного движущегося газа // ПММ. 1983. Т. 47. Вып. 3. С. 433–439.
10. Сидоров А.Ф. Безударное сжатие баротропного газа // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 5. С. 769–779; Письмо в редакцию // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 4. С. 698.
11. Забабахин Е.И., Симоненко В.А. Сходящаяся ударная волна в теплопроводном газе // ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 2. С. 334–336.
12. Анучин М.Г. Влияние теплопроводности на неограниченное безударное сжатие плоского газового слоя // ПМТФ. 1998. Т. 39. № 4. С. 25–32.
13. Баутин С.П. Аналитическое построение течений вязкого газа при помощи последовательности линеаризованных систем Навье–Стокса // ПММ. 1988. Т. 52. Вып. 4. С. 579–589.
14. Баутин С.П. О задаче получения наперед заданных распределений параметров газа // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 6. С. 938–946.
15. Баутин С.П., Николаев Ю.В. Об одном методе расчета безударного сильного сжатия одномерных слоев газа // Вычисл. технологии. 2000. Т. 5. № 4. С. 3–12.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
18.1.2001 г.

e-mail: sbautin@math.usart.ru
chernishov@iskrauraltel.ru