

УДК 539.3:534.1

© 2002 г. К.С. Султанов

ЗАТУХАНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕДАХ

Продемонстрированы некоторые механизмы затухания продольных волн в нелинейных вязкоупругих средах, уравнение состояния которых учитывает наличие структурных изменений. Показано, что степень затухания продольной волны в таких средах является линейной функцией частоты.

Обычно полагают, что при деформировании твердых тел в пределах упругости механические характеристики материала остаются постоянными. Однако если среда имеет структурное строение, то при деформировании эта структура будет разрушаться, что приведет к изменению состояния материала и, следовательно, к изменению его механических свойств. Для грунтовых сред это изменение более значительно, чем для металлов. Если учитывать структурные изменения твердых сред, т.е. считать механические характеристики материала при деформировании переменными, можно объяснить многие факты, наблюдаемые в экспериментах [1, 2]. На основе этого предположения было предложено уравнение состояния грунтовой среды, учитывающее разрушение структуры материала [3]. Как показывает анализ этого уравнения состояния, наличие зависимости механических характеристик среды от степени разрушения структуры позволяет объяснить некоторые нелинейные свойства среды при ее деформировании даже в рамках упругой модели, а в рамках вязкоупругой модели было показано проявление пластических свойств грунтовой среды при деформировании [3].

Нелинейность упругих и упругопластических свойств среды также может быть объяснена структурными изменениями (разрушениями) материала, которые приводят к переменности его механических характеристик [3].

Таким образом, структурное изменение (разрушение) материалов при деформировании – существенный фактор, который необходимо учитывать в уравнениях состояния, особенно для таких сред, как грунты.

1. Уравнение состояния структурно изменяющихся сред. Согласно результатам экспериментальных исследований [4, 5], в зависимости от поведения давления P при изменении объемной деформации θ считается, что при сжатии $\theta > 0$ возможны три типа диаграмм объемного сжатия структурно неразрушенных грунтов и горных пород (фиг. 1). В начале процесса деформирования, когда разрушения структуры материала незначительны, зависимости $P(\theta)$ для всех типов кривых сжатия качественно одинаковы (участки OA на фиг. 1). На участке OA для многих материалов выполняется линейный закон Гука, но для грунтов и горных пород уже на этом участке начинается отклонение от линейного закона Гука. Далее, на участке AC ход кривых $P(\theta)$ может быть различным. Для кривой 1 на участке AC с ростом деформации растет и давление. Кривая 2 соответствует случаю, когда при росте деформации давление остается постоянным, а кривая 3 соответствует случаю, когда при возрастании деформации давление падает. Далее, на диаграммах сжатия за точкой C давление увеличивается с ростом деформации и уменьшается при разгрузке.

Рассматриваемые разновидности диаграммы нагружения $P(\theta)$ были связаны [3] с разрушениями структуры грунтов, причем считалось, что при разрушении структуры материала меняется модуль объемного (сдвигового) сжатия, а также значения

других механических характеристик; в частности, была дана интерпретация различных видов диаграммы сжатия грунтов.

В качестве меры разрушения структуры грунта принят параметр $I_S = \theta/\theta_*$, где θ_* – значение объемной деформации, при которой происходит полное структурное разрушение материала ($0 \leq I_S \leq 1$).

Разрушение структуры при постоянной нагрузке протекает с различной скоростью в зависимости от физико-механических свойств материала. Анализ существующих данных экспериментов по сжатию грунтов и горных пород [4, 5] показывает, что различный ход кривых 1–3 на фиг. 1 может быть объяснен различием скоростей деформирования и разрушения.

В качестве параметра, характеризующего разрушение материала, на основе результатов проведенных исследований динамического разрушения твердых тел [6] принимаем соотношение

$$I_R = nV_n/(NV_N) \quad (1.1)$$

где I_R – безразмерный параметр, n – количество возникающих в материале дислокаций и микротрещин при деформировании, V_n – микрообъем одной дислокации, N – максимальное количество возникающих дислокаций и микротрещин, V_N – максимально возможный объем дислокаций в материале.

Следуя известному подходу [6], можно считать, что N и V_N – постоянные величины для данного материала. Тогда скорость разрушения определяется соотношением

$$dI_R/dt = (NV_N)^{-1} d(nV_n)/dt \quad (1.2)$$

Таким образом, скорость разрушения представляет собой скорость нарастания суммарного объема дислокаций и микротрещин в материале.

При деформировании материала происходит образование микротрещин и их количество растет с увеличением скорости деформирования. При больших скоростях деформирования образуются более мелкие фракции (осколки) тела [5]. Известно, что чем больше прочность материала, тем дольше идет процесс образования и накопления дислокаций при различных значениях скорости деформирования. Судя по имеющимся данным по разрушению горных пород [6], скорость деформирования играет важную роль при разрушении материалов и ее отношение к скорости разрушения определяет ход кривых на диаграмме сжатия грунтов и горных пород, приведенных на фиг. 1.

Кривая 1 соответствует случаю

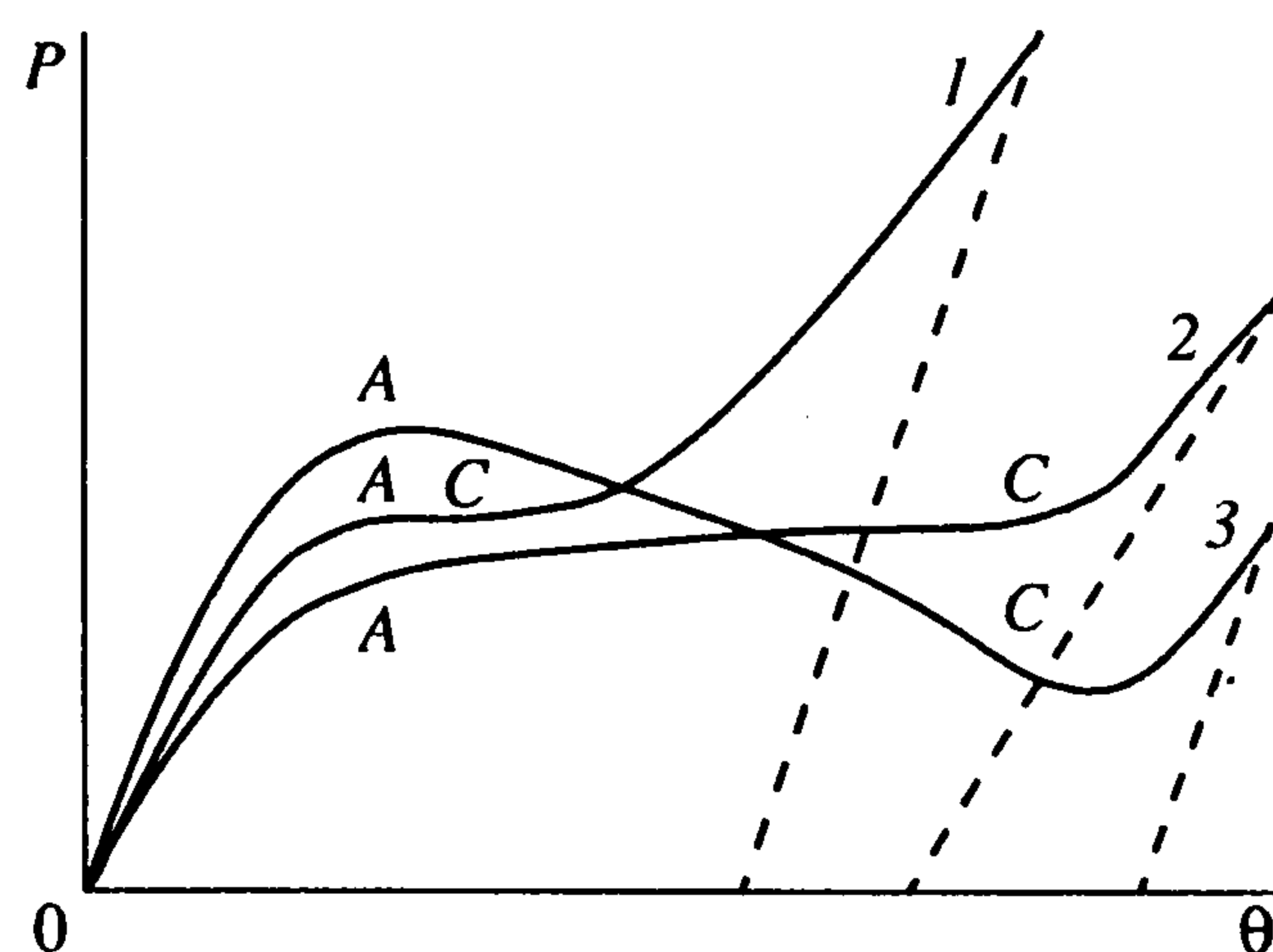
$$d\theta/dt > \omega dI_R/dt \quad (1.3)$$

где ω – коэффициент пропорциональности. Когда скорость деформирования материала заметно больше скорости разрушения структуры материала, в зависимостях $P(\theta)$ наблюдается "упрочнение". В этом случае можно предположить, что процесс образования и накопления дислокаций и микротрещин заканчивается, происходит слипание микротрещин, их "залечивание", при этом значения плотности и модуля сжатия материала увеличиваются.

Для кривой 2 можно принять

$$d\theta/dt = \omega dI_R/dt \quad (1.4)$$

В этом случае в зависимостях $P(\theta)$ образуется участок "текучести". На этом участке процесс образования и накопления дислокаций и микротрещин сопровождается их



Фиг. 1

частичным "залечиванием". Значения модуля объемного сжатия материала с незначительной интенсивностью уменьшаются.

Когда на диаграмме $P(\theta)$ образуется ниспадающий участок, принимаем

$$d\theta/dt < \omega dl_R/dt \quad (1.5)$$

Здесь процесс образования и накопления дислокаций и микротрещин заканчивается полным интенсивным разрушением, и значения модуля объемного сжатия материала резко уменьшаются.

В зависимости от степени разрушенности и скорости деформирования для одного и того же материала могут наблюдаться все рассмотренные разновидности диаграммы сжатия, показанные на фиг. 1.

Уравнение состояния среды при учете разрушения структуры материала при деформировании, на базе линейной вязкоупругой модели для одноосного напряженного состояния имеет вид [3]

$$\frac{1}{E_D(I_S)} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\mu_0(I_S)}{E_S(I_S)} \sigma = \frac{d\varepsilon}{dt} + \mu_0(I_S) \varepsilon \quad (1.6)$$

где $\sigma = -P$ – напряжение, $\varepsilon = \theta$ – деформация.

Значения функций динамического E_D и статического E_S модулей сжатия, а также параметра вязкости μ_0 определяются из соотношений

$$E_D(I_S) = E_{D*} \exp(\beta(1 - I_S)), \quad E_S(I_S) = E_{S*} \exp(\alpha(1 - I_S)) \quad (1.7)$$

$$\mu_0(I_S) = \mu_* \exp(\alpha^0(1 - I_S)), \quad I_S = \varepsilon/\varepsilon_*$$

где E_{D*}, E_{S*}, μ_* – модули динамического и статического сжатия и параметр объемной вязкости грунта с полностью разрушенной структурой при малых скоростях деформирования, β, α, α^0 – безразмерные показатели, характеризующие степени изменения этих параметров, ε_* – значение деформации, при котором происходит полное разрушение структуры грунта.

Из соотношений (1.7) имеем при $\varepsilon = 0$ начальные значения модулей сжатия и параметра вязкости

$$E_{DN} = E_{D*} \exp \beta, \quad E_{SN} = E_{S*} \exp \alpha, \quad \mu_N = \mu_* \exp \alpha^0 \quad (1.8)$$

Отсюда

$$\alpha = \beta + \ln(\gamma_* / \gamma_N), \quad \gamma_* = E_{D*} / E_{S*} \quad (1.9)$$

$$\gamma_N = E_{DN} / E_{SN}, \quad \mu_* = \mu_N / \gamma_*, \quad \alpha^0 = \ln \gamma_*$$

Текущее значение $\gamma_I = E_D(I_S)/E_S(I_S)$, зависящее от изменений структуры среды, определяется согласно соотношению

$$\gamma_I = \gamma_* \exp(\beta_I(1 - I_S)), \quad \beta_I = -\ln(\gamma_* / \gamma_N) \quad (1.10)$$

Отсюда получим $\gamma_I = \gamma_N$ при $I_S = 0$, $\gamma_I = \gamma_*$ при $I_S = 1$.

Однако известно [4–6], что значение γ_* существенно зависит от скорости деформирования. В связи с этим выражение отношения модулей динамического и статического сжатия при данной скорости деформирования примем в виде

$$\gamma = \gamma_I + (\gamma_m - \gamma_I) \left(\frac{d\varepsilon}{\mu_N dt} \right)^\chi \quad (1.11)$$

где γ_m – значение γ при допустимых в опытах максимальных значениях скорости деформирования, χ – безмерный показатель степени.

Согласно выражению (1.11), отношение $E_D(I_S)/E_S(I_S)$ может быть значительным при больших скоростях деформирования, трудно достигаемых в опытах. Существование больших значений γ обсуждалось ранее [7].

Среда, поведение которой определяется уравнением (1.6), обладает свойствами, которые обуславливают поглощение механической энергии, т.е. волны в такой среде затухают. Простейшей для исследования поглощающих свойств среды является задача о распространении продольных волн в материале, поведение которого описывается уравнением (1.6). В случае, когда значения параметров модели (1.6) постоянны, затухание продольных волн исследовано ранее [8]. Для случая переменных вязких свойств среды эта задача также была рассмотрена [7].

Согласно опытным данным [9–12], коэффициент затухания линейно зависит от частоты продольных волн в широком диапазоне. Уравнения состояния, являющиеся частными случаями уравнения (1.6), не дают линейной зависимости коэффициента затухания от частоты [7, 8].

Рассмотрим задачу о распространении продольных волн в нелинейной вязкоупругой среде (1.6).

2. Постановка задачи и метод решения. Уравнения движения в Лангранжевых координатах для полупространства при распространении плоской волны имеют вид

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

где u – скорость частиц, r – пространственная координата, ρ_0 – начальная плотность среды.

Решение задачи о распространении и затухании продольных волн в полупространстве сводится к интегрированию системы (2.1), замыкаемой уравнением (1.6), с граничными условиями в начальном сечении

$$r = 0: \quad \sigma = 0, \quad t \leq 0; \quad \sigma = \sigma_m \sin(\pi t / T), \quad t > 0 \quad (2.2)$$

и на фронте волны

$$r = c_0 t: \quad \sigma = -c_0 \rho_0 u = 0, \quad u = -c_0 \epsilon = 0, \quad c_0 = (E_{DN} / \rho_0)^{1/2}, \quad \mu = \mu_N \quad (2.3)$$

где T – полупериод колебания нагрузки, c_0 – скорость распространения волны, σ_m – максимальное напряжение (амплитуда нагрузки, создающей волну).

Для решения системы (2.1), (1.6) используем метод характеристик. Примем, что при учете условий (2.3) возникающие фронты волн слабые и, следовательно, при их распространении среда не претерпевает существенных разрушений структуры. В этом случае характеристики уравнения (2.1), (1.6) остаются линейными.

Соотношения вдоль характеристик имеют вид

$$d\sigma \mp c_0 \rho_0 du = -c_0^2 \rho_0 g(\sigma, \epsilon) dt, \quad \dot{r} = \pm c_0 \quad (2.4)$$

$$d\sigma - c_0^2 \rho_0 d\epsilon = -c_0^2 \rho_0 g(\sigma, \epsilon) dt, \quad \dot{r} = 0$$

$$g(\sigma, \epsilon) = \frac{\sigma}{\eta(I_S)} - \mu_0(I_S) \left(\epsilon - \frac{\sigma}{E_D(I_S)} \right)$$

$$\eta(I_S) = \frac{E_D(I_S) E_S(I_S)}{(E_D(I_S) - E_S(I_S)) \mu_0(I_S)}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{dt}$$

где $\eta(I_S)$ – объемная вязкость среды.

Для сокращения числа неизвестных параметров задачи введем безразмерные переменные

$$x = \frac{\mu_N r}{c_0}, \quad t^0 = \mu_N t, \quad \sigma^0 = \frac{\sigma}{\sigma_m}, \quad \varepsilon^0 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}, \quad u^0 = \frac{u}{u_m}, \quad u_m = -\frac{\sigma_m}{c_0 \rho_0} \quad (2.5)$$

$$f^0 = \frac{f}{\mu_N} = \frac{1}{2\mu_N T}, \quad f = \frac{1}{2T}, \quad \varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_{DN}}, \quad \mu^0 = \frac{\mu_0(I_S)}{\mu_N}, \quad T^0 = \mu_N T$$

В переменных (2.5) уравнения (1.6), (2.1)–(2.4) имеют вид

$$\frac{\partial \varepsilon^0}{\partial t^0} + \mu^0 \varepsilon^0 = \frac{\partial \sigma^0}{\partial t^0} + \mu^0 \gamma \sigma^0, \quad \frac{\partial u^0}{\partial t^0} + \frac{\partial \sigma^0}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon^0}{\partial t^0} = 0 \quad (2.6)$$

$$d\sigma^0 \pm du^0 = (\varepsilon^0 - \gamma \sigma^0) \mu^0 dt^0, \quad dx/dt^0 = \pm 1 \quad (2.7)$$

$$d\sigma^0 + d\varepsilon^0 = (\varepsilon^0 - \gamma \sigma^0) \mu^0 dt^0, \quad dx/dt^0 = 0$$

$$x = 0: \quad \sigma^0 = 0, \quad t^0 \leq 0; \quad \sigma^0 = \sin(2\pi f^0 t^0), \quad t^0 > 0 \quad (2.8)$$

$$x = t^0: \quad \sigma^0 = \varepsilon^0 = u^0 = 0 \quad (2.9)$$

Решение задачи получено на ЭВМ. Ранее методом характеристик были получены решения аналогичных задач [7, 8]. Здесь значение параметра объемной вязкости считается постоянным; следовательно, $\mu^0 = 1$, а значение γ определяется из соотношений (1.10), (1.11), и оно в процессе вычислений не принимает величины, меньшей чем достигнутое.

3. Результаты расчетов и их обсуждение. В рассматриваемой задаче при распространении продольных волн в среде фронт волны практически не вызывает разрушений структуры; следовательно, текущее значение γ_l на фронте, согласно соотношению (1.10), остается приблизительно равным γ_N .

При численном решении для определения параметров волны на $(i + 1)$ -м шаге вычислений по времени в случае нагрузки (2.8) скорость деформирования представляем в виде

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \cong \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}}{\Delta t} \quad (3.1)$$

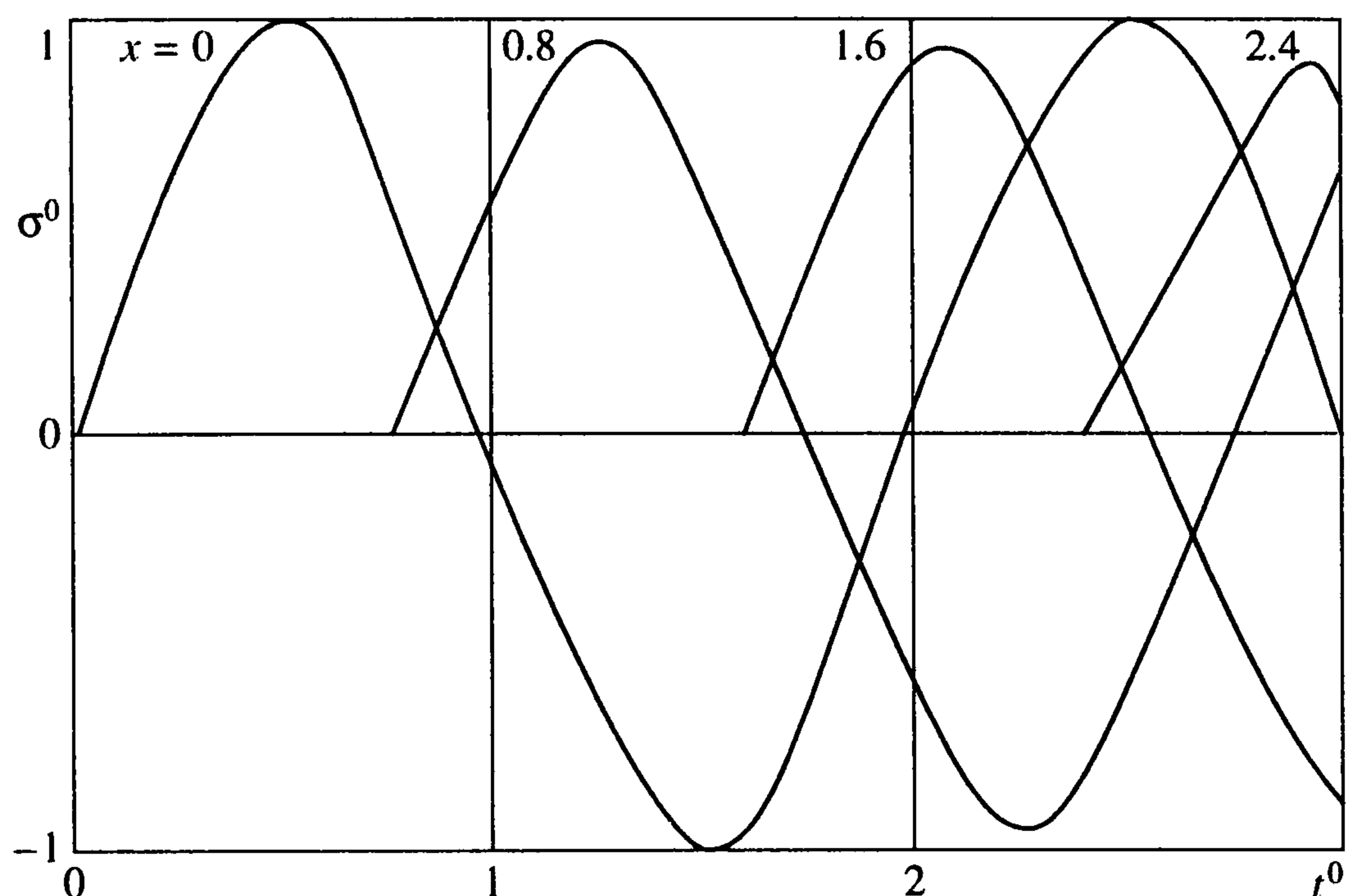
В случае, когда скорость деформирования определяется согласно соотношению (3.1), а выражение (1.11) принимает вид

$$\gamma_* = \gamma_N + (\gamma_m - \gamma_N) \left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}}{\mu_N \Delta t} \right)^\chi \quad (3.2)$$

Отметим, что в расчетах скорость деформирования после достижения своего максимального значения оставалась постоянной.

Далее, используя соотношение (1.10), определяем текущее значение γ_l . Необходимо отметить, что принятые допущения соответствуют случаю, когда модуль динамического сжатия грунта $E_D(I_S)$ постоянный, а модуль статического сжатия $E_S(I_S)$ переменный, т.е. $\gamma_l = E_D/E_S(I_S)$. При этом разрушение структуры грунта влияет только на E_S при изменении I_S , а следовательно, на значение ε_* . В этом случае в уравнениях (2.7) значение $\gamma = \gamma_l$ – переменная, но известная величина. Характеристики уравнения (2.1), (1.6) и соотношения вдоль характеристик остаются линейными.

Таким образом, упрощается численное решение рассматриваемой задачи и вместе с этим остаются в силе основные соотношения предложенной усовершенствованной модели грунта (1.6).



Фиг. 2

Коэффициент поглощения для рассматриваемой среды (в безразмерном виде) определяется из соотношения [7–9]

$$\alpha_S^0 = \ln(\sigma_{i-1}^0 / \sigma_i^0) / (x_i - x_{i-1}), \quad \alpha_S c_0 = \alpha_S^0 \mu_N \quad (3.3)$$

где i – номер сечений среды, σ_i , σ_i^0 – амплитуды напряжений в рассматриваемых сечениях.

Расчеты на ЭВМ проводились при следующих значениях безразмерных параметров задачи: $\gamma_N = 1.1$, $\gamma_m = 10$, $\chi = 0.5$, $\epsilon_* = 0.2$ и значениях безразмерной частоты колебания нагрузки (2.2) $f_0 = 5 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^3$.

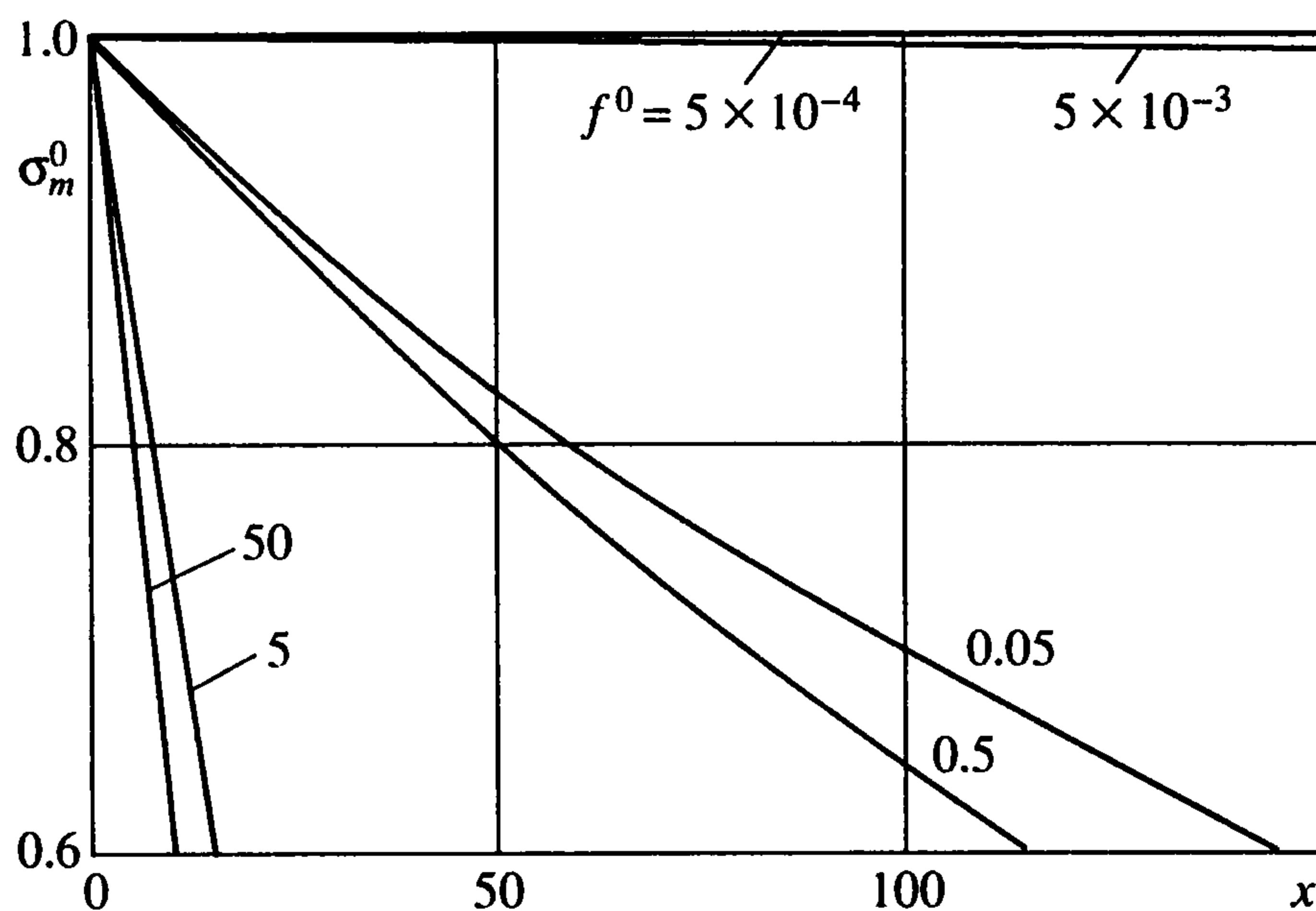
При $\mu_N = 10^4 \text{ с}^{-1}$ эти значения частот, согласно соотношениям (3.1) и (2.5), соответствуют максимальным значениям скорости деформирования $\dot{\epsilon} = 5 \cdot 10^{-4} \dots \dots 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, а при $\mu_N = 10^6 \text{ с}^{-1}$ соответствующие максимальные значения на два порядка меньше.

Для некоторых вариантов значения χ и ϵ_* были изменены, что в дальнейшем будет отмечено.

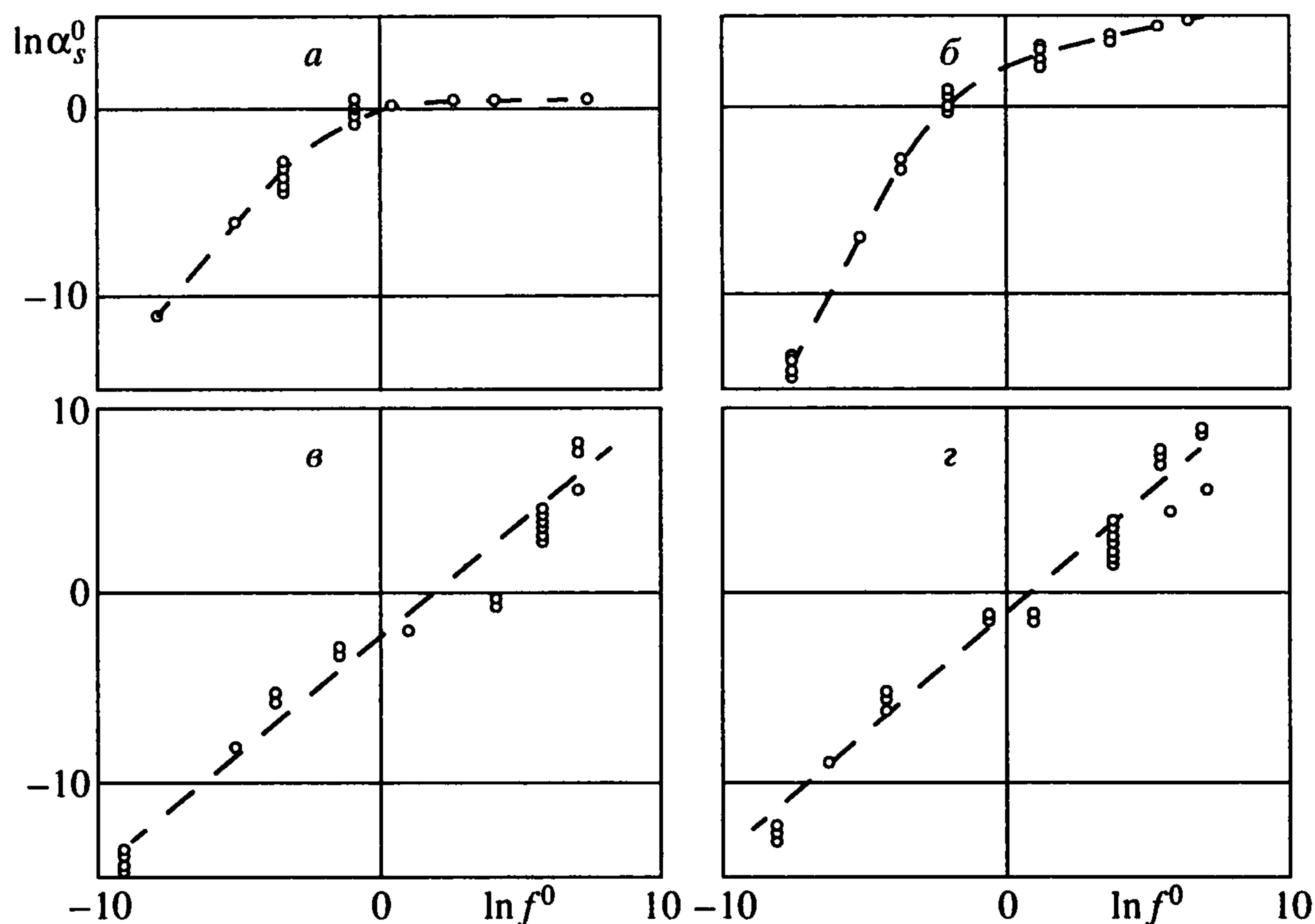
В результате расчетов получены изменения параметров волны для фиксированных сечений грунтовой среды в виде зависимостей изменения безразмерных напряжений σ^0 , деформаций ϵ^0 и скорости частиц u^0 от безразмерного времени t^0 .

На фиг. 2 приведены изменения по времени безразмерного напряжения для фиксированных сечений занятого грунтом полупространства при разных значениях x в случае $f = 5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Кривая $x = 0$ соответствует изменению нагрузки, действующей на начальном сечении полупространства и создающей волну. Амплитуда этой нагрузки по времени не меняется (фиг. 2). С увеличением расстояния от начального сечения после прихода волны напряжение растет, достигает максимума и далее меняется также синусоидально. Максимальное значение напряжения в этих сечениях меньше, чем в начальном сечении. Чем больше расстояние от начального сечения, тем меньше значения максимального напряжения.

Расчеты показали, что амплитуды первого колебания напряжения в фиксированных сечениях среды больше, чем амплитуды последующих колебаний. Однако через пять–семь колебаний, как это наблюдалось ранее [7, 8], амплитуда колебаний напряжения становится постоянной. Разность между значениями амплитуды первых и установившихся колебаний напряжения с увеличением частоты волны растет.



Фиг. 3



Фиг. 4

Общая закономерность изменения скорости и деформаций в фиксированных точках среды аналогична закономерности изменения напряжения, приведенной на фиг. 2. При разных частотах общая картина поведения параметров сохраняется. Меняются лишь амплитуды колебаний параметров волны для фиксированных точек среды.

Уменьшение амплитуды напряжения с расстоянием для первых и установившихся колебаний показано на фиг. 3 при разных значениях безразмерной частоты. При низких частотах затухание волны незначительно (кривые 1 и 2). С увеличением частоты интенсивность затухания волны существенно увеличивается (кривые 3–6). Дальнейшее увеличение частоты приводит к еще большему затуханию волны с расстоянием.

Используя максимальные значения (амплитуды) напряжений, деформаций и скорости частиц, по формулам (3.3) определяли для указанных частот волн значения

коэффициента затухания. Логарифмические зависимости безразмерного коэффициента затухания от частоты волны показаны на фиг. 4 светлыми точками. Разброс точек объясняется тем, что из-за принятых выше допущений в различных сечениях среды коэффициенты затухания получаются разными.

Фиг. 4, а соответствует случаю $\gamma_N = \gamma_* = \gamma_m = 4$, т.е. модели стандартного линейного тела с постоянными характеристиками. Как и ранее [7, 8], в этом варианте расчетов для высокочастотных волн коэффициент затухания остается постоянным. При низких частотах имеем линейную зависимость затухания от частоты. Начиная с частоты $f = 5$ кГц, коэффициент затухания не меняется. Этот недостаток модели стандартного линейного тела общеизвестен [7–9].

Результаты расчета для исходных значений параметров задачи при $\epsilon_* \rightarrow \infty$ ($\epsilon_* = 10^6$) приведены на фиг. 4, б. Увеличение значения ϵ_* означает, что при деформировании структура среды практически не меняется. Однако, согласно выражению (3.2), в зависимости от частоты волны текущие значения отношения модулей динамического и статического сжатия γ изменяются. В этом случае коэффициент затухания при высоких частотах растет, но его зависимость от частоты остается нелинейной. С увеличением частоты волны коэффициент затухания стремится к постоянному значению.

Фиг. 4, в соответствует значению $\epsilon_* = 0.02$, т.е. другому крайнему случаю, когда структура среды при деформировании сильно изменяется. Здесь зависимость коэффициента затухания от частоты приближенно можно считать линейной, причем имеется существенный разброс значений коэффициента затухания относительно линейной зависимости. При больших частотах волны коэффициент затухания растет.

Увеличение значения ϵ_* на порядок ($\epsilon_* = 0.2$) приводит к уменьшению разброса значений коэффициента затухания относительно линейной зависимости (фиг. 4, г). В этом случае зависимость коэффициента затухания от частоты волны можно считать линейной. Отметим, что при определении значения коэффициента затухания, согласно соотношению (3.3), были использованы от 70 до 100 значений экстремумов волны в зависимостях $\sigma^0(t^0)$, $\epsilon^0(t^0)$ и $u^0(t^0)$. Поэтому на фиг. 4 при каждом значении частоты волны получены от 70 до 100 значений коэффициента затухания. При некоторых частотах эти значения коэффициента затухания очень близки и практически равны, а при других значениях частот они имеют небольшой разброс, который показан на фиг. 4. По мнению автора, это связано с особенностями приближенного численного метода решения.

Зависимости коэффициента затухания от частоты, определенные с использованием экстремальных значений деформаций и скорости частиц, совершенно идентичны результатам, приведенным на фиг. 4.

Таким образом, предлагаемая модель среды, учитывающая структурные изменения среды при деформировании и более чувствительная к скорости деформирования, дает линейную зависимость коэффициента затухания от частоты продольных волн в широком диапазоне частот. Это подтверждает соответствие предлагаемого уравнения состояния грунта результатам экспериментов [9–12]. Отсюда следует, что закон деформирования грунта [3], учитывающий изменения структуры материала при деформировании, дает более точные результаты при расчетах параметров динамических процессов в грунтах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Султанов К.С. Математическая модель взаимодействия твердых тел с грунтом при их относительном сдвиге // ПМТФ. 1993. № 1. С. 40–48.
2. Султанов К.С. Закономерности взаимодействия подземных сооружений с грунтом при их относительном сдвиге // Прикл. механика. 1993. Т. 29. Вып. 3. С. 60–67.
3. Султанов К.С. Нелинейный закон деформирования мягких грунтов // ПММ. 1998. Т. 62. Вып. 3. С. 503–511.

4. Рыков Г.В., Скобеев А.М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. М.: Наука, 1978. 168 с.
5. Замышляев Б.В., Евтерев Л.С. Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред. М.: Наука, 1990. 215 с.
6. Никифоровский В.С., Шемякин Е.И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 271 с.
7. Ляхов Г.М., Султанов К.С. Продольные волны в средах с переменной вязкостью // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1987. № 9. С. 23–32.
8. Ляхов Г.М., Султанов К.С. Продольные волны в линейных вязкоупругих средах // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1978. № 8. С. 46–53.
9. Коган С.Я. Краткий обзор теорий поглощения сейсмических волн // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1966. № 11. С. 3–16.
10. Rodean H.C. Nuclear-Explosion Seismology. California: U.S. AEC, 1971. = Родин Г. Сейсмология ядерных взрывов. М.: Мир, 1974. 190 с.
11. Attewell P.B., Ramana Y.V. Wave attenuation and internal friction as functions of frequency in rocks // Geophysics. 1966. V. 31. № 6. P. 1049–1056.
12. Anderson D.L. The anelasticity of the mantle // Geophysics. J. Roy. Astron. Soc. 1967. V. 14. № 1–4. P. 135–163.

Ташкент

Поступила в редакцию
20.VI.2000