

УДК 539.375

© 2001 г. В.В. Болотин, А.А. Шипков

### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РОСТА ТРЕЩИН УСТАЛОСТИ С УЧЕТОМ ФАКТОРОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Предлагается модель коррозионной усталости, учитывающая основные явления механической природы: перенос активного агента от входа в трещину к ее фронту, накопление механических повреждений под действием циклических нагрузок и нарушение условий устойчивости в системе тело с трещинами – нагрузка – окружающая среда как причину продвижения фронта трещины. Особое внимание уделяется механизму переноса активного агента. Наряду с диффузионным механизмом учитывается конвективный перенос вследствие изменения формы и размеров полости трещины. Результаты моделирования доведены до диаграмм, связывающих скорость роста трещины с размахом коэффициента интенсивности напряжений, концентрацией агента у входа в трещину и характеристики цикла, равной отношению экстремальных значений приложенных напряжений в пределах цикла. Проведено качественное сопоставление с известными экспериментальными данными.

Коррозионная усталость, т.е. рост трещин при совместном действии циклических нагрузок и агрессивной окружающей среды, – это результат взаимодействия ряда механических, физико-химических и электрохимических процессов. Качественная сторона процессов немеханической природы изучена достаточно подробно специалистами в области коррозии металлов и тех прикладных областей, для которых коррозионная усталость относится к числу явлений, существенно влияющих на надежность, безопасность и долговечность технических объектов [1–3]. Между тем, чисто механические аспекты также играют определяющую роль при коррозионной усталости.

Среди механических явлений, сопровождающих рост трещин коррозионной усталости и во многом определяющих скорость их роста, можно выделить три группы: перенос агрессивного агента от входа в трещину к ее фронту; накопление механических повреждений в активной зоне (вблизи фронта трещины) и, возможно, в дальнем поле, поскольку фронт трещины в процессе роста может продвинуться сколь угодно далеко; баланс сил и энергии в системе тело с трещинами – нагрузка, от которого зависят устойчивость системы и, следовательно, возможность роста трещины, а также размер ее продвижения. За пределами этого перечисления находятся химические и электрохимические явления. Среди них могут быть прямое растворение, анодные и катодные электрохимические реакции, различные виды охрупчивания и т.п. Анализируя коррозионную усталость с позиций механики сплошной среды, приходится рассматривать явления немеханической природы с чисто феноменологической точки зрения. Такой подход тем более оправдан, что при коррозионной усталости механические и физико-химические повреждения выступают совместно, оказывая влияние на механические свойства материала в активной зоне, например снижая значения удельной работы разрушения или повышая предел текучести.

Была предложена [4] теория роста усталостных трещин, основанная на синтезе механики разрушения и механики накопления рассеянных повреждений. При этом процесс роста макроскопической трещины рассматривался как результат взаимодействия между накоплением микрповреждений и условиями устойчивости нагружаемого тела как механической системы. Одна из задач состоит в определении обобщенных сил, входящих в условия равновесия и устойчивости системы тело с трещинами – нагрузка. В линейной механике разрушения роль таких обобщенных сил выполняют величины типа интенсивности высвобождения энергии и  $J$ -интеграла.

Вычисление обобщенных сил в механике усталостного разрушения связано с изохронным варьированием состояний системы тело с трещинами – нагрузка. При варьировании необходимо учитывать предысторию нагружения, деформирования, накопления микрповреждений и роста трещин. Было дано [5–7] подробное изложение теории. Применительно к трещинам коррозионной усталости и коррозионного растрескивания под напряжением необходимо включить в модель повреждения немеханического происхождения, дополнив систему определяющих соотношений уравнениями, которые описывают процесс накопления коррозионных повреждений.

Первые попытки математического моделирования коррозионной усталости и коррозионного растрескивания под напряжением, были предприняты в [8–11]. В [10] не было уделено достаточного внимания переносу агента от входа в трещину к ее фронту. Точнее, вместо уравнений переноса были использованы феноменологические соотношения, связывающие концентрацию у входа с концентрацией на фронте трещины.

Роль массопереноса в полости трещины заметно меняется в зависимости от ее глубины. Для мелких трещин (при так называемой щелевой коррозии) концентрация на фронте трещины может быть отождествлена с концентрацией в окружающей среде. Для глубоких трещин доминирующим фактором являются механические повреждения, так что проблема массопереноса здесь играет второстепенную роль. С точки зрения этой проблемы, наибольший интерес представляют трещины средней глубины, например от 1 до 10 мм. Наряду с диффузионным механизмом существенное значение приобретает чисто гидродинамический механизм, роль которого возрастает при циклическом нагружении. Усталостная трещина изменяет свою форму и объем в пределах одного цикла. При этом часть агента удаляется из полости, а при следующем раскрытии в нее поступает новая партия агента. Этот "насосный" эффект усиливает процесс массообмена, делая концентрацию на фронте трещины близкой к ее значению в окружающей среде. С другой стороны, имеет место поглощение агента на фронте (частично – и на боковых стенках трещины). В этих условиях анализ влияния массопереноса на рост трещин коррозионной усталости приобретает особый интерес.

**1. Массоперенос к фронту трещины.** Рассмотрим приповерхностную трещину моды I в условиях плоской задачи. Тело нагружено "на бесконечности" циклическими напряжениями  $\sigma_{\infty}(t)$  с экстремальными значениями в пределах цикла  $\sigma_{\infty}^{\max}$  и  $\sigma_{\infty}^{\min}$  и характеристикой цикла  $R = \sigma_{\infty}^{\min} / \sigma_{\infty}^{\max}$ . Глубину трещины обозначим  $a(t)$ , профиль трещины обозначим  $h(x, t)$ . Вообще конфигурация профиля усталостной трещины может быть весьма сложной (фиг. 1, а). В дальнейшем будем использовать упрощенные конфигурации, в частности, показанные на фиг. 1, б, в и г.

Процесс массопереноса включает в себя комбинацию нескольких процессов, таких как диффузия, вызванная градиентом концентрации агрессивного агента, и миграция ионов, определяемая электрохимическими потенциалами. В данной статье рассмотрим случай, когда электрохимические эффекты пренебрежимо малы. Концентрацию "свежего" агента, т.е. у входа в трещину, обозначим  $c_e$ , концентрацию у фронта трещины обозначим  $c_f$ , концентрацию при  $0 < x < a$  обозначим  $c(x, t)$ .

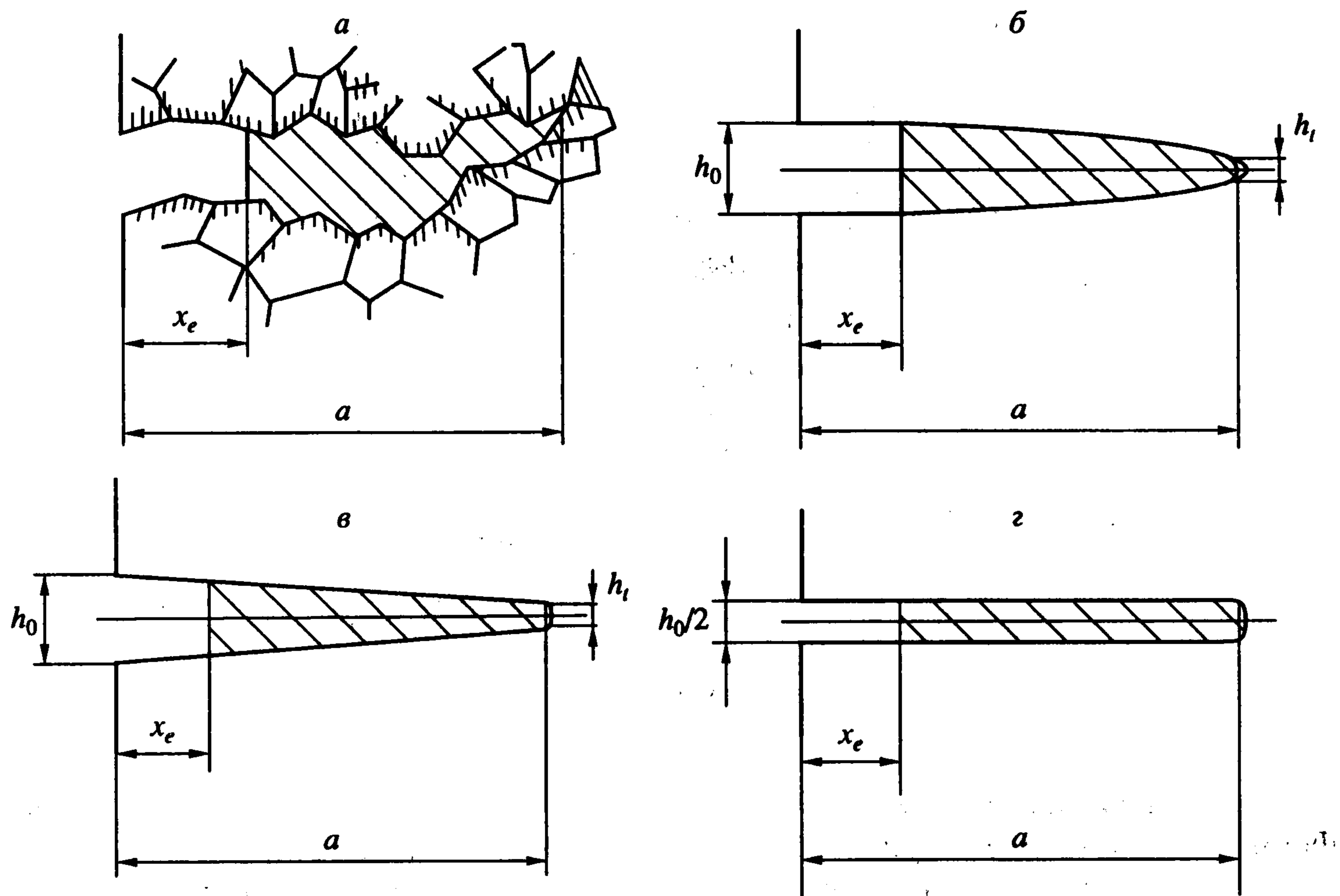
Раскрытие трещины мало по сравнению с ее длиной, поэтому процесс переноса агента внутри трещины будем описывать уравнением

$$\frac{\partial(hc)}{\partial t} + v \frac{\partial(hc)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( hD \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (1.1)$$

Здесь  $v(x, t)$  – скорость конвективного переноса агента в полости в направлении оси  $x$ ,  $D$  – коэффициент диффузии. Граничные условия в случае, когда на фронте имеют место реакции первого порядка, принимают вид

$$c = c_e, \quad x = e_e; \quad D \frac{\partial(hc)}{\partial x} = kh(c_s - c), \quad x = a \quad (1.2)$$

с коэффициентом скорости реакции (или адсорбции) на фронте трещины  $k$ . Здесь  $c_s$  – пороговая концентрация, соответствующая некоторому равновесному состоянию или состоянию насыщения. В случае несжимаемой жидкости и одномерного течения для



Фиг. 1

определения скорости  $v$  достаточно использовать условие сохранения массы. Тогда приходим к формуле

$$v(x, t) = \frac{1}{h(x, t)} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_x^{x_t(t)} h(\xi, t) d\xi \right) \quad (1.3)$$

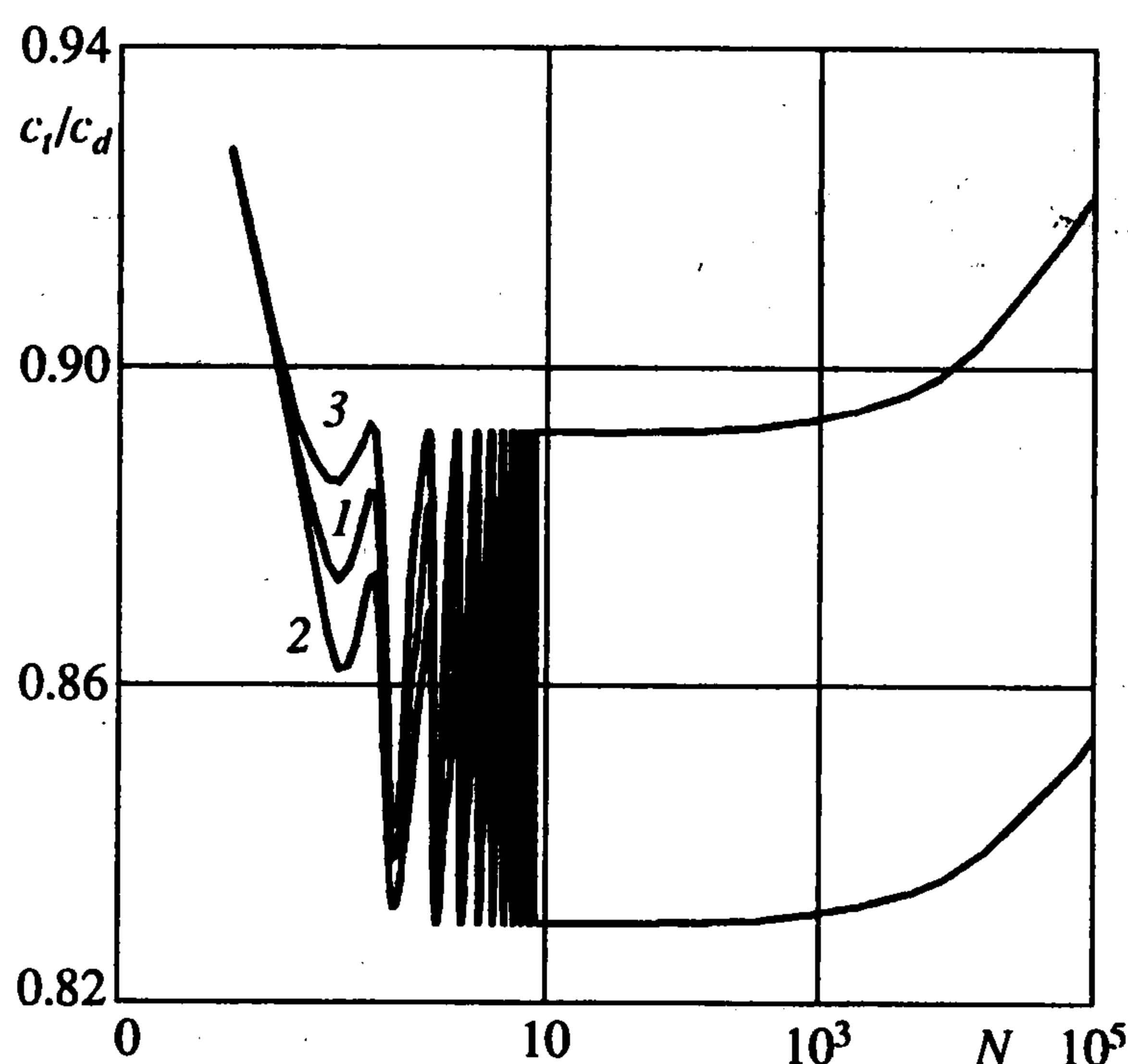
В полости трещины происходит циклическое обновление состава среды, а также реакция агрессивного агента с твердой фазой. Первое из граничных условий (1.2) содержит координаты  $x_e$ , которая соответствует поперечному сечению трещины, где агент может рассматриваться как "свежий". Координату  $x_e$  определим как корень уравнения

$$\int_{x_e(t)}^{x_t(t)} h(\xi, t) d\xi = \int_0^{x_t(0)} h(\xi, 0) d\xi \quad (1.4)$$

правая часть которого равна объему агента, поступившего в полость трещины перед началом нагружения. Перенос граничного условия от входа в трещину к границе  $x = x_e$  позволяет несколько сократить объем вычислений при расчете массопереноса.

Проблема выбора профиля краевой трещины обсуждалась в литературе главным образом в контексте связи между раскрытием трещины на фронте и на входе в трещину [12]. Уравнения (1.1)–(1.4) содержат функцию профиля трещины  $h(x, t)$ . Реальные трещины имеют повороты и ветвления (фиг. 1, а) и далеки от тех идеализаций, которые используют в механике разрушения. Для анализа коррозионной усталости необходимо форму полости, занимаемой трещиной, схематизировать. В данной работе рассматриваются эллиптический, трапецеидальный профили и профиль постоянного по длине раскрытия, показанные на фиг. 1, б, в и г соответственно. Для определения раскрытия на входе в трещину и на ее фронте используем выражения

$$h_0 = \frac{4Z_0\sigma_\infty a(1-\nu^2)}{E}, \quad h_t = \frac{Z_t\sigma_\infty^2 a}{E\sigma_y} \quad (1.5)$$



Фиг. 2

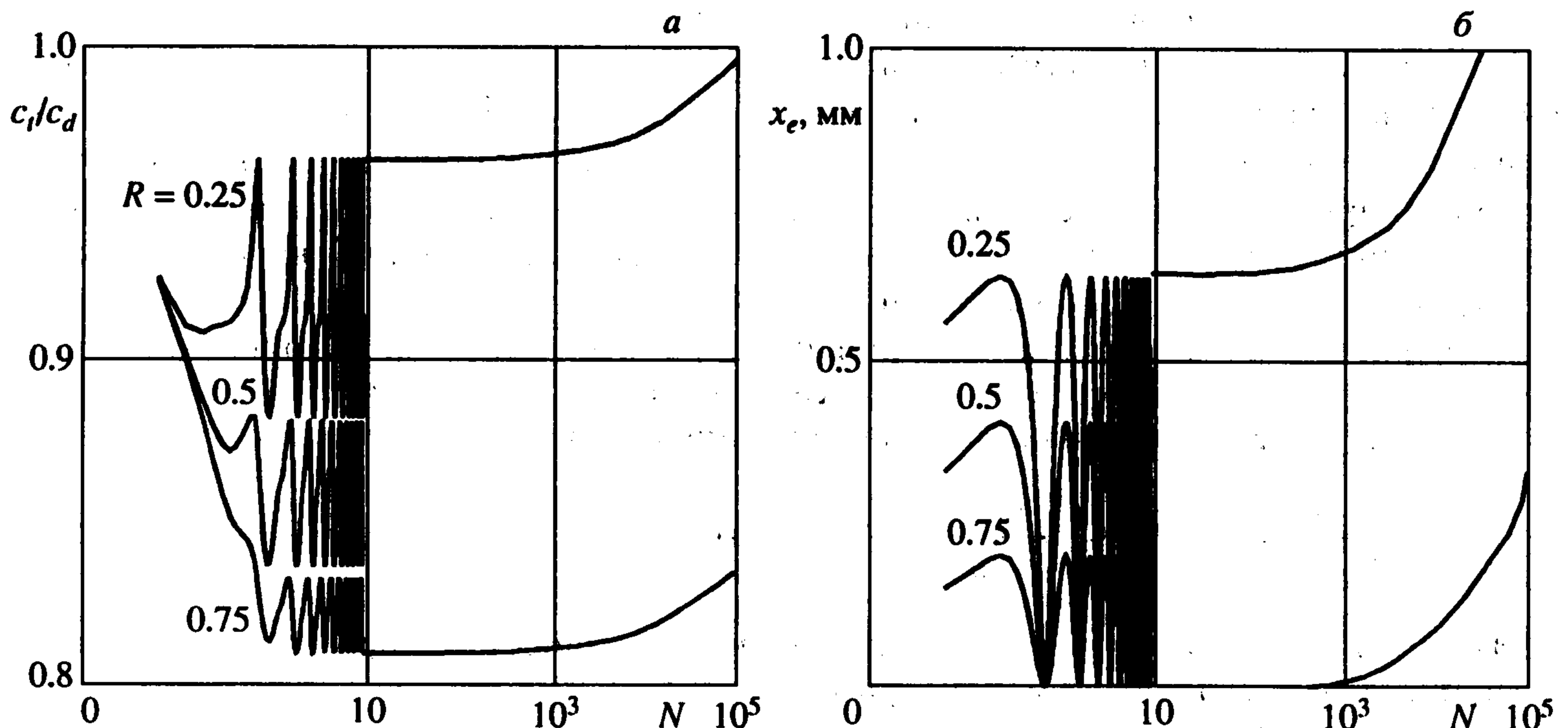
где  $\sigma_y$  – напряжение текучести, а коэффициенты  $Z_0$  и  $Z_1$  имеют порядок единицы. Формула для  $h_0$  соответствует приближению линейной механики разрушения, формула для  $h_1$  дает раскрытие на фронте трещины в рамках модели тонкой пластической зоны. Такое представление оправдано для достаточно глубоких трещин.

Массоперенос агента в полости трещины изучим методом вычислительного эксперимента. Поскольку рост трещин коррозионной усталости сопровождается взаимодействием многих процессов, целесообразно рассмотреть массоперенос в предположении, что процесс роста трещин задан. Точнее, будем задавать число циклов  $N_*$  до момента страгивания трещины, т.е. продолжительность инкубационной стадии, и скорость продвижения фронта  $da/dN$  при  $N > N_*$ .

Изменение концентрации агента на фронте трещины представлено на фиг. 2 для различных форм полости трещины при следующих значениях параметров:  $D = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с,  $k = 10^{-6}$  м/с,  $c_s/c_d = 0,1$ . Кривая 1 соответствует эллиптической форме, 2 – полости трапецеидального профиля, 3 – трещине постоянного раскрытия по длине (фиг. 1). Пока фронт трещины не двигается, концентрация на фронте убывает из-за поглощения на поверхностях трещины. В дальнейшем концентрация остается почти постоянной.

Необходимо отметить, что изменение концентрации в пределах цикла показано только на начальном этапе, содержащем около 10 циклов нагружения. В дальнейшем поведение представлено огибающими, представляющими максимальное и минимальное значения концентрации агента. Чтобы не затемнять чертеж, огибающие показаны для одного из профилей; поведение огибающих в остальных случаях нетрудно установить по аналогии. Наиболее интенсивно процесс адсорбции агента происходит, если трещина имеет профиль постоянного раскрытия по длине (кривая 3). Такой профиль позволяет агенту более свободно диффундировать к фронту трещины, что представляется естественным результатом.

Отбрасывание конвективного члена в уравнении (1.1) не приводит к значительному изменению концентрации агента на фронте как на инкубационной стадии, так и на стадии роста трещин. Более существенно влияние "насосного" эффекта. На фиг. 3, б показано изменение границы "свежего" агента для эллиптической полости при значениях коэффициента асимметрии цикла  $R = 0.25, 0.5$  и  $0.75$ . Чем больше размах напряжений, тем более интенсивно происходит проникновение агрессивного агента в полость трещины (фиг. 3, а). Свежий агент отодвигается от фронта трещины при



Фиг. 3

$\sigma_{\infty} = \sigma_{\infty, \min}$  и заполняет почти всю полость трещины при  $\sigma_{\infty} = \sigma_{\infty, \max}$ . Таким образом учитывается влияние закрытия трещины на процесс массопереноса среды в ее полости. Граница "свежего" агента на стадии роста трещины приближается к ее фронту, интенсифицируя процесс реакции вновь поступающего агента с материалом. Характер изменения концентрации и координаты границы свежего агента подробно показаны только на начальном этапе, содержащем около 10 циклов нагружения. В дальнейшем процесс представлен огибающими.

**2. Накопление повреждений.** Для моделирования процессов накопления повреждений используем простейшую (скалярную) модель, введенную впервые Л.М. Качановым и Ю.Н. Работновым [13]. Они предложили описывать рассеянные механические повреждения при помощи скалярного поля  $\omega(x, t)$ , где  $0 \leq \omega(x, t) \leq 1$ . Нижняя граница соответствует неповрежденному материалу, верхняя – полностью поврежденному материалу. С тех пор были предложены многочисленные обобщения, включающие тензоры второго, четвертого и более высоких порядков [14]. Тем не менее скалярная модель сохраняет преимущества большей простоты и наглядности, а также возможность оценки параметров модели из макроскопического эксперимента. Это особенно существенно при моделировании коррозионной усталости, где необходимо различать несколько типов повреждений. Даже при моделировании чисто механической усталости приходится различать повреждения  $\omega_f$  и  $\omega_s$  от циклической и медленно изменяющейся составляющих процесса нагружения. При коррозионной усталости необходимо вводить дополнительные меры, делая различия между анодным и катодным коррозионным повреждениями, водородным охрупчиванием и т.д. Не делая этого различия, будем описывать уровень коррозионного повреждения скалярной мерой  $\omega_c$ . В общем случае используем набор скалярных полей  $\omega_1(x, t), \dots, \omega_n(x, t)$  [7].

Примем, что процесс накопления повреждений описывается дифференциальными уравнениями первого порядка. Для трещины нормального отрыва (мода I) возьмем уравнение порогово-степенного вида [4, 5, 7]

$$\frac{\partial \omega_f}{\partial N} = \left( \frac{\Delta \sigma - \Delta \sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^{m_f}, \quad \frac{\partial \omega_s}{\partial t} = \frac{1}{t_c} \left( \frac{\sigma - \sigma_{th}}{\sigma_s} \right)^{m_s}, \quad \frac{\partial \omega_c}{\partial t} = \frac{1}{t_c} \left( \frac{c - c_{th}}{c_d} \right)^{m_c} \quad (2.1)$$

Здесь  $\Delta \sigma$  – размах напряжений отрыва на фронте трещины и ее продолжении,  $\sigma$  – средняя или медленно меняющаяся компонента этого напряжения. Материальные параметры  $\sigma_f$ ,  $\sigma_s$  и  $c_d$  характеризуют сопротивление материала повреждениям от цик-

лических, медленно меняющихся нагрузок и агрессивной среды. Пороговые значения сопротивления обозначены  $\Delta\sigma_{th}$ ,  $\sigma_{th}$  и  $c_{th}$  (при  $\Delta\sigma < \Delta\sigma_{th}$ ,  $\sigma < \sigma_{th}$  и  $c < c_{th}$  правые части соответствующих уравнений должны быть положены равными нулю). Показатели  $m_f$ ,  $m_s$  и  $m_c$  тесно связаны с показателями кривых усталости и кривых роста усталостных трещин, а при некоторых условиях [7] соответствующие показатели принимают близкие значения. Два последних уравнения (2.1) содержат постоянную времени  $t_c$ , которую можно выбирать из соображений удобства.

Напряжения  $\Delta\sigma$  и  $\sigma$  зависят от условий на фронте трещины, которые характеризуют при помощи эффективного радиуса кривизны  $\rho$ . Изменение этого радиуса во времени для плоской трещины моды I с глубиной  $a$  описывается уравнением

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho_s - \rho}{\lambda_a} \frac{da}{dt} + (\rho_b - \rho) \frac{d(\psi_f + \psi_s)}{dt} + (\rho_c - \rho) \frac{d\psi_c}{dt} \quad (2.2)$$

Это уравнение учитывает заострение фронта до значения  $\rho_s$  при ускоренном росте трещины и ее затупление до значений  $\rho_b$  и/или  $\rho_s$ , когда рост трещины замедляется. Используются обозначения  $\psi_f$ ,  $\psi_s$  и  $\psi_c$  для значений мер  $\omega_f$ ,  $\omega_s$  и  $\omega_c$  на фронте  $x = x_f$ , а также обозначение  $\lambda_a$  для параметра, имеющего размерность длины.

Применение относительно простых уравнений (2.1) и (2.2) встречает серьезные трудности. Так, размах напряжений  $\Delta\sigma$  и среднее напряжение  $\sigma$  зависят от уровня повреждений. Трактруя меры  $\omega_f$  и  $\omega_s$  как аддитивные, а сумму  $\omega = \omega_f + \omega_s$  как меру растрескивания, естественно ввести в уравнения (2.1) приведенные напряжения  $\Delta\sigma/(1 - \omega)$  и  $\sigma/(1 - \omega)$ . Другой способ учета влияния повреждений состоит в том, чтобы постулировать зависимость материальных параметров  $\sigma_f$ ,  $\Delta\sigma_{th}$  и т.д. от мер повреждений. Еще один способ состоит в замене правых частей в уравнениях (2.1) более сложными выражениями, содержащими меры повреждений. Например, первое уравнение (2.1) можно заменить следующим ( $n_c > 0$ ,  $n_f > 0$ ):

$$\frac{\partial\omega_f}{\partial N} = \left( \frac{\Delta\sigma - \Delta\sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^{m_f} \frac{(1 - \omega_c)^{n_c}}{(1 - \omega_f - \omega_s)^{n_f}} \quad (2.3)$$

Чтобы вычислить меры повреждений, необходимо знать поле напряжений в окрестности фронта трещины. В общем случае это требует применения численных методов. Однако имеется простой подход, основанный на аналогии между коэффициентами концентраций напряжений  $\kappa$  и коэффициентом интенсивности напряжений  $K$ . Для плоской трещины моды I эта аналогия дает приближенную формулу для коэффициента концентрации напряжений на фронте и распределения напряжений впереди фронта:

$$\kappa = 1 + 2Y \left( \frac{a}{\rho} \right)^{1/2}, \quad \sigma = \kappa \sigma_\infty \left[ 1 + \frac{4(x - a)}{\rho} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Эти формулы обобщают известную формулу Нейбера; форм-фактор  $Y$  берется из соответствующей формулы для коэффициента интенсивности напряжений. Для краевой трещины можно положить  $Y = 1,12$ .

В дополнение к уравнениям (2.1) – (2.3) необходимо иметь уравнение, которое описывает кинетику изменения толщины коррозионной пленки  $\lambda$ . Эта кинетика во многом сходна с кинетикой изменения эффективного радиуса  $\rho$ :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\lambda_s - \lambda}{\lambda_a} \frac{da}{dt} + (\lambda_b - \lambda) \frac{d(\psi_f + \psi_s)}{dt} + (\lambda_c - \lambda) \frac{d\psi_c}{dt} \quad (2.5)$$

Здесь  $\lambda_s$ ,  $\lambda_b$  и  $\lambda_c$  – характеристические размеры, причем размер  $\lambda_a$  аналогичен параметру, входящему в уравнение (2.2). При  $\lambda_s < \lambda_b \leq \lambda_c$  параметр  $\lambda_c$  может быть истол-

кован как максимальная толщина коррозионной пленки. Все эти размеры малы по сравнению с длиной трещины  $a$ . Как правило, они также малы по сравнению с размером  $\lambda_p$  зоны, в которой происходит интенсивное накопление механических повреждений. Это дает возможность принять линейное распределение концентрации  $c(x, t)$  в пределах толщины коррозионной пленки  $a \leq x \leq a + \lambda$ , что в свою очередь позволяет ограничиться рассмотрением концентрации  $c$ , на фронте трещины и соответствующей меры повреждений  $\psi_c$  [11].

Влияние повреждений на макроскопические параметры материала также весьма существенно. В данной модели особенно важно их влияние на значения показателей трещиностойкости. В качестве основного показателя возьмем значение удельной работы разрушения  $\gamma$ . При отсутствии достаточных экспериментальных данных предполагаем аддитивность мер повреждений. Тогда можно принять, что

$$\gamma = \gamma_0 [1 - \chi(\omega_f + \omega_s + \omega_c)^\alpha] \quad (2.6)$$

где  $\gamma_0$  – удельная работа разрушения для неповрежденного материала;  $\alpha \geq 1$ ,  $0 < \chi \leq 1$ . При  $\omega_f + \omega_s + \omega_c = 1$  формула (2.6) дает значение остаточной работы разрушения для полностью поврежденного материала  $\gamma = \gamma_0(1 - \chi) \geq 0$ . Отметим, что формула (2.6) не предполагает суперпозиции повреждений. Эти меры связаны между собой весьма сложным образом, в частности уравнениями (2.1) – (2.4).

**3. Теория роста трещин.** Для описания роста трещин коррозионной усталости используем теорию [4], дополнив ее соотношения уравнениями, которые описывают процессы массопереноса и накопления повреждений. Рассмотрим систему тело с трещинами – нагрузка – окружающая среда. Будем трактовать ее как механическую систему с односторонними связями, что учитывает необратимость трещин в обычных конструкционных материалах. Устойчивость этой системы по отношению к малым изменениям размеров трещин будем исследовать, используя понятие варьирования по Гриффитсу [4]. Это изохронный переход к смежным состояниям равновесия, при котором варьированию подлежат только параметры трещин с выполнением всех уравнений равновесия и совместности деформаций, а также всех граничных условий, кроме условий у фронтов трещин. Параметры трещин  $a_1, \dots, a_m$  имеют смысл обобщенных координат, а их вариации в силу необратимости трещин удовлетворяют условиям  $\delta a_j \geq 0$  ( $j = 1, \dots, m$ ).

Состояние системы назовем субравновесным, если вычисленная при варьировании по Гриффитсу виртуальная работа всех внешних и внутренних сил  $\delta W < 0$ . Состояние назовем равновесным, если существуют такие вариации, на которых  $\delta W = 0$ , а для остальных вариаций  $\delta W < 0$ , и неравновесным, если существуют такие вариации, для которых  $\delta W > 0$ . Субравновесные состояния устойчивы, неравновесные неустойчивы, а устойчивость равновесных состояний зависит от знака  $\delta(\delta W)$ , где вторая вариация вычисляется по Гриффитсу [4, 5, 7]. Равновесное состояние системы тело с трещинами – нагрузка устойчиво, если при всех вариациях  $\delta(\delta W) < 0$ , и неустойчиво, если существуют такие вариации, для которых  $\delta(\delta W) > 0$ .

Представим виртуальную работу в виде  $\delta W = \delta W_e + \delta W_i + \delta W_f$ , где  $\delta W_e$  – работа внешних сил,  $\delta W_i$  – работа внутренних сил,  $\delta W_f$  – работа, затрачиваемая на продвижение фронтов трещин. При помощи соотношений

$$\delta W_e + \delta W_i = \sum_{j=1}^m G_j \delta a_j, \quad \delta W_f = - \sum_{j=1}^m \Gamma_j \delta a_j \quad (3.1)$$

введем две группы обобщенных сил. Обобщенные силы  $G_j$  назовем активными (силами, продвигающими трещины), обобщенные силы  $\Gamma_j$  – пассивными (силами сопротивления). Трещина не растет, если все  $G_j < \Gamma_j$ . При достижении равенства  $G_k = \Gamma_k$  для одного из  $a_k$  трещина может начать расти. Этот рост будет устойчивым при

$\partial G_k / \partial a_k < \partial \Gamma_k / \partial a_k$  и неустойчивым при  $\partial G_k / \partial a_k > \partial \Gamma_k / \partial a_k$ . Если хотя бы одно из соотношений между обобщенными силами принимает вид  $G_k > \Gamma_k$ , то система станет неустойчивой по отношению к соответствующей обобщенной координате. Это означает либо финальное разрушение тела, либо скачок до следующего субравновесного (устойчивого) состояния.

В процессе накопления повреждений изменяются соотношения между обобщенными силами. Типичная ситуация состоит в том, что в начале нагружения состояние системы – субравновесное. Число циклов  $N_*$ , при котором происходит первое нарушение неравенства  $G < \Gamma$ , отвечает началу роста трещины. Этот рост может быть как непрерывным, так и скачкообразным. Трещина растет непрерывно при условии, что механизм накопления повреждений непрерывно поддерживает выполнение условия  $G = \Gamma$ ,  $\partial G / \partial a < \partial \Gamma / \partial a$ . Скачкообразный рост наблюдается, когда система переходит из одного субравновесного состояния в другое. Это происходит либо из-за перегрузок, когда достигается неравенство  $G > \Gamma$ , либо из-за постепенного накопления повреждений. В последнем случае скачок происходит при достижении неустойчивого равновесного состояния, т.е. при достижении условия  $G = \Gamma$ ,  $\partial G / \partial a > \partial \Gamma / \partial a$  [7].

В случае усталостных трещин обобщенные силы зависят от размера трещины, параметров нагружения и мер механических повреждений. При коррозионной усталости они зависят также от меры коррозионных повреждений  $\omega_c(t)$  и толщины коррозионной пленки  $\lambda(t)$ .

**4. Численные примеры.** Вычислительная процедура включает решение задачи массопереноса агента от входа в трещину к ее фронту; вычисление поля напряжений на фронте трещины и на ее продолжении; решение дифференциальных уравнений, описывающих процесс накопления повреждений; вычисление характеристик материала с учетом накопленных повреждений; вычисление активных обобщенных сил и обобщенных сил сопротивления; проверку устойчивости системы по отношению к малым приращениям длины трещины. В случае, если трещина продвигается на малый шаг, вся процедура повторяется для новой конфигурации трещины. Одна из особенностей вычислений состоит в использовании двух масштабов времени. Чтобы описать движение агента в полости трещины при циклическом изменении ее объема, необходимо использовать "быстрое" время, разбивая продолжительность цикла на 10 и более шагов. Процессы накопления повреждений и роста трещины можно описывать, трактуя число циклов  $N$  как непрерывный параметр. В частности, соотношения между обобщенными силами можно рассматривать с использованием максимальной разности обобщенных сил в пределах цикла  $t_{N-1} < t \leq t_N$ :

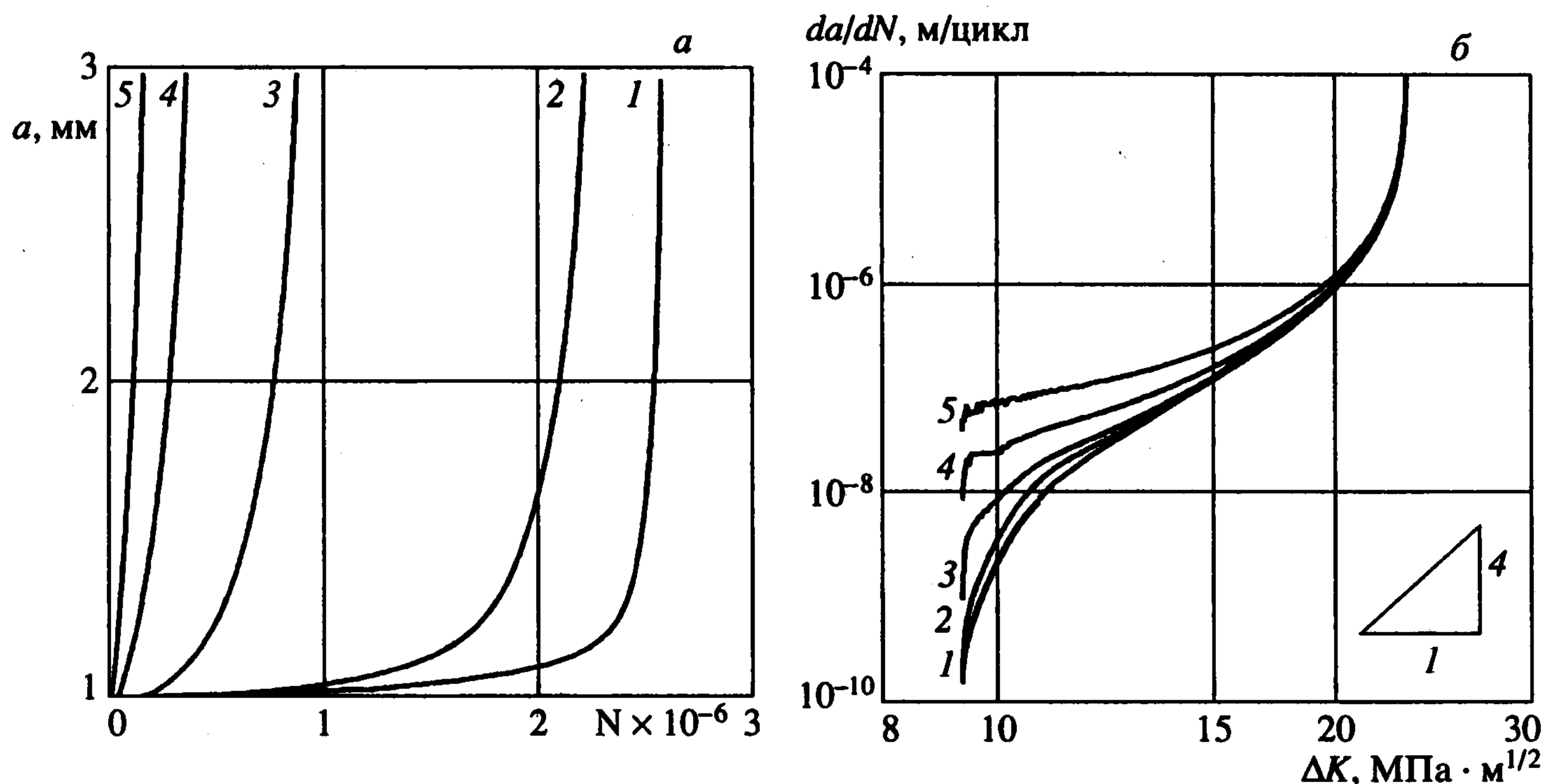
$$H(N) = \max_{t_{N-1} < t \leq t_N} \{G[a(t), \sigma_\infty(t), \psi(t)] - \Gamma[a(t), \sigma_\infty(t), \psi(t)]\} \quad (4.1)$$

Здесь  $\psi(t)$  – совокупность всех параметров, характеризующих уровень повреждений на фронте, эффективный радиус кривизны и толщину коррозионной пленки. Трещина не растет при  $H(N) < 0$  и растет устойчиво при  $H(N) = 0$ ,  $\partial H(N) / \partial a < 0$ . Чтобы избежать применения двух масштабов времени и чрезмерных затрат машинного времени, начиная с некоторого  $N$  целесообразно решать задачу массопереноса в масштабе "медленного" времени. При этом первое из граничных условий (1.2) ставится при значении  $x_c$ , соответствующем среднему положению границы "свежего" агента в пределах одного цикла.

Было показано [15, 16], что влиянием повреждений на значение активной обобщенной силы можно пренебречь. Размеры пластической зоны будем считать малыми по сравнению с глубиной трещины, а материал линейно упругим. Применительно к трещине моды I это означает применимость формулы Ирвина

$$G = \frac{K^2(1 - \nu^2)}{E} \quad (4.2)$$

где  $K = Y\sigma_\infty(\pi a)^{1/2}$  – коэффициент интенсивности напряжений для краевой трещины



Фиг. 4

с форм-фактором  $Y = 1,12$ ,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Для обобщенной силы сопротивления используем выражение (2.6)

$$\Gamma = \gamma_0 [1 - \chi(\psi_f + \psi_s + \psi_c)^\alpha] \quad (4.3)$$

где  $\psi_f$ ,  $\psi_s$  и  $\psi_c$  – значения соответствующих мер повреждений на фронте трещины.

Вычисления выполнены для следующих данных:  $E = 200$  ГПа,  $\nu = 0,3$ ,  $\gamma_0 = 10$  кДж/м<sup>2</sup>,  $\alpha = \chi = 1$ . Параметры в уравнениях накопления повреждений (2.1) взяты следующие:  $\sigma_f = \sigma_s = 5$  ГПа,  $\Delta\sigma_{th} = 125$  МПа,  $\sigma_{th} = 250$  МПа,  $m_f = m_s = m_c = 4$ . Параметр  $c_d$  использован для нормирования, т.е. все значения концентрации выражены через отношение  $c/c_d$ . Для описания массопереноса взяты численные данные, использованные выше. В уравнении (2.2) принято, что  $\rho_s = 10$  мкм,  $\rho_b = \lambda_a = 100$  мкм. Многие из принятых данных не поддаются непосредственной оценке из эксперимента; их значения выбраны таким образом, чтобы конечные результаты находились в согласии с опубликованными экспериментальными данными [2, 16, 17].

Концентрацию на входе будем задавать отношением  $c/c_d$ . Это отношение, а также экстремальное значение приложенных напряжений будем считать постоянными в течение всего процесса зарождения и роста трещины. Примем, что напряжение  $\sigma_\infty$  выражено через его размах  $\Delta\sigma_\infty$  и коэффициент асимметрии цикла  $R$ . Все приведенные ниже графики получены при  $\Delta\sigma_\infty = 150$  МПа,  $R = 0,5$ . Частота нагружения принята  $f = 10^{-2}$  Гц. Исключение составляет фиг. 6 (см. ниже), построенная при различных значениях частоты.

Рост трещин коррозионной усталости при различной концентрации активного агента показан на фиг. 4. Кривые 1–5 построены соответственно для безразмерных параметров  $c/c_d = 0, 0,25, 0,5, 0,75$  и 1, т.е. начиная от случая нейтральной среды до среды высокой концентрации. Впрочем, можно интерпретировать эти кривые как относящиеся к агентам различного химического состава. Изменение глубины трещин в функции от числа циклов показано на фиг. 4, а. График, аналогичный общепринятым кривым роста усталостных трещин, представлен на фиг. 4, б, где скорость роста  $da/dN$  представлена как функция размаха коэффициента интенсивности  $\Delta K = Y\Delta\sigma_\infty(\pi a)^{1/2}$ . На начальных участках роста наблюдается некоторая нерегулярность в виде немонотонной зависимости скорости от числа циклов, поэтому на этих

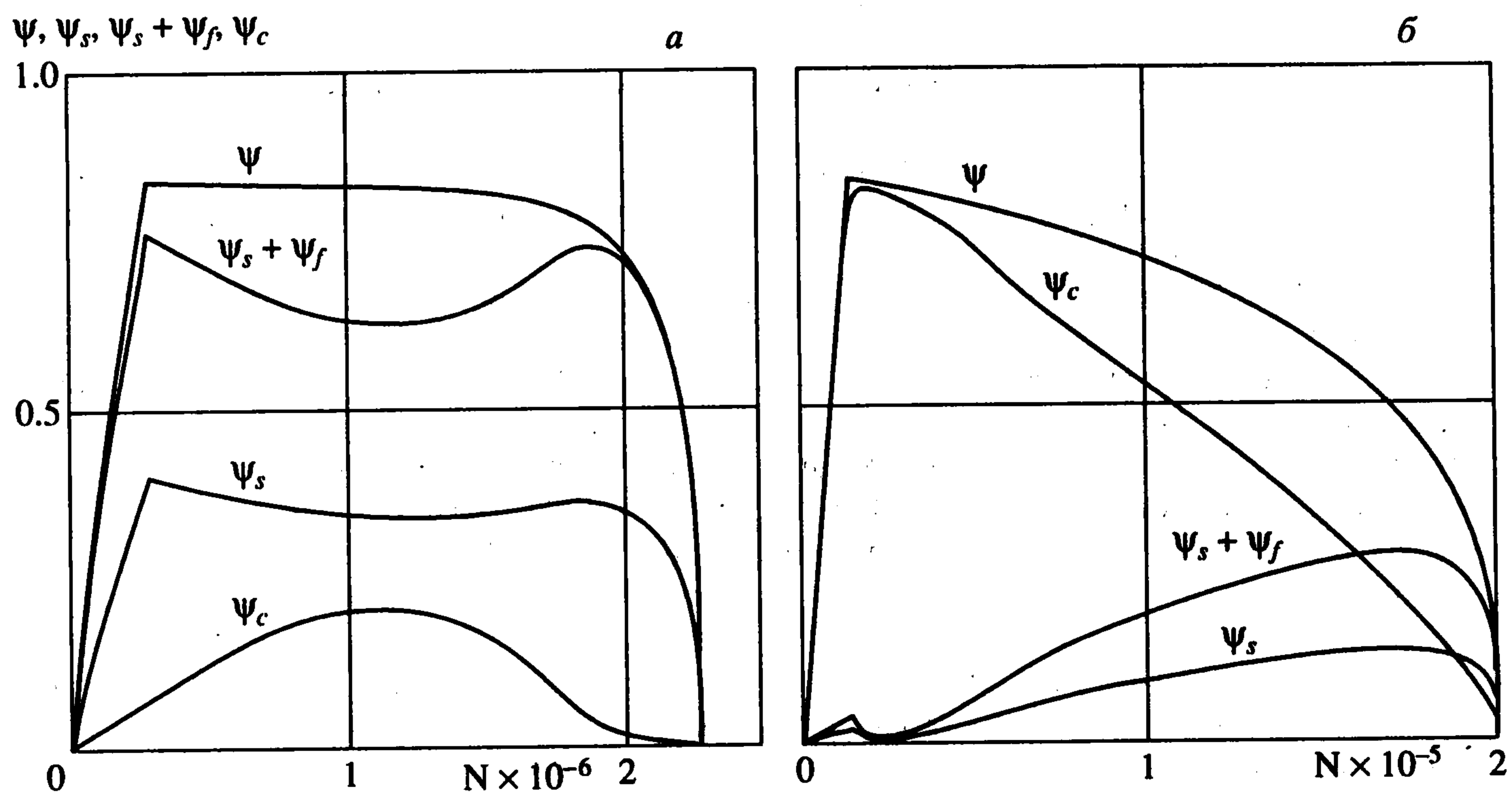
участках приходится проводить численное интегрирование с мелким шагом по времени. В дальнейшем нерегулярность исчезает, что позволяет перейти к интегрированию по блокам. Для экономии машинного времени граничное условие для уравнения диффузии переносится на границу "свежего" агента в середине цикла нагружения. При высокой концентрации агента рост коротких трещин в основном контролируется коррозионными повреждениями. Когда трещина становится достаточно глубокой, решающее значение приобретают механические повреждения. Это видно на фиг. 4, б, где кривые, соответствующие различным  $c_e/c_d$ , обнаруживают тенденцию к сближению с ростом  $\Delta K$ . Тангенс угла наклона средней части кривых (т.е. аналог показателя Пэриса для обычных диаграмм роста усталостных трещин) оказывается близок к значению  $m = 4$ . Напомним, что в данном численном примере  $m_s = m_f = m_c = 4$ .

Соотношение между мерами повреждений, точнее между их вкладом в суммарную меру  $\Psi = \Psi_s + \Psi_f + \Psi_c$ , зависит от уровня напряжений и концентрации агента. Рост трещин коррозионной усталости включает, вообще говоря, составляющую, описывающую коррозионное растрескивание, вклад которой сильно зависит от частоты. Соотношение между отдельными составляющими меняется в процессе роста трещины, что проиллюстрировано на фиг. 5, где показаны три меры повреждений, одна из которых соответствует вкладу постоянных напряжений. Фиг. 5, а построена при  $c_e/c_d = 0,25$ , фиг. 5, б – при  $c_e/c_d = 1$ . Суммарная мера повреждения растет, пока фронт трещины неподвижен, начинает убывать с продвижением фронта трещины, достигая малых значений к моменту финального разрушения. Вклад каждого типа повреждений зависит от концентрации агента, соотношения между продолжительностью цикла и характерным временем массопереноса, от размаха приложенных напряжений и коэффициента асимметрии цикла. В рассмотренном примере вклад повреждений от медленно меняющейся части напряжений сопоставим со вкладом циклических напряжений. Коррозионная составляющая напряжения растет на ранней стадии и уменьшается по мере роста трещины.

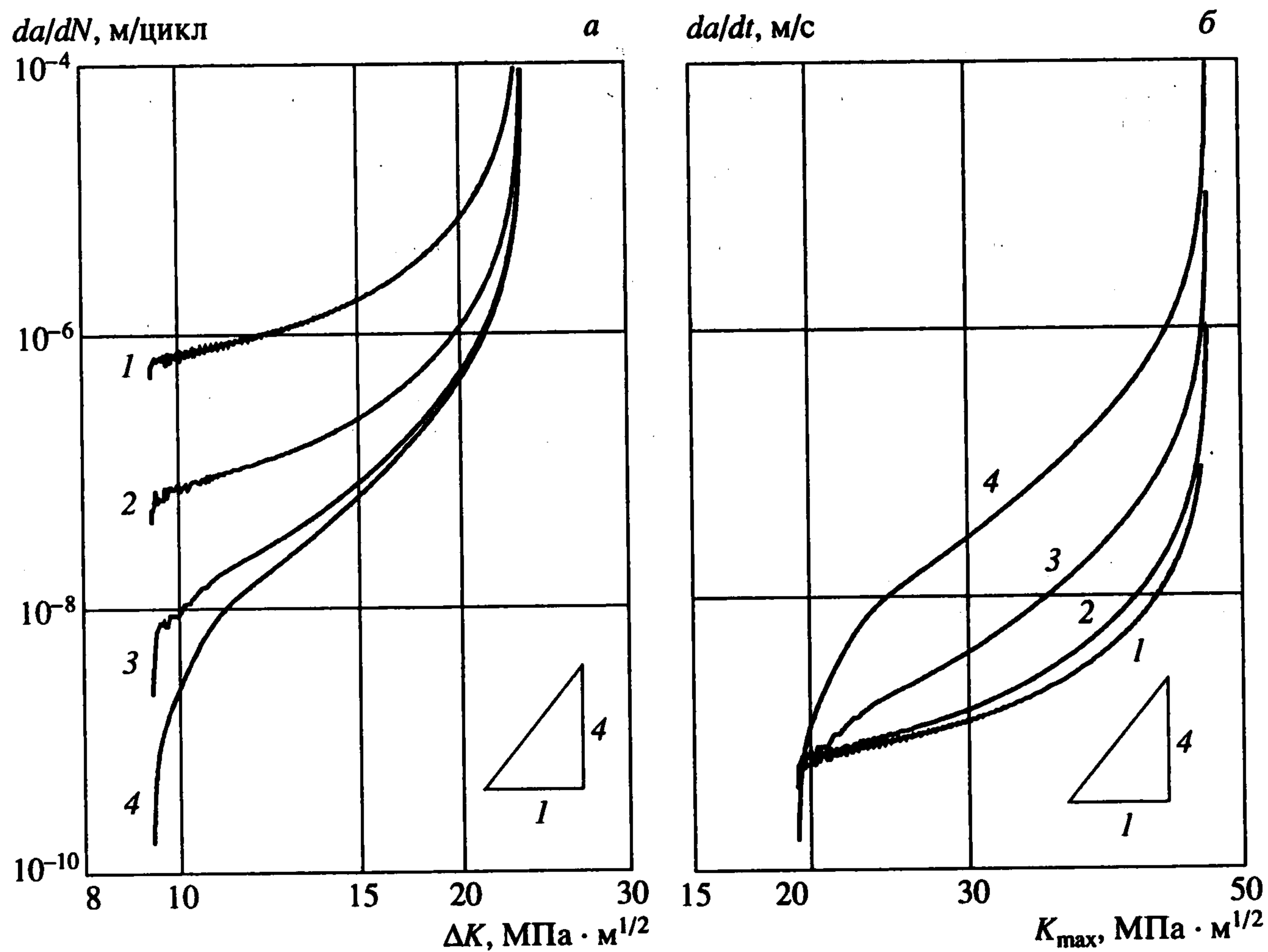
Частота нагружения – также важный фактор. Коррозия развивается в физическом времени, а механические повреждения растут с увеличением числа циклов. Измеряя скорость роста трещины как  $da/dN$ , естественно представлять ее как функцию  $\Delta K$ . Если скорость роста трещины измеряется как  $da/dt$ , то естественно рассматривать ее как функцию максимального значения коэффициента интенсивности в пределах цикла. На фиг. 6 представлены два типа диаграмм, построенных при  $\Delta\sigma_\infty = 150$  ПМа,  $R = 0,5$ ,  $c_e/c_d = 1$  и частотах нагружения  $f = 10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  и  $1$  Гц (кривые 1–4 соответственно). На фиг. 6 скорость роста трещины представлена как функция от  $\Delta K$  (а) и как функция от  $K_{\max} = \Delta K(1 - R)^{-1}$  (б).

Эффект частоты оказывается существенным. При изменении частоты  $f$  от  $10^{-3}$  до  $1$  Гц различие в скоростях может достигать двух порядков и более. Характер расхождения кривых зависит от способа измерения скорости. На фиг. 6, а скорость роста трещины задана как  $da/dN$ , на фиг. 6, б – как  $da/dt$ . При низких частотах нагружения на графиках зависимости  $da/dN$  от  $\Delta K$  наблюдается тенденция к образованию плато на диаграммах роста. Это происходит вследствие преобладания коррозионного механизма на ранней стадии. Финальное разрушение происходит вблизи значений  $\Delta K = K_c(1 - R)$  или  $K_{\max} = K_c$ , где  $K_c$  – характеристика трещиностойкости для неповрежденного материала.

Предложенная модель является феноменологической, особенно в той части, которая относится к физическим и физико-химическим процессам. Многие параметры модели не поддаются непосредственной экспериментальной оценке, хотя, в принципе, их можно определить по данным макроскопического эксперимента. Конечные результаты, представленные в виде диаграмм роста усталостной трещины, находятся в качественном согласии с известными экспериментальными данными [17, 18]. При удачном выборе "свободных" параметров модели можно получить количественное



Фиг. 5



Фиг. 6

согласие. Однако цель данной работы не замена испытаний на коррозионную усталость (которые, кстати, носят относительно рутинный характер), а выяснение механизма взаимодействия различных процессов, сопровождающих рост трещин коррозионной усталости.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (99-01-00282, 00-15-96138 и 01-01-06105).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Баландин Ю.Ф., Горынин И.В., Звездин Ю.И., Марков В.Г.* Конструкционные материалы АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1984. 280 с.
2. *Похмурский В.И.* Коррозионная усталость металлов. М.: Metallurgy, 1985. 206 с.
3. *Романив О.Н., Никифорчин Г.Н.* Механика коррозионного разрушения конструкционных сплавов. М.: Metallurgy, 1986. 292 с.
4. *Болотин В.В.* Уравнения роста усталостных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 4. С. 153–160.
5. *Bolotin V.V.* A unified approach to damage accumulation and fatigue crack growth // Eng. Fracture Mech. 1985. V. 22. № 3. P. 387–398.
6. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 447 с.
7. *Bolotin V.V.* Mechanics of Fatigue. Boca Raton: CRC Press, 1998. 480 p.
8. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
9. *Болотин В.В.* Механическая модель коррозионного растрескивания // Машиноведение. 1987. № 4. С. 20–26.
10. *Болотин В.В., Ковех В.М., Шипков А.А.* Моделирование роста трещин коррозионной усталости // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1998. № 5. С. 67–71.
11. *Болотин В.В., Шипков А.А.* Модель роста усталостных трещин с учетом факторов окружающей среды // ПММ. 1998. Т. 62. Вып. 2. С. 313–322.
12. *Raju I.S., Newman J.C., Atluri S.N.* Crack-mouth displacements for semi-elliptical surface cracks subjected to remote tension and bending loads // Fracture Mechanics: 22th Symp. ASTM STP 1131. Philadelphia: ASTM, 1992. V. 2. P. 19–28.
13. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
14. *Krajcinovic D.* Continuum damage mechanics: when and how? // Intern. J. Damage Mech. 1995. V. 4. № 3. P. 217–229.
15. *Болотин В.В., Лебедев В.Л.* Механика роста усталостных трещин в среде с микроповреждениями // ПММ. 1995. Т. 59. Вып. 2. С. 307–317.
16. *Болотин В.В., Ковех В.М.* Численное моделирование роста усталостных трещин в среде с микроповреждениями // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 2. С. 132–142.
17. Atlas of Stress-Corrosion and Corrosion Fatigue Curves // Ed. E.J. McEvily. Metal Park: ASM International, 1990. 520 p.
18. *Petit J., de Fouquet J., Henaff G.* Influence of ambient atmosphere on fatigue crack growth behaviour of metals // Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures / Ed. A. Carpinteri, Amsterdam: Elsevier, 1994. V. 2. P. 1159–1203.

Москва  
e-mail: bolotin@deans.mpei.ac.ru  
dynamics@deans.mpei.ac.ru

Поступила в редакцию  
9.II.2001