

УДК 532.5:539.4

© 2001 г. С.М. Капустянский, В.Н. Николаевский

АВТОМОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О ВЫНОСЕ ПЕСКА В СКВАЖИНУ ИЗ ПЛАСТА

Построено решение задачи о пуске скважины в насыщенном пласте в условиях выноса песка. Матрица пласта разрушается и переходит в гранулированное состояние, когда достигнут предел прочности. Течение песка как сплошной среды происходит под воздействием фильтрационных сил и описывается неассоциированным законом пластичности при выполнении условия Мора – Кулона. Если приток жидкости к скважине постоянен, а начальное состояние соответствует покою, задача оказывается автомодельной. Рассмотрены случаи несжимаемой жидкости (воды, нефти) и газа. Получены характерные соотношения между радиусами образующейся каверны, зоны пластичности и дренажа. Показано, что ключевым параметром, определяющим соотношение дебитов песка и жидкости, являются сцепление и дилатансия движущейся массы песка.

Интерес к проблеме разрушения насыщенных пористых сред под воздействием фильтрационных сил связан в первую очередь с разработкой богатых углеводородами глубинных пластов. Дело в том, что высокое начальное поровое давление обусловлено формированием месторождения в отсутствие дренажа и, как следствие, низкой прочностью его матрицы. В результате даже относительно малые дебиты могут приводить к выносу разрушенной породы (песка) в скважину. При неглубоком залегании пластов вынос песка типичен для месторождений с высокой вязкостью нефти. Известны также явления пlying, когда песок заполняет скважину под воздействием начальных напряжений и препятствует бурению скважин.

Как и обычно, разрушение геоматериалов и их переход в подвижное состояние следует математически моделировать в рамках теории упругопластичности. Известно, что специфика пластического поведения геоматериалов обусловлена их изначально поликристаллической структурой при относительно слабых связях между минеральными зёрнами. В результате разрушение имеет место в условиях преодоления сил сухого трения и сцепления и сопровождается ростом пустот и микротрещин (дилатансией) или их закрытием (что учитывается сменой знака дилатансии). Адекватная математическая модель была сформулирована сначала в рамках неассоциированного течения [1], а затем в более простой деформационной форме [2].

Для насыщенного жидкостью геоматериала следует применять модель "пороупругости", сформулированную Био [3]. Однако для процессов течения значительно удобнее использовать систему уравнений относительно скоростей [4, 5], связывая, в частности, скорости деформаций со смещениями с помощью производных Олдройда.

В указанной постановке были рассмотрены осесимметричная задача о стационарном притоке жидкости с песком к скважинам [6, 7] и сферически симметричный поток к отдельному перфорационному отверстию в стенке колонны [8]; оказалось, что появление песка в подземном потоке определяется начальным сцеплением, но количественные соотношения – сцеплением в движущейся массе песка и коэффициентом дилатансии. В другом исследовании [9] считалось, что движущаяся разрушенная матрица несжимаема, а изменения пористости происходят скачком только на фронте разрушения.

Стационарные решения в теории фильтрации расходятся на бесконечности; а потому применимы лишь для ограниченной области течения. Соответственно для бесконечного пласта вводится понятие контура питания (радиуса влияния) скважины [10]. В условиях выноса песка

для сохранения стационарности течения приходится привлечь гипотезу совпадения контура питания и внешней границы пластического состояния. Однако в нестационарных решениях эти границы не совпадают, а решения на бесконечности оказываются ограниченными.

В данной работе предлагаются автомодельные решения задачи о пуске скважин в бесконечных водо(нефте)напорном и газовом пластах. Все границы, совпадающие в начальный момент времени, далее двигаются с разными скоростями, хотя и пропорционально корню квадратному из времени. Тем самым соотношения между границами оказываются фиксированными. Во всех решениях источником избыточной массы твердого материала (песка), выдавливаемого в скважину, служит запас начальной упругой энергии сжатия бесконечного пласта.

1. Исходная система уравнений. Система уравнений движения включает балансы масс для твердой и жидкой фаз, которые в осесимметричном случае имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_f) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho_f m w) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t}(1-m)\rho_s + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho_s(1-m)v) = 0 \quad (1.1)$$

где m – пористость, w, v, ρ_f, ρ_s – истинные скорости и плотности фаз соответственно.

Закон сохранения импульса для жидкой фазы в пренебрежении инерционными силами совпадает с законом Дарси, но записывается для относительной скорости течения жидкости

$$m(w-v) = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1.2)$$

Здесь k – проницаемость, μ – вязкость жидкости, p – поровое давление. Эффективные (по Терцаги [11]) радиальное и тангенциальное напряжение σ_r, σ_θ находятся из уравнения равновесия среды в целом

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (1.3)$$

В основной своей части пласт находится в упругом состоянии. Здесь уравнения равновесия среды преобразуются к виду

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2G}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (1.4)$$

где уже использованы известные законы пороупругости [3–5]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (K+G) \frac{\partial u}{\partial r} + (K-G) \frac{u}{r} + \varepsilon p \\ \sigma_\theta &= (K-G) \frac{\partial u}{\partial r} + (K+G) \frac{u}{r} + \varepsilon p \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь u – смещения, $\varepsilon = \beta_s K$ – отношение сжимаемости β_s твердого материала зерен к сжимаемости матрицы $1/K$, G – жесткость матрицы. Смещения связаны со скоростями, как обычно,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \quad (1.6)$$

Поскольку в плоской постановке задачи (как и в сферическом случае) единственным источником для избыточной массы песка служит разгрузка изначально упругосжатого пласта, рассмотрим законы перераспределения давлений во внешней зоне пласта.

Уравнения состояния фаз определены [4, 5] следующим образом:

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} = 1 + \beta_f(p - p_0), \quad \frac{\rho_s}{\rho_0} = 1 + \beta_s(p - p_0) - \beta_s(\sigma - \sigma_0)/(1 - m_0) \quad (1.7)$$

где β_f – сжимаемость жидкости, σ – среднее напряжение. Уравнение состояния для газа будем задавать в $\rho/\rho_0 = p/p_0$.

Если упругие эффективные напряжения, действующие в матрице пласта, достигают критического уровня

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)\theta_\sigma = -\alpha(\sigma_r + \sigma_\theta) + Y, \quad \theta_\sigma = \text{sgn}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (1.8)$$

то происходит разрушение среды и возникает пластическое течение. Здесь Y – сцепление, α – коэффициент внутреннего трения.

Само пластическое течение, происходящее за фронтом разрушения и локализованное в окрестности скважины, осуществляется при выполнении условия текучести той же формы, как и (1.8), но при значениях Y_r , α_r , соответствующих гранулированному состоянию матрицы.

Изменения объема в ходе пластического течения пропорциональны приращениям (модуля) сдвига, что можно сформулировать в виде кинематической связи между инвариантами поля скоростей смещений [4, 5]. В осесимметричном варианте это дилатансионное соотношение таково:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = \Lambda \theta \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad \theta = \text{sgn} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) = \theta_\sigma \quad (1.9)$$

Здесь Λ – скорость (коэффициент) дилатансии и учтен знак направления сдвига θ . Как следствие коаксиальности тензоров напряжений и скоростей деформаций (положительности диссипации механической энергии), этот знак совпадает со знаком, фигурирующим в (1.8).

2. Упругая внешняя зона. Можно исключить изменения пористости m из уравнений баланса масс (1.1). Тогда в линеаризованном виде получим

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} = \varepsilon \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{ r [m_0 w + (1 - m_0) v] \} \quad (2.1)$$

$$\beta = m_0 \beta_f + (1 - m_0) \beta_s - \varepsilon \beta_s, \quad \varepsilon = K \beta_s$$

если воспользоваться соотношением

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = K \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial t}$$

следующим из соотношений (1.5), (1.6), а также уравнениями сжимаемости фаз (1.7). Здесь β – полная сжимаемость геоматериала пласта. Это уравнение перепишем следующим образом:

$$\beta \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r (m_0 w + (1 - m_0) v)] \right\} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v) \right] \quad (2.2)$$

С другой стороны, поскольку

$$e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u), \quad e_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad e_\theta = \frac{u}{r}$$

уравнение упругого равновесия (1.4) в силу законов пороупругости (1.5) преобразуется к виду

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{K + G}{1 - \varepsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u) \right]$$

При условии $p_0 = p_\infty = \text{const}$ интегрирование этого уравнения по радиусу приводит к соотношению

$$p - p_0 = \frac{K + G}{1 - \varepsilon} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right] \quad (2.3)$$

и последующее дифференцирование по времени дает

$$\frac{1 - \varepsilon}{K + G} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \quad (2.4)$$

Подставляя соотношение (2.4) в уравнение (2.1) и используя равенство (1.2), получаем классическое уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right], \quad \kappa = \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 (1 - \varepsilon) + \kappa_2} \quad (2.5)$$

которое следует решать для внешней зоны пласта (r, ∞) .

Заметим, что уравнение (2.4) можно записать в похожем виде

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial t} = \kappa_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv), \quad \kappa_1 = \frac{k}{\beta \mu}$$

Если $\varepsilon \ll 1$, то справедлива такая оценка коэффициентов пьезопроводности: $\kappa_1 \gg \kappa_2$, а внешняя зона будет характеризоваться меньшей пьезопроводностью

$$\kappa_2 = \frac{k}{\mu} \frac{K + G}{1 - \varepsilon}$$

Подчеркнем, что коэффициент пьезопроводности несложно определить путем испытаний скважин, что и позволяет привязать анализ к условиям практики.

Поле давлений, возникающее при пуске скважины с постоянным дебитом в бесконечном пласте, соответствует, как известно, классическому решению уравнения (2.5)

$$p(\xi) = p_\infty - \frac{Q_0 \mu}{4\pi k h} \int_{\xi^2/4}^{\infty} \frac{\exp(-\eta)}{\eta} d\eta, \quad \xi = \frac{r}{\sqrt{\kappa t}} \quad (2.6)$$

Однако теперь Q_0 имеет смысл дебита только жидкости из некоторой "эффективной" скважины, заменяющей реальную скважину, в которую поступает смесь песка и жидкости. Кроме того, здесь h – мощность пласта, и появилась автомодельная переменная ξ , которую будем использовать в последующем.

Поле скоростей смещения, исчезающее на бесконечности и соответствующее (2.6), получается интегрированием уравнения (2.4) по радиусу

$$v = \frac{Q_0}{4\pi h \kappa_2 r} \int_r^{\infty} r \exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) dr + \frac{A}{r} \quad (2.7)$$

Использованная линеаризация позволяет найти распределение пористости из баланса масс твердой фазы

$$\frac{\partial m}{\partial t} = (1 - m_0) \frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho_s}{\rho_s^0} + (1 - m_0) \frac{k}{\mu \kappa_2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.8)$$

что дает локальную связь изменений пористости и порового давления

$$m = m_0 - (1 - m_0 - \varepsilon) [\beta_s + (1 - \varepsilon)/(K + G)] (p - p_\infty) \quad (2.9)$$

если, как и выше, отсчет вести от состояния среды на бесконечности.

Поле напряжений определяется законом Гука (1.5), если воспользоваться вновь соотношением (2.3) и граничным условием $\sigma = \sigma_\infty$ для эффективного напряжения на бесконечности.

3. Пластическое течение песка. Пусть эффективный радиус действующей скважины a достаточно мал. Это позволяет моделировать скважину точечным стоком и строить решения, с самого начала переходя к автомоделным переменным, а следовательно, и сохранять нелинейность исходных уравнений. Соответственно сток считаем включенным в момент времени $t = 0$ с постоянными интенсивностями притока жидкости Q_f и песка Q_s . На бесконечности ($r/a \rightarrow \infty$) выполнены условия покоя, т.е. давление, пористость, и эффективные напряжения постоянны и равны своим начальным значениям (при $t = 0$).

Зона пластического течения локализована у скважины. Внутри нее будем пренебрегать упругой составляющей деформаций. Поэтому на упругопластической границе b необходимо сшивать поле скоростей пластического течения и поле упругих смещений. Это оказывается возможным на движущейся границе $b(t)$, которая будет перемещаться в глубь пласта.

На упругопластической границе должны быть выполнены обычные условия непрерывности

$$[\sigma_r] = 0, \quad [p] = 0, \quad [v] = 0, \quad [m] = 0 \quad (r = b(t)) \quad (3.1)$$

Положение указанной границы определяется условием разрушения (1.8), которому должны удовлетворять упругие напряжения на ее внешней стороне. Поскольку, вообще говоря, на внутренней стороне этой границы материал разрушен, его прочностные параметры иные, а потому окружающие напряжения уже не будут непрерывны на границе $r = b(t)$.

Распространим на указанную задачу прием построения автомоделного решения. Соответственно введем новые переменные

$$w\sqrt{t/\kappa} = w^*, \quad v\sqrt{t/\kappa} = v^*, \quad u/\sqrt{\kappa t} = u^* \quad (3.2)$$

как функции использованной ранее автомоделной переменной ξ , т.е.

$$\xi = \frac{r}{\sqrt{\kappa t}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{1}{2t}\xi \frac{d}{d\xi}, \quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{\kappa t}} \frac{d}{d\xi}$$

Поскольку скорость движения матрицы есть производная по времени от смещения: $v = du/dt$, то в новых переменных имеем

$$v^* = \frac{u^*}{2} - \frac{1}{2}\xi \frac{du^*}{d\xi} \quad (3.3)$$

Граничные условия должны теперь соответствовать стационарному решению для течения несжимаемой жидкости совместно с несжимаемыми частицами песка в пространстве ξ . При этом пористость все же меняется в силу эффектов дилатансионной или упругой объемной деформации самой матрицы пласта.

Указанные выше интенсивности стока (для объемных расходов) перенесем на границу $\xi = \xi_a = \text{const} = a/\sqrt{\kappa t}$, т.е.

$$Q_f = -2\pi a h w m \equiv -2\pi h \xi_a w^* m = \text{const}$$

$$Q_s = -2\pi a h v (1 - m) = -2\pi h \xi_a v^* (1 - m) = \text{const}$$

Если дополнить эти условия нулевым значением эффективного напряжения на стенке скважины

$$\sigma_r = 0, \quad p = p_a \quad (r = a(t))$$

то указанный радиус принимает смысл границы растущей во времени полости вокруг скважины в песчаном массиве.

Начальные условия и условия на бесконечности, как было сказано, совпадают:

$$\sigma_r = -(\Gamma - p_0), \quad p = p_0, \quad m = m_0 \quad (\xi = \infty)$$

При расчетах эти условия будем относить к достаточно большому значению радиуса $R(t)$, иначе, к значению ξ_R :

$$p = p_0 \equiv p_R, \quad m = m_0 \equiv m_R, \quad \sigma_r = -(\Gamma - p_R)$$

В расчетах принималось значение $\xi_R = 1$, которое соответствует реальному радиусу $R(t)$, растущему пропорционально $\sqrt{\kappa t}$. Здесь Γ – горное (полное) давление.

В новых автомодельных переменных система уравнений для упругой зоны имеет вид

$$p^* = \frac{p}{Y_0}, \quad \frac{dp^*}{d\xi} = -\frac{R^2 \mu}{k Y_0 T} m(w^* - v^*) \quad (3.4)$$

$$\frac{dw^*}{d\xi} = \frac{1}{m} \left(\frac{\xi}{2} - w^* \right) \frac{dm}{d\xi} - \frac{w^*}{\xi}, \quad \left(v^* - \frac{\xi}{2} \right) \frac{dm}{d\xi} = (1 - m) \left(\frac{v^*}{\xi} + \frac{dv^*}{d\xi} \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{dv^*}{d\xi} = -\frac{v^*}{\xi} \frac{\nu}{1 - \nu} - \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)B} \xi \left(\frac{d\sigma_r^*}{d\xi} - \varepsilon \frac{dp^*}{d\xi} \right) \quad (3.6)$$

$$\frac{d\sigma_r^*}{d\xi} = \frac{dp^*}{d\xi} + \frac{2B}{\xi^2} v^*, \quad \sigma_r^* = \frac{\sigma_r}{Y_0}, \quad B = \frac{2G}{Y_0} \quad (3.7)$$

Здесь (3.4) – закон Дарси, включающий скорость смещения матрицы, (3.5) – преобразованные балансы несжимаемых масс, (3.6) – связь скорости смещения с самим смещением, учитывающее закон Гука в дифференциальном виде, (3.7) – уравнение равновесия матрицы. Использована безразмерная запись относительно начального сцепления и времени релаксации $T = R^2/\kappa$, которая определяется пьезопроводностью пласта κ .

На упругопластической границе ($\xi = \xi_b$) выполняются условие пластичности

$$\sigma_r^*(+) = \frac{1}{1 - N} \left(1 + \frac{2BNv^*(-)}{\xi} \right) \quad (3.8)$$

и непрерывности

$$[p^*] = 0, \quad [\sigma_r^*] = 0, \quad [m] = 0, \quad v^*(-) = \frac{1}{2} u^*(+) - \frac{1}{2} \xi \frac{du^*}{d\xi}(+) \quad (3.9)$$

Знак плюс соответствует упругой стороне границы, а минус – пластической. Заметим, что (3.8) – следствие критерия (1.8), упругих связей (1.5) и автомодельных соотношений (3.2), (3.3). Внутри зоны пластического течения выполнено условие (1.8), представимое в форме

$$\sigma_\theta = N\sigma_r - Y_0, \quad N = \frac{\theta_\sigma + \alpha}{\theta_\sigma - \alpha}, \quad Y_0 = \frac{Y}{(\theta_\sigma - \alpha)} \quad (3.10)$$

Решение характеризуется скачком окружного напряжения σ_θ , что обусловлено заменой начального сцепления $Y = Y(+)$ на его остаточное значение $Y_r = Y(-)$. При этом можно учесть и изменения пористости, см. [9].

В зоне пластического течения выполняются закон Дарси (3.4), баланс масс (3.5),

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
Y_r , МПа	3,0	1,5	1,2	0,9	5	2,5	1,5
Q_s , м ³ /с	$4,0 \cdot 10^{-6}$	$7,7 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	0,0144	0,0217	0,045
$\Pi = 100Q_s/Q_f$	0,7	1,38	3,5	60,7	1,61	2,42	5
b/a	1,73	2,42	3,03	3,85	1,40	1,87	2,95
b/R	0,0266	0,0382	0,0618	0,271	0,0672	0,085	0,128

но вместо упругой связи (3.6) вводятся условие дилатансии и уравнение равновесия иного вида, а именно

$$\frac{dv^*}{d\xi} = -n \frac{v^*}{\xi} \left(n = \frac{1+\theta\Lambda}{1-\theta\Lambda} \right), \quad \frac{d\sigma_r^*}{d\xi} + \frac{(1-N)\sigma_r^* + Y_r/Y}{\xi} - \frac{dp^*}{d\xi} = 0 \quad (3.11)$$

Проницаемость среды меняется, как и пористость, необратимо. Для расчета воспользуемся известной формулой Козени – Кармана

$$\frac{k_0}{k} = \frac{(1-m)^2 m_0^3}{m^3 (1-m_0)^2}$$

Однако в вариантах расчета данной статьи ее можно считать постоянной величиной.

4. Расчет выноса песка с жидкостью. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (3.4)–(3.11) решалась численно методом Рунге – Кутты, модифицированным Ралстоном. При этом использовался прием "предсказание – уточнение" по Хаммингсу.

Искомыми были пять функций p^* , σ_r^* , w^* , v^* , m , поскольку соотношение $v = du/dt$ позволяет исключить смещение. Критерий (3.10) проверялся на каждом шаге вычислений. Скорость смещения на внешнем контуре выбрана так, чтобы условие $\sigma_r = 0$ было выполнено при $a = \xi_a \sqrt{\kappa t}$ – на контуре каверны (полости), образующейся при выносе песка. Расчетные дебиты песка и жидкости определялись по полю скоростей.

В расчетах был использован следующий набор параметров: вязкость $\mu = 10^{-2}$ Па·с = 10 сантипуаз, модуль сдвига $G = 100$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, начальная пористость $m_0 = 0.2$, начальная проницаемость $k_0 = 10^{-13}$ м² = 100 миллидарси, начальное сцепление $Y = 3$ МПа, коэффициент внутреннего трения $\alpha = 0.5$, мощность пласта $h = 10$ м, давление на внешнем контуре $p_R = 6$ МПа ($r = R$); эффективное напряжение на внешнем контуре $\sigma_r(R) = -\Gamma = -10$ МПа ($r = R$).

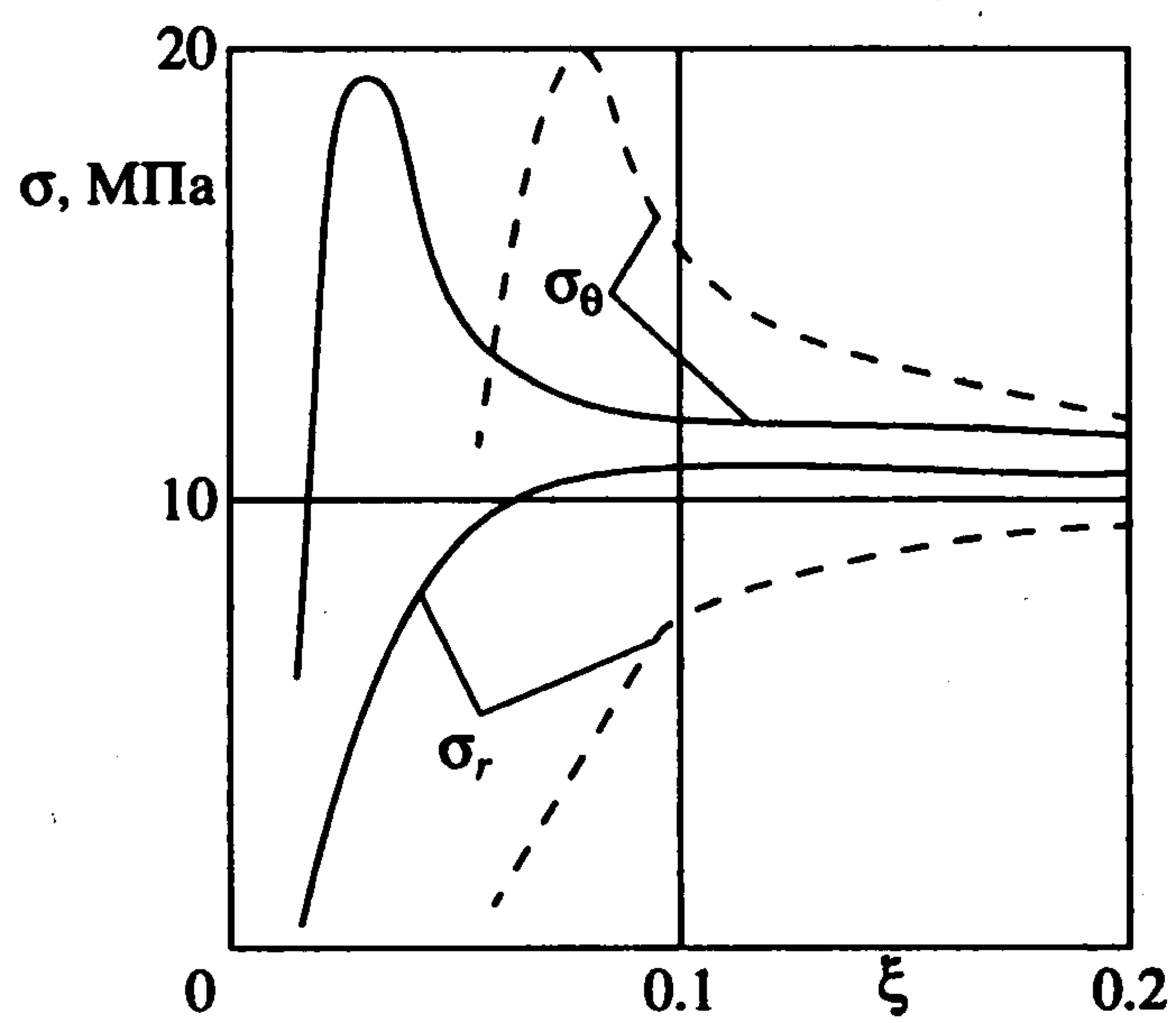
В расчетах варьировались остаточное сцепление Y_r и скорость дилатансии Λ (от -0.5 до 0.5 в вариантах 1 и 5 таблицы; во всех других вариантах $\Lambda = -0.1$). Заметим, что варианты 5–7 рассматриваются в разд. 5.

Сжимаемость зерен считалась пренебрежимо малой, т.е. $\epsilon = 0$ (эффект был мал в пробных расчетах, когда принималось $\epsilon = 0.1$). При компьютерной реализации решения сжатие считалось положительным (как это принято в горной механике).

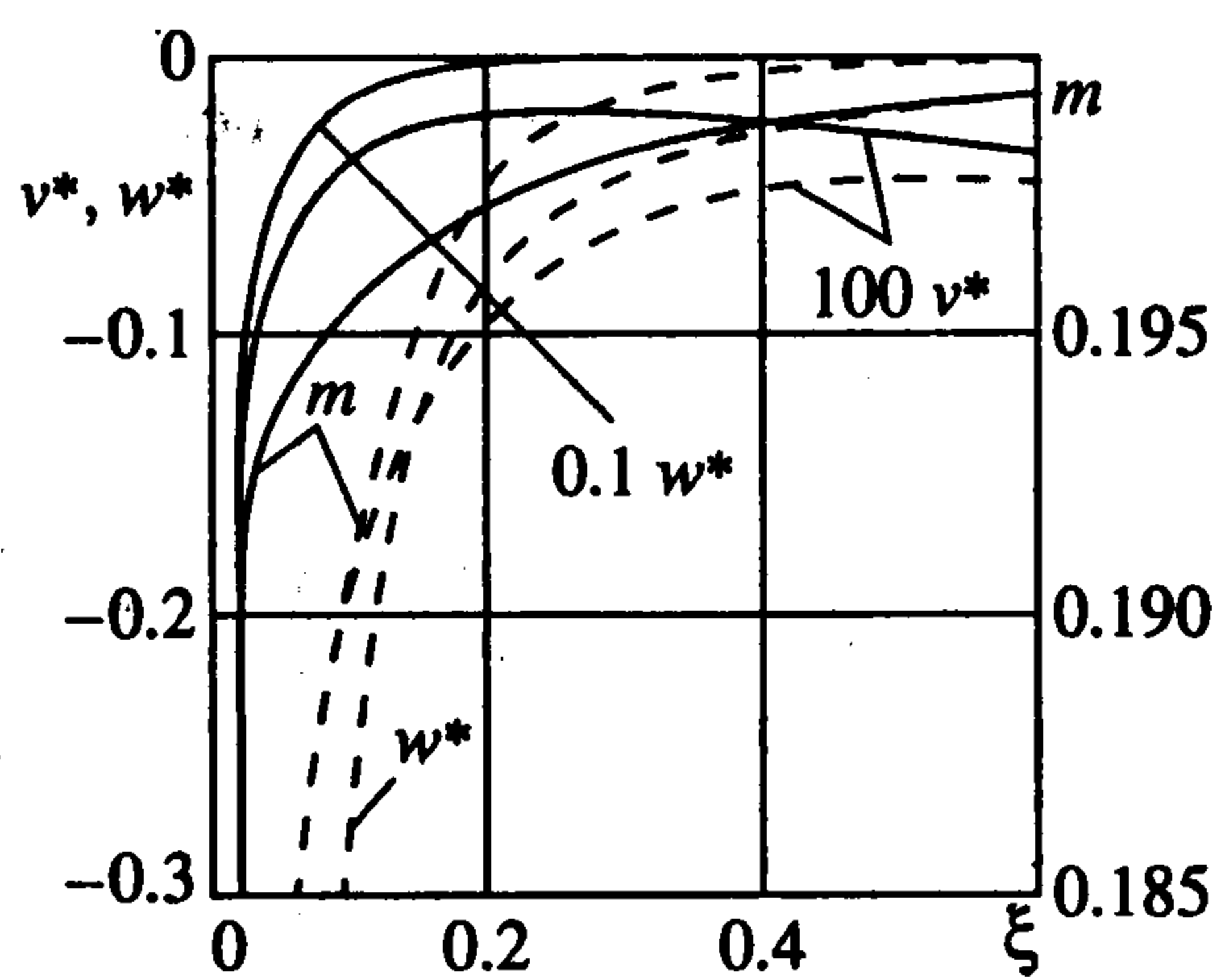
Время релаксации пласта определялось как $T = R^2/\kappa$, причем для коэффициента пьезопроводности использовалось выражение $\kappa = \kappa_1$. Конкретно, во всех расчетах он был равен $0,0032$ м²/с.

Расход жидкости был отрицательным (течение к скважине, скорость фильтрации направлена в сторону уменьшения радиуса), равным $Q_f = -5,6 \cdot 10^{-4}$ м³/с.

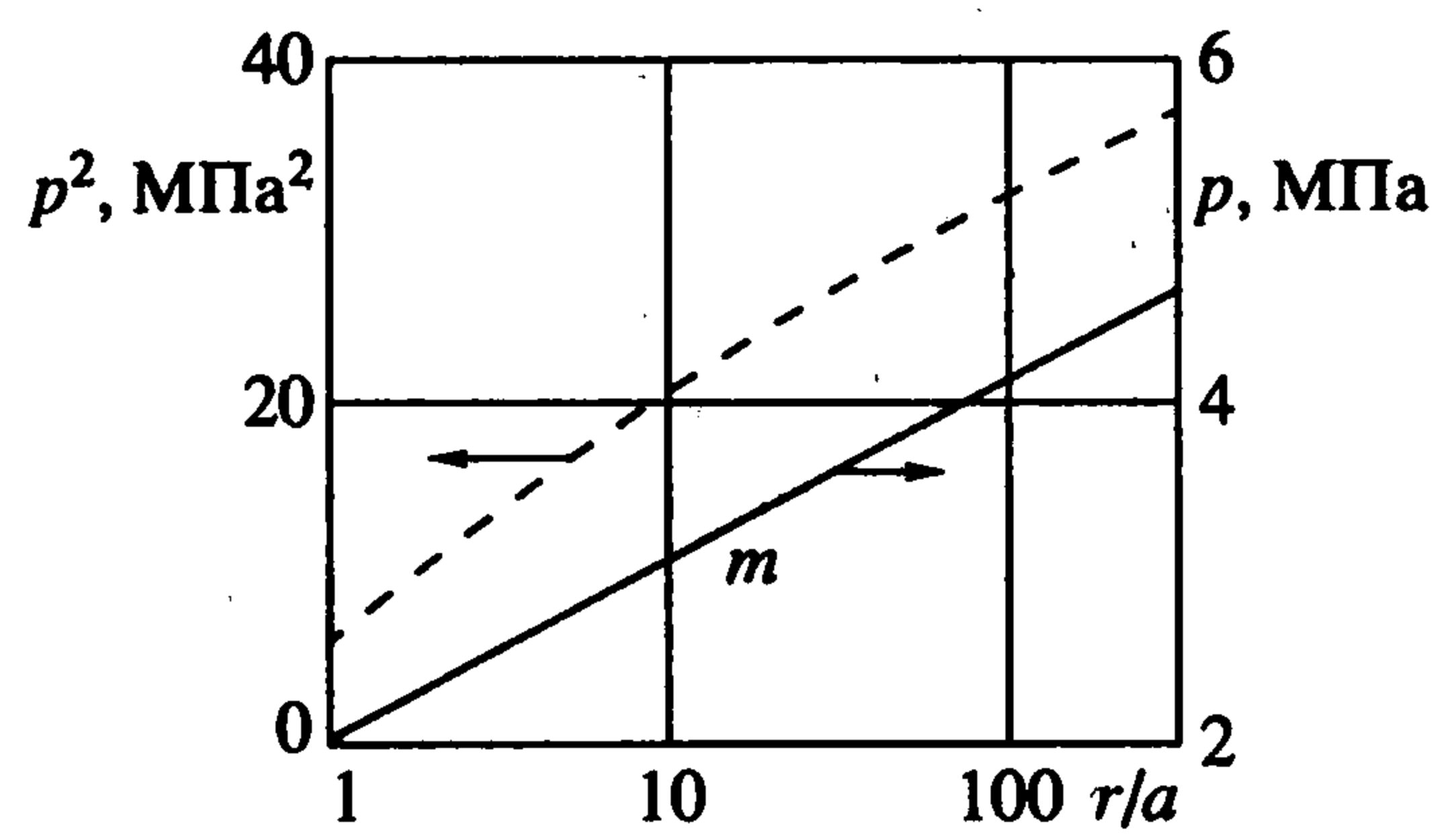
Приток песка Q_s определялся в расчетах, результаты которых приводятся на фигурах (сплошными линиями) и в таблице (варианты 1–4). Показана зависимость напряжений (фиг. 1), пористости и приведенных скоростей (фиг. 2) и порового давления (фиг. 3) от автомодельной переменной. Все они приведены для варианта 1 с наименьшим выносом песка (при равенстве сцеплений еще неразрушенной матрицы



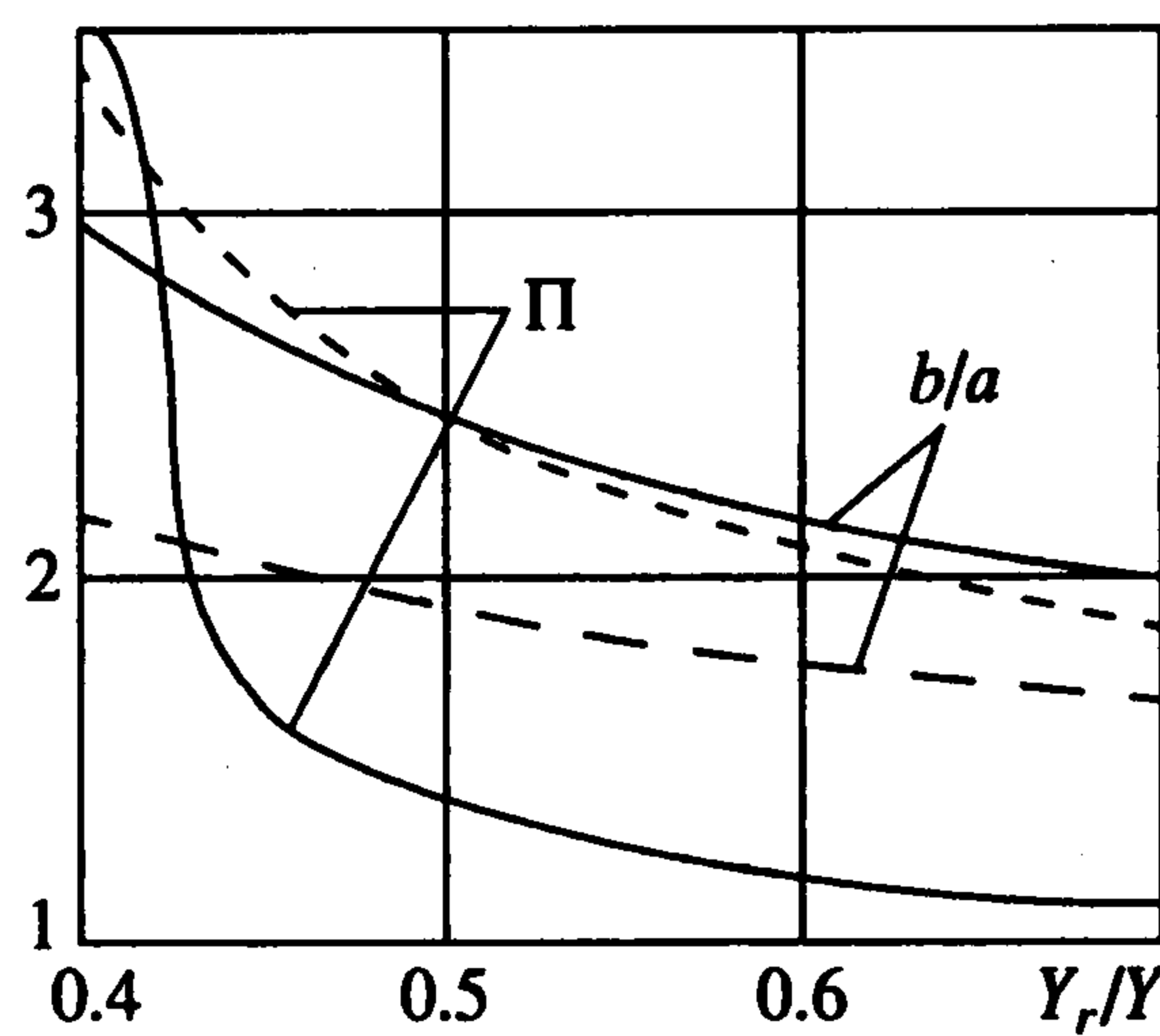
Фиг. 1



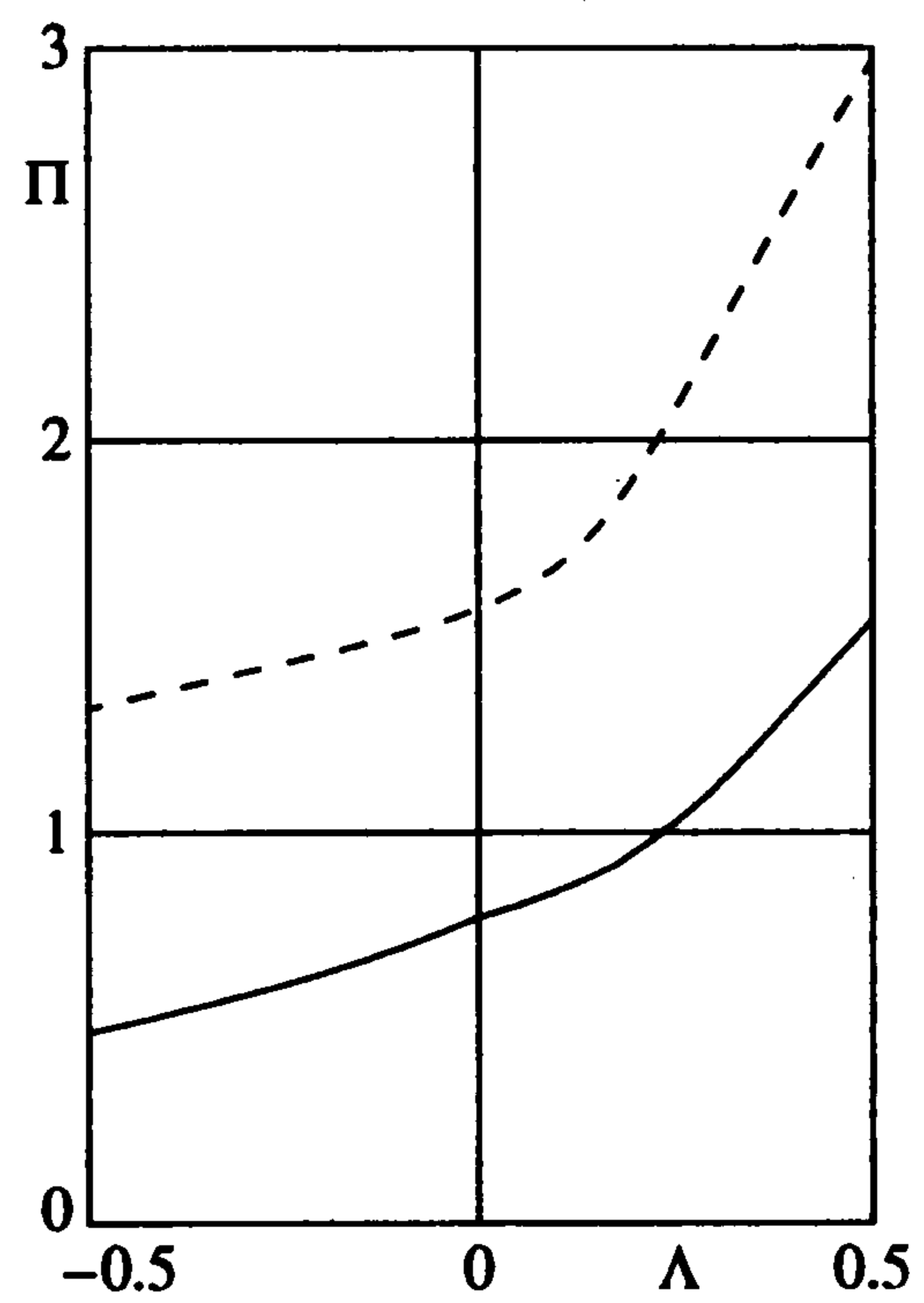
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

и в пластическом потоке ее фрагментов, т.е. песка). Расчетные кривые фиг. 1–4 соответствуют значению $\Lambda = -0,1$.

Как и следовало ожидать, профиль радиальных напряжений непрерывный и гладкий. В то же время распределение окружных нормальных напряжений σ_θ имеет излом на упругопластической границе (фиг. 1), а при смене значения сцепления на этой границе эти напряжения меняются скачком.

Скорости смещений фаз отрицательны, поскольку они направлены к началу координат, т.е. к скважине. При этом профиль скорости твердой фазы имеет максимум. В логарифмических координатах на значительном интервале (от 0 до 2,4) распределение давления оказывается практически линейным. Это означает, что радиус контура, который надо вводить в *стационарные решения* [6, 7], примерно равен $250a$ во всех рассмотренных здесь вариантах соотношений начального и остаточного сцепления. В то же время зона пластичности мала (если не наступает катастрофическое течение, как в вариантах 3 и 4).

Интенсивность выноса песка $\Pi = 100 Q_s/Q_f$ обуславливается в основном сцеплением в зоне пластического течения песка. Поэтому изменения величины Π сопоставлены со сцеплением в потоке песка, но отнесенным к сцеплению неразрушенной матрицы (фиг. 4 и таблица).

Видно, что песок составляет по объему сотую часть от добываемой жидкости (нефти или воды), а внешний радиус зоны пластического течения песка всего в два-три раза превосходит радиус a открытой скважины (или образующейся каверны). Если сцепление в потоке массы песка уменьшается в три раза или более по сравнению с начальным значением, то интенсивность выноса резко возрастает.

Остаточное уменьшение пористости в зоне пластического течения (при отрицательном значении скорости дилатансии) намного превосходит ее изменения в упругой зоне. При положительной дилатансии в пластической зоне происходит разрыхление, что сказывается в увеличении выноса песка почти в три раза (см. фиг. 5, вариант 1).

Скорости роста радиусов каверны и пластического течения песка определяются коэффициентом пьезопроводности. При указанном выше его значении каверна достигает радиуса в 0,2 м за 1 ч (в вариантах 1 и 2). Укажем, что в данных расчетах еще не учитывается фактор упрочнения песчаной массы с уменьшением пористости и сопутствующего изменения скорости дилатансии. Отметим, что изменения проницаемости (по формуле Козени) не слишком существенны при выносе песка. В равной степени учет скачка пористости (на величину 0,05 в варианте 2), сопутствующего изменениям сцепления на границе пластического течения, оказался малосущественным (вынос песка увеличился на 20%, радиус пластичности – на 4%).

5. Расчет выноса песка с газом. При выносе песка в газовую скважину прямая пропорциональность плотности давлению меняет уравнение баланса масс для жидкости

$$\frac{dw^*}{d\xi} = \frac{1}{m} \left(\frac{\xi}{2} - w^* \right) \frac{dm}{d\xi} - \frac{w^*}{\xi} + \left(\frac{\xi}{2} - w^* \right) \frac{1}{p^*} \frac{dp^*}{d\xi}$$

Остальные уравнения сохраняют тот же вид, что и в разд. 4.

Для расчетов использовались следующие данные: вязкость $\mu = 2,10^{-5}$ Па · с, $G = 100$ МПа, коэффициент Пуассона 0,3, проницаемость $k_0 = 10^{-13}$ м², начальное сцепление $Y = 5$ МПа, варьировались остаточное сцепление Y_r и скорость дилатансии Λ , пористость $m_0 = 0,2$, $\varepsilon = 0$, $p_R = 6$ МПа, $\sigma_R = -10$ МПа, коэффициент трения 0,5, мощность пласта $h = 10$ м, пьезопроводность 1,6 м²/с, $Q_f = 0,896$ м³/с = 77400 м³/сут.

Результаты представлены на фиг. 1–5 штриховыми линиями и в таблице (варианты 5–7). Расчетные кривые фиг. 1–4 соответствуют значению $\Lambda = -0,1$. На фиг. 5 представлены результаты расчетов выноса песка в зависимости от скорости дилатансии для варианта, когда остаточное сцепление равно начальному.

Видно, что распределение напряжений по радиусу в этом случае качественно не изменилось по сравнению со случаем выноса песка жидкостью, однако профиль скорости твердой фазы, генерируемой потоком газа, больше не имеет внутреннего максимума (фиг. 1, 2). Интервал логарифмического распределения квадрата порового давления по радиусу (фиг. 3), что практически соответствует стационарному притоку газа в недеформируемом пласте, несколько сократился (в ξ координатах до значения 1,3). Это означает, что радиус контура питания при стационарном течении имеет порядок $20a$.

Вынос песка газом оказывается раза в три более интенсивным, чем его вынос жидкостью (фиг. 4, 5), хотя пластическая зона имеет тот же порядок (в радиусах каверны). Можно полагать, что столь существенный вынос песка обусловлен значительно большими градиентами самого порового давления в окрестности газовой скважины. В реальности, согласно известным результатам [12], вынос песка происходит из малых, наиболее слабых слоев, либо отдельными струями [13] в толще неразрушенного пласта. Последние образуются в силу потери устойчивости пластического течения кулоновой среды [2, 5].

Работа докладывалась на Международной конференции "Современная теория фильтрации", посвященной П.Я. Полубариновой-Кочиной (Москва, 6–8 сентября 1999).

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В.Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды // ПММ. 1971. Т. 35. Вып. 6. С. 1017–1029.
2. Rudnicki J.W., Rice J.R. Condition of localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials // J. Mech. Phys. Solids. 1975. V. 23. № 6. P. 371–394.
3. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solids // J. Acoust. Soc. America. 1956. V. 28. P. 168–186.
4. Nikolaevskiy V.N. Mechanics of Porous and Fractured Media. Singapore: World Scientific, 1990. 492 p.
5. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с. = Nikolaevskiy V.N. Geomechanics and Fluidodynamics. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996. 349 p.
6. Grafutko S.B., Nikolaevskiy V.N. Mechanics of sand production for acting wells // Mechanics of Granular and Porous Materials. IUTAM Symp. / Eds N.A. Fleck and A.C.F. Cocks. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997. P. 439–450.
7. Графутко С.Б., Николаевский В.Н. Задача о выносе песка в работающую скважину. Изв. АН РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 130–139.
8. Nikolaevskiy V.N. The Biot model in interpenetrating continua and its role in geomechanics // Poromechanics. The Biot Conf. Rotterdam: Balkema, 1998. P. 123–128.
9. Geilikman M.B., Dusseault M.B. Fluid rate enhancement from massive sand production on heavy-oil reservoirs // J. Petroleum Science and Technology. 1997. V. 17. P. 5–18.
10. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. С. 664.
11. Terzaghi K. Theoretical Soil Mechanics. N.Y.: Wiley, 1944. = Терцаги К. Теория механики грунтов. М.: Стройиздат, 1961. 507 с.
12. Масленников В.В., Ремизов В.В. Системный геофизический контроль разработки крупных газовых месторождений. М.: Недра, 1993. 302 с.
13. Geilikman M.B., Dusseault M.B. Dynamics of wormholes and enhancement of fluid production. The Petroleum Society, Paper 97-09. 9 p.