

УДК (532.591 + 539.3) : 534.1

© 2001 г. И.В. Стурова

ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА УПРУГОЙ ПЛАВАЮЩЕЙ НА МЕЛКОВОДЬЕ ПЛАТФОРМЕ

В рамках линейной теории мелкой воды исследуется рассеяние длинных гравитационных волн плавающей упругой пластиной. Для пластины произвольной формы решение задачи сводится к системе граничных интегральных уравнений. На примере прямоугольной пластины выполнено сопоставление полученного решения с известными теоретическими и экспериментальными результатами. Представлено сравнение поведения прогибов прямоугольной пластины и полосы постоянной ширины при косом набегании поверхностных волн.

Взаимодействие гравитационных волн с деформируемой платформой, плавающей на поверхности жидкости, представляет интерес в связи с интенсивным изучением динамики ледовых полей и искусственных сооружений (аэропорты, острова) под действием морского волнения. Горизонтальные размеры этих объектов значительно превышают их толщину, и они обычно моделируются тонкими упругими пластинами. Внешнее волнение предполагается плоским и регулярным, амплитуды поверхностных волн, а также изгибные колебания упругой пластины – малыми. Жидкость рассматривается невязкой и несжимаемой, а течение – потенциальным.

Большое количество работ посвящено исследованию данной проблемы для пластин конкретной формы: изучено поведение прямоугольной пластины, плавающей на мелководье [1] и на поверхности жидкости конечной глубины [2–4]; аналогичные исследования проведены для круглой пластины на мелкой [5] и безгранично глубокой жидкости [6]. Предложенные методы расчета упругих деформаций пластины ориентированы на ее конкретную форму. Набегание поверхностных волн на пластину произвольной формы, плавающую на поверхности бесконечно глубокой жидкости, было рассмотрено [7] с помощью вариационного подхода, при численной реализации которого использован метод панелей. Как показали выполненные теоретические и экспериментальные исследования (см., например, [2, 4]), наибольшие деформации пластины вызывают длинные гравитационные волны.

В данной работе исследование линейной гидроупругой задачи для пластины произвольной формы, плавающей на мелководье, выполнено на основе граничных интегральных уравнений. При этом исходная двумерная задача сводится к одномерной, так как искомыми функциями являются только значения потенциала и его нормальных производных по периметру пластины.

1. Постановка задачи. Пусть однородная упругая пластина, ограниченная контуром S , занимает в плоскости горизонтальных переменных x и y область Ω_1 , а область Ω_2 вне пластины является свободной поверхностью жидкости равномерной глубины h . Потенциалы скоростей, описывающие движение жидкости в этих областях, обозначим соответственно $\Phi_1(x, y, t)$ и $\Phi_2(x, y, t)$, t – время.

Согласно линейной теории мелкой воды (см., например, [1, 8]), потенциал скоростей в области чистой воды Ω_2 удовлетворяет уравнению

$$\Delta \Phi_2 = \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} \quad (x, y \in \Omega_2), \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

где g – ускорение силы тяжести. Возвышение свободной поверхности $Z(x, y, t)$ опре-

деляется из соотношения

$$Z = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t}$$

Нормальный прогиб упругой пластины $W(x, y, t)$ описывается уравнением [1, 8]

$$D\Delta^2 W + \rho_1 h_1 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + g\rho W = 0 \quad (x, y \in \Omega_1), \quad D = \frac{Eh_1^3}{12(1-\nu^2)}$$

Здесь E, ρ_1, h_1, ν – модуль нормальной упругости, плотность, толщина и коэффициент Пуассона пластины, ρ – плотность воды.

Для мелкой воды справедливо соотношение

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -(h-d)\Delta\Phi_1 \quad (x, y \in \Omega_1)$$

где $d = \rho_1 h_1 / \rho$ – осадка пластины. На границе S должны выполняться следующие условия согласования, означающие непрерывность давления и потока массы:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial t}, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = \frac{h}{h-d} \frac{\partial \Phi_2}{\partial n} \quad (x, y \in S) \quad (1.1)$$

где n – направление нормали к контуру S .

Предполагается, что пластина контактирует с водой во всех точках и во все моменты времени. На краях пластины должны быть выполнены условия свободного края – равенство нулю изгибающего момента и перерезывающей силы [9]. Эти соотношения можно записать в виде

$$\Delta W = \nu_1 \left[\frac{\partial^2 W}{\partial s^2} + \alpha'(s) \frac{\partial W}{\partial n} \right], \quad \frac{\partial \Delta W}{\partial n} = \nu_1 \frac{\partial}{\partial s} \left[\alpha'(s) \frac{\partial W}{\partial s} - \frac{\partial^2 W}{\partial s \partial n} \right] \quad (x, y \in S) \quad (1.2)$$

где $\alpha(s)$ – угол наклона внешней нормали к оси x , s – дуговая координата контура S , $\nu_1 = 1 - \nu$, штрих означает дифференцирование по s . Предполагается, что набегающая волна распространяется под углом β к оси x и определяется потенциалом скоростей

$$\Phi_0(x, y, t) = \phi_0(x, y) \exp(-i\omega t), \quad \phi_0 = -\frac{iga}{\omega} \exp[ik_0(x \cos \beta + y \sin \beta)]$$

где a – амплитуда набегающей волны, ω – ее частота, $k_0 = \omega / \sqrt{gh}$ – волновое число. Предполагая движение, возникающее в результате рассеяния поверхностных волн на пластине, установившимся, решение для Φ_j ($j = 1, 2$), W, Z ищем в виде

$$\Phi_j(x, y, t) = \phi_j(x, y) \exp(-i\omega t), \quad W(x, y, t) = w(x, y) \exp(-i\omega t) \\ Z(x, y, t) = z(x, y) \exp(-i\omega t)$$

Для определения $\phi_j(x, y)$ и $w(x, y)$ получаем следующую задачу:

$$\frac{D}{g\rho} \Delta^3 \phi_1 + \left(1 - \frac{d\omega^2}{g} \right) \Delta \phi_1 + \frac{\omega^2}{g(h-d)} \phi_1 = 0, \quad w = -\frac{i(h-d)}{\omega} \Delta \phi_1 \quad (1.3) \\ (x, y \in \Omega_1)$$

$$\Delta \phi_2 + k_0^2 \phi_2 = 0 \quad (x, y \in \Omega_2) \quad (1.4)$$

с условиями согласования на границе S , получающимися из (1.1),

$$\phi_1 = \phi_2, \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \frac{h}{h-d} \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \quad (x, y \in S) \quad (1.5)$$

Следует также учесть краевые условия (1.2) и вдали от пластины выполнить условие излучения для дифракционного потенциала $\phi_d = \phi_2 - \phi_0$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 \right) \phi_d = 0, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

2. Метод решения. Далее перейдем к безразмерным переменным, взяв за масштаб длины глубину бассейна h , а за масштаб времени $\sqrt{h/g}$. Уравнения (1.3), (1.4) в безразмерных переменных имеют вид

$$\chi \Delta^3 \phi_1 + \lambda \Delta \phi_1 + \tau \phi_1 = 0 \quad (x, y \in \Omega_1) \quad (2.1)$$

$$\Delta \phi_2 + \sigma^2 \phi_2 = 0 \quad (x, y \in \Omega_2) \quad (2.2)$$

$$\chi = \frac{D}{g \rho h^4}, \quad \lambda = 1 - \sigma^2 \gamma, \quad \sigma = \omega \sqrt{\frac{h}{g}}, \quad \gamma = \frac{d}{h}, \quad \tau = \frac{h \sigma^2}{h - d}$$

Решение уравнения (2.1) ищем в виде [2] (всюду далее суммирование ведется от $m = 1$ до $m = 3$)

$$\phi_1(x, y) = \sum \psi_m(x, y) \quad (2.3)$$

где функции $\psi_m(x, y)$ ($m = 1, 2, 3$) удовлетворяют уравнениям

$$\Delta \psi_m + k_m \psi_m = 0 \quad (x, y \in \Omega_1) \quad (2.4)$$

а величины k_m – корни кубического уравнения

$$\chi k^3 + \lambda k - \tau = 0 \quad (2.5)$$

Это уравнение является частным случаем общего дисперсионного уравнения для изгибно-гравитационных волн в упругой пластине, плавающей на поверхности жидкости конечной глубины (см., например, [10]), в предположении малой глубины жидкости и нулевой осадки пластины. Уравнение (2.5) имеет один положительный вещественный корень k_1 и два комплексно-сопряженных корня k_2 и k_3 .

Уравнения (2.2), (2.4) являются уравнениями Гельмгольца. Соответствующая функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$ удовлетворяет в общем случае уравнению

$$\Delta G + k^2 G = 2\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$$

и условию излучения в дальнем поле и имеет вид

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, k) = -\frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(kR) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{r} = (x, y), \quad \mathbf{r}_1 = (x_1, y_1), \quad R^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$$

где $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака, $H_0^{(1)}(\cdot)$ – функция Ганкеля первого рода нулевого порядка.

Используя теорему Грина в области Ω_1 , получим

$$\varepsilon_1 \psi_m(\mathbf{r}) + \frac{1}{\pi} \int_S \left[\psi_m(\mathbf{r}_1) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mu_m) - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mu_m) \frac{\partial \psi_m}{\partial n}(\mathbf{r}_1) \right] ds = 0 \quad (2.7)$$

($x, y \in \Omega_1$)

где $\mu_m = \sqrt{k_m}$, $\varepsilon_1 = 2$, если точка $\mathbf{r}$ внутри контура S , $\varepsilon_1 = 1$, если $\mathbf{r}$ на гладком участке S и $\varepsilon = \alpha_0/\pi$, если $\mathbf{r}$ – угловая точка, α_0 – телесный угол, под которым виден контур S из точки $\mathbf{r}$. Аналогичное интегральное соотношение имеет место в области Ω_2

$$\varepsilon_2 \phi_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi} \int_S \left[\phi_2(\mathbf{r}_1) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) \frac{\partial \phi_2}{\partial n}(\mathbf{r}_1) \right] ds + 2\phi_0(\mathbf{r}) \quad (2.8)$$

($x, y \in \Omega_2$)

где $\varepsilon_2 = 2$, если точка $\mathbf{r}$ вне контура S , $\varepsilon_2 = 1$, если $\mathbf{r}$ на гладком участке S и $\varepsilon = 2 - \alpha_0/\pi$, если $\mathbf{r}$ – угловая точка S .

Для определения потенциалов $\phi_1(\mathbf{r})$ и $\phi_2(\mathbf{r})$ внутри соответственно областей Ω_1 и Ω_2 необходимо определить значения $\psi_m(\mathbf{r})$ и $\partial\psi_m(\mathbf{r})/\partial n$ ($m = 1, 2, 3$) на контуре S . Используя точки $\mathbf{r}$, лежащие на контуре S , получим систему четырех интегральных уравнений, первое из которых, согласно соотношениям (1.5), (2.3), (2.8), имеет вид

$$\varepsilon_2 \sum \psi_m(\mathbf{r}) - \frac{1}{\pi} \int_S \left[\frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) \sum \psi_m(\mathbf{r}_1) - \frac{h-d}{h} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) \sum \frac{\partial \psi_m}{\partial n}(\mathbf{r}_1) \right] ds = 2\phi_0(\mathbf{r})$$

($x, y \in S$) (2.9)

а три других – уравнения (2.7) при $m = 1, 2, 3$. Два дополнительных уравнения получаются из условий (1.2), которые можно записать, согласно (1.3), (2.3), (2.4), в виде

$$\sum k_m \left\{ k_m \psi_m + v_1 \left[\frac{\partial^2 \psi_m}{\partial s^2} + \alpha'(s) \frac{\partial \psi_m}{\partial n} \right] \right\} = 0$$

$$\sum k_m \left\{ k_m \frac{\partial \psi_m}{\partial n} + v_1 \frac{\partial}{\partial s} \left[\alpha'(s) \frac{\partial \psi_m}{\partial s} - \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial s \partial n} \right] \right\} = 0 \quad (x, y \in S) \quad (2.10)$$

После определения граничных значений ψ_m и $\partial\psi_m/\partial n$ ($m = 1, 2, 3$) можно вычислить нормальный прогиб пластины

$$w(x, y) = \frac{i(h-d)}{\omega} \sum k_m \psi_m(x, y) \quad (x, y \in \Omega_1)$$

Характеристики дифрагированных поверхностных волн определяются дифракционным потенциалом ϕ_d , который, согласно (2.8), вне пластины равен

$$\phi_d(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_S \left[\phi_2(\mathbf{r}_1) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) \frac{\partial \phi_2}{\partial n}(\mathbf{r}_1) \right] ds \quad (x, y \in \Omega_2)$$

Используя асимптотическое представление функции Грина (2.6) в дальнем поле [11]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) \approx -\sqrt{\frac{\pi}{2\sigma r}} \exp \left\{ i \left[\sigma(r - x_1 \cos \theta - y_1 \sin \theta) + \frac{\pi}{4} \right] \right\} \quad (r \rightarrow \infty)$$

получим

$$\phi_d \approx \sqrt{\frac{1}{8\pi\sigma r}} \exp \left[i \left(\sigma r + \frac{\pi}{4} \right) \right] H(\sigma, \theta) \quad (r \rightarrow \infty)$$

$$H(\sigma, \theta) = \int_S \left[\frac{\partial \phi_2}{\partial n} + i\sigma \phi_2 (n_1 \cos \theta + n_2 \sin \theta) \right] \exp[-i\sigma(x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta)] ds,$$

$$\theta = \arctg \frac{y}{x}$$

где $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$ – внешняя нормаль к контуру S в точке x_1, y_1 .

Через функцию Кочина $H(\sigma, \theta)$ выражаются амплитуды дифрагированных волн $z_d = i\omega\phi_d/g$ в дальнем поле

$$\frac{|z_d|}{a} = \frac{|H(\sigma, \theta)|}{\sqrt{8\pi\sigma r}}$$

и поток энергии Q , уносимый рассеянными волнами, – так называемое сечение рас-

сеяния

$$Q = \frac{1}{8\pi\sigma} \int_0^{2\pi} |H(\sigma, \theta)|^2 d\theta \quad (2.11)$$

а также возмущающие нагрузки (горизонтальные силы и момент относительно вертикальной оси) первого порядка и осредненные дрейфовые нагрузки второго порядка, действующие на пластину [2, 3, 6, 7].

3. Частные случаи. Представляет самостоятельный интерес рассмотрение некоторых частных случаев данной задачи. При $D = 0$ пластина эквивалентна флотирующей жидкости (например, битому льду). Тогда движение жидкости в области Ω_1 , так же как и в области чистой воды Ω_2 , описывается уравнением Гельмгольца

$$\Delta\phi_1 + c^2\phi_1 = 0 \quad (x, y \in \Omega_1), \quad c^2 = \tau/\lambda$$

При этом краевые условия (1.2) не ставятся. При $c = 0$ получаем случай жесткой пластины, плавающей на свободной поверхности тонкого слоя жидкости. Функция Грина для уравнения Лапласа имеет вид $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = \ln R$. Если для жесткой пластины $d = h$, то имеет место дифракция поверхностных волн на вертикальном цилиндре с поперечным сечением S . В этом случае движение жидкости происходит только в области Ω_2 и на границе S должно выполняться условие непротекания $\partial\phi_2/\partial n = 0$.

При моделировании пластины флотирующей жидкостью рассматриваемая задача становится эквивалентна задаче о дифракции поверхностных волн на ступенчатой донной неровности. Для прямоугольной траншеи было получено [12] решение такой задачи методом интегральных уравнений.

4. Прямоугольная пластина. Предлагаемый метод продемонстрируем на примере прямоугольной пластины. Пусть пластина длиной L и шириной B занимает область $|x| \leq L/2, |y| \leq B/2$. Краевые условия (2.10) на прямых линиях упрощаются:

$$\sum k_m \left(k_m \psi_m + v_1 \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial s^2} \right) = 0, \quad \sum k_m \frac{\partial}{\partial n} \left(k_m \psi_m - v_1 \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial s^2} \right) = 0 \quad (x, y \in S) \quad (4.1)$$

В угловых точках пластины должны быть выполнены условия компенсации изгибающего момента сосредоточенной перерезывающей силой [2, 3] $\partial^2 w / \partial x \partial y = 0$, что соответствует условию

$$\sum k_m \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial x \partial y} = 0 \quad \left(x = \pm \frac{L}{2}, y = \pm \frac{B}{2} \right) \quad (4.2)$$

При численном решении участки контура S , параллельные осям x и y , разбиваются соответственно на N_x и N_y равных отрезков. После этого каждый отрезок делится на три равные части, вводятся две вспомогательные внутренние точки и на каждом отрезке используются четырехточечные кубические функции формы. Общее количество точек, в которых определяются неизвестные функции, равно $M = 6(N_x + N_y)$. Для каждого узла записывается дискретная форма уравнения (2.7). Совокупность этих линейных алгебраических уравнений образует систему

$$A_m[\psi_m] = B_m[\partial\psi_m/\partial n], \quad m = 1, 2, 3$$

где A_m, B_m – квадратные матрицы размерности M , $[\psi_m]$ и $[\partial\psi_m/\partial n]$ – векторы узловых значений соответствующих функций на границе S . Из этих соотношений можно выразить

$$[\psi_m] = C_m[\partial\psi_m/\partial n], \quad C_m = A_m^{-1} B_m, \quad m = 1, 2, 3 \quad (4.3)$$

Используя интегральное уравнение (2.9) и краевые условия (4.1), (4.2), а также (4.3), получим систему линейных уравнений порядка $3M$ для определения неизвестных

значений $[\partial\psi_m/\partial n]$ ($m = 1, 2, 3$). При этом краевые условия (4.1) выполняются только в неугловых точках контура S , вторые касательные производные аппроксимируются с помощью центральных конечных разностей, а в угловых точках используются условия (4.2).

5. Численные результаты. Для сопоставления результатов предложенного метода с известными ранее используем экспериментальные и расчетные данные [4], полученные для модели плавучего аэропорта при следующих параметрах (далее возвращаемся к размерным переменным):

$$D = 1,093 \cdot 10^3 \text{ кг м}^2/\text{с}^2, \quad h = 0,25 \text{ м}, \quad \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$L = 15 \text{ м}, \quad B = 3 \text{ м}, \quad d = 1,25 \text{ см}, \quad \nu = 0,3$$

При этих значениях $\chi = 28,52$, $\gamma = 0,05$. Численные результаты [4] основаны на трехмерной потенциальной модели с использованием разложения искомого решения по собственным формам колебаний пластины.

N_x	N_y	$\beta = 0^\circ$				$\beta = 90^\circ$			
		O_1	O_2	O_3	O_4	O_1	O_2	O_3	O_4
10	2	1,4631	0,2641	0,3312	1,2365	1,2579	1,5129	1,0621	1,3095
20	4	1,2067	0,2658	0,2714	1,1080	1,1416	1,1578	1,0282	1,1297
30	6	1,1291	0,2605	0,2546	1,0973	1,1311	1,1064	1,0208	1,0523
40	8	1,1129	0,2584	0,2515	1,1024	1,1401	1,1135	1,0215	1,0308

Сходимость численных результатов в зависимости от количества узловых точек представлена в таблице, где даны амплитуды нормальных прогибов пластины $|w|/a$ в ее угловых точках:

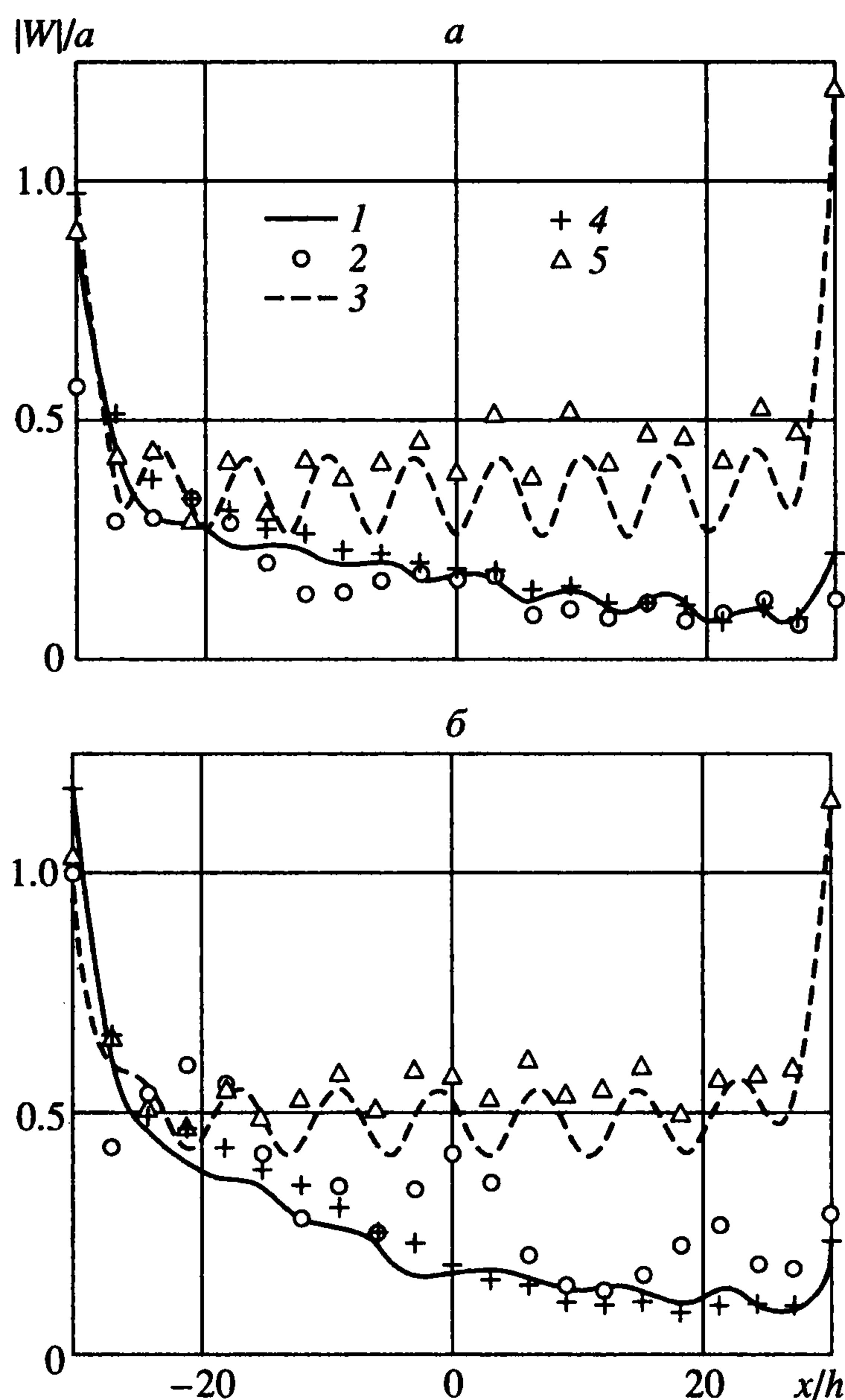
$$O_1(x = -L/2, y = B/2), \quad O_2(x = L/2, y = B/2)$$

$$O_3(x = L/2, y = -B/2), \quad O_4(x = -L/2, y = -B/2)$$

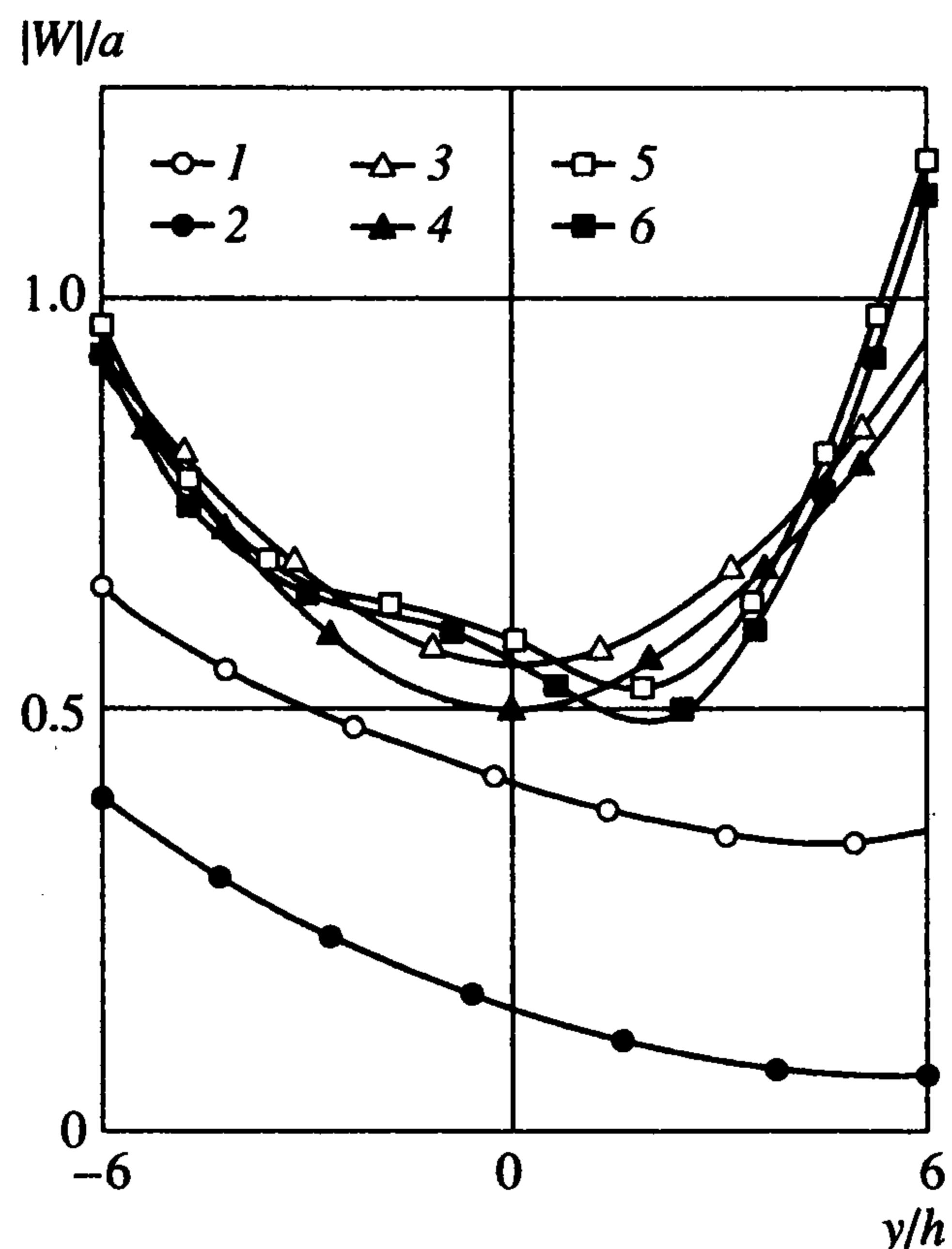
при набегании волн с периодом $T = 2\pi/\omega = 2\text{ с}$ ($\sigma \approx 0,5015$) под углом $\beta = 0^\circ, 90^\circ$.

Сопоставление результатов, полученных при помощи предложенного метода для амплитуд нормальных прогибов пластины вдоль ее средней линии ($y = 0$), с теоретическими и экспериментальными результатами [4] представлено на фиг. 1 при $\beta = 0^\circ$ и $T = 1,46 \text{ с}$ ($\sigma \approx 0,6870$) (а) и $T = 2 \text{ с}$ (б). Кривыми 1 и точками 2 даны соответственно теоретические и экспериментальные результаты [4], кривая 3 показывает решение [10], полученное для упругой полосы постоянной ширины L и бесконечной длины, плавающей на поверхности жидкости конечной глубины, точки 4, 5 соответствуют полученным результатам для прямоугольной пластины ширины B ($N_x = 30, N_y = 6$) и $3B$ ($N_x = 25, N_y = 15$). При численных расчетах для полосы учтено 20 нераспространяющихся мод. Видно, что предлагаемое решение достаточно хорошо согласуется с численными результатами [4]. При увеличении ширины пластины и набегаии волн в ее торец вертикальные смещения на средней линии близки к соответствующим значениям для полосы.

На фиг. 2 представлено сравнение результатов для прямоугольной пластины и полосы при $T = 2\text{ с}$ и косом набегаии волн: $\beta = 30^\circ$ (кривые 1, 2), 60° (кривые 3, 4); 90° (кривые 5, 6). При этом нечетные номера кривых соответствуют прямоугольной пластине с размерами L и B , четные номера – полосе шириной B . Представлены амплитуды нормальных прогибов в среднем поперечном сечении пластины ($x = 0$). Видно, что при $\beta = 60^\circ, 90^\circ$ нормальные прогибы прямоугольной пластины и полосы достаточно близки, однако при $\beta = 30^\circ$ полоса испытывает значительно меньшие нормальные прогибы. Это объясняется тем, что в этом случае поверхностные волны падают на упругую полосу под углом, меньшим критического, и происходит их полное отражение, тогда как для прямоугольной пластины наличие торцевых сторон допускает



Фиг. 1



Фиг. 2

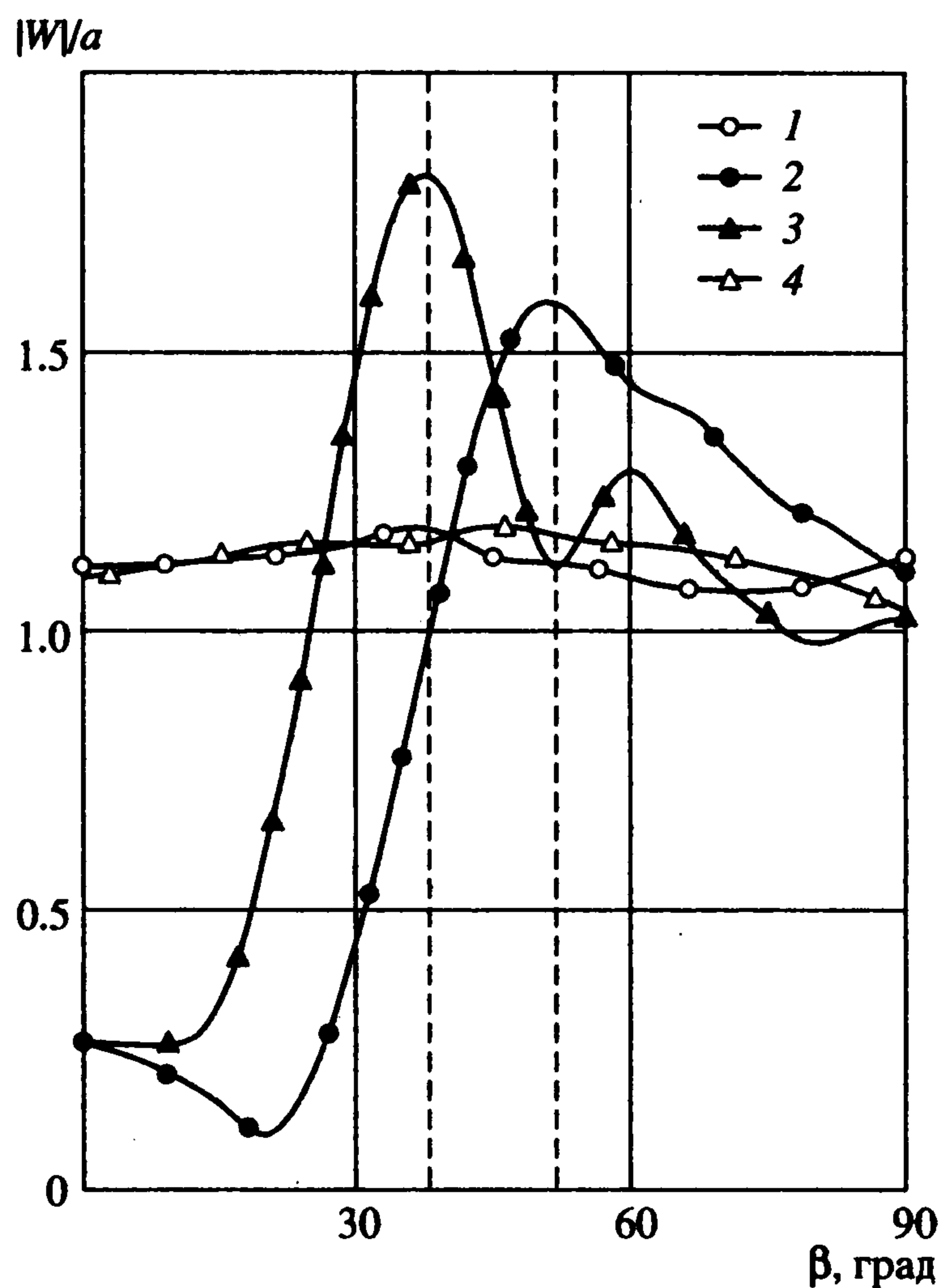
частичное проникание волн внутрь пластины. Значение критического угла β_c определяется соотношением [10]

$$\beta_c = \arcsin(r_0/k_0)$$

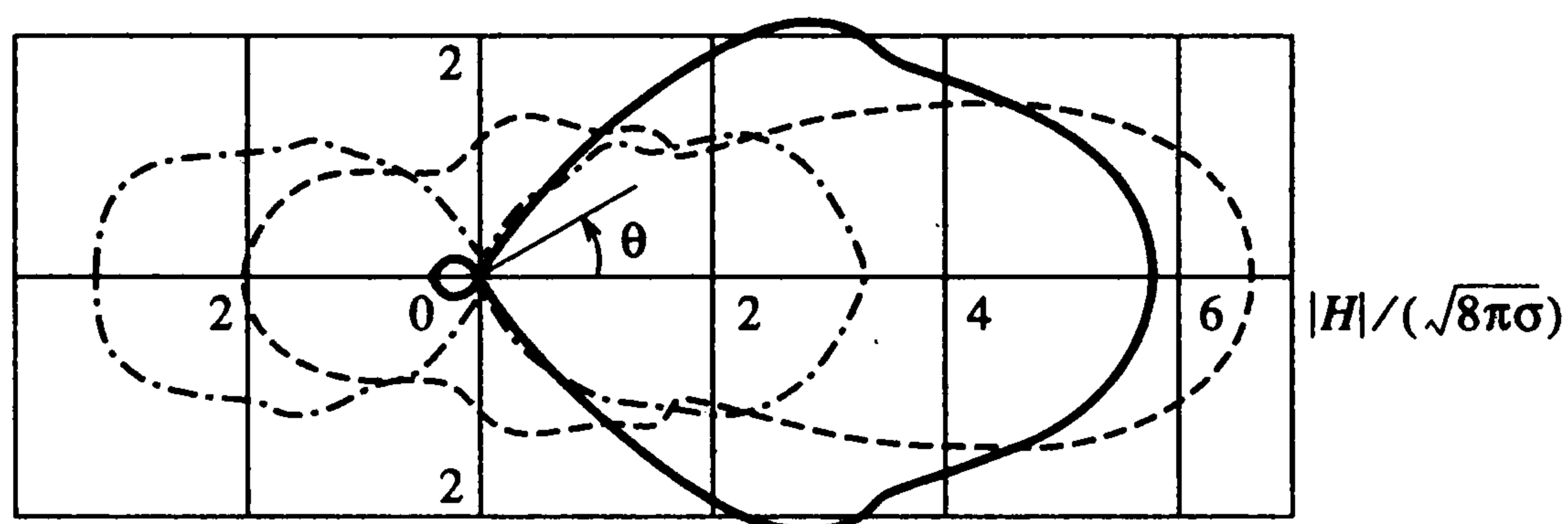
где r_0 – волновое число изгибно-гравитационной волны. В приближении мелкой воды $r_0 = \sqrt{k_1}$ и при $T = 2c$, $\beta_c \approx 52^\circ$ (безразмерное значение $r_0 = 0,3960$). Более точное решение с учетом конечной глубины жидкости дает $\beta_c \approx 49^\circ$ (безразмерные значения $k_0 = 0,5235$, $r_0 = 0,3959$). Указанные значения β_c являются критическими для торцевой стороны пластины $x = -L/2$, а для стороны $y = -B/2$ следует использовать значение $90^\circ - \beta_c \approx 38^\circ$ (мелкая вода); 41° (конечная глубина).

Поведение амплитуд нормальных прогибов пластины в угловых точках в зависимости от угла набегания поверхностной волны представлено на фиг. 3 при $T = 2c$. Кривые 1–4 соответствуют угловым точкам $O_1 - O_4$. Две вертикальные штриховые линии указывают критические углы β_c и $90^\circ - \beta_c$. Видно, что прогибы в угловых точках O_1 и O_4 слабо зависят от направления набегающих волн, тогда как в точках O_2 и O_3 происходят существенные изменения, причем максимальные значения прогибов достигаются при $\beta \approx 90^\circ - \beta_c$ (точка O_3) и $\beta \approx \beta_c$ (точка O_2).

Поведение дифрагированных поверхностных волн вдали от пластины удобно описывать с помощью диаграммы рассеяния. На фиг. 4 в полярных координатах представлена зависимость $|H(\sigma, \theta)|/\sqrt{8\pi\sigma}$ от угла θ для упругой пластины (сплошная кривая), жесткой пластины (штриховая кривая) и вертикального цилиндра (штрих-пунк-



Фиг. 3



Фиг. 4

тирная кривая) при $T = 2$ с и $\beta = 0^\circ$. Горизонтальные размеры всех объектов совпадают. Наибольшее рассеяние вперед наблюдается для жесткой пластины, наибольшее отражение – для вертикального цилиндра. Вычисленные, согласно (2.11), сечения рассеяния равны: $Q \approx 33,4$ (упругая пластина); 39,7 (жесткая пластина); 23,4 (вертикальный цилиндр). Следовательно, наибольшее рассеивающее действие на поверхностные волны в рассматриваемых случаях оказывает плавающая жесткая пластина.

Представленные результаты показывают, что предложенный метод является эффективным способом исследования динамики упругой плавающей платформы под действием длинных поверхностных волн ($k_0 h < 1$). Некоторое расширение полученных результатов в сторону более коротких волн возможно с использованием модели Грина–Нагди [2].

Автор благодарит А.А. Коробкина за обсуждения и указание соотношения (1.2).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (97-01-00897) и Интеграционного проекта СО РАН № 43 "Исследования поверхностных и внутренних гравитационных волн в жидкости".

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wen Y.-K.* Interaction of ocean waves with floating plate // *Proc. ASME. J. Eng. Mech. Div.* 1974. V. 100. № 2. P. 375–395.
2. *Kim J.W., Ertekin R.C.* An eigenfunction-expansion method for predicting hydroelastic behavior of a shallow-draft VLFS // *Hydroelasticity in Marine Technology: Proc. 2nd Intern. Conf. Fukuoka: Res. Inst. Appl. Mech. Kyushu Univ. Japan*, 1998. P. 47–59.
3. *Kashiwagi M.* A B-spline Galerkin scheme for calculating the hydroelastic response of a very large floating structure in waves // *J. Mar. Sci. Technol.* 1998. V. 3. № 1. P. 37–49.
4. *Ohta M., Ohmatsu S.* Analysis and experimental verification of elastic behavior of huge floating structure in waves // *Proc. 14th Ocean Eng. Symp. Japan Soc. Nav. Arch.*: 1998. P. 475–481.
5. *Дорфман А.А., Лейнонен И.Л.* Дифракция длинных волн на круглой пластине // *Колебания и волны в сплошных средах: Аналит. и числ. методы. Нижний Новгород: Нижегород. политехн. ин-т*, 1992. С. 42–47.
6. *Meylan M.H., Squire V.A.* Response of a circular ice floe to ocean waves // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. № C4. P. 8869–8884.
7. *Meylan M.H.* The wave response of floating thin plates of shallow draft by a variational method // *Proc. 6th Intern. Offshore and Polar Eng. Conf., Los Angeles, Calif., 1996. Golden (Colo).* 1996. V. 3. P. 328–334.
8. *Хейсин Д.Е.* Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 215 с.
9. *Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. New York, etc.: McGraw-Hill, 1959. 580 p. = *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластины и оболочки. 2-е переработ. изд. М.: Физматгиз, 1963. 635 с.
10. *Стурова И.В.* Косое набегание поверхностных волн на упругую полосу // *ПМТФ.* 1999. Т. 40. № 4. С. 62–68.
11. *Кочин Н.Е.* Теория волн, вынуждаемых колебаниями тела под свободной поверхностью тяжелой несжимаемой жидкости // *Собр. соч. Т. 2. М.; Л.: Изд-во АН СССР*, 1949. С. 277–304.
12. *Williams A.N.* Diffraction of long waves by rectangular pit // *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng.* 1990. V. 116. № 4. P. 459–469.

Новосибирск
e-mail: sturova@hydro.nsc.ru

Поступила в редакцию
17.II.2000