

УДК 550.344.42:534.1

© 2000 г. А.Б. Зимин, В.А. Калинин, С.Я. Секерж-Зенькович,
И.К. Шингарева

ВОЗБУЖДЕНИЕ ЦУНАМИ НИЗКОЧАСТОТНЫМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ТОЧЕЧНЫМ И РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ЦЕНТРАМИ РАСШИРЕНИЯ

Для слоя несжимаемой тяжелой жидкости толщиной 4 км, расположенного над упругим полупространством с действующим в нем на глубине 40 км точечным и распределенным центром расширения, интенсивность которого испытывает нестационарные колебания, вычисляется возвышение свободной поверхности жидкости относительно дна. Исследуется зависимость этого возвышения от периода источника в случае, когда период больше 2 мин, но меньше 40 мин. Установлено, что заметные цунами возбуждаются лишь низкочастотными колебаниями источника.

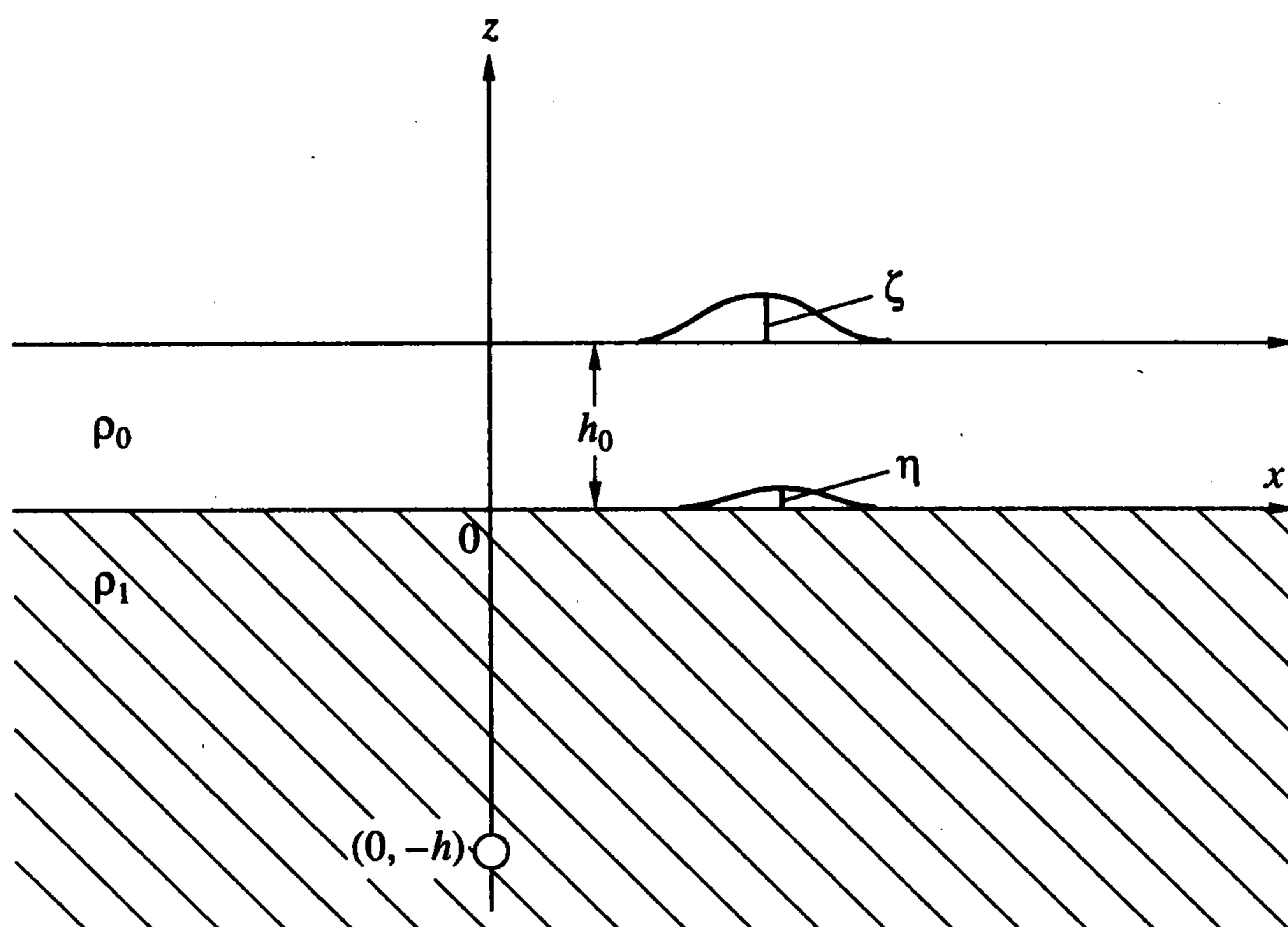
В теоретических исследованиях процесса возбуждения цунами сейсмическими источниками обычно предполагалось, что либо эти источники действуют мгновенно [1, 2], либо их интенсивность – периодическая функция времени [3, 4]. В качестве сейсмического источника был рассмотрен [5] нестационарный центр расширения, мощность которого изменяется в течение бесконечного промежутка времени следующим образом: сначала она медленно растет до некоторого максимального значения, затем совершает несколько осцилляций, после которых медленно уменьшается; спектральная функция источника была выбрана такой, что приближенное решение задачи удалось получить аналитически, в частности, она содержит лишь гармоники с периодами 1–10 мин. Был сделан вывод, что наиболее сильное цунами возбуждается самыми долгопериодными, десятиминутными осцилляциями источника. Однако из наблюдений известно [6], что при сильных цунами интервал времени между последующими волнами оказывается, как правило, большим 15 мин.

Цель работы – обобщение задачи, поставленной в [5], в двух направлениях: 1) расширение спектра колебаний источника в низкочастотную область; 2) рассмотрение распределенных источников. Как и в [5], необходимо выяснить, какие параметры источника определяют наибольшие цунами.

Выбор центра расширения в качестве основного источника нужно рассматривать как промежуточный этап. Строя линейные комбинации частных производных по пространственным координатам от полученного решения, можно смоделировать действие дипольных источников. Заметим, однако, что в аналогичной модели, но с периодическими во времени источниками, рассмотрение безмоментного двойного диполя, используемого в сейсмологии для моделирования реального землетрясения [6], не привело к заметным по сравнению со случаем центра расширения изменениям высот волн цунами.

1. Физическая постановка задачи. Пусть однородное упругое полупространство $z < 0$ (дно) покрыто слоем однородной тяжелой несжимаемой жидкости (океан) плотности ρ_0 и глубины h_0 (фиг. 1). Жидкость ограничена сверху свободной поверхностью, давление над которой считается постоянным. Задача исследуется в рамках плоской деформации. В упругом полупространстве на глубине h находится центр расширения (сейсмический источник), излучающий осесимметричные продольные волны, которые возбуждают гравитационные волны в жидкости. Ось источника (цилиндрической волны) совмещена с осью Oy , перпендикулярной плоскости чертежа.

На границе раздела упругого полупространства и жидкости (на дне океана) требуется непрерывность вертикальных смещений жидкости и дна, непрерывность



Фиг. 1

нормальных напряжений и отсутствие касательных напряжений (жидкость идеальная).

Считается, что сила тяжести действует на упругую среду, но это действие учитывается приближенно, лишь в граничном условии на поверхности контакта этой среды с жидкостью. Смещения частиц жидкости и упругой среды предполагаются малыми, а гравитационные волны в жидкости – длинными.

Ставится задача – выяснить, при каких условиях сейсмический источник возбуждает относительно высокие гравитационные волны в жидкости (цунами). Более точно, будем считать волны высокими, если $\max(\zeta - \eta) \geq h^*$, где $\zeta(x, t)$ и $\eta(x, t)$ – вертикальные смещения (в метрах) свободной поверхности жидкости и дна, а h^* – некоторая выбранная высота.

2. Потенциал нестационарного центра расширения. Скалярный потенциал $\Phi_0(x, z, t)$ центра расширения удовлетворяет уравнению

$$\partial^2 \Phi_0 = a^2 \Delta_2 \Phi_0 + 4\pi a^2 q^2 \delta(x, z + h) f(t) \quad (2.1)$$

Здесь q – постоянная, характеризующая мощность центра расширения и имеющая размерность длины, a – скорость продольных волн в упругой среде, Δ_2 – двумерный оператор Лапласа, δ – дельта-функция, $f(t)$ – функция, определяющая изменение мощности источника во времени.

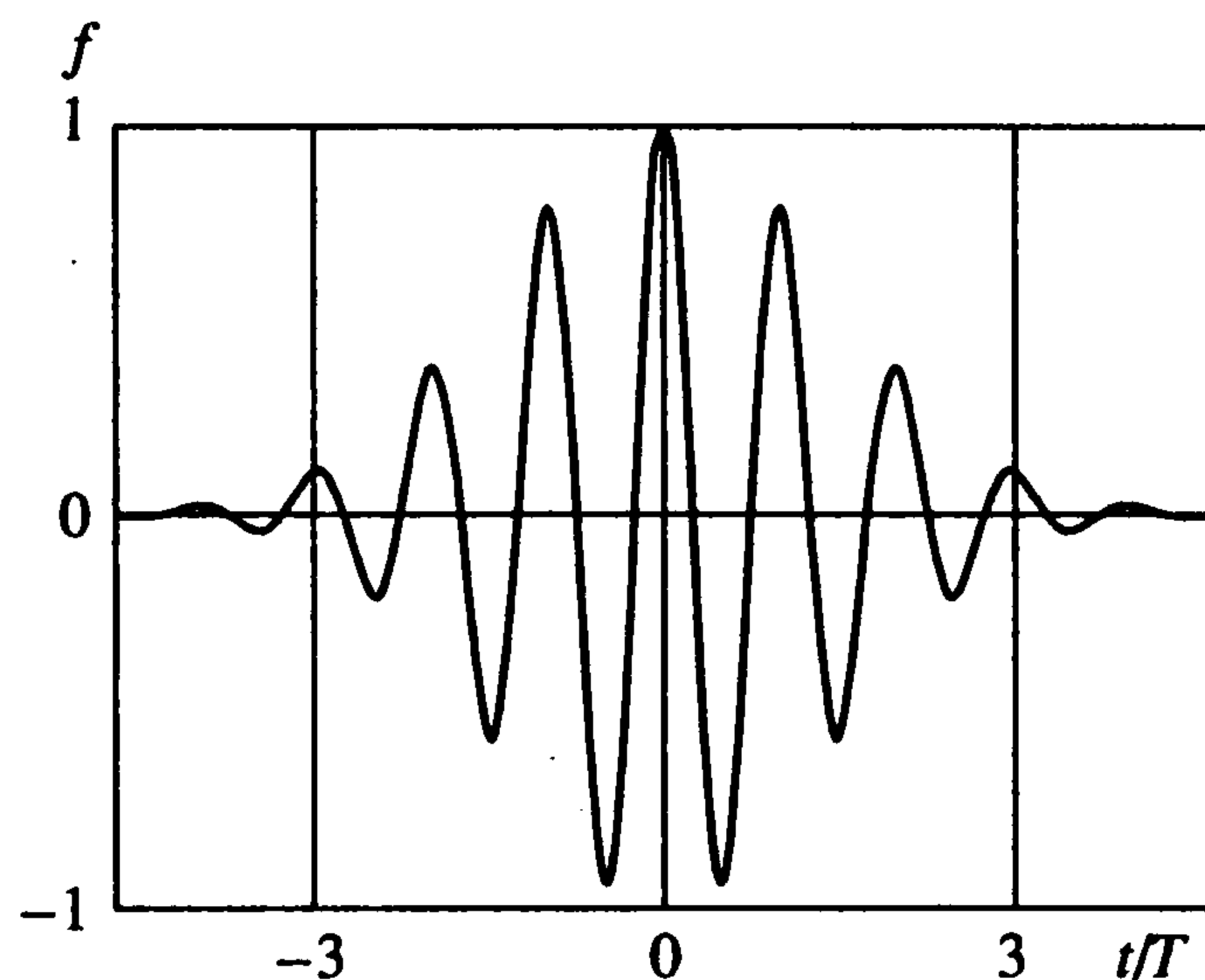
Положим сначала

$$f(t) = \cos 2\pi t T \exp \left[-\frac{1}{K^2} \left(\frac{t}{T} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

где K – натуральное число, T – некоторая положительная величина, имеющая размерность времени.

При $K = 2$, $T = 20$ мин график функции $f(t)$ приведен на фиг. 2.

Видим, что при $|t/T| > 3$ функция $f(t)$ практически равна нулю. При $|t/T| < 3$ функция $f(t)$ описывает колебания с периодом T , их амплитуда сначала возрастает до 1 (при $t = 0$), а затем убывает. При этом число колебаний, амплитуда которых больше 0,3, равна пяти. Заметим, что в общем случае число таких колебаний равно $K + 3$.



Фиг. 2

Образ Фурье функции $f(t)$ имеет вид

$$F(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t dt = \frac{1}{\sqrt{2}} K T \exp(-\pi^2 K^2) \exp\left[-\frac{1}{4}(K T \omega)^2\right] \operatorname{ch}(\pi K^2 T \omega) \quad (2.3)$$

Выберем теперь в качестве $f(t)$ функцию

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\omega_0}^{\omega_1} F(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (2.4)$$

где ω_0 – минимальная и ω_1 – максимальная частоты в спектре колебаний источника. Положим $\omega_0 = 2\pi/T_{\max}$, где $T_{\max} = 42$ мин и $\omega_1 = 2\pi/T_0$, где $T_0 = 1$ мин.

График функции (2.4) практически совпадает с графиком функции (2.2), изображенном на фиг. 2.

Потенциал смещений $\varphi_0(x, z, t)$ источника, удовлетворяющий уравнению (2.1), таков:

$$\varphi_0 = -i \sqrt{\frac{\pi}{2}} q^2 \int_{\omega_0}^{\omega_1} F(\omega) \left[H_0^{(2)}\left(\frac{\omega}{a} r\right) \exp(i\omega t) + H_0^{(2)}\left(-\frac{\omega}{a} r\right) \exp(-i\omega t) \right] d\omega \quad (2.5)$$

$$r = \sqrt{x^2 + (z+h)^2}$$

где $H_0^{(2)}(\cdot)$ – функция Ганкеля второго рода нулевого порядка, а функция $F(\omega)$ определяется формулой (2.3).

3. Приближенная формула для возвышения поверхности жидкости относительно дна. Возвышение свободной поверхности жидкости относительно упругого дна, т.е. $\zeta - \eta$, определяется следующим образом. Сначала с помощью интегральных преобразований Фурье по времени t и по горизонтальной координате x выводятся формулы для ζ и η в виде повторных интегралов по волновому числу k и частоте ω . Затем внутренние интегралы по k с помощью теоремы о вычетах сводятся к суммам вычетов в положительных полюсах подынтегральных функций, названных [4, 5] "полюсом Релея" и "полюсом цунами", а также интегралам по берегам разрезом на плоскости комплексного k . После этого вычисляется разность $\zeta - \eta$. Если ограничиться далекой от эпицентра сейсмического источника областью, то интегралы по берегам разрезом и вычеты в "полюсе Релея" можно опустить. В результате разность $\zeta - \eta$ выражается через вычет в "полюсе цунами" k_{ts} и может быть представлена так:

$$\zeta(x, t) - \eta(x, t) \approx 8\pi\sqrt{\pi} \frac{q^2}{b} \frac{T}{T_{\max}^2} K \exp(-\pi^2 K^2) \times$$

$$\times \int_1^{s_1} \Phi(s) \exp\left(-\frac{2\pi h}{bT_{\max}} s \sqrt{k_{ts}^2 - \alpha^2}\right) \sin\left[\frac{2\pi}{T_{\max}} \left(\frac{xk_{ts}}{b} - t\right) s\right] ds \quad (3.1)$$

$$\Phi(s) = s \exp\left[-\left(\frac{K_{\pi} T s}{T_{\max}}\right)^2\right] \frac{2k^2 - 1}{\partial \Delta / \partial k} \bigg|_{k=k_{ts}} \operatorname{ch} \frac{2\pi^2 K^2 T s}{T_{\max}}$$

$$\Delta(k, s) = (\gamma^2 k^2 - 1) R(k) + \frac{g T_{\max}}{2\pi b s} v_{\alpha} \left(1 - \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1} \gamma^2 k^2\right)$$

$$R(k) = (2k^2 - 1)^2 - 4k^2 v v_{\alpha}, \quad v = \sqrt{k^2 - 1}, \quad v_{\alpha} = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{gh_0}}{b}, \quad \alpha = \frac{b}{a}, \quad s_1 = \frac{T_{\max}}{T_0}$$

где k_{ts} – вещественный положительный корень уравнения

$$\Delta(k, s) = 0 \quad (3.2)$$

имеющий при $1 \leq s \leq s_1$ значения, близкие к числу 17. Заметим, что второй положительный корень уравнения (3.2) имеет значения, близкие к единице.

По формуле (3.1) проводились расчеты возвышения свободной поверхности жидкости относительно дна в далекой от эпицентра сейсмического источника области. Интегрирование выполнялось численно, причем на каждом шаге интегрирования также численно вычислялся корень k_{ts} уравнения (3.2).

Заметим, что в [5] приближенные формулы для ζ и η были выведены аналитически при дополнительном предположении $g/(\omega_0 b) \ll 1$, где b – скорость поперечных волн в упругом дне. Это предположение требует, чтобы период источника был меньше 10 мин. В данной работе оно не накладывается.

4. Результаты расчетов по приближенной формуле. Расчеты разности $\zeta - \eta$ между возвышениями свободной поверхности жидкости и упругого дна были сделаны по формуле (3.1) при следующих значениях основных физических параметров задачи:

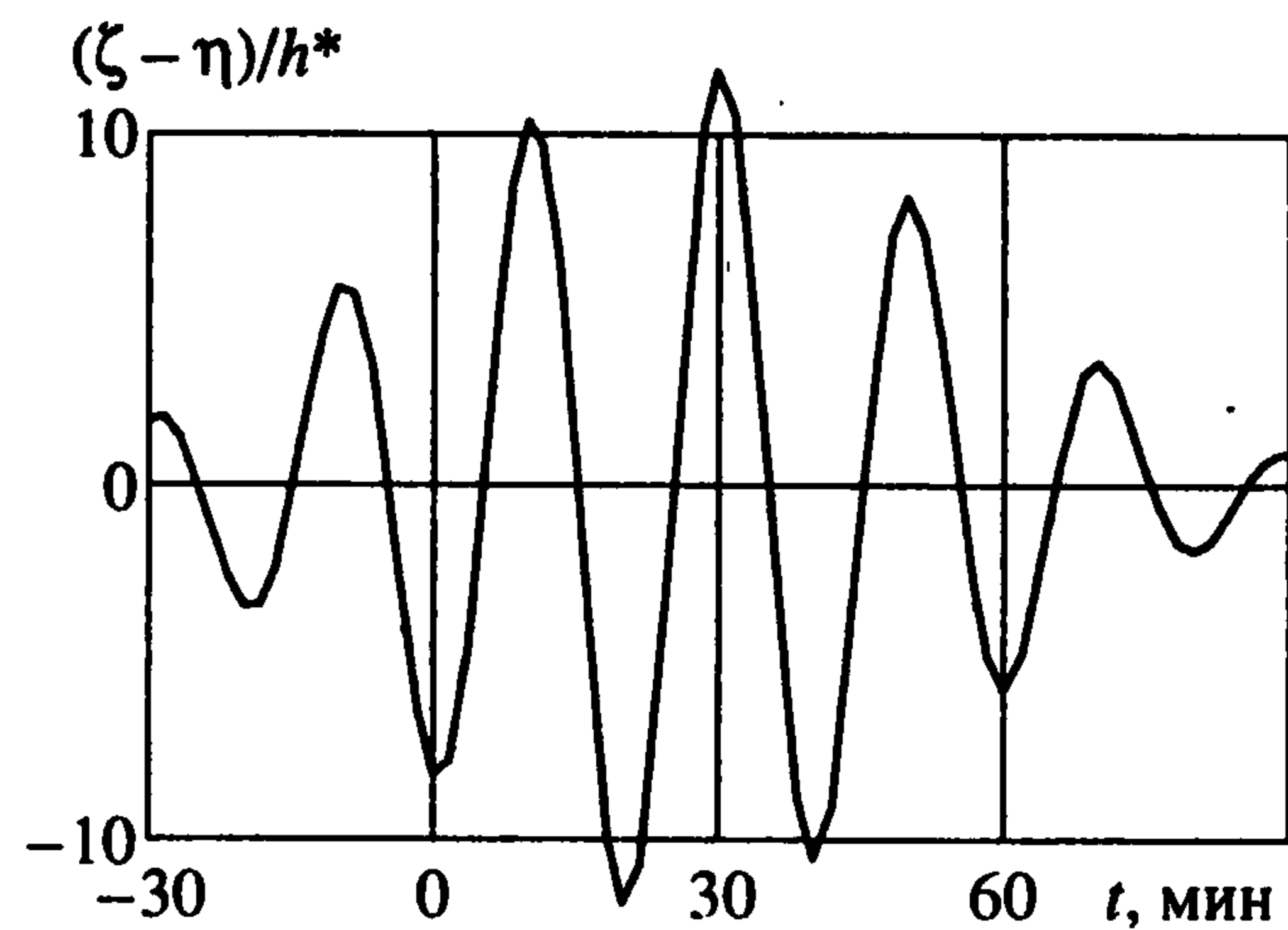
$$\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_1 = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad a = 5890 \text{ м/с}, \quad b = 3400 \text{ м/с}, \quad h_0 = 4000 \text{ м}$$

Глубина h расположения источника была взята равной 40 км. Изменение h в пределах 30–60 км мало влияют на характер результатов. Точка наблюдения считалась удаленной от эпицентра источника на расстоянии $x = 300$ км. Тогда источник для землетрясений с магнитудой, равной 7, можно приближенно считать точечным. Значение величины q в уравнении (2.5) было принято равным 300 м. При этом вертикальное смещение дна, определяемое "полусом Релея", на расстоянии 300 км от эпицентра источника с $T = 20$ мин было порядка 2 см.

Основным переменным параметром источника был взят период колебаний T (см. формулу (2.2)). Величина параметра K мало влияет на качественный характер результатов и была принята равной двум.

Имея в виду анализ низкочастотных колебаний источника, расчеты проводили при значениях T , изменяющихся в пределах 5–40 мин с шагом 5 мин. Оказалось, что наибольшие значения $\zeta - \eta$ достигаются при $T = 20$ мин. Соответствующий график зависимости $(\zeta - \eta)/h^*$ от времени t для $T = 20$ мин приведен на фиг. 3. Величина h^* , имеющая размерность длины, связана с критерием, по которому волны в жидкости классифицируются как цунами. Здесь положено $h^* = 0,1$ м и считается, что волны классифицируются как цунами, если $\max(\zeta - \eta)/h^* > 1$. Таким образом, к цунами относятся волны, в которых максимальное возвышение свободной поверхности жидкости относительно дна превышает 10 см.

Сравним фиг. 2 и 3. Видим, что колебания интенсивности источника вызывают колебания поверхности жидкости подобной формы и того же периода $T = 20$ мин. Максимальная интенсивность источника достигается при $t = 0$ (фиг. 2). Максимальную высоту волн в жидкости на расстоянии 300 км от эпицентра источника в бассейне с абсолютно твердым дном следовало бы ожидать в момент времени $t = 25$ мин, так как по теории длинных волн скорость волн, определяемая формулой $\sqrt{gh_0}$, равна 0,2 км/с. Согласно же фиг. 3, максимальная высота волн наблюдается в момент времени $t = 30$ мин, т.е. почти на четверть периода колебаний источника позже.



Фиг. 3

Результаты расчетов для других периодов колебаний интенсивности источника показали, что характер колебаний поверхности жидкости в данной точке наблюдения не изменяется. Максимальная волна приходит в точку наблюдения примерно на четверть периода позже, чем это можно было бы ожидать по гидродинамической теории. Высота этой волны уменьшается по мере отклонения периода от 20 мин. Результаты расчетов наибольшей относительной высоты волны $H = \max(\zeta - \eta)/h^*$ от периода T (в мин) даны ниже

T	5	10	15	20	25	30	35	40
H	2,16	8,40	11,18	11,86	11,68	11,08	10,49	9,91

5. Распределенные источники. Рассмотрим сначала вертикально распределенный центр расширения, потенциал φ_0^v которого удовлетворяет уравнению

$$\partial^2 \varphi_0^v = a^2 \Delta_2 \varphi_0^v + 4\pi^2 a^2 q^2 f^v(z) \delta(x) f(t) \quad (5.1)$$

$$f^v(z) = \begin{cases} 1/(2dz), & \text{если } -h-dz < z < -h+dz \\ 0, & \text{если } |z+h| > dz \end{cases}$$

Величина dz задает половину вертикального размера источника.

Используя δ -функцию, представим $f^v(z)$ в виде

$$f^v(z) = \frac{1}{2dz} \int_{-h-dz}^{-h+dz} \delta(\sigma - z) d\sigma \quad (5.2)$$

Используя равенство

$$\delta(z+h) = \delta(\sigma - z), \quad \sigma = -h$$

и сравнивая уравнения (2.1) и (5.1) при учете выражения (5.2), заключаем, что разность $\zeta - \eta$ для случая вертикально распределенного источника может быть вычислена по формуле, полученной из (3.1) после следующего преобразования. В правой части равенства (3.1) надо заменить h на $-\sigma$, проинтегрировать по σ и разделить на $2dz$. После этих преобразований приходим к выводу, что для вертикально распределенного источника в правой части формулы (3.1) надо подынтегральную функцию разделить на $\omega_0 s b^{-1} \sqrt{k_{ts}^2 - \alpha^2} dz$ и умножить на $\text{sh}(\omega_0 s b^{-1} \sqrt{k_{ts}^2 - \alpha^2} dz)$.

Для горизонтально распределенного источника, потенциал ψ_0^h которого удовлетворяет уравнению

$$\partial^2 \varphi_0^h = a^2 \Delta_2 \varphi_0^h + 4\pi^2 a^2 q^2 f^h(x) \delta(z+h) f(t) \quad (5.3)$$

$$f^h(x) = \begin{cases} 1/(2dx), & \text{если } -dx < x < dx \\ 0, & \text{если } |x| > dx \end{cases}$$

правую часть формулы (3.1) надо изменить следующим образом: подынтегральную функцию разделить на $\omega_0 s b^{-1} \sqrt{k_{rs}^2 - \alpha^2} dx$ и умножить на $\sin(\omega_0 s b^{-1} \sqrt{k_{rs}^2 - \alpha^2} dx)$.

Расчеты наибольшей относительной высоты волны H в жидкости для распределенного по вертикали источника были выполнены при значениях ρ_0 , ρ_1 , a , b , h_0 , h . Период T источника был выбран равным 20 мин, т.е. периоду волны максимальной высоты, возбуждаемой точечным источником.

Вычисления показали, что H монотонно увеличивается с увеличением половины вертикального размера источника dz от 11,86 при $dz = 0$ до 12,43 при $dz = 20$ км.

Аналогичные расчеты для источника, распределенного по горизонтали, привели к противоположному выводу, а именно: увеличение половины горизонтального размера источника dx приводит к монотонному уменьшению величины H от 11,86 при $dx = 0$ до 7,43 при $dx = 60$ км.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (97-05-64472).

ЛИТЕРАТУРА

1. Подъяпольский Г.С. Возбуждение длинной гравитационной волны в океане сейсмическим источником в коре // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1968. № 1. С. 7–24.
2. Алексеев А.С., Гусяков В.К. Численное моделирование процесса возбуждения волн цунами и сейсмоакустических волн при землетрясениях в океане // Теория дифракции и распространения волн. Москва; Ереван, 1973. Т. 2. С. 194–197.
3. Зволинский Н.В. О сейсмическом механизме возбуждения волн цунами // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 3. С. 3–15.
4. Зволинский Н.В., Никитин И.С., Секерж-Зенькович С.Я. Возбуждение волн цунами и волн Рэлея гармоническим центром расширения // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 2. С. 34–44.
5. Секерж-Зенькович С.Я. Задача гидроупругости о возбуждении волн цунами и волн Рэлея нестационарным центром расширения импульсного типа // Док. РАН. 1998. Т. 363. № 3. С. 338–340.
6. Соловьев С.Л., Го Ч.Н. Каталог цунами на западном побережье Тихого Океана. М.: Наука, 1974. 310 с.
7. Секерж-Зенькович С.Я., Захаров Д.Д., Тимохина А.О., Шингарева И.К. Возбуждение волн цунами в неоднородном океане источниками сейсмического типа в земной коре // Взаимодействие в системе литосфера-гидросфера-атмосфера. Сб. тр. Всерос. конф. М., 1996 / М., Изд-во МГУ, Физ. фак., 1999. Т. 2. С. 233–240.

Москва,
Эрмосильо (Мексика)
e-mail: shing@ipmnet.ru
seker@ipmnet.ru

Поступила в редакцию
8.II.2000