

УДК 531.36:629.7

© 2000 г. М.Ю. Овчинников

О ДВУХ РЕЖИМАХ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

Дается краткий обзор работ по динамике спутников с системами пассивной гравитационной и магнитной ориентации. Рассматриваются примеры расчета параметров этих систем для двух наноспутников, использующих взаимодействие с геомагнитным полем, которым присущи жесткие ограничения на массу, объем и энергетику. Приводятся основные зависимости характеристик движения от параметров спутников.

Обнаруженные в 50–60-х годах XX века режимы углового движения спутников во внешних силовых полях Земли привлекают к себе интерес в связи с интенсивным применением мало-размерных недорогих спутников. Полученные ранее результаты используются как основа для разработки пассивных и полупассивных систем ориентации, естественно, с учетом современных технических достижений. Ниже дается краткий обзор некоторых результатов исследований, которые можно рассматривать как продолжение ранних работ по анализу динамики спутников во внешних силовых полях Земли, и их приложения к малогабаритным спутникам.

1. Два режима ориентации. Обратимся к наиболее распространенным и простым в реализации режимам углового движения малых спутников. Наиболее популярен режим ориентации, при котором заданная сторона спутника постоянно обращена к Земле. При этом главные оси инерции спутника либо совпадают с осями орбитальной системы координат (трехосная гравитационная ориентация), либо одна из его осей совпадает с местной вертикалью и спутник совершает достаточно медленное движение вокруг этой оси (одноосная гравитационная ориентация). Главным образом этот режим применяется на спутниках дистанционного зондирования Земли и спутниках связи. Другой режим углового движения, применяемый преимущественно на спутниках научного назначения, представляет собой вращение спутника в пространстве, когда одна его ось отслеживает вектор $\mathbf{H}$ местной напряженности геомагнитного поля (одноосная магнитная ориентация).

Оба режима, как, впрочем, и иные режимы пассивного движения спутника, требуют наряду с *восстанавливающим* моментом, обеспечивающим существование и устойчивость положения равновесия спутника относительно выбранной системы координат, также наличие *демпфирующего* момента, который обеспечивает асимптотическую устойчивость выбранного режима движения. Последний необходим в силу почти полного отсутствия естественного рассеяния энергии возмущенного движения спутника относительно его центра масс. Для его реализации в систему ориентации вводятся специальные демпфирующие элементы.

2. Гравитационные системы ориентации. Исследование устойчивости относительного равновесия Луны восходит к Лагранжу. Лишь почти через два столетия прикладные аспекты этого фундаментального явления нашли применение в технике. Идею использовать гравитационное поле для обеспечения неизменной ориентации спутника

по отношению к Земле высказал в 1954 г. Д.Е. Охочимский [1, 2]. Чуть позже, в 1959 г. В.В. Белецкий доказал условия устойчивости положения равновесия трехосного тела, движущегося по круговой орбите в центральном гравитационном поле [3]. Далее им было получено [3, 4] уравнение колебаний спутника в плоскости эллиптической орбиты

$$(1 + e \cos \nu) \alpha'' - 2ea' \sin \nu + \mu \sin \alpha \cos \alpha = 2e \sin \nu \quad (2.1)$$

Здесь $\mu = 3(A-C)/B$; A, B, C – главные центральные моменты инерции спутника, причем его вращение происходит вокруг оси с моментом инерции B ; ось, вокруг которой момент инерции равен C , составляет угол α с местной вертикалью; e – эксцентриситет орбиты; ν – истинная аномалия, штрихом обозначена производная по ν ; μ и e удовлетворяют неравенствам $|\mu| \leq 3$, $0 \leq e < 1$. Было выполнено [3, 5] исследование этого уравнения асимптотическими методами, получены результаты более полного исследования его решений с привлечением численных методов [6]. Это уравнение стало классическим в динамике космического полета.

Следующим шагом, приближающим исследователей к реальным системам ориентации, стал выбор демпфирующего устройства, математических моделей, его описывающих, и анализ соответствующих уравнений движения спутника с учетом демпфирующего момента. Именно наличие демпфирующего устройства обеспечивает асимптотическую устойчивость расчетного движения. Из известных демпфирующих устройств были выбраны гистерезисные стержни из магнитомягкого материала. В рамках простейшей модели гистерезиса – модели параллелограмма, а также модели прямого диполя для аппроксимации геомагнитного поля движение спутника в плоскости круговой полярной орбиты проанализировано [7, 8] с использованием асимптотических методов. Был сделан вывод, что эффективность демпфирования пропорциональна объему этих стержней, а их наличие приводит к возбуждению вынужденных движений спутника.

При разработке пассивной гравитационной системы ориентации с гистерезисными стержнями для реального спутника нам потребовалось уточнить модель гистерезиса и провести исследование динамики спутника для орбит с произвольными наклоном и эксцентриситетом, а также ожидаемыми начальными условиями углового движения. Необходимость компромисса между достоверностью модели и обозримостью результатов заставляет использовать сочетание простых моделей и асимптотических методов для предварительного определения параметров системы на основании полученных таким способом конечных формул, а затем выполнить проверку поведения системы с этими параметрами численным моделированием с уточненной моделью гистерезиса.

Введем обозначения. Орбитальная система координат $OX_1X_2X_3$, относительно которой осуществляется ориентация спутника, определяется традиционным способом. Начало системы совпадает с центром масс спутника, ось OX_3 направлена вдоль текущего радиуса-вектора центра масс спутника относительно центра Земли, ось OX_2 параллельна нормали к плоскости орбиты, ось OX_1 дополняет систему координат до правой. Оси связанной со спутником системы координат $Ox_1x_2x_3$ направлены вдоль его главных центральных осей инерции и в случае идеальной ориентации совпадают с одноименными осями орбитальной системы координат. Под поворотом спутника по тангажу (крену, рысканию) понимаем его поворот на угол α вокруг нормали к плоскости орбиты (вокруг вектора скорости центра на угол γ , вокруг местной вертикали на угол β). Если спутник совершает сложное движение – последовательные повороты вокруг двух или трех осей, то введенные определения сохраняют указанный физический смысл лишь для малых углов поворотов.

Воспользуемся моделью параллелограмма для получения простых соотношений между основными параметрами системы ориентации и динамическими характеристиками спутника, в соответствии с которой зависимость магнитной индукции B_τ от

проекции H_τ внешнего магнитного поля на ось стержня и его магнитной проницаемости μ задается выражением

$$B_\tau = \mu \left(H_\tau - H_c \operatorname{sign} \frac{dH_\tau}{dt} \right) \quad (2.2)$$

Эта модель отражает, пожалуй, основное свойство гистерезиса – слабую зависимость индукции стержня от величины скорости перемagnetивания, но существенную зависимость от знака скорости. Кроме того, эта модель допускает использование ее как в аналитических, так и в численных исследованиях. Она позволяет сделать скорее качественные выводы, чем количественные. Для получения количественных характеристик будем использовать численную уточненную модель [9]. Вначале необходимо решить вопрос о минимальном необходимом количестве стержней. Рассмотрим движение спутника в плоскости полярной круговой орбиты.

Пусть на спутнике установлены два идентичных по своим характеристикам гистерезисных стержня с ортами $\mathbf{g}_1$ и $\mathbf{g}_2$ соответственно и коэрцитивная сила H_c равна нулю. В рамках модели параллелограмма в этом случае петля гистерезиса вырождается в прямую, проходящую через начало координат и при совпадении в каждый момент времени суммарного наведенного магнитного момента стержней с $\mathbf{H}$ геомагнитное поле не влияет на движение спутника. Это эквивалентно тому, что для идентичных стержней с линейной характеристикой намагниченности векторная сумма направленных вдоль стержней составляющих $\mathbf{H}$ должна удовлетворять соотношению

$$(\mathbf{H}\mathbf{g}_1)\mathbf{g}_1 + (\mathbf{H}\mathbf{g}_2)\mathbf{g}_2 = \mathbf{H} \quad (2.3)$$

Умножая обе части равенства (2.3) скалярно на $\mathbf{g}_1$, получаем выражение $(\mathbf{H}\mathbf{g}_2)(\mathbf{g}_1\mathbf{g}_2) = 0$. Отсюда следует, что должно выполняться равенство $(\mathbf{g}_1\mathbf{g}_2) = 0$, которое означает, что уменьшение вклада намагниченности гистерезисных стержней в амплитуду установившегося движения достигается их взаимно ортогональным расположением.

Теперь считаем, что на спутнике установлены два взаимно ортогональных стержня и нелинейность в намагниченности обусловлена лишь наличием гистерезиса. Пусть e_1 – проекция одного из стержней на ось среднего момента инерции, в номинальном движении спутника направленной по касательной к орбите. Уравнение малых колебаний спутника в плоскости орбиты после усреднения по собственным колебаниям и аргументу широты имеет [10] решение

$$A_p(u) = A_p(u_0) \exp \left[-\frac{9\epsilon H_c v_p}{2\pi} (u - u_0) \right] \quad (2.4)$$

где

$$v_p = e_1^2 (1 - e_1^2) [(4 - 3e_1^2)^{-3/2} + (3e_1^2 + 1)^{-3/2}] \quad (2.5)$$

A_p – амплитуда малых колебаний спутника, ϵ – безразмерный коэффициент демпфирования стержня, u – аргумент широты.

Представляет интерес исследовать зависимость коэффициента v_p от ориентации стержней относительно главных осей инерции спутника. Максимум v_p достигается при $e_1^2 = 1/2$ и равен $\sqrt{2}/(5\sqrt{5}) \approx 0,127$. Это означает, что наиболее эффективное демпфирование достигается при расположении "креста" из двух взаимно ортогональных идентичных стержней под углом 45° к главным осям инерции спутника, лежащим в плоскости орбиты.

При расположении стержней параллельно этим осям $v_p = 0$, и демпфирования в первом приближении нет. Учет слагаемых более высокого порядка малости по углу α показал [10], что в этом случае уравнение для амплитуды малых колебаний

имеет вид

$$A_p' = -\frac{81\epsilon H_c \varphi^2}{16\pi} A_p - \frac{81\epsilon H_c}{64\pi} A_p^3 \quad (2.6)$$

где φ – угол поворота стержней относительно главных осей инерции спутника. При этом углы φ и α имеют один и тот же порядок малости. Решение уравнения (2.6) при $\varphi \rightarrow 0$ определяет степенной вид зависимости амплитуды A_p от аргумента широты

$$A_p = A_p(u_0) \left[1 + \frac{81\epsilon H_c A_p^2(u_0)}{32\pi} (u - u_0) \right]^{-1/2} \quad (2.7)$$

Тем самым расположение стержней параллельно главным осям инерции приводит к смене вида зависимости амплитуды от времени. Конечно, при интерпретации полученных результатов следует принять во внимание ограниченность модели гистерезиса, описываемой зависимостью (2.2). Однако численное исследование динамики спутника с использованием как модели (2.2), так и достаточно адекватной модели гистерезиса [9] показали хорошее соответствие приведенным выше результатам.

В случае пространственного движения на спутнике должно быть установлено три взаимно ортогональных стержня. Выводы о расположении двух стержней в плоскости осей среднего и минимального моментов инерции сохраняются. Третий стержень, расположенный параллельно оси максимального момента инерции, обеспечивает эффективное демпфирование малых колебаний – колебания по крену и рысканию затухают за конечное время [11] в рамках модели (2.2).

Действительно, вместо малых амплитуд A_2 и A_3 колебаний спутника по рысканию и крену относительно тривиального положения равновесия введем переменные r и χ по формулам $A_2 = r \sin \chi$, $A_3 = r \cos \chi$. Тогда усредненные по аргументу широты и двум соответствующим пространственным колебаниям по крену и рысканию фазам уравнения его движения в новых переменных при установке стержня перпендикулярно оптимальному "косому кресту" из двух других стержней принимают вид

$$r' = -(R_2 \cos^2 \chi + R_3 \sin^2 \chi), \quad \chi' = \frac{1}{2} R_1 \sin 2\chi$$

где R_2 и R_3 – функции инерционных параметров спутника, пропорциональные безразмерным коэффициенту демпфирования ϵ , коэрцитивной силе материала стержня H_c и синусу угла наклона орбиты. Условием асимптотической устойчивости положения $r = 0$ служат неравенства $R_2 > 0$, $R_3 > 0$. Быстродействие системы определяется величиной $\min(R_2, R_3)$. При этом скорость затухания колебаний в окрестности положения $r = 0$ пропорциональна произведению $\epsilon H_c \sin i$, что говорит о большей эффективности описываемой конфигурации на приполярных орбитах.

При использовании результатов теоретического анализа для разработки реальной гравитационной системы ориентации нано-спутника REFLECTOR массой 6 кг пришлось столкнуться с дополнительными проблемами, касающимися моделирования динамики спутника с уточненной моделью гистерезиса [9] и проблем учета взаимного размагничивания стержней, резонансных соотношений между собственными частотами и частотами изменения внешних моментов, влияния намагничиваемых элементов спутника на его динамику и состояние стержней¹.

Для окончательного выбора моментов инерции спутника REFLECTOR в качестве критерия была взята амплитуда колебаний спутника по рысканию. Вынужденное

¹ Овчинников М.Ю., Пеньков В.И., Мирер С.А. Пассивная гравитационная система ориентации нано-спутника REFLECTOR: Препринт № 30. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1999.

решение под действием возмущающего момента из-за остаточной намагниченности стержней было получено из уравнений колебаний, линеаризованных в окрестности тривиального положения спутника в орбитальной системе координат. В качестве модели гистерезиса была выбрана модель Релея, учитывающая нелинейную намагниченность стержня, так как в рамках модели параллелограмма было показано, что при установке трех идентичных взаимно ортогональных стержней влияние линейной намагниченности исключается. Решение получается довольно громоздкое, поэтому для простоты приведем лишь выражение для угла рыскания, который является наиболее критичным для функционирования системы

$$\beta = \frac{\mu_0 V_b \alpha_R H_0^3}{\omega_0^2} \sin i \cos i \frac{2(B - C) \cos i + A(\cos i - 3 \sin i)}{3(B - C)(A - B + C)} \cos u \quad (2.8)$$

Здесь μ_0 – магнитная постоянная, V_b – объем стержней, H_0 – модуль $\mathbf{H}$ на экваторе, α_R – постоянная Релея. Из-за близости величин экваториальных моментов инерции между собой и их разности к осевому моменту инерции спутника в этом решении наибольшее влияние на амплитуду колебаний по углу β будет оказывать сомножитель, стоящий в круглых скобках $(A - B + C)$. Из решения (2.8) следует, что установка дополнительных грузов вдоль оси Ox_1 не приводит к увеличению знаменателя $(B - A - C)$, который мог бы уменьшить возмущающий момент по рысканию. Действительно, с увеличением массы дополнительных грузов на оси Ox_1 приращение момента B в точности нивелируется увеличением моментов C и A . Необходимо установить дополнительные грузы и на оси Ox_2 спутника, направленной в положении равновесия вдоль нормали к плоскости орбиты.

Анализ амплитуды колебаний по рысканию по критериям ее минимизации и достаточного удаления от резонансов, определяемых соотношениями

$$\omega_1 = 2\omega_3, \quad \omega_1 = \omega_2 - \omega_3, \quad \omega_1 = \omega_2 + \omega_3 \quad (2.9)$$

где ω_1 – частота колебаний по тангажу, а ω_2, ω_3 – частоты пространственных колебаний, позволил выбрать распределение дополнительных грузов по осям Ox_1 и Ox_2 при конструктивном ограничении на суммарную массу грузов. Окончательно на спутнике размещено 18 стержней с суммарным объемом $0,25 \text{ см}^3$. После установки дополнительных грузов главные центральные моменты инерции спутника принимают следующие значения: $A = 1,633$, $B = 1,795$, $C = 0,256 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Из начальных условий наибольшее влияние на длительность переходного процесса имеет угловая скорость. В соответствии с оценкой начальные значения компонент угловой скорости спутника равны приблизительно $3^\circ/\text{с}$. Переходный процесс занимает около 1 мес. Зависимости углов θ_k ($k = 1, 2, 3$) между одноименными осями орбитальной и связанной со спутником систем координат от аргумента широты u описывают по истечении этого времени почти установившееся движение спутника. Хорошо заметно влияние суточного вращения Земли на установившееся движение. Геомагнитное поле аппроксимируется полем диполя, помещенного в центре Земли под углом $11,5^\circ$ к ее оси вращения. Влияние аэродинамики и светового давления в соответствии с результатами проведенных оценок не учитывается. Период медленных эволюционных изменений характеристик движения близок к одним суткам – периоду колебаний геомагнитного диполя относительно плоскости орбиты. Причем основное влияние оказывается на движение спутника по рысканию. Угол θ_3 между продольной осью и местной вертикалью меняется незначительно в течение суток.

По результатам численного моделирования следует отметить, что для стержней, совершающих движение по истечении переходного процесса фактически в плоскости орбиты, форма петли перемагничивания близка к параллелограмму, а для стержня, почти перпендикулярного этой плоскости, режим перемагничивания близок к режиму, описываемому моделью Релея.

3. Магнитные системы ориентации. Рассматривалось [12] прецессионное движение спутника с постоянным магнитом в рамках осредненной модели прямого диполя. Согласно этой модели, вектор напряженности геомагнитного поля не меняется по модулю и равномерно движется по конической поверхности в системе координат с началом в центре масс спутника и поступательно движущимися осями. Динамика первого спутника с пассивной магнитной системой ориентации Transit-1В описана в [13]. Уравнение движения спутника с постоянным магнитом в плоскости полярной орбиты относительно вектора $\mathbf{H}$, ставшее классическим,

$$\alpha'' + \eta \sqrt{1 + 3 \sin^2 u} \sin \alpha = \frac{6 \sin 2u}{(1 + 3 \sin^2 u)^2} \quad (3.1)$$

опубликовано В.В. Белецким [4]. Здесь η – безразмерный магнитный параметр спутника, пропорциональный характерной величине магнитного восстанавливающего момента $m_s H_0$, обратно пропорциональный величине $B \omega_0^2$.

На примере этого уравнения были выделены следующие факторы, влияющие на движение спутника. Во-первых, наличие ненулевой правой части уравнения влечет за собой невозможность точной ориентации спутника вдоль вектора $\mathbf{H}$. Во-вторых, после разложения правой части в ряд Фурье по гармоникам с частотами, кратными удвоенной орбитальной скорости ω_0 центра масс спутника, становится явным наличие собственных частот малых колебаний спутника относительно $\mathbf{H}$, при совпадении которых с частотами гармоник ряда Фурье возможен резонанс. В-третьих, коэффициент при $\sin \alpha$ периодически зависит от времени, что вызывает медленное по сравнению с периодом собственных колебаний спутника с достаточно сильным магнитом изменение амплитудной кривой на периоде обращения спутника по орбите вокруг Земли. И наконец, из-за периодической зависимости этого коэффициента возможен параметрический резонанс в относительном движении спутника.

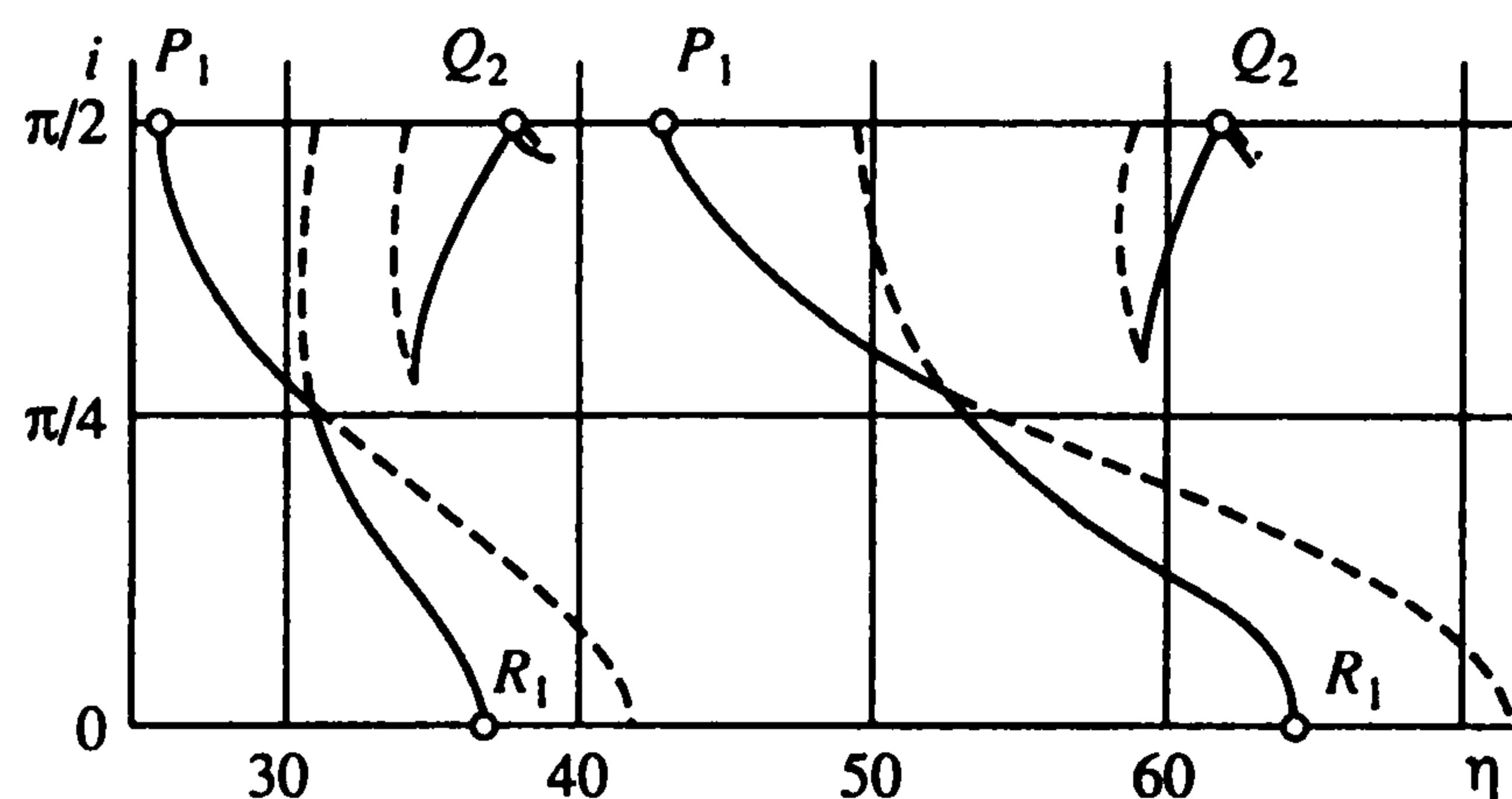
Достаточно подробно уравнение (3.1) исследовалось методом гармонического баланса в работах В.В. Белецкого и А.А. Хентова и нашло свое обобщение в монографии [7]. В частности, приближенно найдены несколько первых резонансных значений параметра η .

При разработке пассивной магнитной системы ориентации для конкретного спутника естественно потребовалось проведение детального исследования его динамики. Получены² уравнения движения спутника с магнитом в рамках модели прямого диполя для аппроксимации геомагнитного поля. Предположение об осесимметричности спутника позволило понизить порядок системы уравнений до четвертого. Для частного решения этой системы – движения оси симметрии спутника в плоскости полярной орбиты – на основе теоремы Штурма – Лиувилля для достаточно сильного магнита получены асимптотические формулы для точек бифуркации периодических решений. Именно периодические решения являются расчетными движениями спутника.

Как уже указывалось выше, источником ветвления решений является резонанс между собственными частотами спутника и частотами возмущений от неравномерного вращения вектора $\mathbf{H}$ из-за орбитального движения спутника. Имеют место ветвление движений в плоскости орбиты и ответвление пространственных движений. Последние становятся полноценными пространственными движениями при наличии вращения спутника вокруг оси и симметрии или неполярности орбиты. Формулы, определяющие бифуркационные значения параметра η для точек ветвления обоих типов, имеют идентичный вид

$$\eta = p_1 k^2 + p_2 + O(1/k) \quad (3.2)$$

² Сарычев В.А., Сазонов В.В., Овчинников М.Ю. Периодические колебания спутника относительно центра масс под действием магнитного момента. Препринт № 182. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1982.



Фиг. 1

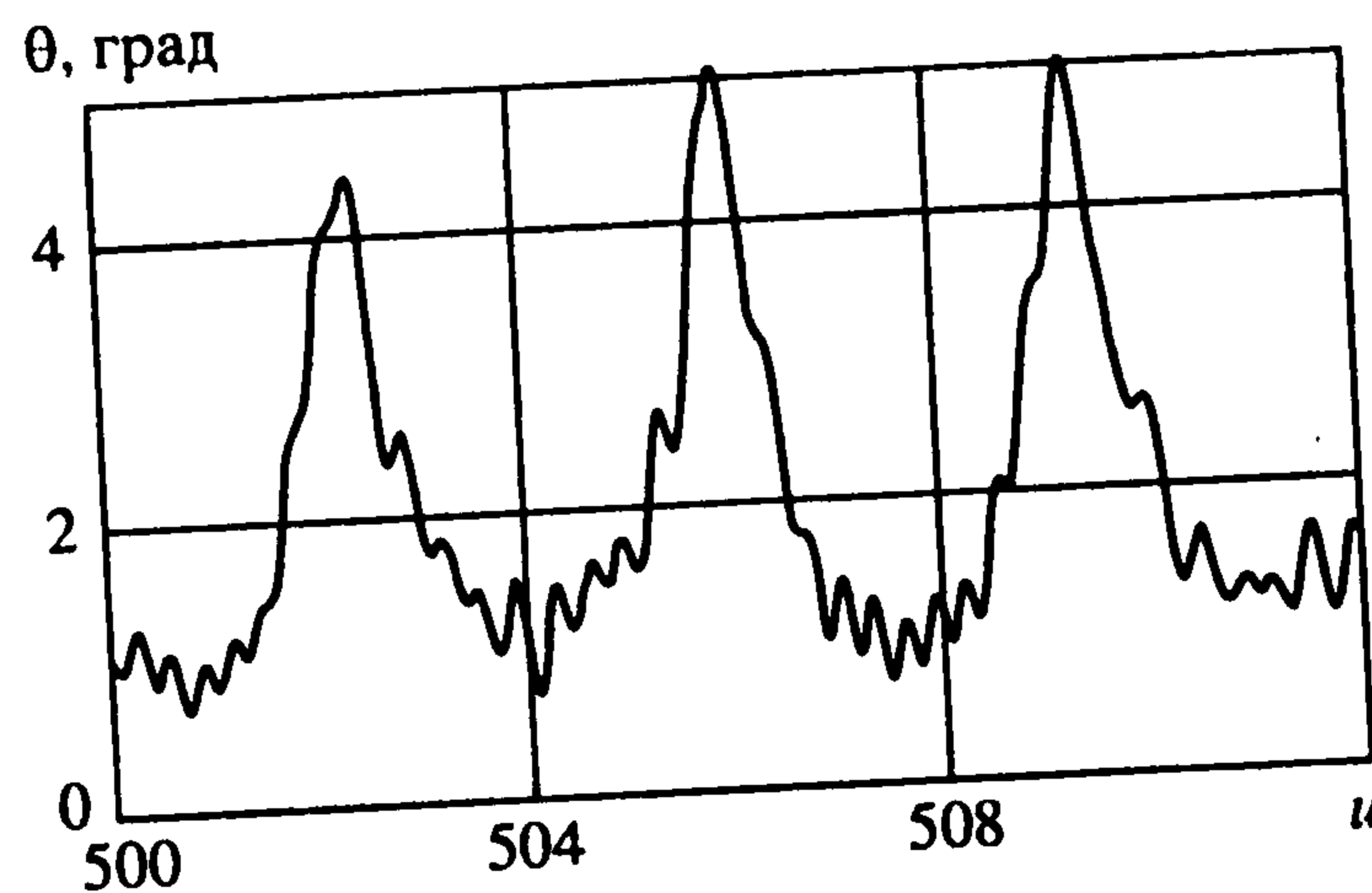
где k – порядковый номер точки ветвления, p_1 и p_2 – некоторые постоянные, разные, но постоянные для каждого типа ветвления. Для орбит произвольного наклонения получена [14] формула аналогичной (3.2) структуры, где коэффициенты p_1 и p_2 зависят от наклона орбиты. Кривые бифуркации для симметричных решений, полученные численно, представлены на фиг. 1 в плоскости (η, i) . Сплошные линии соответствуют решениям с малой амплитудой. Штриховыми линиями обозначены кривые ветвления решений с весьма большими амплитудами. Точки ветвления плоских и ответвления пространственных решений обозначены соответственно P_1, R_1 и Q_2 . Результаты подробного исследования периодических движений спутника с постоянным магнитом приведены в [15]. Основным результатом проведенных исследований заключается в определении "опасных" с точки зрения роста амплитуды колебаний относительно вектора $\mathbf{H}$ значений магнитного параметра спутника, оценки амплитуды колебаний в зависимости от значений магнитного параметра и наклона орбиты, анализа необходимых условий устойчивости этих колебаний.

Следующим этапом является выбор параметров, количества и расположения гистерезисных стержней в теле спутника. Показано [8], как можно получить оценочные характеристики переходного процесса в случае плоского движения в рамках модели параллелограмма. Следует отметить работу [16], в которой получено общее выражение для амплитуды колебаний спутника в плоскости полярной орбиты при достаточно общих предположениях о форме петли гистерезиса. Необходимость рассмотрения эволюции пространственных движений спутника со стержнями на орбите произвольного наклона заставила провести анализ таких движений. Вначале это было сделано асимптотическими методами в предположении, что влияние стержней в течение оборота спутника по орбите незначительно и угол отклонения θ оси симметрии спутника от вектора $\mathbf{H}$ мал, в рамках модели Релея [17]. Для угла θ получено выражение

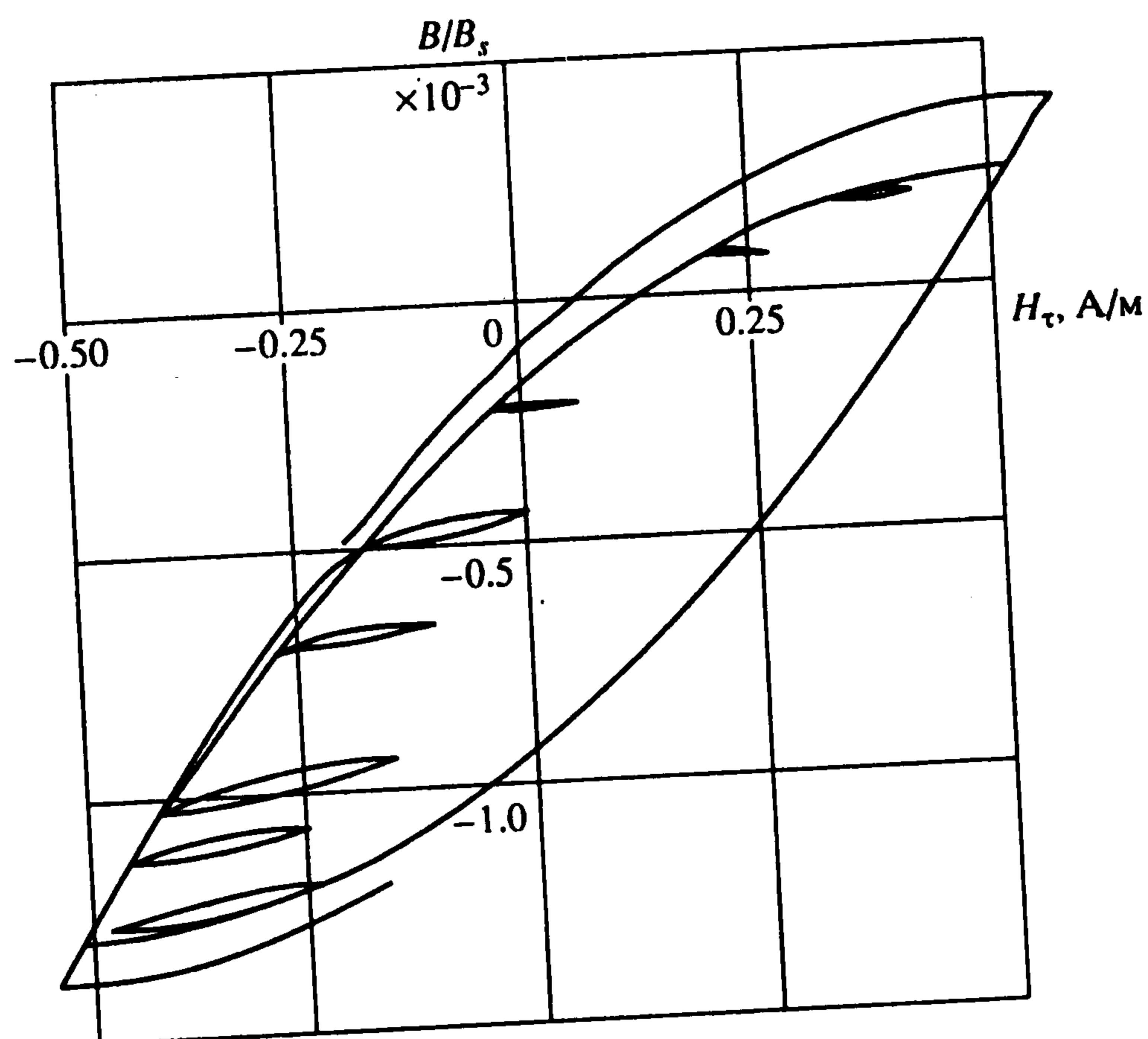
$$\theta(u) = \frac{\theta(u_0)}{(1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u)^{1/8}} \exp \left(-\frac{2}{3\pi} \bar{\epsilon} \int_{u_0}^u (1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u)^{5/4} du \right) \quad (3.3)$$

$$S_h = \frac{16}{3} \alpha_R H_{rm}^3, \quad \bar{\epsilon} = \frac{\alpha_R V_b H_0^2}{m_s}$$

(в рамках модели Релея площадь гистерезисной петли S_h выражается через постоянную Релея α_R и амплитуду H_{rm} перемещающего поля). При малых H_{rm} величина α_R остается постоянной. Поэтому по результатам экспериментов можно определить S_h и вычислить α_R . Имея экспериментальные данные по петлям, можно количественно описать переходный процесс, используя предыдущие формулы. Кстати, последняя формула показывает, что коэффициент $\bar{\epsilon}$ обратно пропорционален модулю m_s дипольного момента постоянного магнита.



Фиг. 2



Фиг. 3

Следующим этапом стало численное исследование переходного и установившегося движений спутника. Рассмотрим это на примере наноспутника MUNIN [18], снабженного постоянным магнитом и набором гистерезисных стержней. По результатам анализа периодических решений спутника, дипольный момент m , постоянного магнита выбран равным $0,3 \text{ A} \cdot \text{м}^2$. Суммарный объем шести стержней, каждый из которых имеет длину $15,5 \text{ см}$, составил около 1 см^3 . Пример установившегося движения в виде зависимости угла θ от аргумента широты на двух витках вокруг Земли приведен на фиг. 2, полученной с использованием модели IGRF-95 геомагнитного поля и улучшенной модели гистерезиса. Зависимость отнесенной к индукции насыщения, равной $0,74 \text{ Т}$, намагниченности стержней вдоль оси, перпендикулярной оси ориентации, от величины проекций вектора напряженности геомагнитного поля на стержень в течение одного оборота спутника по орбите приведена на фиг. 3. Частные петли соответствуют перемагничиванию стержня при вынужденных колебаниях с частотой близкой к собственной частоте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Келдыш М.В. Об искусственных спутниках Земли // Келдыш М.В. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. М.: Наука, 1988. С. 235–240.
2. Охоцимский Д.Е., Сарычев В.А. Система гравитационной стабилизации искусственных спутников // Искусственные спутники Земли. М.: Изд-во АН СССР, 1963. Вып. 16. С. 5–9.
3. Белецкий В.В. О либрации спутника // Искусственные спутники Земли. М.: Изд-во АН СССР, 1959. Вып. 3. С. 13–31.
4. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
5. Белецкий В.В. Либрация спутника на эллиптической орбите // Искусственные спутники Земли. М.: Изд-во АН СССР, 1963. Вып. 16. С. 46–56.
6. Златоустов В.А., Охоцимский Д.Е., Сарычев В.А., Торжевский А.П. Исследование колебаний спутника в плоскости эллиптической орбиты // Космич. исслед. 1964. Т. 2. Вып. 5. С. 657–666.
7. Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательные движения намагниченного спутника. М.: Наука, 1985. 287 с.
8. Хентов А.А., Клеев В.И. Колебания ИСЗ вокруг своего центра масс с учетом потерь энергии на магнитный гистерезис // Космич. исслед. 1970. Т. 8. Вып. 5. С. 701–709.
9. Сарычев В.А., Пеньков В.И., Овчинников М.Ю. Математическая модель гистерезиса, основанная на магнитомеханической аналогии // Мат. моделирование. 1989. Т. 1. № 4. С. 122–133.
10. Сарычев В.А., Пеньков В.И., Овчинников М.Ю., Герман А.Д. Движение гравитационно-ориентированного спутника с гистерезисными стержнями в плоскости полярной орбиты // Космич. исслед. 1988. Т. 26. № 5. С. 654–668.
11. Сарычев В.А., Пеньков В.И., Овчинников М.Ю., Герман А.Д. Влияние гистерезисного стержня, установленного вдоль оси максимального момента инерции спутника, на его движение в режиме гравитационной ориентации // Космич. исслед. 1989. Т. 27. № 6. С. 849–860.
12. Zajac E.E. Some simple solutions relating to magnetic attitude control of satellites // Proc. of 4th US Nat. Congz. of Appl. Mechanics, Berkeley, Ca. 1962. N.Y.: ASME, 1962. № 1. P. 449–456.
13. Fishell R.E. Magnetic and gravity attitude stabilization of Earth satellite // Space Research. 1961. № 2. P. 373–410.
14. Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Магнитные системы ориентации искусственных спутников Земли // Итоги науки и техники. Сер.: Исследование космического пространства. М.: ВИНТИ, 1985. Т. 23. 104 с.
15. Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Движение спутника с постоянным магнитом относительно центра масс // Космич. исслед. 1986. Т. 24. № 4. С. 527–543.
16. Пивоваров М.Л. Магнитогистерезисное демпфирование колебаний спутника с большим магнитным моментом // Космич. исслед. 1989. Т. 27. № 1. С. 25–30.
17. Овчинников М.Ю. Переходные движения спутника с магнитной системой ориентации в рамках простой модели гистерезиса // Космич. исслед. 2000. Т. 38. № 1. С. 78–84.
18. Ovchinnikov M., Pen'kov V., Norberg O., Barabash S. Attitude control system for the first swedish nanosatellite Munin // Acta Astronaut. 2000. V. 46. № 2–6. P. 319–326.