

УДК 531.396; 629.783

© 2000 г. В.В. Белецкий, М.Л. Пивоваров

О ВЛИЯНИИ АТМОСФЕРЫ НА ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГАНТЕЛЕОБРАЗНОГО СПУТНИКА

Рассматривается орбитальная "связка тел" – две материальные точки, соединенные идеально гибкой безмассовой нерастяжимой нитью. Получены уравнение плоского относительного движения системы на натянутой нити и условие существования такого движения в предположении, что центр масс системы движется по кеплеровой эллиптической орбите. Учитываются моменты сил гравитационных, аэродинамического давления, аэродинамического трения и аэроградиентный эффект. Аэроградиентный эффект может привести к сильной раскрутке спутника, а эллиптичность орбиты – к хаотизации движения.

1. Уравнения движения и условие связности. Рассмотрим орбитальную связку тел – две материальные точки с массами m_1 и m_2 , соединенные идеально гибкой безмассовой нерастяжимой нитью, под действием гравитационных и аэродинамических сил, приложенных к точкам m_1 и m_2 . Предполагается, что центр масс системы движется по кеплеровой эллиптической орбите. Было показано [1]¹, что к точкам m_1 и m_2 можно приложить такие управляющие силы, что они полностью компенсируют отклонения орбиты центра масс от кеплеровой и в то же время не создают момента сил в относительном движении связки. Если такие управляющие силы не приложены, то предполагается, что отклонением орбиты от кеплеровой возможно пренебречь.

Введем следующие обозначения (фиг. 1): O – центр притяжения (центр Земли), C – центр масс гантели, который движется по кеплеровой эллиптической орбите, $Cr\tau$ – орбитальная система координат, $\mathbf{r}$ – единичный вектор по направлению текущего радиус-вектора орбиты, $\boldsymbol{\tau}$ – единичный вектор по направлению трансверсали в сторону движения по орбите, $\mathbf{R}$ – радиус-вектор центра масс гантели, $|\mathbf{R}| = R$ – текущее расстояние от центра притяжения O до центра масс гантели C , R_π – минимальное (перигейное) значение этого расстояния, ν – истинная аномалия (угол между перигейным и текущим радиус-векторами центра масс C гантели), $\mathbf{V}$ – текущий вектор скорости центра масс C гантели; m_i – точечные массы на концах гантели, $\mathbf{r}_i$ – векторы из центра масс C гантели в ее концы, $l_i = |\mathbf{r}_i| = l(m - m_i)/m$, $m = m_1 + m_2$, $l = l_1 + l_2$ – длина гантели, $|\mathbf{R}_i| = R_i$ – расстояние от центра притяжения O до массы m_i , $\mathbf{R}_i = \mathbf{R} + \mathbf{r}_i$, Ω – абсолютная угловая скорость гантели, $\dot{\nu} = d\nu/dt$ – текущая угловая скорость вращения центра масс гантели, $\dot{\alpha} = d\alpha/dt$, α – угол, отсчитываемый от трансверсали $\boldsymbol{\tau}$ до направления $\mathbf{r}_2$ в сторону направления орбитального движения, $\mathbf{v}_i = \Omega \times \mathbf{r}_i$, $\mathbf{V}_i = \mathbf{V} + \mathbf{v}_i$; здесь и всюду далее $i = 1, 2$.

¹ См. также: Белецкий В.В., Воронцова В.А., Коф Л.М., Панкова Д.В. Влияние аэродинамики на относительное движение орбитальной связки двух тел. Ч. 1. Регулярные движения: Препринт № 38. М.: Ин-т прикл. математики им. М.В. Келдыша РАН, 1996.

Гравитационные силы имеют вид

$$\mathbf{G}_i = -\frac{\mu m_i \mathbf{R}_i}{R_i^3}$$

Естественно предположить, что

$$l_i \ll R, \quad l_i \Omega \ll V$$

т.е. размер гантели достаточно мал по сравнению с орбитальным радиусом, а линейная скорость вращения гантели мала по сравнению с орбитальной скоростью. Поэтому действующие силы достаточно рассмотреть с точностью до главных членов их разложения по параметрам l_i . Как известно, в разложении выражений для гравитационных сил надо сохранить члены до второго порядка малости включительно [3]. Для аэродинамических сил достаточно использовать разложения до членов первого порядка малости включительно.

Рассматривая затем относительное движение в орбитальной системе координат Srt и используя аппарат уравнения Лагранжа первого рода [3], получаем уравнения связанного движения гантели и условия удержания связи в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \alpha}{dv^2} - 2\rho e \sin v \left(\frac{d\alpha}{dv} + 1 \right) - 3\rho \sin \alpha \cos \alpha - a\rho^4 \sigma_* \Delta^2 \sin \delta - \\ - k\rho^4 \sigma_* \Delta^2 \sin \delta \sin \alpha + b\rho^2 \sigma_* \Delta (1 + \sin^2 \delta) \left(\frac{d\alpha}{dv} + 1 \right) = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\alpha}{dv} + 1 \right)^2 + \rho (3 \sin^2 \alpha - 1) - a\rho^4 \sigma_* \Delta^2 \cos \delta - k\rho^4 \sigma_* \Delta^2 \cos \delta \sin \alpha + \\ + b\rho^2 \sigma_* \Delta \left(\frac{d\alpha}{dv} + 1 \right) \sin \delta \cos \delta > 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь

$$\rho = \frac{1}{1 + e \cos v}$$

$$\sin \delta = \frac{1}{\Delta} [(1 + e \cos v) \sin \alpha + e \sin v \cos \alpha]$$

$$\cos \delta = \frac{1}{\Delta} [(1 + e \cos v) \cos \alpha - e \sin v \sin \alpha]$$

Постоянные безразмерные параметры имеют следующий смысл:

$$a = \rho_\pi p^2 \frac{C_2 m_1 - C_1 m_2}{l m_1 m_2}, \quad k = \frac{bp}{H}, \quad b = \rho_\pi P \frac{C_2 m_1^2 + C_1 m_2^2}{m_1 m_2 (m_1 + m_2)} \quad (1.4)$$

Фокальный параметр p связан с эксцентриситетом орбиты e и величиной R_π радиус-вектора перигея орбиты формулой (1.1). Явные зависимости $\sigma_*(v)$ и $\Delta(v)$ были приведены выше.

2. Обсуждение уравнения движения и условия связности. Исследования влияния аэродинамических эффектов на вращение и ориентацию спутников начались в 50-х годах XX века и продолжаются до сих пор. Эти исследования отражены, например, в монографиях [2–5] и в сотнях журнальных публикаций. Новый интерес к таким исследованиям возник в связи с проектами больших орбитальных тросовых систем [1], для которых существенны, например, аэроградиентный эффект [2] и возможность хаотизации движения при ударных выходах на связь [6]². В уравнении (1.2) заложен

² См. также: Белецкий В.В., Панкова Д.В. Влияние аэродинамики на относительное движение орбитальной связки двух тел. Ч. 2. Хаотические и регулярные движения: Препринт № 40. М.: Ин-т прикл. математики им. М.В. Келдыша РАН, 1996.

другой механизм возможной хаотизации – за счет движения системы по эллиптической орбите, что обуславливает неавтономность нелинейного уравнения (1.2).

Уравнение (1.2) и условие связности движения (1.3) учитывают эллиптичность орбиты (эксцентриситет орбиты $e \neq 0$), гравитационно-градиентный эффект для гантели (третье слагаемое в уравнении (1.2)), эффекты аэродинамического давления ($a \neq 0$), аэродинамического трения ($b \neq 0$), аэроградиентный эффект ($k \neq 0$). Отметим, что если массы m_1 и m_2 соединены абсолютно жестким стержнем (жесткая гантель), то условия связности не принимаются во внимание – движение по определению всегда связное и описывается одним уравнением (1.2).

Уравнение (1.2) и условие (1.3) в таком общем виде публикуются, по-видимому, впервые. Ранее были известны и исследовались различные частные случаи соотношений (1.2) и (1.3).

Дадим краткий обзор этих работ.

Круговая орбита: $e = 0$. Было рассмотрено [4] уравнение (1.2) при учете только влияния момента сил аэродинамического давления ($a \neq 0$) совместно с моментом сил гравитационного градиента, для которого принято общее выражение гравитационно-градиентного коэффициента

$$n^2 = 3(A-C)/B \quad (2.1)$$

Здесь A, B, C – главные центральные моменты инерции спутника, рассматриваемого как произвольное твердое тело. В случае спутника-гантели $C = 0, A = B$ и коэффициент $n^2 = 3$, как это и принято в уравнении (1.2).

Задача о движении орбитальной связки тел впервые рассмотрена в [7], где учитывается только гравитационный момент без учета аэродинамических эффектов. Иначе говоря, уравнение (1.2) и условие (1.3) получены и исследованы в [7] при $e = 0, a = b = k = 0$. В [7, 8] была впервые поставлена и исследована проблема динамики орбитальных связок как систем с освобождающей связью. Эти исследования отражены также в монографиях [1, 3]. Учет аэродинамического давления в этой проблеме впервые проведен в [9]. Уравнение движения и условие связи, полученные в этой работе, следуют из соотношений (1.2), (1.3) при $e = 0, b = k = 0, a \neq 0$ (см. также первую подстрочную ссылку).

Полностью уравнение движения и условие связности для круговой орбиты ($e = 0, a \neq 0, k \neq 0, b \neq 0$) получены в работе, указанной в первой подстрочной ссылке, и, в уточненном виде, в [10]. Это уравнение и условие совпадают с (1.2), (1.3) при $e = 0$.

Эллиптическая орбита. Для эллиптической орбиты ($e \neq 0$) в чисто гравитационном случае (все аэродинамические параметры (a, b, k) в уравнении (1.2) равны нулю) уравнение (1.2) при общем виде (2.1) гравитационного параметра впервые опубликовано в [11], и исследованию такого уравнения с тех пор посвящены десятки работ.

Уравнение (1.2) для движения гантели в чисто гравитационном случае впервые сопровождалось в [12] условием (1.3) связного движения для этого случая ($a = b = k = 0$). Конечно, это условие из [12] на круговой орбите ($e = 0$) переходит в условие связности, полученное в [7]. Было рассмотрено^{3,4} уравнение (1.2) без учета диссипативного и аэроградиентного членов ($b = k = 0$), но с общим видом (2.1) гравитационного параметра и произвольным значением параметра аэродинамического давления ($a \neq 0$); проведен анализ этого уравнения на существование и устойчивость трехпараметрических (e, n^2, a) 2π -периодических движений спутника.

³ Мельник Н.В. Периодические колебания спутника на круговой орбите с учетом влияния сопротивления атмосферы: Препринт № 97. М.: Ин-т прикл. математики им. М.В. Келдыша РАН, 1976.

⁴ Мельник Н.В. 2π -периодические колебания спутника в плоскости эллиптической орбиты при наличии сопротивления атмосферы: Препринт № 119. М.: Ин-т прикл. математики им. М.В. Келдыша РАН, 1976.

3. Анализ параметров уравнения движения. Качественные и количественные характеристики решений уравнения (1.2) зависят от абсолютных значений безразмерных параметров аэродинамического давления a , аэродинамического градиента k , аэродинамического трения b , а также от величин их отношений друг к другу и к числу 3, которое характеризует влияние гравитационного градиента на гантелеобразный спутник.

Влияние эллиптичности орбиты определяется величиной ее эксцентриситета e и особенно существенно – величиной параметра $\kappa = R_\pi e/H$, входящего в аэродинамические члены уравнения (1.2). Параметр κ на два порядка больше эксцентриситета орбиты e . Это значит, что даже при очень малых эксцентриситета орбиты аэродинамические члены могут весьма существенно влиять на движение, в том числе на его хаотизацию.

Оценим относительное влияние аэродинамических и гравитационного параметров. Из соотношений (1.4) и (1.1) видно, что отношение

$$\frac{b}{k} = \frac{H}{R_\pi(1+e)} \quad (3.1)$$

не зависит ни от размера спутника-гантели, ни от его динамических характеристик, а зависит только от параметров орбиты и высоты однородной атмосферы H . Поскольку $R_\pi \sim 6000$ км, а $H \sim 30\text{--}60$ км, то $b/k \sim 0,005\text{--}0,01$, т.е. коэффициент аэродинамической диссипации на два порядка меньше аэроградиентного коэффициента. Таким образом, аэроградиентный эффект существенно сильнее эффекта аэродинамического трения. Конечно, в условиях свободномолекулярного потока для спутника малого размера понятие аэроградиента несколько искусственно. Но для орбитальных тросовых систем с достаточно большой длиной троса аэродинамический градиент (градиент плотности атмосферы) – вполне реальное явление и, как видно из соотношения (3.1), на два порядка превосходит эффект аэродинамического трения.

При $C_2/m_2 \gg C_1/m_1$ относительное влияние аэродинамических факторов оценивается соотношениями

$$\frac{k}{a} \sim \frac{l}{H}, \quad \frac{b}{a} \sim \frac{l}{R_\pi(1+e)}$$

и в зависимости от длины троса имеют следующие числовые значения:

l , км	0,06	0,6	6	60
k/a	0,001	0,01	0,1	1
b/a	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}

Предполагается (без ограничения общности), что в соотношениях (1.2)–(1.4) всегда $a \geq 0$, т.е.

$$\frac{C_2}{m_2} - \frac{C_1}{m_1} \geq 0 \quad (3.2)$$

Это отвечает просто определенной нумерации точек m_i . А именно индекс $i = 2$ присваивается точке, характеристики m_2 , C_2 которой удовлетворяют условию (3.2). В силу этого условия параметр a может принимать значения от нуля (числа C_2/m_2 и C_1/m_1 одинаковы, что выполняется, например, для гантели с параметрами $m_1 = m_2$ и $C_1 = C_2$) до очень больших величин (когда m_2 и C_2 отвечают надувному баллону – аэродинамическому стабилизатору малой массы и большого размера).

Отметим, что для высоты центра масс связки над поверхностью Земли $h \sim 200\text{--}225$ км величина $\frac{\rho_\pi R_\pi^2}{H} \sim 3 \cdot 10^{-2}$ г/см², так что значения $k \sim a \sim 1$ достигаются при $C_2/m_2 \sim 30$ см²/г (надувной баллон большого размера и $l \sim H \sim 60$ км). Для спутника-

зонда при $C_2/m_2 \sim 10^{-2}$ см²/г и длине троса ~ 1 км оценки дают $a \sim 10^{-2}$, $k \sim 10^{-3}$ и относительное движение системы определяется в основном гравитационно-градиентным моментом, а аэродинамические эффекты играют роль малого возмущающего фактора.

4. Динамика гантелеобразного спутника на круговой орбите. На круговой орбите $e = 0$ и соотношения (1.2), (1.3) принимают вид [10]

$$\frac{d^2\alpha}{dv^2} - 3\sin\alpha\cos\alpha - a\sin\alpha - k\sin\alpha^2 + b(1 + \sin^2\alpha)\left(\frac{d\alpha}{dv} + 1\right) = 0 \quad (4.1)$$

$$\left(\frac{d\alpha}{dv} + 1\right)^2 + 3\sin^2\alpha - 1 - a\cos\alpha - k\sin\alpha\cos\alpha + b\left(\frac{d\alpha}{dv} + 1\right)\sin\alpha\cos\alpha > 0 \quad (4.2)$$

В случае отсутствия диссипации ($b = 0$) уравнение (4.1) обладает первым интегралом

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\alpha}{dv}\right)^2 - \frac{3}{2}\sin\alpha^2 + a\cos\alpha - \frac{k}{2}\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right) = h \quad (4.3)$$

определяющим фазовый портрет задачи (h – постоянная интегрирования), из которого условием (4.2) при обратном знаке неравенства исключаются зоны схода со связи.

Опишем основные свойства соотношений (4.1)–(4.3), следуя полученным ранее результатам [10] (они были воспроизведены в [13]).

Стационарные точки уравнения (4.1) определяются решениями на $[0, 2\pi)$ уравнения

$$\sin\alpha(3\cos\alpha + k\sin\alpha + a) = 0 \quad (4.4)$$

Это уравнение имеет на полуинтервале $[0, 2\pi)$, вообще говоря, четыре корня

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \pi, \quad \alpha_3 = \alpha_+, \quad \alpha_4 = \alpha_- \quad (4.5)$$

причем корни α_+ и α_- определяются соотношениями

$$\cos\alpha_{\pm} = \frac{-3a \pm kw}{9 + k^2}, \quad w = \sqrt{9 + k^2 - a^2} \quad (4.6)$$

Отсюда следует, что при

$$a^2 \geq 9 + k^2 \quad (4.7)$$

существуют лишь две стационарные точки уравнения (4.1). Четыре стационарные точки существуют при неравенстве противоположном (4.7). Случай $w = 0$ отвечает наличию кратных корней.

Устойчивость (неустойчивость) стационарных точек α_j ($j = 1, 2, 3, 4$) определяется знаком коэффициента A_j в уравнении в вариациях $\delta\alpha$, получаемого варьированием исходного уравнения (4.1) около стационарных точек:

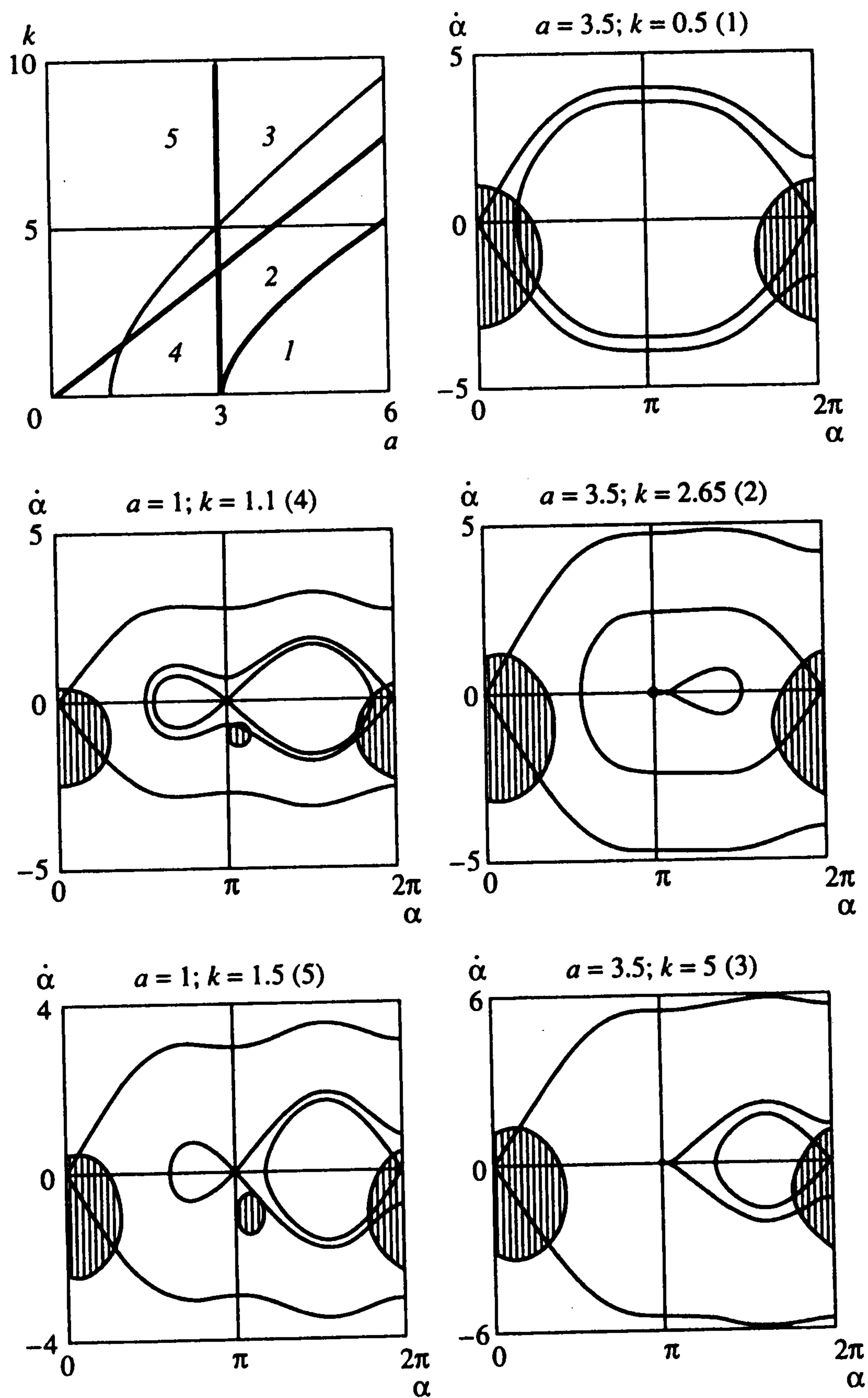
$$\frac{d^2(\delta\alpha)}{dv^2} + A_j\delta\alpha = 0, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

Индекс коэффициента A_j соответствует индексу решения α_j уравнения (4.4). Оказалось, что

$$A_1 = -(3 + a), \quad A_2 = a - 3$$

$$A_3 = \frac{w}{9 + k^2}(ka + 3w), \quad A_4 = \frac{w}{ka + 3w}(9 - a^2) \quad (4.8)$$

Положительные значения A_j отвечают устойчивой стационарной точке (центр), отрицательные – неустойчивой (седло).



Фиг. 2

Из (4.5), (4.6), (4.8) следует, что имеются следующие возможности (фиг. 2).

1⁰. $a^2 > 9 + k^2$. Существуют лишь две стационарные точки: $\alpha_1 = 0$ – седло и $\alpha_2 = \pi$ – центр. Физически это отвечает сильному воздействию аэродинамического стабилизатора и устойчивому положению гантели по касательной к орбите (стабилизатор находится позади центра масс гантели).

2⁰. $9 < a^2 < 9 + k^2$. Существуют четыре стационарные точки: $\alpha_1 = 0$ – седло, $\alpha_2 = \pi$ – центр, $\alpha_3 = \alpha_+$ – центр, $\alpha_4 = \alpha_-$ – седло.

3⁰. $a^2 < 9$. Существуют четыре стационарные точки: $\alpha_1 = 0$ – седло, $\alpha_2 = \pi$ – седло, $\alpha_3 = \alpha_+$ – центр, $\alpha_4 = \alpha_-$ – центр.

Сепаратрисы выходят из седел и строятся согласно интегралу (4.3). В случае 1^0 бесконечный "ус" сепаратрисы спирально обматывает фазовый цилиндр в полупространстве $d\alpha/dv < 0$, входит в точку $\alpha = 0$, $d\alpha/dv = 0$, затем образует замкнутую петлю вокруг центра $\alpha = \pi$, $d\alpha/dv = 0$, входит в седло из полупространства $d\alpha/dv > 0$ и выходит из седла, обматывая фазовый цилиндр бесконечным спиральным "усом" в полупространстве $d\alpha/dv > 0$. При этом $d\alpha/dv \rightarrow +\infty$.

Внутри замкнутой петли сепаратрисы все фазовые траектории замкнуты и определяют периодические колебания около устойчивого положения относительного равновесия. Наличие бесконечных "усов" сепаратрисы означает, что на всех остальных траекториях (не лежащих внутри петли сепаратрисы) угловая скорость неограниченно возрастает (эффект аэроградиентной раскрутки). Напомним, что аэродинамическим трением в этом рассмотрении пренебрегается. При наличии трения фазовые траектории либо стягиваются к относительному равновесию (несколько смещенному за счет коэффициента диссипации), либо стремятся к предельному циклу второго рода [14], охватывающему фазовый цилиндр. Среднее значение безразмерной абсолютной угловой скорости ω гантели на этом цикле приближенно дается формулой

$$\omega \approx \frac{1}{3} \frac{k}{b} = \frac{1}{3} \frac{R_c}{H}$$

где R_c – радиус круговой орбиты центра масс гантели, H – высота однородной атмосферы. Оценки дают $\omega \sim 30$, т.е. гантель вращается в 30 раз быстрее, чем движется по орбите. Это отвечает размерному значению угловой скорости вращения гантели $\omega_p \sim 20$ град/с – величина большая, но конечная.

Напомним, что попадание фазовой траектории в зону схода означает, что дальнейшее движение связки не описывается уравнением (4.1) связного движения.

В случаях 2^0 и 3^0 на фазовом цилиндре имеются две сепаратрисы. Одна выходит из седла $\alpha = 0$, другая – из седла $\alpha = \pi$ (если $a < 3$) или из седла $\alpha = \alpha_-$ (если $a > 3$).

Фазовый портрет качественно зависит от того, какой вид имеет эта вторая сепаратриса. Она может в зависимости от значений параметров a , k быть ограниченной (и иметь вид "лежащей восьмерки"); либо она, как и первая сепаратриса, имеет неограниченные "усы". Эти два подслучая разделяются особым случаем единственной сепаратрисы, проходящей через все седла. Это случается, если значения параметров a , k лежат на кривой

$$k = F(a) = \begin{cases} 4a/\pi, & a < 3 \\ f(a), & a > 3 \end{cases}$$

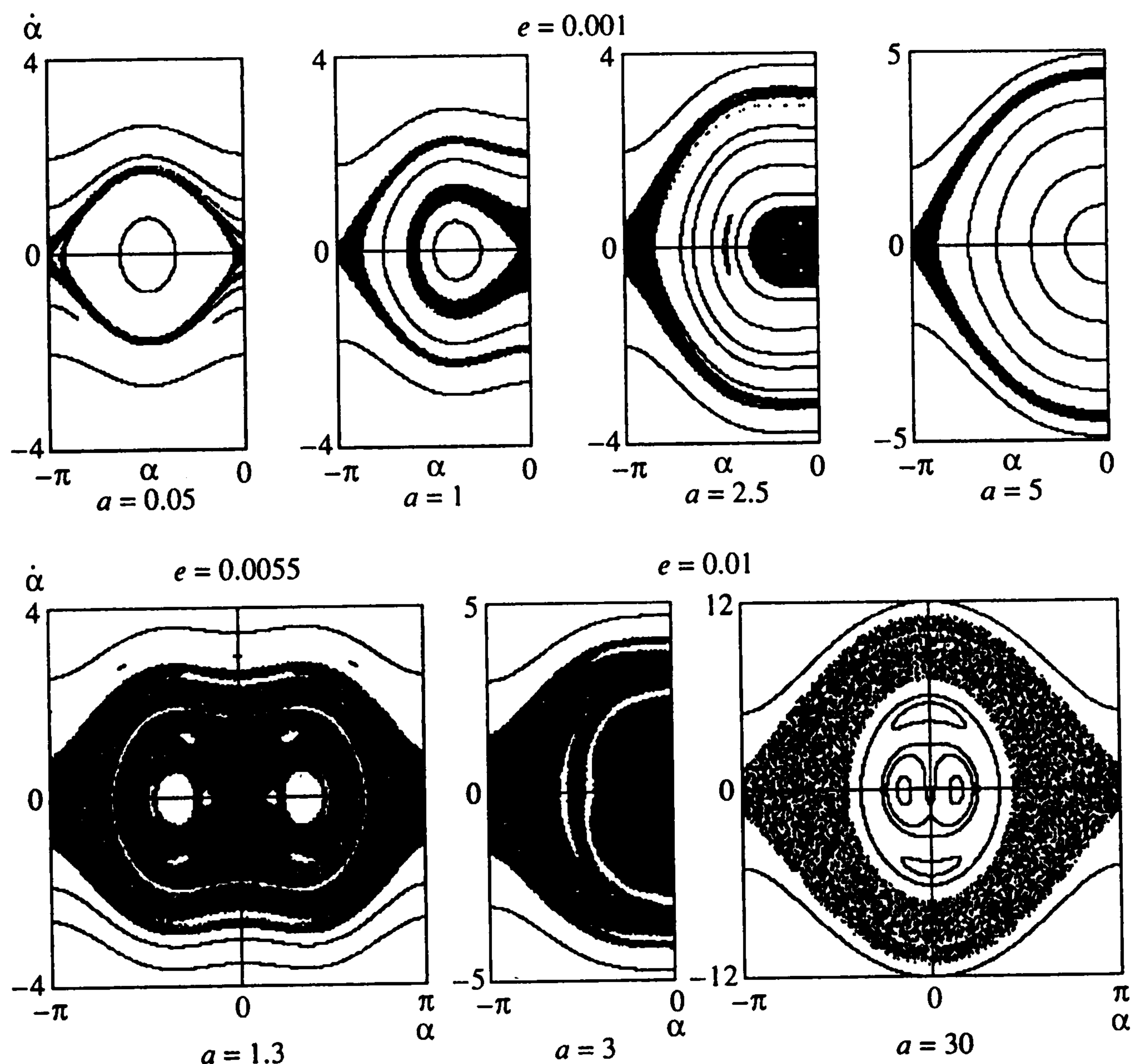
где $f(a)$ задается параметрическими формулами

$$k(\beta) = Z(1 - \cos \beta)^2, \quad a(\beta) = Z(\sin \beta - b \cos \beta) \quad (4.9)$$

$$Z = \frac{3}{\beta - \sin \beta + \sin \beta (\cos \beta - 1)}$$

Параметр β меняется в пределах от $\beta = \pi$ (тогда $k = 12/\pi$, $a = 3$) до $\beta = \beta_0$, где $\beta_0 \approx 123^\circ$ – решение уравнения, соответствующего равенству нулю выражения для Z . При $\beta = \beta_0$ имеем $k \rightarrow \infty$, $a \rightarrow \infty$. Отметим, что формулы (4.9) при $a \geq 3$ приводят с хорошей точностью к формуле $k \approx 4a/\pi$ в достаточно большом диапазоне значений параметров a , k .

Плоскость параметров (a, k) делится кривыми $k = \sqrt{a^2 - 9}$, $a = 3$, $k = F(a)$ на пять областей (левая верхняя часть фиг. 2) качественно различных фазовых портретов. Их примеры изображены на фиг. 2 под соответствующими номерами 1–5 (в окрестностях центров фиг. 2(2) и 2(3) – малые петли сепаратрисс). Зоны схода со связи, т.е. зоны, удовлетворяющие обратному неравенству (4.2), заштрихованы.



Фиг. 3

Зон схода может быть две (в окрестности $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$) или одна (только в окрестности $\alpha = 0$). В плоскости параметров (a, k) область существования одной зоны схода отделена от области существования двух зон схода кривой, параметрически задаваемой уравнениями

$$a = -\frac{2 - \cos^2 \alpha}{\cos^3 \alpha}, \quad k = -\frac{\sin \alpha (2 + 3 \cos^2 \alpha)}{\cos^3 \alpha} \quad (4.10)$$

Значения a, k определены (и положительны) при уменьшении параметра α от $\alpha = \pi$ до $\alpha = \pi/2$; при $\alpha = \pi$ имеем $a = 1, k = 0$; при $\alpha \rightarrow \pi/2$ имеем $a \rightarrow \infty, k \rightarrow \infty$. Кривая (4.10) показана на фиг. 2 тонкой линией.

Проведенное исследование позволило, в частности, обнаружить (фиг. 2) следующие результаты действия аэроградиента.

1⁰. Возможна раскрутка орбитальной тросовой системы до весьма большой угловой скорости (неограниченной при отсутствии диссипации).

2⁰. Возможно устойчивое "нижнее" ($\alpha \sim \pi/2$) положение зонда, однако область устойчивости уменьшается действием аэроградиента.

3⁰. Область устойчивости "верхнего" ($\alpha \sim 3\pi/2$) положения зонда увеличивается за счет действия аэроградиента.

5. Регулярность и хаотичность в движении гантелеобразного спутника на эллиптической орбите. Принципиальным качественным эффектом во вращательном движе-

нии спутника на эллиптической орбите является возможность хаотизации этого движения [15–18]⁵.

Особенно сильно на возникновение хаотизации влияет атмосфера из-за экспоненциального изменения ее плотности вдоль эллиптической орбиты. Даже относительно малые значения эксцентриситета орбиты приводят к сильной хаотизации.

На фиг. 3 в плоскости $\alpha, \dot{\alpha}$ приведены фазовые портреты решений уравнения (1.2) для случая действия моментов гравитационных сил и сил аэродинамического давления (т.е. считается, что в (1.2) параметры $a \neq 0$, $e \neq 0$, но $b = k = 0$). Фазовые портреты строились с помощью численной реализации метода точечных отображений за орбитальный период. Хаотическим движениям на этих фигурах отвечают области, сплошь заполненные точками; регулярным (условно-периодическим) колебаниям и вращениям спутника отвечают сплошные линии, периодическим движениям – центры островов регулярных движений. Ввиду симметрии фазовых портретов относительно оси ординат большая часть из них представлена своей половиной на интервале $\alpha[-\pi, 0]$.

В верхней части представлены фазовые портреты для почти круговой орбиты ($e = 10^{-3}$) при разных значениях аэродинамического параметра a . При малом значении этого параметра ($a = 0,05$) образуются видные на фиг. 3 тонкие хаотические слои в окрестности каждой из двух сепаратрис фазового портрета для круговой орбиты. Центры островов отвечают устойчивым периодическим колебаниям около радиального направления (к Земле или от Земли). Дужки с максимумами при $\dot{\alpha} = -1$ – очень тонкие островки, соответствующие колебаниям около неподвижного в пространстве направления, коллинеарного малой оси эллипса. При $a = 1$ хорошо видны хаотические слои, порождаемые каждой из двух сепаратрис. При $a = 2,5$ внутренний хаотический слой превратился в хаотическое море (в котором просматривается архипелаг слабо устойчивых колебаний около значения $\alpha = 0$). Сравнительно большое значение аэродинамического параметра $a = 5$ реализует область аэродинамической стабилизации.

Таким образом, очень малая эллиптичность орбиты ($e \sim 10^{-3}$) дает относительно благополучную картину: например, малые колебания около радиального направления остаются малыми и регулярными при небольших значениях аэродинамического параметра, зона регулярности остается достаточно большой и т.п.

Это "благополучие" быстро исчезает с ростом эксцентриситета ($e = 0,0055$, $a = 1,3$). Два хаотических слоя почти слились в единое море, образуя лишь тонкий "атолл" регулярности между двумя хаотическими слоями; острова регулярности внутри этого моря сильно уменьшились. При $e = 0,01$ видна эволюция фазового портрета с ростом значения a ($a = 1$ и $a = 30$). Интересно, что очень большие значения параметра a регуляризируют фазовую картину. Однако при умеренных значениях $a \sim 1-3$ движение сильно хаотизируется.

Хаотизация, вообще говоря, растет с ростом e , и для $a \sim 1$ сплошное море хаотических траекторий образуется уже при $e \sim 0,1$.

Авторы благодарят В.Л. Воронцову и А.А. Савченко за проверку некоторых результатов, изложенных в этой статье.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (98-01-00940) и Международной ассоциации по содействию сотрудничества с учеными из независимых государств бывшего Советского Союза (INTAS 94-644).

⁵ См. также: *Белецкий В.В.* Регулярные и хаотические движения в задаче ориентации спутника: Препринт № 53. М.: Ин-т прикл. математики им. М.В. Келдыша АН СССР, 1990.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 329 с.
2. Белецкий В.В., Яншин А.М. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. Киев: Наук. думка, 1984. 187 с.
3. Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел. М.: Наука, 1977. 430 с.
4. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
5. Сарычев В.А. Вопросы ориентации искусственных спутников // Итоги науки и техники. Исследование космического пространства. Т. 11. М.: ВИНТИ, 1978. 222 с.
6. Белецкий В.В., Панкова Д.В. Связка тел на орбите как динамический бильярд // Регулярная и хаотическая динамика. 1996. Т. 1. № 1. С. 87–103.
7. Белецкий В.В., Новикова Е.Т. Об относительном движении связки двух тел на орбите // Космич. исследования. 1969. Т. 7. № 3. С. 377–384.
8. Белецкий В.В. Об относительном движении связки двух тел на орбите. II // Космич. исследования. 1969. Т. 7. № 6. С. 827–840.
9. Докучаев Л.В., Ефименко Г.Г. Влияние атмосферы на относительное движение связки двух тел на орбите // Космич. исследования. 1972. Т. 10. № 1. С. 57–65.
10. Белецкий В.В., Воронцова В.Л. О влиянии градиента плотности атмосферы на вращение и ориентацию гантелеобразного спутника // Вестн. МГУ. Сер.1. Математика, механика. 2000. № 5. С. 35–39.
11. Белецкий В.В. О либрации спутника. // Искусственные спутники Земли. М.: Изд-во АН СССР. 1959. № 3. С. 13–31.
12. Сингх Р.Б. Движение связи тел на эллиптической орбите // Вестн. МГУ. Сер. Математика, механика. 1973. № 3. С. 82–86.
13. Воронцова В.Л. Исследование связного движения и условия связности при пренебрежении аэродинамической диссипацией // Вестн. Ставроп. ун-та. 1999. № 18. С. 49–56.
14. Барбашин Е.А., Табуева В.А. Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. М.: Наука, 1969. 299 с.
15. Widsom J., Peale S.J., Mignard F. The chaotic rotation of Hyperion // Icarus. 1984. V. 58. № 2. P. 137–152.
16. Wisdom J. Rotational dynamics of irregularly shaped natural satellites // Astron. Journal. 1987. V. 94. № 5. P. 1350–1360.
17. Beletsky V.V. Reguläre und chaotische Bewegung starrer Körper. Stuttgart: Teubner, 1995. 148 S.
18. Beletskii V.V., Pivovarov M.L., Starostin E.L. Regular and chaotic motions in applied dynamics of a rigid body // Chaos. 1996. V. 6. № 2. P. 155–166.

Москва

e-mail: beletsky@spp. Keldysh.ru

mp@mx.iki.rssi.ru

Поступила в редакцию
29.V.2000