

УДК 532.546

© 2000 г. Г.Т. Булгакова, А.Н. Калякин, М.М. Хасанов

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ НЕРАВНОВЕСНОЙ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Рассматриваются неравновесные эффекты при двухфазной фильтрации, связанные с изменением реологических свойств микроэмульсий, образующихся при движении водонефтяной смеси в пористой среде. На основе асимптотического и численного анализа предложенной модели показывается, что колебания перепада давления, имеющие место при двухфазной фильтрации, могут являться результатом совместного проявления нелинейных реологических свойств и времени запаздывания в процессах структурной перестройки микроэмульгированных систем.

Зависимости перепада давления от времени, полученные при лабораторных исследованиях образцов пористой среды, значительно отличаются от теоретических кривых, рассчитанных в рамках моделей двухфазной фильтрации Маскета – Леверетта. При течении двухфазной смеси через пористые среды наблюдаются колебания перепада давления, удовлетворительное объяснение которых отсутствует. Ниже показано, что эти колебания связаны с неравновесными эффектами. Ранее [1, 2] рассматривались неравновесные эффекты, вызванные процессами перераспределения фаз в порах. Был дан анализ [3] влияния микроэмульсионного состояния части масс в фильтрационном потоке на фазовые проницаемости. В данной работе предлагается учесть неравновесные эффекты, связанные с изменением реологических свойств в микроэмульгированных средах. При этом фильтрующаяся двухфазная жидкость представляется в виде микроэмульсионной суспензии, частицы которой обладают вязкоупругими свойствами. При движении по поровым каналам, сопровождающемся деформацией частиц, происходит изменение фильтрационного сопротивления потока вследствие структурных преобразований микроэмульсии с характерным для данной системы временем релаксации.

При учете этих представлений далее рассматривается математическая модель процесса вытеснения нефти водой из образца пористой среды.

1. Уравнения нестационарной фильтрации. Лабораторные эксперименты показывают, что при увеличении градиента давления фильтрационное сопротивление в потоке микроэмульсии уменьшается, а при уменьшении градиента давления – возрастает. В этом смысле реологическое поведение микроэмульсии имеет неньютоновский характер (эффективная вязкость уменьшается с увеличением приложенного напряжения). Причины этого явления связаны со структурными перестройками в микроэмульсиях. Были предложены [3] некоторые возможные детали данного процесса, однако все его особенности до конца не исследованы. Поэтому ограничиваемся феноменологическим подходом к описанию такого рода явлений и заданию функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП) воды и нефти с учетом их неравновесного характера.

Используя известные подходы к моделированию неравновесных течений в пористых средах [4], запишем кинетические уравнения для неравновесных ОФП воды (вытесняющая фаза) $n_1(s)$ и нефти (вытесняемая фаза) $n_2(s)$ в виде

$$n_i + \tau_1 \frac{\partial n_i}{\partial t} = k_i(s) \psi(q), \quad i = 1, 2; \quad q = |\partial p / \partial x| \quad (1.1)$$

где τ_1 – время структурной перестройки; $k_1(s)$, $k_2(s)$ – равновесные относительные фазовые проницаемости воды и нефти, соответственно, s – насыщенность вытесняющей фазы; p – давление. Введение функции $\psi(q)$ позволяет описать неньютоновские свойства водонефтяной микроэмульсии

$$\psi = \begin{cases} 1 - \exp(-bq), & \partial q / \partial t > 0 \\ 0, 01[\exp(bq) - 1], & \partial q / \partial t < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Значения этой функции при одинаковых абсолютных значениях градиента давления, определенные при уменьшении и увеличении модуля градиента давления, не совпадают, т.е. фазовые проницаемости имеют гистерезисный характер.

Уравнения движения и неразрывности вытесняющей и вытесняемой фазы записываются в виде

$$V_1 = -\frac{kn_1}{\mu_1} \text{grad } p, \quad V_2 + \tau_2 \frac{\partial V_2}{\partial t} = -\frac{kn_2}{\mu_2} \text{grad } p \quad (1.3)$$

$$s\beta_1^* \frac{\partial p}{\partial t} + m \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div } V_1 = 0 \quad (1-s)\beta_2^* \frac{\partial p}{\partial t} - m \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div } V_2 = 0 \quad (1.4)$$

где μ_1, μ_2 – вязкости вытесняющей и вытесняемой фазы, V_1, V_2 – скорости фильтрации фаз; τ_2 – время релаксации; β_1^* и β_2^* – коэффициенты упругоёмкости фаз; k – абсолютная проницаемость пористой среды, m – пористость.

Уравнение движения вытесняемой фазы принято для общности в релаксационной форме [4].

Уравнения (1.1)–(1.4) применяются для описания процесса несмешивающегося вытеснения из образца пористой среды, на входном сечении которого поддерживается постоянный расход вытесняющей жидкости, а на выходе – начальное давление в модели пористой среды. Поэтому начальные и граничные условия, замыкающие систему уравнений, имеют вид

$$\begin{aligned} n_1(x, 0) = 0, \quad n_2(x, 0) = F_2 - \text{const}, \quad s(x, 0) = s_c, \quad p(x, 0) = p_0 \\ s(0, t) = s_T, \quad V(0, t) = V_0, \quad p(L, t) = p_0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

где s_c и s_T – начальная и конечная (предельная) насыщенности вытесняющей фазы, F_2 – значение ОФП вытесняемой жидкости при $s = s_c$, p_0 – начальное давление в модели пласта, $V = V_1 + V_2$ – суммарная скорость фильтрации, V_0 – скорость фильтрации на входном сечении модели пористой среды, L – длина модели.

Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{q} = \frac{qL}{p_0}, \quad \bar{V}_i = \frac{V_i}{V_0}, \quad \bar{V} = \frac{V}{V_0} \\ \bar{t} = \frac{V_0 t}{mL}, \quad \bar{\tau}_i = \frac{V_0 \tau_i}{mL}, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

В дальнейшем черточки опускаются. В безразмерной форме уравнения неразрывности (1.4) после преобразований записываются в виде

$$\lambda \frac{\partial p}{\partial t} - a \frac{\partial}{\partial x} \left[(n_1 + \mu_0 n_2) \frac{\partial p}{\partial x} \right] - \tau_2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V_2}{\partial t} = 0 \quad (1.6)$$

$$\lambda_1 s \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (FV) + \tau_2 \frac{\partial}{\partial x} F \frac{\partial V_2}{\partial t} = 0$$

$$\lambda = \frac{\beta^* p_0}{m}, \quad a = \frac{kp_0}{V_0 \mu_1 L}, \quad \lambda_1 = \frac{\beta_1^* p_0}{m}, \quad F = \frac{n_1}{n_1 + \mu_0 n_2}, \quad \mu_0 = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$V = -\int_0^x \lambda \frac{\partial p}{\partial t} dx + 1, \quad \beta^* = \frac{p_0}{m} [s\beta_1^* + (1-s)\beta_2^*]$$

Система уравнений (1.6) расщеплена по физическим параметрам и позволяет последовательно рассчитывать по первому уравнению давление p , используя которое, по второму уравнению рассчитывать насыщенность s .

Соответственно приводятся к безразмерному виду уравнения (1.1), (1.3), начальные и граничные условия (1.5).

2. Асимптотический анализ. Полная математическая модель в виде уравнений (1.1)–(1.4) с соответствующими начальными и граничными условиями практически недоступна для аналитического исследования из-за своей сложности. Поэтому ограничимся асимптотическим анализом обыкновенного дифференциального уравнения для градиента давления q . За счет пренебрежения эффектами инерции и сжимаемостью фаз (т.е. при $\tau_2 = 0$, $\beta_1^* = 0$, $\beta_2^* = 0$, $V = 1$) уравнения (1.6) упрощаются.

Интегрируя первое из них и преобразуя с использованием уравнений (1.1), получаем вместо уравнений (1.6)

$$\tau_1 \frac{\partial q}{\partial t} - q + q^2 \varphi(s) \psi(q) = 0, \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\varphi(s) = a(k_1(s) + \mu_0 k_2(s))$$

В итоге приходим к системе уравнений (1.1), (2.1) с начальными и граничными условиями

$$q(x, 0) = q_0, \quad s(x, 0) = s_c, \quad n_1(x, 0) = 0, \quad n_2(x, 0) = F_2, \quad s(0, t) = s_T$$

При определении начального условия для градиента давления q предполагается, что время перераспределения давления за счет сжимаемости жидкостей пренебрежимо мало по сравнению со временем вытеснения. Отсюда следует, что нестационарные процессы упругого перераспределения давления заканчиваются в начале процесса вытеснения. Поэтому в масштабе "медленного" времени t можно считать, что к началу процесса вытеснения градиент давления во всех точках области течения достигает начального значения q_0 .

Дальнейшие упрощения достигаются за счет малости параметра τ_1 , который в рассматриваемых процессах имеет порядок 10^{-3} – 10^{-2} .

Следует заметить, что просто пренебрегать слагаемыми с малым параметром τ_1 здесь невозможно, поскольку возмущения носят сингулярный характер. Более того, как раз слагаемые $\tau_1 \partial n_i / \partial t$ ответственны за возникающие в системе быстрые осцилляции. Упрощение здесь возможно за счет разделения быстрых и медленных процессов. Введя "быстрое" время $T = t/\tau_1$, в рамках метода двухмасштабных разложений получим

$$\frac{\partial q}{\partial T} - q + \tau_1 \frac{\partial q}{\partial t} = -q^2 \varphi(s) \psi(q), \quad \frac{\partial s}{\partial T} + \tau_1 \left[\frac{\partial s}{\partial t} + F'(n_1, n_2) \frac{\partial s}{\partial x} \right] = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial T} + n_i + \tau_1 \frac{\partial n_i}{\partial t} = k_i(s) \psi(q), \quad i = 1, 2 \quad \left(F' = \frac{dF}{ds} \right)$$

Для функций q , s , n_i строится асимптотика по малому параметру τ_1 в виде

$$q = q^0(x, t, T) + \tau_1 q^1(x, t, T) + O(\tau_1^2), \quad s = s^0(x, t, T) + \tau_1 s^1(x, t, T) + O(\tau_1^2) \quad (2.3)$$

$$n_i = n_i^0(x, t, T) + \tau_1 n_i^1(x, t, T) + O(\tau_1^2), \quad i = 1, 2$$

Из уравнений (2.2) следует, что функция $s^0 = s^0(x, t)$ не зависит от быстрого време-

ни T . Для поправки s^1 на следующем шаге получается неоднородное уравнение

$$\frac{\partial s^1}{\partial T} + \frac{\partial s^0}{\partial t} + F'(n_1^0, n_2^0) \frac{\partial s^0}{\partial x} = 0$$

Считая, что зависимость от быстрого времени T – периодическая, из этого уравнения после интегрирования по периоду колебаний T^* получим уравнение для $s^0(x, t)$ в медленных переменных

$$\frac{\partial s^0}{\partial t} + \frac{\partial s^0}{\partial x} \int_0^{T^*} F'(n_1^0, n_2^0) dT = 0 \quad (2.4)$$

Таким образом, система уравнений (2.2) в главном, дополненная уравнением (2.4), оказывается замкнутой относительно главных членов асимптотики: q^0, s^0, n_1^0, n_2^0 .

Считая известной функцию медленных переменных $s^0(x, t)$, уравнение для q^0 можно рассматривать как обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение. Анализ стационарных по T решений и их устойчивость сводится к анализу уравнений для q^0 , поскольку s^0 не зависит от времени T . Стационарные решения определяются корнями трансцендентного уравнения

$$-q + q^2 \phi(s) \psi(q) = 0 \quad (2.5)$$

Для верхней ветви $\psi(q)$ из (1.2) имеются два корня: нулевой и отличный от нуля, $q^* \neq 0$. Линеаризованное вблизи $q = 0$ уравнение (2.5) имеет растущее решение $q = \exp T$, а потому этот корень неустойчив. Решение уравнения, линеаризованного вблизи $q = q^*$, убывает как $q = \exp(-\alpha T)$, $\alpha = 1 + q^* \psi'(q^*)/\psi(q^*) > 0$, а потому корень q^* – устойчив. На нижней ветви стационарных решений нет.

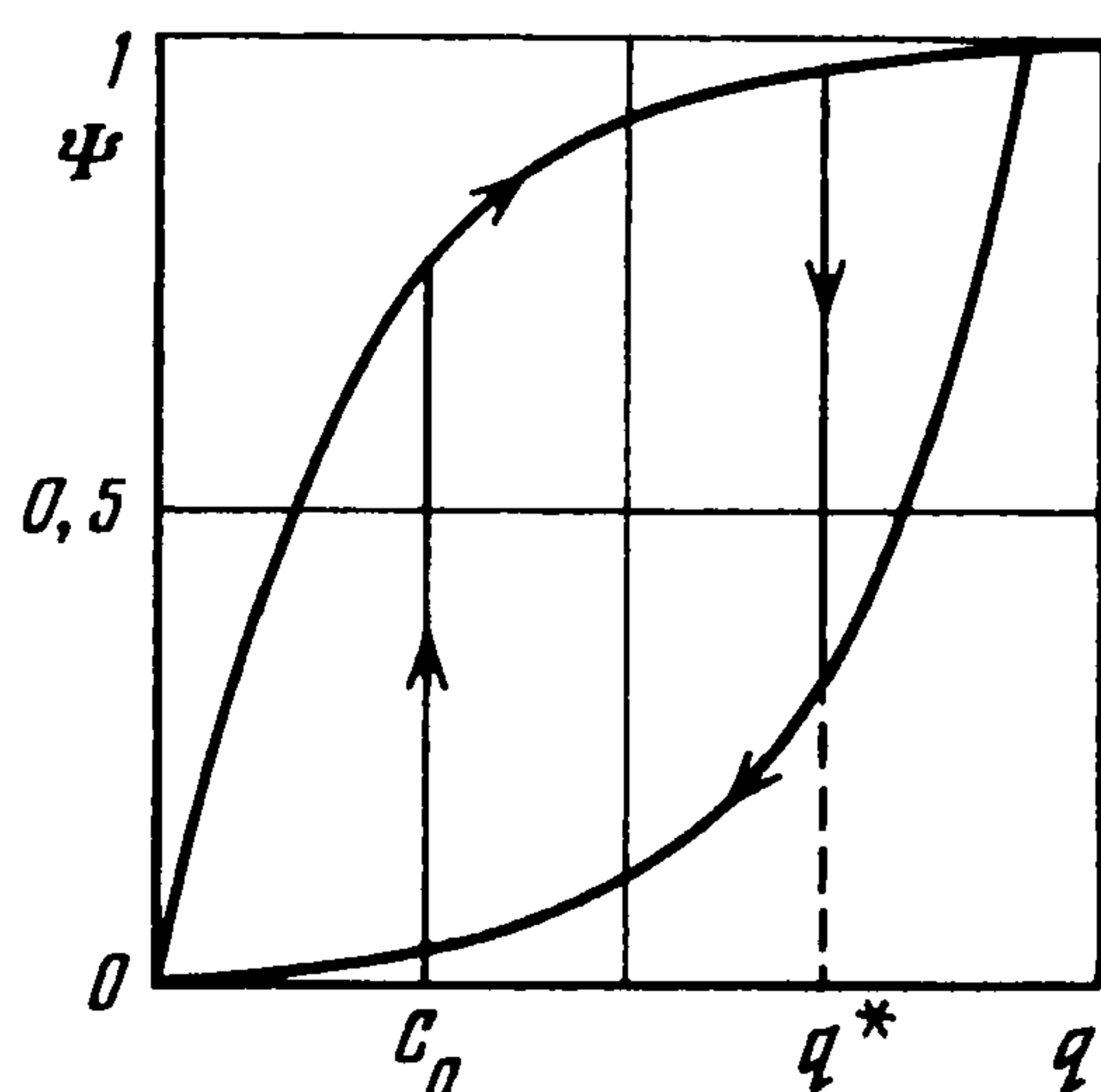
Любое решение $q = q(T)$ (кроме $q \equiv 0$) стремится к устойчивому положению равновесия $q^* = q^*(s)$. При этом движение $q(T)$ к q^* происходит по верхней ветви (фиг. 1) за бесконечное время.

Условия устойчивости получены в предположении, что $\phi(s) = \text{const}$. Однако надо учесть, что насыщенность $s \approx s^0(x, t)$ зависит от "медленного" времени и монотонно растет, соответственно изменяется и функция $\phi(s)$, поэтому точка равновесия движется так, что $q^* = q^*(s(x, t))$ монотонно убывает по t . По этой причине величина $q \equiv q^0(T, x, t)$ переходит точку q^* за конечное время. В момент перехода происходит срыв системы на нижнюю ветвь в соответствии с (2.2). На ней значения градиента давления убывают до величины C_0 , в которой происходит переход на верхнюю ветвь, и процесс повторяется.

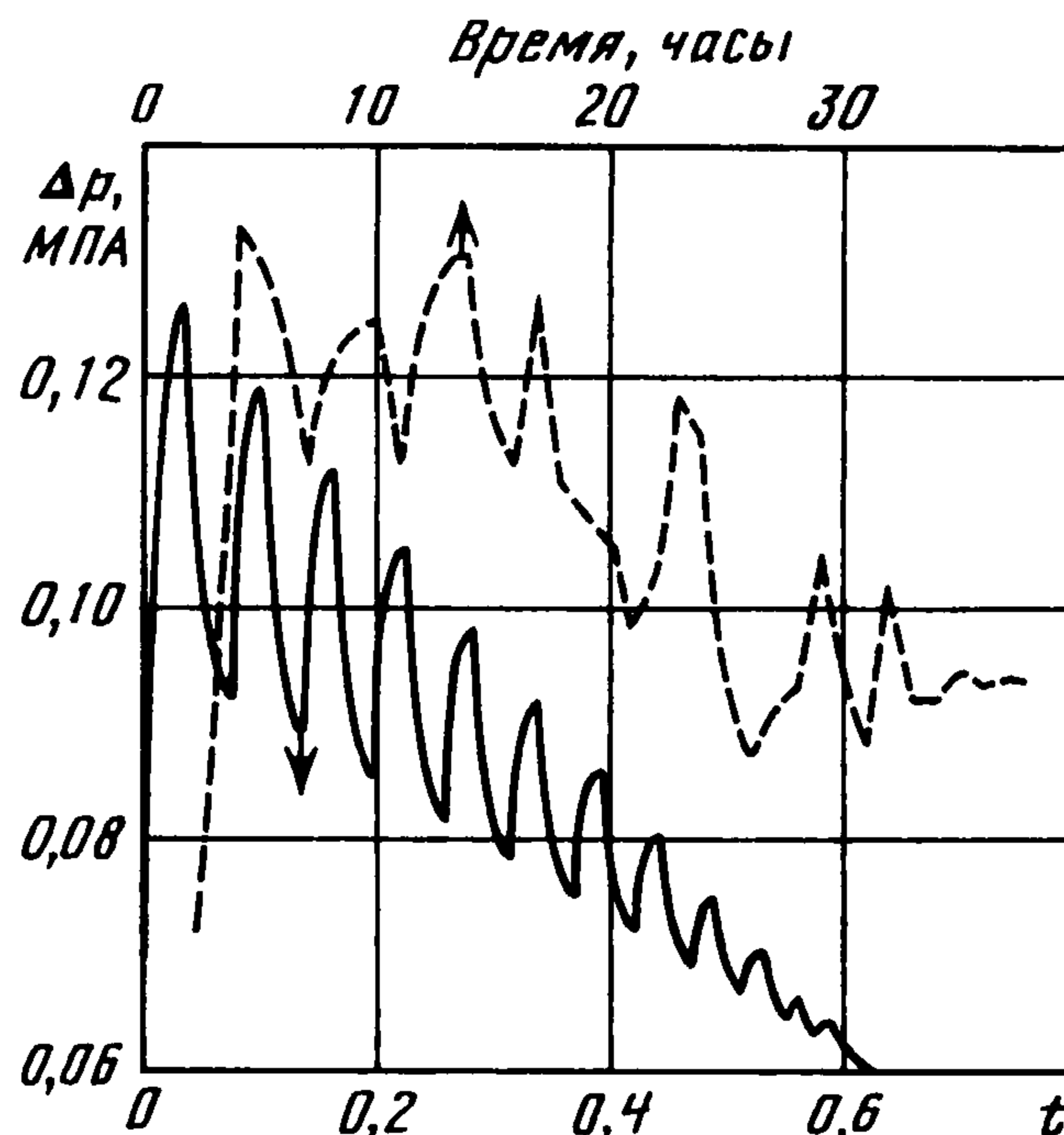
Таким образом, причиной быстрых осцилляций является двузначность функции $\psi(q)$ (гистерезис) и медленные изменения функции $s(x, t)$, которые и определяют характер быстрых колебаний, в частности, амплитуду и период. Следует отметить, что амплитуда и период медленно меняются из-за движения точки срыва (фиг. 2).

Период колебаний в медленном масштабе времени оценивается по порядку $O(\tau_1 \ln(1/\tau_1))$. Такая оценка получается из расчета времени движения от одной точки срыва $q_0^*(x, t_0)$ до другой $q_1^*(x, t_1)$. Имея в виду, что скорость движения точки $q^*(x, t)$ конечна, время движения в медленном масштабе оценивается из расстояния: $t^* = t_1 - t_0 = O(|q_0^* - q_1^*|)$. Время движения текущей точки $q(T, x, t)$ на этом промежутке в быстром масштабе времени определяется при интегрировании первого уравнения системы (2.2) для главного члена разложения (2.3)

$$T^* = \int_{q_0^*}^{q_1^*} \frac{dq}{q - q^2 \phi \psi(q)}, \quad \phi = \phi(s(t_0))$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Нижняя ветвь функции $\psi(q)$ берется при $q \in [C_0, q_0^*]$, верхняя – при $q \in [C_0, q_1^*]$. Поскольку $q_0^*(x, t_0)$ – нуль первого порядка подынтегральной функции на верхней ветви, то для $q_1^*(x, t_1)$, близких к $q_0^*(x, t_0)$, имеет место оценка $T^* = O(|\ln |q_0^* - q_1^*||)$. Учитывая связь быстрого и медленного времени, получаем соотношение $t^* = \tau_1 O(|\ln t^*|)$, откуда в первом приближении $t^* = \tau_1 O(|\ln \tau_1|)$.

Выводы асимптотического анализа подтверждаются результатами численных расчетов по модели (1.1)–(1.4).

3. Численный анализ системы. Для выявления качественных особенностей предложенной модели двухфазной фильтрации система уравнений (1.1)–(1.4) решалась численно [5]. Уравнения (1.1) и второе уравнение (1.3) аппроксимировались специальными конечно-разностными схемами с экспоненциальной подгонкой, учитывающими наличие малых параметров при старших производных [6]. Численное интегрирование уравнений (1.4), (1.7) проводилось по известной схеме "неявное" давление – "явная" насыщенность [5]. Для обеспечения устойчивости и необходимой точности разностных схем выбирался шаг по пространственной переменной $h = 0,01$ и шаг по времени $l = 0,0001$. Зависимости перепада давления Δp от безразмерного времени t , равного отношению объема закачанной жидкости к объему пор, представлены на фиг. 2 сплошной линией. Расчеты выполнены при

$$\mu_0 = 0,2, \quad \tau_1 = 0,01, \quad \tau_2 = 0,01$$

$$k_1(s) = 0,138 \left(\frac{s - s_c}{s_T - s_c} \right)^{5/2}, \quad k_2(s) = 0,505 \left(\frac{s_T - s}{s_T - s_c} \right)^{3/2}$$

Видно, что в системе с нелинейными свойствами возникают колебания перепада давления. Единица безразмерного времени соответствует $2 \cdot 10^4$ с. Упругие свойства пластовой системы усиливают пульсации Δp , которые наблюдаются до тех пор, пока насыщенность по всей длине модели не достигнет предельного значения s_T . При $\tau_1 = 0$ колебания Δp отсутствуют. Это означает, что к их возникновению приводит наличие времени запаздывания в процессах структурной перестройки реофизически сложных сред.

Использование релаксационного закона фильтрации (второе уравнение (1.3)) приводит к замедлению процесса вытеснения. Профили насыщенности, рассчитанные при $\tau_2 \neq 0$, отстают от профиля при $\tau_2 = 0$, при этом структура фронта насыщенности практически не изменяется. Расчеты проводились при разных значениях $\tau_1, \tau_2, \mu_0, k, V_0$. Варьирование этих величин приводит к изменению амплитуды и частоты колебаний.

4. Заключение. Таким образом, показано, что при двухфазной фильтрации в образце пористой среды возникают колебания перепада давления во времени, которые являются результатом совместного проявления нелинейных свойств микроэмульсионной суспензии и эффектов времени запаздывания при установлении фазовых проницаемостей в процессах несмешивающегося вытеснения.

Теоретически обнаруженные колебания перепада давления качественно подтверждаются данными лабораторных исследований фильтрационных характеристик пористых сред. На фиг. 2 штриховой линией представлена экспериментальная зависимость перепада давления от времени, полученная при вытеснении нефти водой из модели пласта БС₁₋₅ для условий Приразломного месторождения ($L = 0,1647$ м, $m = 0,17$, $k = 0,021$ мкм², $F_2 = 0,58$, $s_c = 0,285$, $s_T = 0,718$, $V_0 = 232,32$ м/год, $\mu_0 = 0,27$).

Описанная модель позволяет интерпретировать колебания градиента давления, наблюдаемые в экспериментах по вытеснению нефти водой из образца пористой среды.

Таким образом, можно заключить, что колебания перепада давления, рассматриваемые обычно как досадные помехи и экспериментальные ошибки, могут служить источником полезной информации в определении коллекторских и фильтрационных характеристик пласта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г.И., Винниченко А.П. Неравновесная фильтрация несмешивающихся жидкостей // Успехи механики. 1980. Т. 3. № 3. С. 35–50.
2. Ентов В.М. К теории неравновесных эффектов при фильтрации неоднородных жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 3. С. 52–57.
3. Николаевский В.Н. Математическое моделирование физико-химического воздействия на нефтеводонасыщенные пласты // Фундаментальные проблемы нефти и газа. М.: Гос. акад. нефти и газа. 1996. Т. 4. С. 265–280.
4. Баренблатт Г.И., Мамедов Ю.Г., Мирзаджанзаде А.Х., Швецов И.А. Неравновесные эффекты при фильтрации вязкоупругих жидкостей // Изв. АН СССР. 1973. № 5. С. 76–83.
5. Коновалов А.Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: Наука, 1988. 165 с.
6. Doolan E.P., Miller J.J.H., Schilders W.H.A. Uniform numerical methods for problems with initial and boundary layers. Dublin: Boole Press, 1980. = Дулан Э., Миллер Дж., Шилдерс У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. М.: Мир, 1983. 199 с.

Уфа
e-mail: khasanovmm@anrb.ru

Поступила в редакцию
28.1.1999