

УДК 532.546

© 1999 г. А.А. Губайдуллин, О.Ю. Кучугурина

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СЛАБЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Предлагается трехскоростная с тремя давлениями математическая модель насыщенной жидкостью деформируемой среды с двойной пористостью, позволяющая исследовать волновые процессы. Модель учитывает несовпадение скоростей и давлений жидкой фазы в системах пор разного характерного размера, обмен жидкостью между ними и нестационарные силы межфазного взаимодействия. Установлено, что в такой среде распространяются одна поперечная и три продольных волны – деформационная и две фильтрационные. Наличие двух фильтрационных волн связано с двумя различными характерными масштабами пор и несовпадением скоростей и давлений жидкости в этих системах пор. Фильтрационные волны затухают значительно интенсивнее, чем деформационная и поперечная волны. Скорости деформационной и поперечной волн определяются главным образом модулями упругости скелета; скорость и затухание первой фильтрационной волны сильно зависят от интенсивности межфазного силового взаимодействия, а скорость второй – от интенсивности массообмена между порами и трещинами. Интенсивность затухания второй фильтрационной волны значительно выше, чем первой.

Большинство работ, касающихся трещиновато-пористых сред, посвящены исследованию процессов фильтрации [1–15], в то время как особенности распространения волн в таких средах остаются недостаточно изученными [16–20].

1. Среда с двойной пористостью. Приведенное напряжение. Уравнения баланса массы и импульса. Для изучения процесса распространения линейных волн построим модель среды с двойной пористостью, учитывающую несовпадение скоростей и давлений в жидкой фазе в порах и трещинах и обмен жидкостью между ними. Будем различать твердую фазу (нижний индекс s), жидкость в порах (p) и в трещинах (f). Нижним индексом l будут помечены величины, относящиеся ко всей жидкости. Характерными линейными размерами среды будем считать средний радиус первичных пор a_p , среднюю полуширину трещин a_f и половину среднего размера пористого блока a_b .

Для обычной пористой среды приведенное (или эффективное) напряжение σ_{s*} определяется равенством

$$\sigma_{s*} = \alpha_s(\sigma_s - \sigma_l); \quad \sigma = \sigma_{s*} + \sigma_l \quad (1.1)$$

Здесь α_s – объемное содержание твердой фазы, σ_s , σ_l – соответственно осредненные истинные напряжения внутри твердой и жидкой фаз, σ – полное напряжение в среде. Однако, если для среды с двойной пористостью учесть, что давление в жидкости в первичных и вторичных порах может быть различным, можно выразить среднее напряжение σ_l в жидкости через напряжения в первичных порах σ_p и вторичных порах

σ_j следующим образом:

$$\sigma_l = \frac{\alpha_p \sigma_p + \alpha_f \sigma_f}{\alpha_p + \alpha_f} \quad (1.2)$$

Выпишем уравнения сохранения массы и импульса [21, 22] для твердой фазы, жидкости в трещинах и в порах при учете соотношений (1.1), (1.2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla^k \rho_s v_s^k &= 0, \quad \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \nabla^k \rho_p v_p^k = -q, \quad \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla^k \rho_f v_f^k = q \\ \rho_s \frac{dv_s^k}{dt} &= -\alpha_s \nabla^k p_l + \nabla^j \sigma_{sj}^k + F_p^k + F_f^k, \quad p_l = \frac{\alpha_p p_p + \alpha_f p_f}{\alpha_p + \alpha_f} \\ \rho_p \frac{dv_p^k}{dt} &= -\alpha_p \nabla^k p_p - F_p^k - q v_p^k, \quad \rho_f \frac{dv_f^k}{dt} = -\alpha_f \nabla^k p_f - F_f^k + q v_f^k \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь α_j , ρ_j , v_j — соответственно объемное содержание, приведенная плотность и скорость j -фазы ($j = s, p, f$); p_p , p_f — давление в порах и трещинах, q — интенсивность обмена жидкостью между порами и трещинами; F_p , F_f — силы взаимодействия твердой фазы с жидкостью в порах и трещинах соответственно; верхние индексы — координатные.

Предполагается, что осредненный тензор вязких напряжений в жидкости пренебрежимо мал и вязкость жидкости проявляется лишь в процессах взаимодействия жидкости и скелета и обмена жидкостью между системами пор.

Для истинных плотностей ρ_j° и объемных содержаний фаз α_j имеем

$$\rho_j = \alpha_j \rho_j^\circ, \quad j = s, p, f; \quad \alpha_s + \alpha_p + \alpha_f = 1 \quad (1.4)$$

Выражения для межфазных сил F_p , F_f в (1.3) для установившихся гармонических колебаний с частотой ω примем в виде [21, 22]

$$F_j = F_{mj} + F_{\mu j}, \quad j = p, f \quad (1.5)$$

$$F_{mj}^k = \frac{1}{2} \eta_{mj} \alpha_s \alpha_j \rho_l^\circ i \omega (v_j^k - v_s^k), \quad F_{\mu j}^k = \alpha_s \alpha_j \mu_l f_j(\omega) (v_j^k - v_s^k)$$

$$f_j(\omega) = \eta_{\mu j} a_j^{-2} + \eta_{Bj} a_j^{-1} \sqrt{2 \rho_l^\circ \omega / \mu_l (1 + i)}$$

Здесь F_{mj} — сила, вызванная инерционным взаимодействием фаз [22], $F_{\mu j}$ — полная сила вязкого трения с учетом аналога силы Бассэ, возникающей из-за нестационарных эффектов; i — мнимая единица; μ_l — динамическая вязкость жидкости; a_j — характерный размер пор, η_{mj} , $\eta_{\mu j}$, η_{Bj} — коэффициенты, зависящие от структуры пористой среды.

При несовпадении давлений p_p , p_f в первичных и вторичных порах возможен переток жидкости из одной системы пор в другую, т.е. обмен жидкостью между системами пор. При изучении фильтрации жидкости в средах с двойной пористостью для интенсивности обмена жидкостью q обычно используется выражение, полученное в предположении о безынерционности течения жидкости [4]

$$q = \eta_q \frac{\rho_l^\circ k_p}{\mu_l} \frac{p_p - p_f}{a_b^2} \quad (1.6)$$

Здесь k_p — проницаемость системы первичных пор, η_q — безразмерная постоянная, характеризующая геометрию среды. Заметим, что проницаемость k_p выражается через коэффициент при стационарной силе вязкого сопротивления $F_{\mu p}$, а именно:

$k_p = \alpha_p a_p^2 / (\alpha_s \eta_{\mu p})$. Если же учитывать и нестационарные эффекты течения жидкости, то вместо $a_p^2 / \eta_{\mu p}$ следует взять коэффициент при полной силе вязкого сопротивления $1/f_p(\omega)$. Поэтому выражение для интенсивности обмена жидкостью между системами пор q запишем в виде

$$q = \eta_q \frac{\alpha_p}{\alpha_s} \frac{\rho_l}{\mu_l f_p(\omega)} \frac{p_p - p_f}{a_b^2} \quad (1.7)$$

2. Уравнение состояния для упругого скелета среды. Уравнения состояния фаз. При выводе уравнения, определяющего поведение скелета пористой среды, будем следовать описанному ранее подходу [2, 21], согласно которому тензор макродеформаций твердой фазы ϵ_s определяется суммой осредненного тензора микродеформаций материала скелета ϵ_s° и тензора эффективных деформаций ϵ_{s*} , обусловленного смещениями зерен друг относительно друга

$$\epsilon_s = \epsilon_s^\circ + \epsilon_{s*}; \quad \frac{d}{dt} \epsilon_s^{kl} = \frac{1}{2} (\nabla^k v_s^l + \nabla^l v_s^k) \quad (2.1)$$

Естественно предположить, что в среде с двойной пористостью эффективная деформация ϵ_{s*} происходит как из-за относительных смещений гранул внутри пористого блока, так и из-за смещений самих блоков друг относительно друга. Пусть ϵ_{s*p} — эффективная деформация за счет относительных смещений гранул внутри блоков, а ϵ_{s*f} — эффективная деформация из-за смещений блоков. Допустим, что

$$\epsilon_{s*} = \epsilon_{s*p} + \epsilon_{s*f}, \quad \epsilon_{s*p}^{kl} = (1 - \eta) \epsilon_{s*}^{kl}, \quad \epsilon_{s*f}^{kl} = \eta \epsilon_{s*}^{kl} \quad (2.2)$$

где η — некоторая скалярная (пока неизвестная) величина.

Далее примем, что приведенное (эффективное) напряжение σ_{s*} в смеси определяется линейной зависимостью от эффективной деформации ϵ_{s*} . Тогда, учитывая равенства (2.2), имеем

$$\sigma_{s*} = \sigma_{s*p} + \sigma_{s*f} \quad (2.3)$$

где σ_{s*p} — межгранулярное эффективное напряжение, линейно зависящее от ϵ_{s*p} , а σ_{s*f} — эффективное напряжение между блоками, линейно зависящее от ϵ_{s*f} . Каждое из напряжений σ_{s*p} , σ_{s*f} будем считать пропорциональным разности осредненных истинных напряжений в фазах с некоторым коэффициентом пропорциональности

$$\sigma_{s*j} = \kappa_j (\sigma_s - \sigma_j), \quad j = p, f \quad (2.4)$$

Подставляя последние выражения (2.4) в равенство (2.3) и учитывая соотношения (1.1), (1.2), найдем значения коэффициентов κ_p , κ_f . В результате получим

$$\sigma_{s*j} = \frac{\alpha_s \alpha_j}{\alpha_p + \alpha_f} (\sigma_s - \sigma_j), \quad j = p, f \quad (2.5)$$

Эффективные выражения σ_{s*p} и σ_{s*f} могут быть интерпретированы следующим образом: σ_{s*p} — часть эффективного напряжения σ_{s*} , отвечающая за передачу импульса по твердой фазе через контакты между гранулами внутри пористого блока,

а $\sigma_{s^*f}^*$ — часть $\sigma_{s^*}^*$, которая ответственна за передачу импульса через контакты между блоками. В предельных случаях, когда $\alpha_p = 0$ (трещиноватая среда) или $\alpha_f = 0$ (обычная пористая среда), будет соответственно $\sigma_{s^*p}^* = 0$, $\sigma_{s^*}^* = \sigma_{s^*f}^*$ или $\sigma_{s^*f}^* = 0$, $\sigma_{s^*}^* = \sigma_{s^*p}^*$.

Для малых деформаций среды предположим, что каждая из зависимостей $\sigma_{s^*j}^{kl}(\epsilon_{s^*j}^{mn})$ описывается законом Гука с некоторыми модулями упругости, характеризующими скелет пористой среды (δ^{kl} — символ Кронекера)

$$\sigma_{s^*j}^{kl} = \alpha_s(\tilde{\lambda}_{*j}\epsilon_{s^*j}^{mm}\delta^{kl} + 2\tilde{\mu}_{*j}\epsilon_{s^*j}^{kl}); \quad j = p, f \quad (2.6)$$

Для деформаций материала зерен справедлив закон Гука (λ_s, μ_s — модули упругости материала твердой фазы)

$$\epsilon_s^{kl} = \frac{1}{2\mu_s} \left(\sigma_s^{kl} - \frac{\lambda_s}{3\lambda_s + 2\mu_s} \sigma_s^{mm} \delta^{kl} \right) \quad (2.7)$$

Учитывая соотношения (2.1), (2.2), (2.5), (2.7) и равенства $\delta_p^{kl} = -\delta^{kl} p_p$, $\sigma_f^{kl} = -\delta^{kl} p_f$, выразим $\epsilon_{s^*j}^{mn}$ через $\sigma_{s^*j}^{kl}$ ($j = p, f$). Подставив эти выражения в соотношения (2.6) и разрешив относительно $\sigma_{s^*j}^{kl}$, $\sigma_{s^*j}^{kl}$, получим

$$\sigma_{s^*p}^{kl} = (1 - \eta)\alpha_s[\lambda_{*p}\epsilon_s^{mm}\delta^{kl} + 2\mu_{*p}\epsilon_s^{kl} + v_{*p}p_p\delta^{kl}] \quad (2.8)$$

$$\sigma_{s^*f}^{kl} = \eta\alpha_s[\lambda_{*f}\epsilon_s^{mm}\delta^{kl} + 2\mu_{*f}\epsilon_s^{kl} + v_{*f}p_f\delta^{kl}]$$

где

$$\lambda_{*j} = \tilde{\lambda}_{*j} \left[1 + O \left(\frac{\tilde{\lambda}_{*j}}{\lambda_s}, \frac{\tilde{\mu}_{*j}}{\mu_s} \right) \right], \quad \mu_{*j} = \tilde{\mu}_{*j} \left[1 + \frac{\tilde{\mu}_{*j}}{\mu_s} \right]^{-1} \quad (2.9)$$

$$v_{*j} = \frac{\lambda_{*j} + 2\mu_{*j}/3}{\lambda_s + 2\mu_s/3}, \quad j = p, f$$

Для $\sigma_{s^*}^* = \sigma_{s^*p}^* + \sigma_{s^*f}^*$ можно записать

$$\sigma_{s^*}^{kl} = \alpha_s[\lambda_*\epsilon_s^{mm}\delta^{kl} + 2\mu_*\epsilon_s^{kl} + (1 - \eta)v_{*p}p_p\delta^{kl} + \eta v_{*f}p_f\delta^{kl}] \quad (2.10)$$

$$\lambda_* = (1 - \eta)\lambda_{*p} + \eta\lambda_{*f}, \quad \mu_* = (1 - \eta)\mu_{*p} + \eta\mu_{*f}$$

Заметим, что если выводить уравнение состояния скелета, не учитывая более сложное строение среды с двойной пористостью и различие давлений p_p, p_f (т.е. так, как это уравнение выведено для обычной пористой среды [2, 21]), то после аналогичных рассуждений получится формула, учитывающая лишь некоторые "средние" модули упругости скелета λ_*, μ_* и среднее давление в жидкости p_l

$$\sigma_{s^*}^{kl} = \alpha_s[\lambda_*\epsilon_s^{mm}\delta^{kl} + 2\mu_*\epsilon_s^{kl} + v_*p_l\delta^{kl}], \quad v_* = \frac{\lambda_* + 2\mu_*/3}{\lambda_s + 2\mu_s/3} \quad (2.11)$$

Эту формулу также можно считать уравнением состояния для скелета среды, но для среды с двойной пористостью она менее детальна, чем (2.10). Если же принять $\lambda_*,$

μ_* , как определено выше, и приравнять в (2.10) и (2.11) коэффициенты при p_p, p_f , то окажется возможным найти пока неопределенную величину η

$$\eta = \left(1 + \frac{\alpha_p}{\alpha_f} \frac{v_{*f}}{v_{*p}} \right)^{-1} \quad (2.12)$$

Таким образом, если считать поведение скелета среды с двойной пористостью упругим, необходимо задавать четыре модуля упругости $\lambda_{*p}, \mu_{*p}, \lambda_{*f}, \mu_{*f}$. Уравнение состояния (2.10) связывает приведенное напряжение σ_s , макродеформации скелета ϵ_s и давления в первичных и вторичных порах p_p, p_f ; величины v_{*p}, v_{*f}, η однозначно определяются коэффициентами $\lambda_{*p}, \mu_{*p}, \lambda_{*f}, \mu_{*f}$ и объемными содержаниями α_p, α_f согласно соотношениям (2.9), (2.12). Заметим, что в предельных случаях, при $\alpha_p = 0$ или $\alpha_f = 0$ имеем в (2.12) соответственно $\eta = 1$ или $\eta = 0$, и уравнение состояния (2.10) совпадает с уравнением состояния для обычной упругой пористой среды с модулями упругости λ_{*f}, μ_{*f} или λ_{*p}, μ_{*p} .

При необходимости более точного количественного описания затухания волн можно построить более сложное уравнение состояния твердой фазы, учитывая, например, вязкоупругое поведение скелета. В этом случае будет учтена диссипация кинетической энергии из-за трения между зернами скелета при его деформации.

Заметим, что в [16, 17] использовано уравнение состояния среды, записанное в терминах давлений в порах и трещинах и полного напряжения в среде, т.е. без использования понятия эффективного напряжения. В [19, 20] уравнения состояния и движения трещиновато-пористой среды получены методом пространственного осреднения из соответствующих уравнений, описывающих процесс в микромасштабе; окончательные уравнения записаны в терминах перемещений, что делает их громоздкими и затрудняет понимание.

Уравнения состояния для материала твердой фазы и для жидкости в порах и в трещинах можно принять в виде

$$p'_s = K_s \rho'_s / \rho_{s0} (K_s = \lambda_s + 2\mu_s / 3), \quad p'_j = K_l \rho'_j / \rho_{l0}, \quad j = p, f \quad (2.13)$$

где K_s, K_l — упругие модули всестороннего объемного сжатия материала твердой фазы и жидкости (здесь и далее нижний нулевой индекс означает невозмущенное значение величины, $u' = u - u_0$).

3. Условия совместного деформирования фаз. Для замыкания системы уравнений движения обычной пористой среды используют связь между давлениями p_{s*}, p_s, p_l , следующую из (1.1),

$$p_{s*} = \alpha_s (p_s - p_l), \quad p_{s*} = -\sigma_{s*}^{mm} / 3 \quad (3.1)$$

или же уравнение для изменения пористости, которое является следствием (3.1) и для среды с упругим скелетом имеет вид [2, 21]

$$\frac{\alpha'_s}{\alpha_s} = (1 - v_*) \left(\frac{\rho'_s}{\rho_s} - \frac{p'_l}{K_s} \right) \quad (3.2)$$

Для среды с двойной пористостью для замыкания системы уравнений необходимы не одно, а два условия совместного деформирования фаз (это связано с наличием двух давлений в жидкости). В качестве первого из них можно взять связь между давлениями p_{s*}, p_s, p_p, p_f , вытекающую из (1.1),

$$p_{s*} = \alpha_s (p_s - p_l), \quad p_{s*} = -\sigma_{s*}^{mm} / 3 \quad (3.3)$$

Для получения второго условия совместного деформирования воспользуемся уравнением (3.2). Выведем уравнение для изменения α_s внутри пористого блока; для этого в (3.2) следует заменить p'_i на p'_p , v_* на v_{*p} , α_s на $\alpha_s/(\alpha_s + \alpha_p)$, а $\rho_s = \alpha_s \rho_s^0$ на $\rho_s/(\alpha_s + \alpha_p) = \alpha_s \rho_s^0/(\alpha_s + \alpha_p)$, так как теперь эти величины относятся не к единице объема среды, а к объему пористого блока в единице объема среды. В результате получится уравнение

$$\frac{\alpha'_s}{\alpha_s} + \frac{\alpha'_f}{1 - \alpha_f} v_{*p} = (1 - v_{*p}) \left(\frac{\rho'_s}{\rho_s} - \frac{p'_p}{K_s} \right) \quad (3.4)$$

Полученная система уравнений (1.3), (1.4), (2.1), (2.3), (2.8), (2.12), (2.13), (3.3), (3.4) при заданных выражениях для обмена массой и импульсом (1.5), (1.7) и заданных модулях упругости скелета λ_{*p} , μ_{*p} , λ_{*f} , μ_{*f} замкнута и может быть использована для линейного анализа волновых процессов в среде с двойной пористостью.

4. Распространение линейных волн в трещиновато-пористой среде. Рассмотрим движение среды, соответствующее распространению одномерных монохроматических волн, т.е. при

$$v_j^x = v_j = V_j \exp(i\omega t - ikx), \quad v_j^y = v_j^z = 0$$

для продольных волн и

$$v_j^z = v_j = V_j \exp(i\omega t - ikx), \quad v_j^x = v_j^y = 0$$

для поперечных волн ($j = s, p, f$; t – время, x, y, z – декартовы координаты), ω – круговая частота, k – комплексное волновое число. Дисперсионные соотношения для продольных и поперечных волн получаются в результате подстановки решения в указанном виде в линеаризованную систему уравнений движения среды и приравнивания нулю определителя этой системы.

Оказалось, что дисперсионное соотношение для продольных волн является алгебраическим уравнением третьей степени относительно k^2 , а для поперечных волн – уравнением первой степени относительно k^2 . Отсюда следует, что в среде могут распространяться одна поперечная волна и три типа продольных волн. Скорость $C^{(m)}$ и затухание $\delta^{(m)}$ каждой из волн определяются после разрешения дисперсионной зависимости $k^{(m)} = k^{(m)}(\omega)$ по формулам

$$C^{(m)} = \omega / \operatorname{Re} k^{(m)}, \quad \delta^{(m)} = -\operatorname{Im} k^{(m)} \quad (4.1)$$

где $m = 1, 2, 3$ соответствуют продольным, а $m = 4$ – поперечной волне.

Ранее [16, 17] был также сделан вывод о существовании в трещиновато-пористой среде трех типов продольных волн и одной поперечной волны. Одна из продольных волн связывается с упругими свойствами скелета, другая – с пространством пор, третья – с пространством трещин. Были изучены [19, 20] процессы распространения монохроматических волн в трещиновато-пористой среде, насыщенной двумя различными жидкостями, и показано существование продольных волн четырех типов; при этом первая и третья волна аналогичны быстрой и медленной волнам в пористой среде, вторая волна возникает из-за наличия трещин, а четвертая связана с различием давлений в жидкостях в пористых блоках.

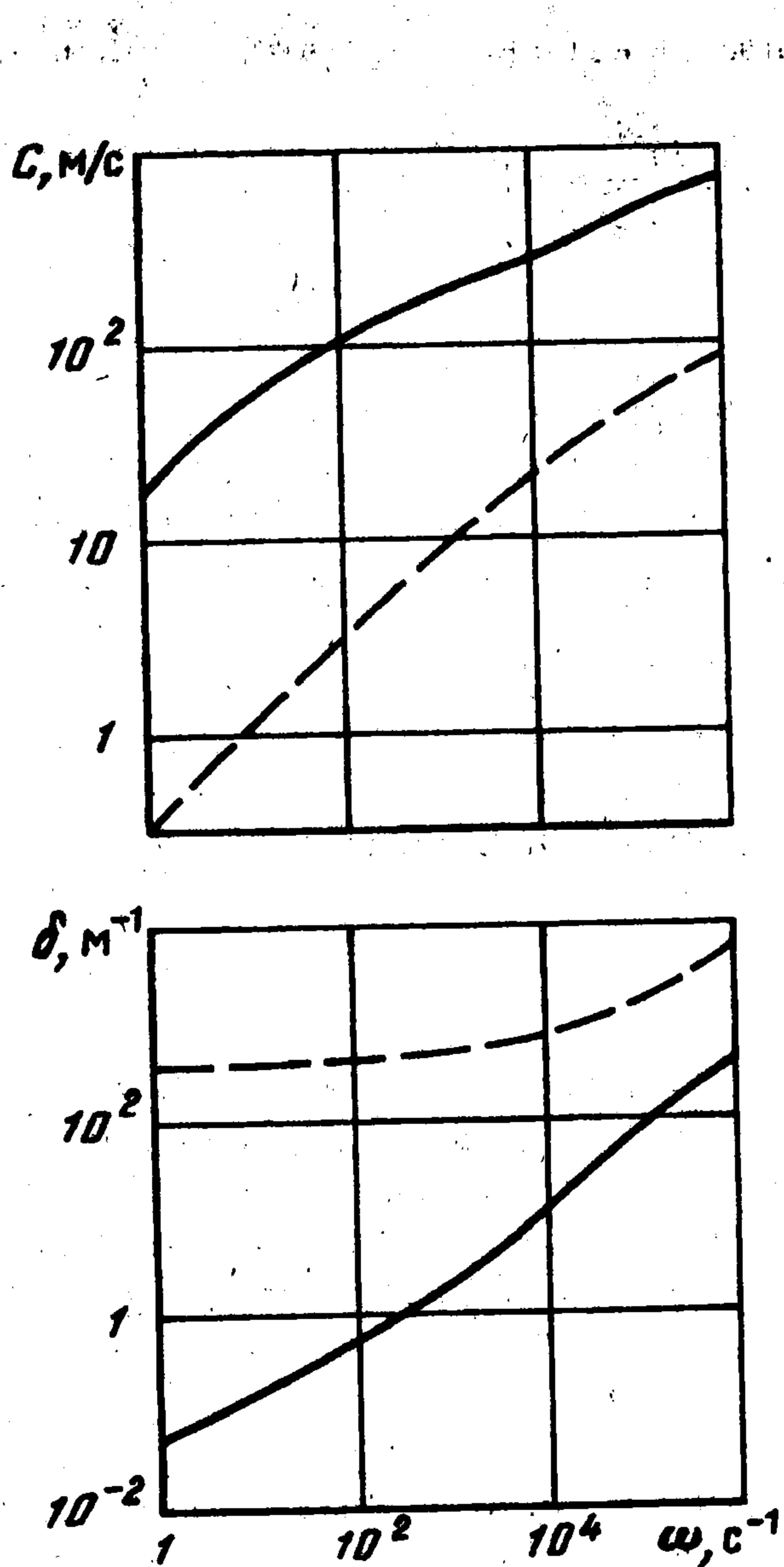
Здесь необходимо вспомнить, что в обычной пористой среде существует два типа продольных волн, что обусловлено двумя различными механизмами передачи импульса: по жидкости и непосредственно по твердой фазе. Поэтому возникает закономерный вопрос: чем объясняется появление третьей продольной волны в среде с двойной пористостью? Для выяснения механизма возникновения дополнительной волны было детально рассмотрено распространение волн в трещиновато-пористой среде с несжимаемым и недеформируемым скелетом, т.е. при $v_s = 0$ и $\alpha_f = \text{const}$.

Система уравнений движения жидкости в данном случае при пренебрежении инерционными членами в уравнениях баланса импульса эквивалентна уравнениям [1], используемым для описания процессов фильтрации в трещиновато-пористой среде. Оказалось, что в такой среде по жидкости распространяются две продольных волны (т.е. дополнительная продольная волна есть и в этом случае), скорость и затухание которых определяются межфазными силами F_p , F_f и интенсивностью обмена жидкостью между системами пор q . Если в уравнениях движения пренебречь межфазными силами, но учитывать обмен массой между системами пор ($F_p = F_f = 0$, $q \neq 0$), то из дисперсионного соотношения следует, что в этом случае одна из волн распространяется со скоростью звука C_l в чистой жидкости, без затухания; другая волна распространяется с меньшей скоростью и затухает по мере распространения. Если в исходных уравнениях не учитывать перетоки жидкости между системами пор, но учитывать межфазные силы ($F_p, F_f \neq 0$, $q = 0$), то скорости каждой из волн меньше C_l , обе волны затухают при распространении. Если же пренебречь и обменом жидкостью и межфазным взаимодействием ($F_p = F_f = 0$, $q = 0$), то оказывается, что при этом каждая из двух волн распространяется со скоростью звука в чистой жидкости C_l без затухания. Очевидно, одинаковый характер распространения этих двух волн получился из-за того, что в последнем случае вообще не учтена вязкость жидкости, влияние которой существенно зависит от характерных масштабов неоднородности среды. От размера пор зависит средняя скорость движения вязкой жидкости и давление; поэтому при рассмотрении среды с двумя характерными размерами пор необходимо учитывать несовпадение скоростей и давлений в каждой из систем пор вследствие влияния вязкости жидкости.

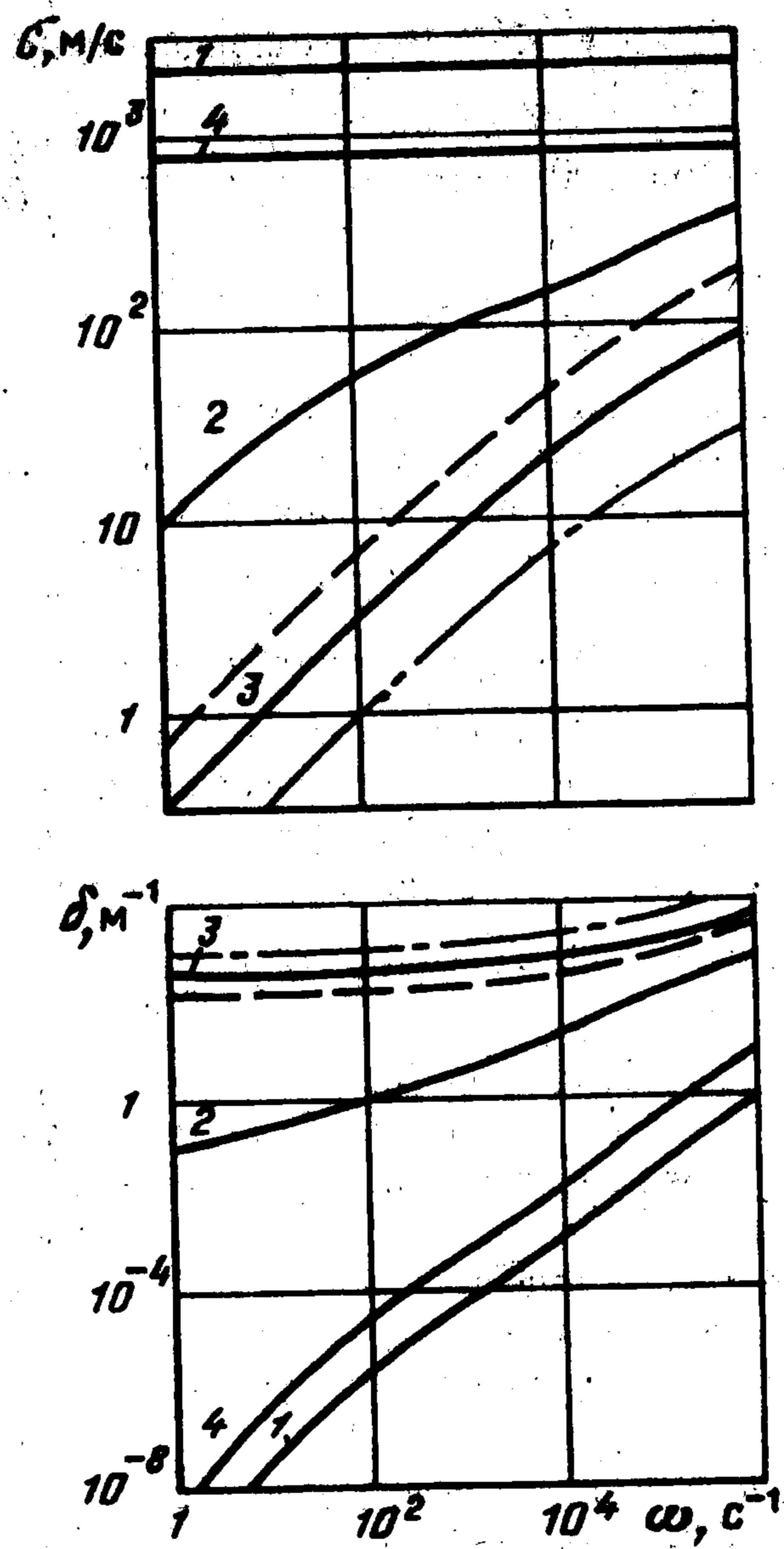
5. Результаты численного исследования. По построенным дисперсионным зависимостям были рассчитаны фазовая скорость и линейный декремент затухания для волн каждого типа согласно формулам (4.1). Расчет был проведен для среды, материал твердой фазы которой — кварц, а жидкость — вода. Начальное давление в среде $p_0 = 0,1$ МПа, параметры фаз были следующими: $\rho_{s0} = 2500$ кг/м³, $K_s = 5 \times 10^{10}$ Па, $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $K_l = 2,25 \times 10^9$ Па, $\mu_l = 10^{-3}$ Па · с. Основные параметры трещиновато-пористой среды: $\alpha_p = 0,25$, $\alpha_f = 0,01$, $a_p = 0,01$ мм, $a_f = 0,1$ мм, $a_b = 2$ мм. При проведении расчетов контролировалось выполнение условия сплошности (длина волны должна быть больше характерного размера неоднородности среды). Это условие справедливо для продольных волн типа 1, типа 2 и поперечной волны типа 4 в рассматриваемом диапазоне частот, а для продольной волны типа 3 оно выполнено при частотах до 10^5 с⁻¹.

На фиг. 1 представлены фазовая скорость и линейный декремент затухания волн, распространяющихся в трещиновато-пористой среде с несжимаемым и недеформируемым скелетом. Как было указано выше, в такой среде могут распространяться два типа фильтрационных волн. Скорости обеих волн при низких частотах малы; волна, обладающая большей скоростью (показанная сплошной линией), характеризуется значительно меньшим затуханием по сравнению со второй, более медленной волной (штриховая линия).

На фиг. 2 сплошными линиями показаны скорость и затухание продольных (типа 1–3) и поперечной (типа 4) волн в трещиновато-пористой среде, рассчитанные с учетом сжимаемости и деформируемости скелета. Скорости двух более медленных продольных волн при низких частотах близки к нулю, т.е. это две фильтрационные волны. Скорости деформационной (типа 1) и поперечной (типа 4) волн практически не зависят от частоты и определяются главным образом модулями упругости скелета среды. Деформационная и поперечная волны (типа 1, 4) затухают гораздо слабее фильтрационных волн (типа 2, 3). Если сопоставить фиг. 1 и фиг. 2, то станет видно, что волны типа 2 и типа 3, показанные сплошными линиями на фиг. 2, соответствуют волнам, показанным сплошной и штриховой линиями на фиг. 1. Деформационная и поперечная волны в среде с неподвижным скелетом, очевидно, не существуют. Меньшие значения скорости волны типа 2 на фиг. 2 по сравнению с соответствующей ей волной на фиг. 1 (сплошная линия) объясняются учетом сжимаемости и деформируемости скелета пористой среды (это влияние аналогично влиянию сжимаемости материала стенок трубы на распространение звука в узких трубах, детально рассмотренному ранее [23]).



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 2 также проиллюстрировано влияние интенсивности обмена жидкостью между системами пор на характеристики линейных волн в трещиновато-пористой среде (штриховая, сплошная и штрихпунктирная линии соответствуют $\eta_q = 0,1; 0,5; 5$). Видно, что изменение интенсивности массообмена оказывает влияние лишь на фильтрационную волну типа 3. С увеличением η_q скорость этой волны уменьшается, а затухание усиливается; таким образом, фильтрационная волна типа 3 более заметна при небольшой интенсивности массообмена q . В пределе, при бесконечной интенсивности массообмена q она исчезает.

Также было изучено влияние других параметров модели и среды и сил межфазного взаимодействия на характеристики распространения линейных волн в среде с двойной пористостью.

Было установлено, что в поперечной волне остаются постоянными давления в жидкости и в первичных, и во вторичных порах, т.е. $p_p^{(4)} = p_f^{(4)} = p_0$ (это следует из анализа линеаризованной системы уравнений), а изменяются лишь сдвиговые компоненты тензора приведенного напряжения σ_s^* .

Был также исследован характер изменения возмущений давлений

$$p_j^{(m)} = A_j^{(m)} \exp(i\omega t - ik^{(m)}x), \quad j = p, f$$

среднего давления в жидкости и продольного приведенного напряжения

$$p_j^{(m)} = \frac{\alpha_{p0} p_p + \alpha_{f0} p_f^{(m)}}{\alpha_{p0} + \alpha_{f0}}, \quad \sigma_s^{(m)} = A_s^{(m)} \exp(i\omega t - ik^{(m)}x)$$

в каждой из продольных волн (здесь $A_p^{(m)}, A_f^{(m)}, A_s^{(m)}$ — комплексные амплитуды, $m = 1, 2, 3$, штрихи у давлений и напряжения опущены). Обнаружено, что в рассматриваемом диапазоне

частот ($1\text{с}^{-1} \leq \omega \leq 10^6 \text{с}^{-1}$) отношения амплитуд практически не изменяются, а именно

$$\frac{p_l^{(1)}}{-\sigma_s^{(1)}} \approx \text{const} > 0, \quad \frac{p_p^{(1)}}{p_f^{(1)}} \approx 1, \quad \frac{p_l^{(2)}}{-\sigma_s^{(2)}} \approx -1, \quad \frac{p_p^{(2)}}{p_f^{(2)}} \approx 1, \quad \frac{p_l^{(3)}}{-\sigma_s^{(3)}} \approx -1$$

кроме этого, $\text{Re}(p_p^{(3)} / p_f^{(3)}) < 0$.

Указанная выше постоянная определяется параметрами невозмущенного состояния среды, т.е. начальными объемными содержаниями, плотностями и т.д. (в частности, для трещиновато-пористой среды с принятыми здесь равновесными параметрами, получилось значение $p_l^{(1)} / (-\sigma_s^{(1)}) \approx 2,4$). Для третьей же волны отношение $p_p^{(3)} / p_f^{(3)}$ является переменным при $1\text{с}^{-1} \leq \omega \leq 10^6 \text{с}^{-1}$, откуда следует неравенство давлений $p_p^{(3)}$ и $p_f^{(3)}$.

Из результатов расчетов следует, что в деформационной волне (типа 1) и скелет, и жидкость одновременно испытывают либо сжатие, либо расширение, причем давления в жидкости в обеих системах пор равны. При распространении фильтрационных волн (типа 2 и типа 3) изменение полного напряжения в среде приближенно равно нулю

$$\sigma_s^{(2)} = \sigma_s^{(2)} - p_l^{(2)} \approx 0, \quad \sigma_s^{(3)} = \sigma_s^{(3)} - p_l^{(3)} \approx 0$$

В волне типа 2, как и в волне типа 1, давления в жидкости в обеих системах пор равны. Напротив, в волне типа 3 давления в системах пор не совпадают, т.е. распространение этой волны сопровождается перетоком жидкости из одной системы пор в другую. Очень сильное затухание волны типа 3 показывает, что выравнивание давлений происходит очень быстро, и следовательно, процесс обмена жидкостью прекращается. Таким образом, в пористой среде с двумя различными характерными масштабами пор появление продольной волны типа 3 объясняется несовпадением давлений жидкости в системах пор.

В заключение отметим, что возможность появления фильтрационной волны в насыщенной пористой среде была предсказана теоретически в 50-х годах [24–27], а экспериментальное подтверждение на специально подготовленных лабораторных образцах получила лишь в 80-х [28] и совсем недавно на натуральном образце горной породы. Вторая фильтрационная волна в насыщенной среде с двойной пористостью имеет высокую интенсивность затухания, поэтому ее экспериментальное обнаружение является проблематичным.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Президента РФ для ведущих научных школ (96-15-96001), Министерства образования РФ (97-0-4.2-130) и Российского фонда фундаментальных исследований (98-01-00831).

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 5. С. 852–864.
2. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 335 с.
3. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
4. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
5. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 416 с.
6. Бувевич Ю.А. Структурно-механические свойства и фильтрация в упругом трещиновато-пористом материале // Инж.-физ. журн. 1984. Т. 46. № 4. С. 593–600.
7. Динариев О.Ю. Фильтрация в трещиноватой среде с фрактальной геометрией трещин // Изв. РАН. МЖГ. 1990. № 5. С. 66–70.
8. Динариев О.Ю. Движение жидкостей и газов в пористых средах с фрактальной геометрией // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 5. С. 101–109.

9. Динариев О.Ю. Кривая восстановления давления для фрактальной трещиновато-пористой среды. Линейная теория // ПММ. 1994. Т. 58. Вып. 4. С. 172–175.
10. Saucier A. Effective permeability of multifractal porous media // Physica. A. 1992. V. 183. № 4. P. 381–397.
11. Auriault J.-L., Boutin C. Deformable porous media with double porosity. Quasistatic. 1: Coupling effect // Transport in Porous Media, 1992. V. 7. № 1. P. 63–82.
12. Auriault J.-L., Royer P. Ecoulement d'un gaz dans un milieu poreux à double porosité // C. r. Acad. sci. Ser. 2. 1993. V. 317. № 4. P. 431–436.
13. Royer P., Auriault J.-L. Transient quasi-static gas flow through a rigid porous medium with double porosity // Transport in Porous Media. 1994. V. 17. № 1. P. 33–57.
14. Bai M., Ma Q., Roegiers J.-C. Dual-porosity behavior of naturally fractured reservoirs // Intern. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 1994. V. 18. № 6. P. 359–376.
15. Chen Zhangxin. Large-scale averaging analysis of single phase flow in fractured reservoirs // SIAM J. Appl. Math. 1994. V. 54. № 3. P. 641–659.
16. Wilson R.K., Aifantis E.C. On the theory of consolidation with double porosity // Intern. J. Eng. Sci. 1982. V. 20. № 9. P. 1009–1035.
17. Wilson R.K., Aifantis E.C. A double porosity model for acoustic wave propagation in fractured-porous rock // Intern. J. Eng. Sci. 1984. V. 22. № 8–10. P. 1209–1217.
18. Егоров А.Г., Костерин А.В., Скворцов Э.В. Консолидация и акустические волны в насыщенных пористых средах. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. 102 с.
19. Tuncay K., Corapcioglu M.Y. Wave propagation in fractured porous media // Transport in Porous Media. 1996. V. 23. № 3. P. 237–258.
20. Tuncay K., Corapcioglu M.Y. Body waves in fractured porous media saturated by two immiscible Newtonian fluids // Transport in Porous Media. 1996. V. 23. № 3. P. 259–273.
21. Нугматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
22. Нугматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
23. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 495 с.
24. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid 1. Low-frequency range // J. Acoust. Soc. America. 1956. V. 28. № 2. P. 169–178.
25. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid 2. Higher frequency range // J. Acoust. Soc. America. 1956. V. 28. № 2. P. 179–191.
26. Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media // J. Appl. Phys. 1962. V. 33. № 4. P. 1482–1498.
27. Френкель Я.И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1944. Т. 8. № 4. С. 133–150.
28. Plona T.J. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. № 4. P. 259–261.

Тюмень
e-mail: timms@sbt.tmn.ru

Поступила в редакцию
27.X.1998