

УДК (532.59+539.3):534.1

© 1999 г. А.В. Марченко

## О РЕЖИМАХ ПЛАВАНИЯ МАЛОГО ТЕЛА ПОД ВЛИЯНИЕМ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Рассматривается пассивное движение тела на взволнованной поверхности жидкости под действием силы тяжести и силы сопротивления. Размеры тела много меньше длины волны, колебания тела в нормальном к поверхности жидкости направлении не учитываются. Исследуются два случая движения, соответствующие турбулентному режиму обтекания тела и глиссированию.

Исследование возможности поступательного пассивного движения плавающего тела при наличии поверхностного волнения показало [1], что существует радиационное волновое давление, обусловленное отражением волн от тела. Это давление значительно, когда размеры тела сравнимы или больше длины волны. Если размеры тела много меньше длины волны, то воздействием тела на волну можно пренебречь. В этом случае результирующая проекций сил тяжести и реакции жидкости на касательную плоскость к деформированной поверхности жидкости может быть отлична от нуля, что приведет к перемещению тела по поверхности жидкости.

В природных условиях таким образом формируется волновой дрейф плавучих льдов. Теоретическое исследование дрейфа мелких разрозненных льдин в поле поверхностных волн малой амплитуды показало [2, 3], что влияние волн приводит к неупругим столкновениям льдин и к формированию из них полей сплоченного льда, устойчивых вследствие радиационного давления волн [4]. Под влиянием волнения льдины могут разгоняться в прибрежной зоне и разрушать гидротехнические сооружения и морское дно (явление ледового шторма [5]).

Представляет интерес исследование разгона малых тел на поверхностных волнах большой амплитуды. Этот эффект наиболее заметен вблизи берега при небольших глубинах, так как при подходе волны к берегу ее профиль становится более крутым и проекция силы тяжести на касательную плоскость к поверхности жидкости растет. Другая причина разгона малых плавающих тел волнами связана с тем, что при плавном уменьшении глубины профиль волны стремится к предельной волне Стокса [6], имеющей на гребне угловую точку с углом раствора  $120^\circ$ . Скорость частицы жидкости в угловой точке равна скорости волны. Отсюда вытекает возможность захвата малых тел на гребне волны, при котором тело движется со скоростью волны, и сила, действующая со стороны жидкости на тело, равна нулю.

Скорость распространения волны на мелководье может достигать нескольких метров в секунду. При такой скорости малые тела обтекаемой формы будут двигаться в режиме глиссирования [7], при котором основная часть сопротивления обусловлена образованием брызговых струй воды. Типичным примером быстрого движения на волне в прибрежной зоне, когда в зависимости от скорости тела обтекание может иметь турбулентный характер или происходить в режиме глиссирования, является серфинг.

С использованием численных методов было построено [8] стационарное решение уравнения движения идеальной несжимаемой жидкости, в котором часть поверхностной линии тока имеет нулевую кривизну и является отрезком. Этот участок может соответствовать поверхности плавающего тела в случае баланса сил и моментов, действующих на тело; условия реализации этого баланса не исследовались.

Далее рассматриваются различные режимы движения малого плавающего тела на стационарной поверхностной волне. Исследуются условия захвата тела волной при движении с квадратичным законом сопротивления и в режиме глиссирования.

**1. Основные уравнения.** Пусть поверхность жидкости деформирована плоской стационарной поверхностной волной, распространяющейся с постоянной скоростью  $c$  в горизонтальном направлении  $x$ , размеры тела малы по сравнению с длиной волны. Вращательные движения тела не рассматриваются, и оно фактически является материальной точкой, скользящей по поверхности жидкости. Вместе с тем действующая на тело сила реакции жидкости  $\mathbf{R}$  зависит от формы тела.

Разложим силу реакции на нормальную и касательную к поверхности жидкости составляющие:  $\mathbf{R} = R_n \mathbf{n} + R_\tau \boldsymbol{\tau}$ , где  $\mathbf{n}$  и  $\boldsymbol{\tau}$  – орты нормали и касательной к поверхности жидкости. Предполагается, что в каждый момент времени касательные к траектории тела и к поверхности жидкости в соответствующей точке параллельны. Смещения тела в направлении  $\mathbf{n}$  не происходит. Отсюда вытекают соотношения

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{v}_w \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (1.1)$$

$$\mathbf{n} = \frac{(-\eta_\theta, 1)}{\sqrt{1 + \eta_\theta^2}}, \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{(1, \eta_\theta)}{\sqrt{1 + \eta_\theta^2}}, \quad \eta_\theta \equiv \frac{\partial \eta}{\partial \theta}$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость тела,  $\mathbf{v}_w$  – скорость частиц жидкости на поверхности волны,  $c$  – скорость волны,  $\eta(\theta)$  – отклонение поверхности жидкости от горизонтального положения равновесия.

Уравнения движения тела имеют в системе координат, связанной с волной, вид

$$m \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} \boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{r} \frac{\eta_{\theta\theta}}{|\eta_{\theta\theta}|} \mathbf{n} \right) = \mathbf{F}_g + \mathbf{R} \quad (1.2)$$

$$v = \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad \frac{1}{r} = \frac{|\eta_{\theta\theta}|}{(1 + \eta_\theta^2)^{3/2}}, \quad \eta_{\theta\theta} \equiv \frac{\partial^2 \eta}{\partial \theta^2}$$

Здесь  $\mathbf{F}_g = (0, -mg)$  – сила тяжести,  $m$  – масса тела.

Умножая уравнение (1.2) скалярно на  $\mathbf{n}$ , получаем условие баланса центробежной силы, силы реакции жидкости и силы тяжести в проекции на нормаль к поверхности жидкости

$$R_n = \frac{mg}{\sqrt{1 + \eta_\theta^2}} + \frac{mv^2}{r} \frac{\eta_{\theta\theta}}{|\eta_{\theta\theta}|} \quad (1.3)$$

Предполагается, что сила сопротивления  $R_\tau$  зависит от разности скоростей  $v - v_w$ , где  $v_w = \mathbf{v}_w \cdot \boldsymbol{\tau}$ , и обращается в нуль при  $v = v_w$

$$R_\tau = R_\tau(v - v_w, \alpha, \beta, \dots), \quad R_\tau(0, \alpha, \beta, \dots) = 0 \quad (1.4)$$

Параметры  $\alpha, \beta, \dots$  определяются формой тела и вязкостью жидкости. В общем случае сила  $R_\tau$  зависит также от производных по времени от  $v - v_w$ . Эта зависимость связана с передачей части импульса тела жидкости при ускорении и обуславливает существование присоединенных масс. Для тела вытянутой в направлении движения формы коэффициенты присоединенных масс малы, и вышеуказанной зависимостью  $R_\tau$  от производных можно пренебречь.

Умножая уравнение (1.2) скалярно на  $\boldsymbol{\tau}$ , получаем систему уравнений

$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{mg\eta_\theta}{\sqrt{1 + \eta_\theta^2}} + R_\tau, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{\sqrt{1 + \eta_\theta^2}} \quad (1.5)$$

Второе уравнение (1.5) определяет горизонтальную компоненту скорости тела в системе координат, связанной с волной.

Полагая  $v = v_w$ , из (1.5) с учетом (1.4) находим

$$\frac{1}{2}v_w^2 + g\eta = \text{const} \quad (1.6)$$

Соотношение (1.6) совпадает с интегралом Бернулли, записанным в подвижной системе координат. Отсюда вытекает, что уравнения (1.5) всегда имеют решение, описывающее колебательный режим движения тела, при котором движение малого тела неотличимо от движения частицы жидкости в волне.

**2. Движение тела на волне при квадратичном законе сопротивления.** Пусть сила сопротивления движущегося по поверхности жидкости тела определяется формулой

$$R_\tau = \frac{1}{2}\rho_w C_w S |v_w - v| (v_w - v) \quad (2.1)$$

где  $\rho_w$  — плотность жидкости,  $C_w$  — коэффициент сопротивления,  $S$  — площадь смоченной поверхности тела.

Закон сопротивления (2.1) обусловлен турбулентным трением и динамическим давлением воды на смоченную поверхность тела. Коэффициент сопротивления  $C_w$  зависит от числа Рейнольдса и формы погруженной части тела. Формула (2.1) используется при расчете сопротивления судов [9] и в задачах, связанных с расчетом дрейфа плавающего ледяного покрова [10]. Обычно коэффициент  $C_w$  изменяется в диапазоне от  $10^{-3}$  до  $10^{-2}$ . Для плохообтекаемых тел величина  $C_w$  может быть порядка единицы.

Площадь смоченной поверхности  $S$  зависит от глубины погружения тела, которая зависит от нормальной реакции воды  $R_n$ . Увеличение  $R_n$  приводит к всплытию тела. При достаточно больших скоростях  $v$  движение тела может происходить в режиме глиссирования. Здесь этот эффект не учитывается.

Из уравнений (1.5) вытекает, что стационарное движение тела со скоростью волны возможно при выполнении условия

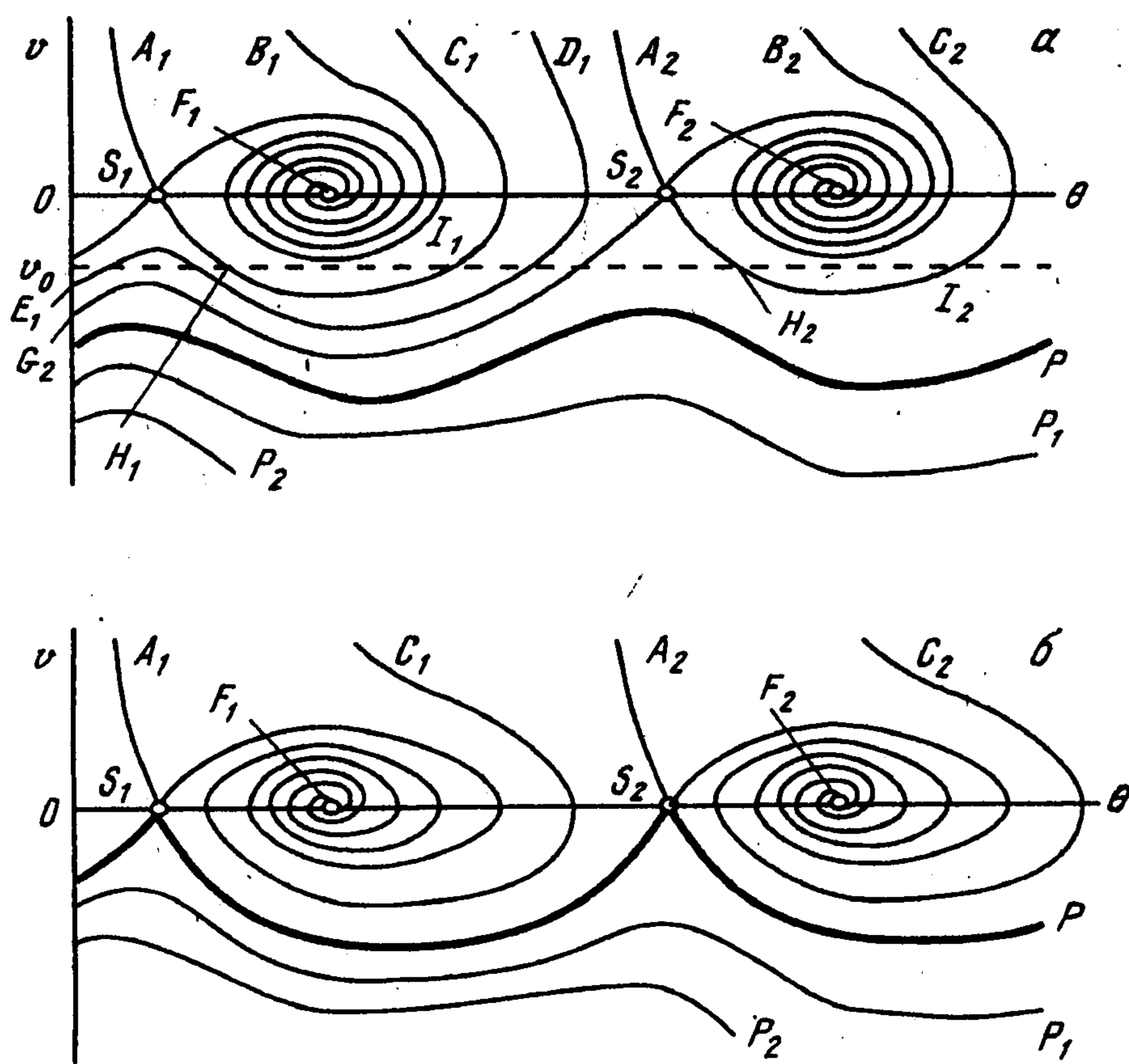
$$\frac{mg\eta_\theta}{\sqrt{1 + \eta_\theta^2}} = -\frac{1}{2}\rho_w C_w S v_w^2 \quad (2.2)$$

Величины  $\eta$  и  $v_w$  — функции  $\theta$ , поэтому решениями уравнения (2.2) являются возможные значения фазы  $\theta_j$ , определяющие положение тела на волне при стационарном движении.

Скорость  $v_w$  частиц жидкости на поверхности волны малой амплитуды с точностью до малых высшего порядка равна фазовой скорости волны в системе координат, связанной с волной, и не зависит от амплитуды волны. Поэтому из (2.2) вытекает, что для существования режима стационарного движения тела на волне амплитуда волны должна быть больше некоторого критического значения. Предположим, что между двумя соседними гребнями волны функция  $\eta(\theta)$  имеет две точки перегиба. Тогда уравнение (2.2) на каждом периоде волны имеет два решения, соответствующих устойчивому и неустойчивому положению тела.

На фиг. 1, а представлен вид фазового портрета решений системы уравнений (1.5) в случае, когда сила сопротивления определяется формулой (2.1) и уравнение (2.2) имеет два решения на периоде волны. На фазовой плоскости  $(\theta, v)$  имеются устойчивые фокусы  $F_{1,2}$  и седла  $S_{1,2}$ . Все фазовые кривые, кроме двух сепаратрис, притягиваются к фокусам или периодической кривой  $P$ , соответствующей колебательному режиму движения тела, при котором его скорость совпадает со скоростью жидких частиц. На фиг. 1, а сепаратрисы, входящие в седла, обозначены  $A_1S_1, C_1S_1$  и  $A_2S_2, C_2S_2$ . Сепаратрисы, выходящие из седел, представлены кривыми  $S_1F_1, S_2F_2$  и  $S_2G_2$ .

Часть фазовых кривых, приходящих из  $+\infty$  по  $v$  и расположенных между сепаратрисами  $A_1S_1$  и  $C_1S_1$ , накручиваются на фокус  $F_1$ . Примером кривых этого типа является кривая  $B_1F_1$ . Аналогичное утверждение справедливо относительно фазовых кривых, расположенных между сепаратрисами  $A_2S_2$  и  $C_2S_2$ .



Фиг. 1

Фазовые кривые, проходящие из  $+\infty$  по  $v$  и расположенные между сепаратрисами  $C_1S_1$  и  $A_2S_2$ , асимптотически стремятся к периодической кривой  $P$ . Примером служит кривая  $D_1E_1$ . Все фазовые кривые, проходящие из  $-\infty$  по  $v$ , асимптотически стремятся к кривой  $P$ . Примерами служат кривые  $P_1$  и  $P_2$ .

Видно, что для разгона тела до скорости волны необходимо, чтобы начальная скорость движения тела и фаза находились в области притяжения какого-нибудь фокуса. Например, если начальная скорость движения тела равна  $v_0$ , то разгон тела происходит в случаях, когда начальное значение фазы лежит в интервале  $H_1I_1$  или  $H_2I_2$ .

На фиг. 1, б представлен вид фазового портрета решений системы уравнений (1.5) при движении тела на предельной волне Стокса. Скорость частиц жидкости в угловых точках на гребнях волны Стокса равна скорости волны. Поэтому максимумы кривой  $P$  совпадают в рассматриваемом случае с седлами  $S_1$  и  $S_2$ . Все фазовые кривые, проходящие из  $-\infty$  по  $v$ , асимптотически приближаются к кривой  $P$ . Все фазовые кривые за исключением сепаратрис, проходящие из  $+\infty$  по  $v$ , асимптотически приближаются к фокусам. Таким образом, видно, что любое малое плавающее тело разгоняется до скорости волны.

Приведем формулы для оценки амплитуд линейных волн, при которых возможно стационарное движение тела на волне. Параметры волны полностью определяются потенциалом скоростей  $\varphi$  и дисперсионным соотношением, связывающим частоту волны  $\omega$  с волновым числом  $k$ .

$$\varphi = \frac{\omega a}{k \operatorname{th}(kH)} \frac{\operatorname{ch}[k(z+H)]}{\operatorname{ch}(kH)} \sin(k\theta) \quad (2.3)$$

$$\omega^2 = gk \operatorname{th}(kH), \quad \varepsilon = ak \ll 1$$

( $H$  – глубина жидкости). Отклонение поверхности жидкости от горизонтального положения равновесия равно  $\eta = ak \cos(k\theta)$ . Фазовая скорость волны равна  $c = \omega/k$ . Горизонтальная скорость частиц жидкости в волне в неподвижной системе координат равна  $u = \partial\varphi/\partial x$ .

Условие существования решения уравнения (2.2) имеет вид

$$\varepsilon > \varepsilon_*, \quad \varepsilon_* = \frac{\rho_w C_w}{\rho_i k h} \operatorname{th}(kH) \quad (2.4)$$

где  $\rho_i$  – плотность плавающего тела,  $h$  – параметр, характеризующий его толщину.

Из (1.5) следует

$$k\theta_1^n \approx 2n\pi + \arcsin \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon}, \quad k\theta_2^n \approx (2n+1)\pi - \arcsin \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon} \quad (2.5)$$

Линеаризуя уравнения (1.5) в окрестности особых точек, находим собственные числа

$$\lambda_1^\pm = -\omega\varepsilon_* \left[ 1 \pm \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_*} \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_*^2} \right)^{1/2} \right], \quad \lambda_2^\pm = -\omega\varepsilon_* \left[ 1 \pm \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_*} \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_*^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.6)$$

Собственные числа  $\lambda_1^\pm$  и  $\lambda_2^\pm$  соответствуют особым точкам  $\theta_1^n$  и  $\theta_2^n$ . Из (2.6) вытекает, что собственные числа  $\lambda_1^\pm$  действительные и разных знаков. Поэтому точки  $\theta_1^n$  – седла. При  $0 < (\varepsilon/\varepsilon_*)^2 - 1 < \varepsilon_*^2$  собственные числа  $\lambda_2^\pm$  действительные и отрицательные. В этом случае точки  $\theta_2^n$  – устойчивые узлы. При  $\varepsilon^2 < \varepsilon_*^2(1 + \varepsilon_*^2)$  числа  $\lambda_2^\pm$  – комплексно сопряженные величины с действительной частью меньшей нуля. В этом случае точки  $\theta_2^n$  – устойчивые фокусы.

Видно, что седла расположены ближе к гребням волн и узлы ближе к подошве волны. В предельном случае  $\varepsilon = \varepsilon_*$  седла сливаются с узлами в точках  $\theta = (2n + 1/2)\pi$ , где волна имеет максимальную крутизну.

**3. Результаты численных расчетов.** Численные расчеты проводились для случая, когда поле скоростей частиц жидкости в волне потенциально. Потенциал скоростей  $\phi$  и возвышение  $\eta$  поверхности жидкости над горизонтальным положением равновесия определяются формулой [11]

$$\phi = c_0 \left[ -\frac{B_0}{kH} x + \sum_{n=1}^5 B_n \frac{\operatorname{ch}[nk(z+H)]}{\operatorname{sh}(nkH)} \sin kn\theta \right] \quad (3.1)$$

$$\eta = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^5 A_n \cos(nk\theta)$$

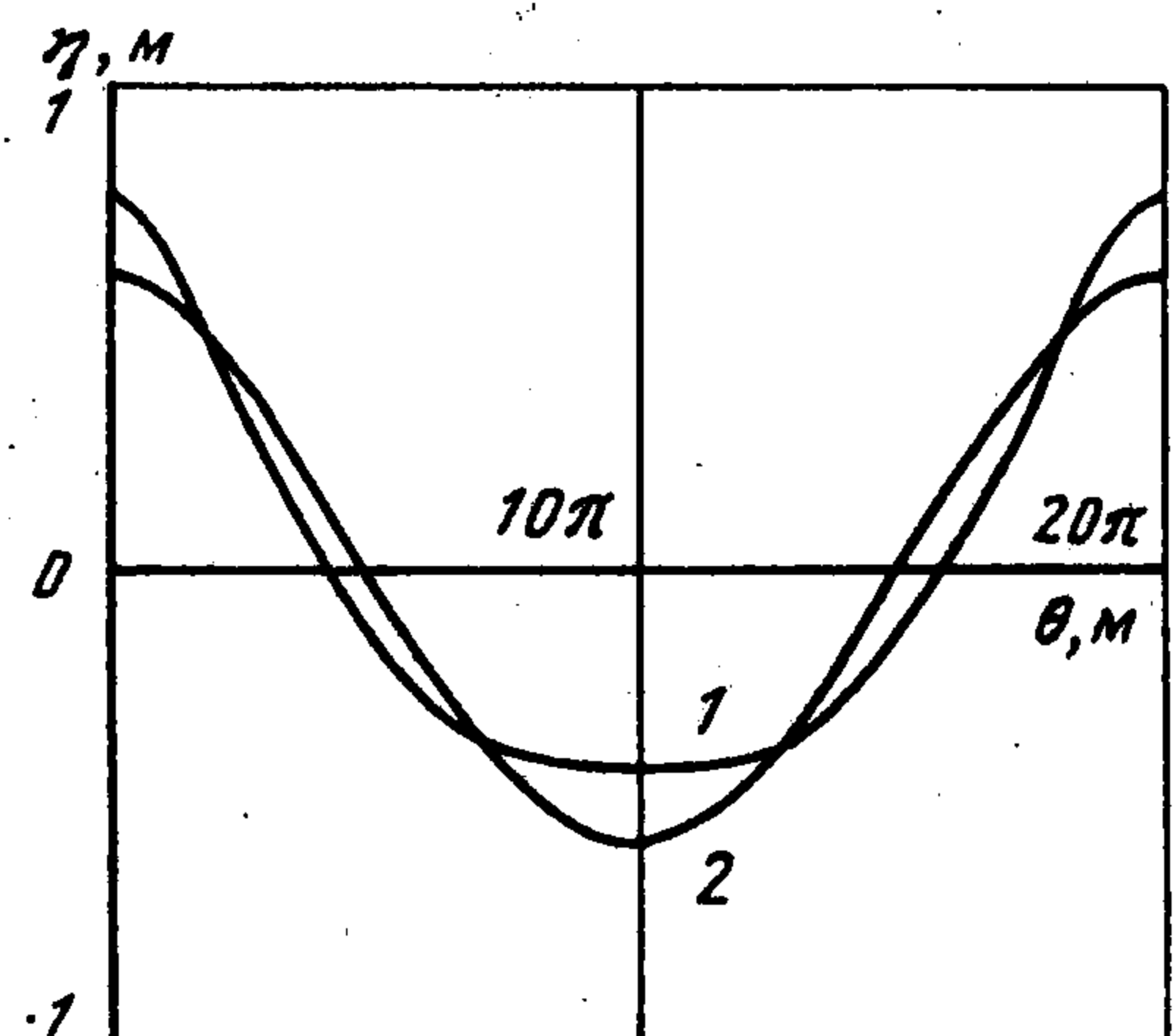
где коэффициенты  $A_n$ ,  $B_0$  и  $B_n$  – полиномы пятого порядка относительно безразмерного параметра  $\varepsilon = ka/2$ , где  $a$  – высота волны, равная расстоянию от гребня до подошвы. Коэффициенты полиномов рациональные выражения относительно  $\operatorname{cth}(kH)$ , где  $H$  – глубина невозмущенной жидкости. Параметр  $\varepsilon$  предполагается малым.

Скорость  $c$  распространения нелинейной волны (3.1) определяется формулой

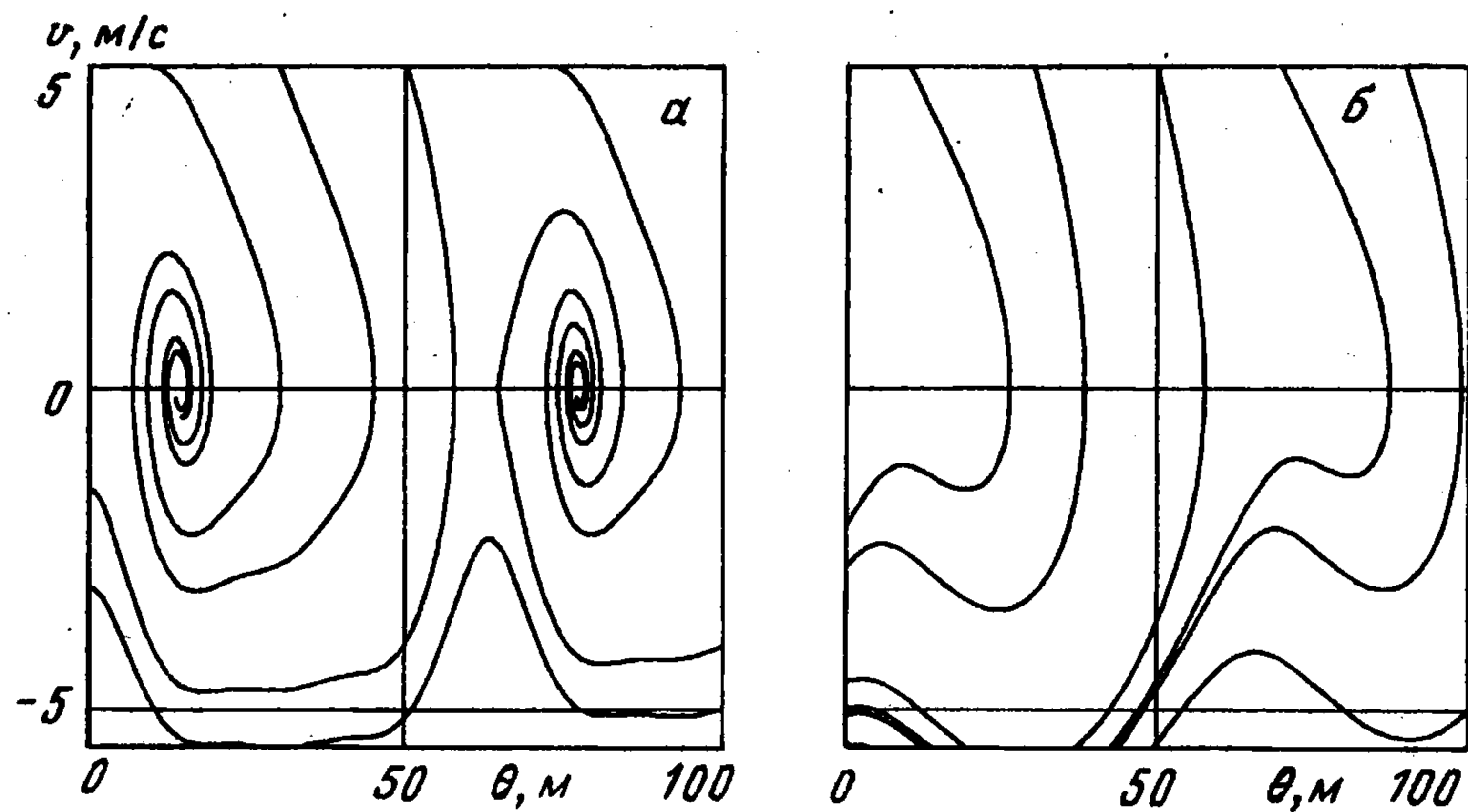
$$c = c_0(1 + \varepsilon^2 \Delta_1 + \varepsilon^4 \Delta_2), \quad c_0 = \sqrt{(g/k) \operatorname{th} kH} \quad (3.2)$$

где  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  – рациональные выражения относительно  $kH$  и  $\operatorname{cth}(kH)$ .

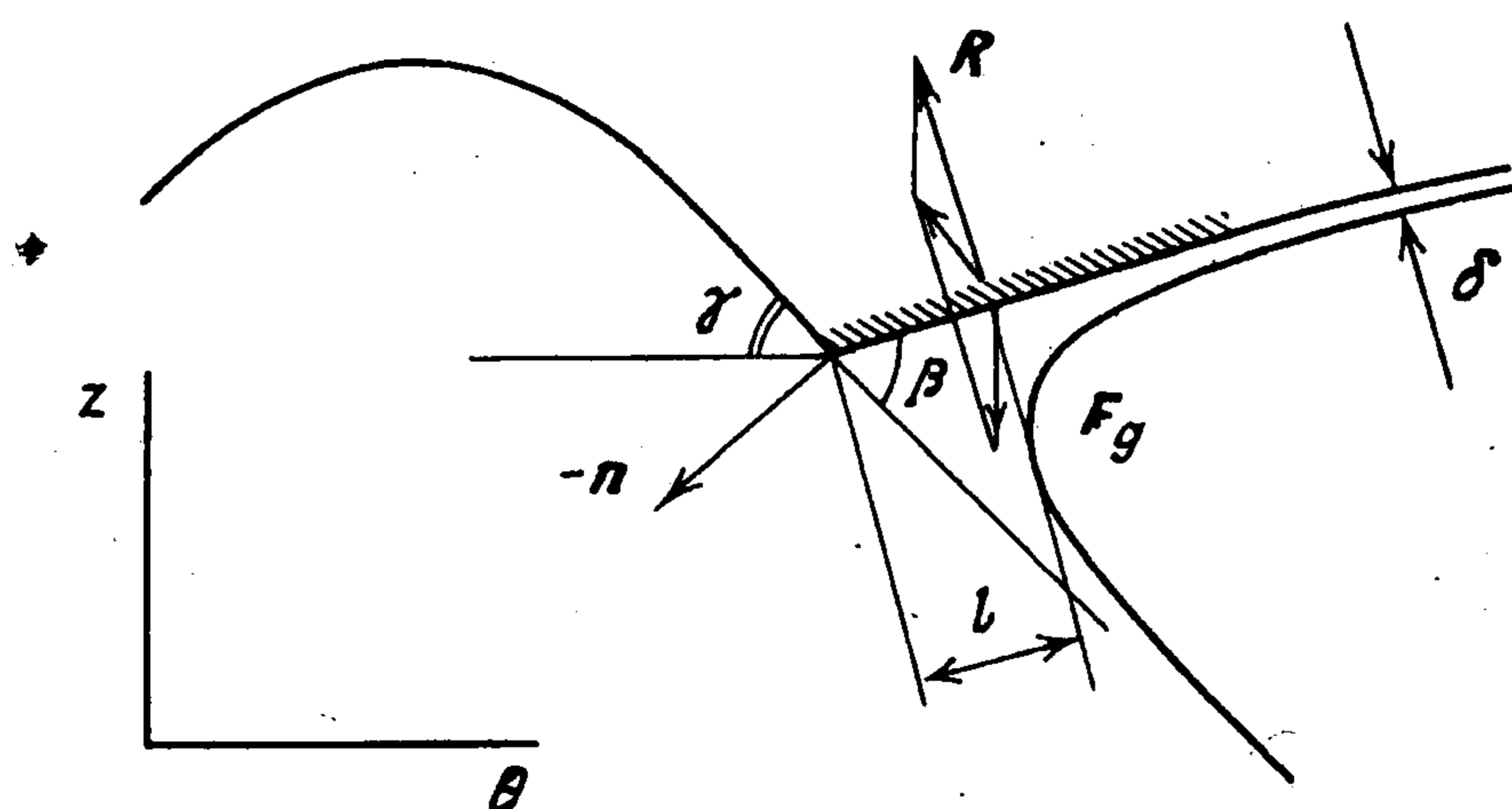
Формулы (3.1) аппроксимируют точное решение уравнений Эйлера, соответствующее периодической волне высотой  $a$  и длиной  $2\pi/k$ . Коэффициенты при



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

степенях параметра  $\epsilon$  неограниченно возрастают при  $kH \rightarrow 0$ . Поэтому при заданной высоте волны  $a$  формулы (3.1) имеют физический смысл в случаях, когда значение параметра  $kH$  достаточно велико. При уменьшении  $kH$  для приближения точного решения необходимо учитывать большее число членов асимптотического разложения по параметру  $\epsilon$ .

На фиг. 2 представлена форма волны высотой  $a = 1,2$  м с волновым числом  $k = 0,1$  м<sup>-1</sup> при  $H = 5$  м (кривая 1) и  $H = 50$  м (кривая 2). Видно, что при уменьшении глубины крутизна волны увеличивается вблизи гребня и уменьшается вблизи подошвы. Скорости распространения волн 1 и 2 примерно равны 7 и 10 м/с.

На фиг. 3 представлены интегральные кривые движения плавающего тела под влиянием поверхностной волны, расположенные в окрестности прямой  $v = 0$  в системе координат, связанной с периодической волной. Случаи  $a$  и  $b$  соответствуют волнам 1 и 2, представленным на фиг. 2. Здесь  $C_w = 0,004$ ,  $\rho_i = 930$  кг/м<sup>3</sup>,  $h = 0,3$  м. Видно, что в случае  $a$  тело может быть захвачено волной, если его начальная скорость в неподвижной системе координат больше 1 м/с. В случае  $b$  режим захвата отсутствует. Таким образом, при выходе волны на мелководье повышается ее способность к захвату небольших плавающих тел.

**4. Движение пластины на волне в режиме глиссирования.** Рассмотрим движение тяжелой пластины на волне в режиме глиссирования. Схема обтекания представлена на фиг. 4. Предполагается, что число Фруда  $Fr > 2$ . Число Фруда вычисляется по формуле  $Fr^2 = gL/(v - v_w)^2$ , где  $L$  – ширина пластины. В этом случае сила реакции  $R$  определяется формулой [7]

$$R = P(-\sin(\beta - \gamma), \cos(\beta - \gamma)), \quad P = \rho_w \delta W (v - v_w)^2 \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2},$$

$$\eta_\theta = -\operatorname{tg} \gamma$$

(4.1)

где  $\delta$  – ширина брызговой струи,  $W$  – размер пластины в направлении, перпендикулярном к плоскости  $(\theta, z)$  на фиг. 4.

Из уравнения (1.6) находим

$$P \cos \beta = mg \cos \gamma + \frac{mv^2}{r} \frac{\eta_{\theta\theta}}{|\eta_{\theta\theta}|} \quad (4.2)$$

Система уравнений (1.5) принимает вид

$$m \frac{dv}{dt} = mg \sin \gamma - P \sin \beta, \quad \frac{d\theta}{dt} = v \cos \gamma \quad (4.3)$$

Момент  $M$  гидродинамической силы относительно задней кромки пластины и смоченная длина  $l$  таковы:

$$M = PL^{-1} \delta^2 f(\beta), \quad l = \delta g(\beta) \quad (4.4)$$

(функции  $f(\beta)$  и  $g(\beta)$  приведены ранее [7]).

Рассмотрим условия стационарного движения пластины на волне, когда  $v = 0$ . Из (4.2), (4.3) в этом случае вытекает, что  $\beta = \gamma$  и  $P = mg$ . Иными словами, вес пластины равен силе давления и пластина горизонтальна.

Ширина брызговой струи находится из второго уравнения (4.1), момент гидродинамических сил – из уравнения (4.4). Отсюда следует, что для поддержания стационарного движения пластины к ней должен быть приложен момент внешних сил, компенсирующий момент гидродинамических сил.

При нарушении баланса моментов пластина скользит по поверхности воды.

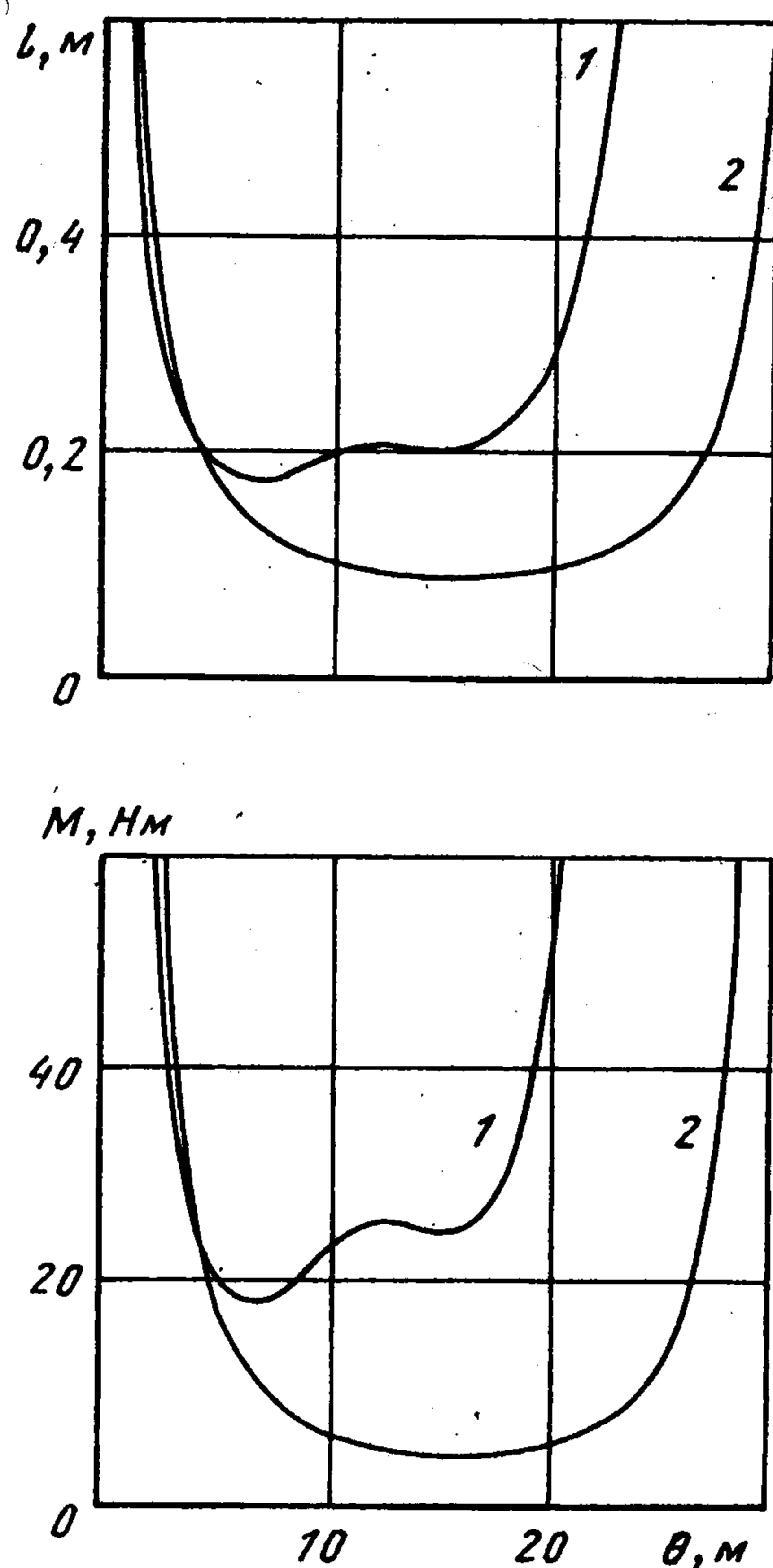
На фиг. 5 представлена зависимость смоченной длины пластины от фазы волны при стационарном глиссировании на волне при  $m = 80$  кг и  $W = 1$  м. Кривые 1 и 2 соответствуют волнам, представленным на фиг. 2. Видно, что наилучшие условия для глиссирования на волне имеются в области, где проекция силы тяжести на поверхность волны экстремальна. При приближении к гребню или подошве волны момент неограниченно возрастает, поэтому удержать пластину в стационарном состоянии достаточно трудно. В отличие от случая, рассмотренного в разд. 3, условия стационарного глиссирования на волнах 1 и 2 мало различаются.

**5. Заключение.** Итак, в случае турбулентного режима обтекания тела на волне асимптотически возможны два режима движения тела: периодическое движение и захват тела волной. При движении в режиме захвата скорость тела равна фазовой скорости волны. Периодический режим движения существует при любых параметрах волн. Режим захвата реализуется только для достаточно больших амплитуд волн. При одинаковой высоте волны на мелководье обладают большей способностью захватывать плавающие тела, чем волны на поверхности глубокой жидкости.

Практическая реализация режима захвата для типичных параметров морского волнения возможна только на мелководье, где глубина не превышает 10 м. При этом телу должна быть сообщена необходимая начальная скорость, превышающая скорости поверхностных частиц жидкости в окрестности тела.

Условия захвата тяжелой пластины волной при движении в режиме глиссирования мало зависят от глубины жидкости. Реализация этих условий возможна при реальных параметрах морского волнения.

Автор благодарит А.Г. Куликовского и Ю.Л. Якимова за замечания.



Фиг. 5

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (96-01-00991, 97-05-62926) и Международной ассоциации по содействию сотрудничеству с учеными из независимых государств бывшего Советского Союза (INTAS, 95-0435).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Longuet-Higgins M.S.* The mean forces exerted by waves on a floating or submerged bodies with application to sand bars and wave power machines // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1977. V. 352. № 1671. P. 463–480.
2. *Shen H.H., Ackley S.F.* A one-dimensional model for wave-induced ice-floe collisions // *Ann. Glaciol.* 1991. V. 15. P. 87–95.
3. *Марченко А.В.* Модель дрейфующего ледяного покрова // *ПММ.* 1994. Т. 58. Вып. 1. С. 40–54.
4. *Wadhams P.* A mechanism for the formation of ice edge bands // *J. Geoph. Res.* 1983. V. 88. № C5. P. 2813–2818.
5. *Одишария Г.Э., Цветинский А.С., Ремизов В.В. и др.* Природные условия Байдарацкой губы: Основные результаты исследований для строительства подводного перехода системы магистральных газопроводов Ямал-Центр. М.: ГЕОС, 1977. 432 с.
6. *Stoker J.J.* On the theory of oscillatory waves. Appendix B.: Considerations relative to the greatest height of oscillatory irrotational waves, which can be propagated without change of form // *Math. Phys. Papers* 1. 1880. P. 197–228.
7. *Седов Л.И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. 444 с.
8. *Vanden-Broeck J.M., Keller J.B.* Surfing on solitary waves // *J. Fluid Mech.* 1989. V. 198. P. 115–125.
9. *Войткунский Я.И.* Сопротивление движению судов. Л.: Судостроение, 1988. 287 с.
10. *Винников С.Д., Проскураков Б.В.* Гидрофизика. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 248 с.
11. *Mei C.C.* The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves. New York: Wiley, 1983. 740 p.

Москва

Поступила в редакцию  
17.XII.1998