

УДК 533.6.011

© 1999 г. С.П. Баутин

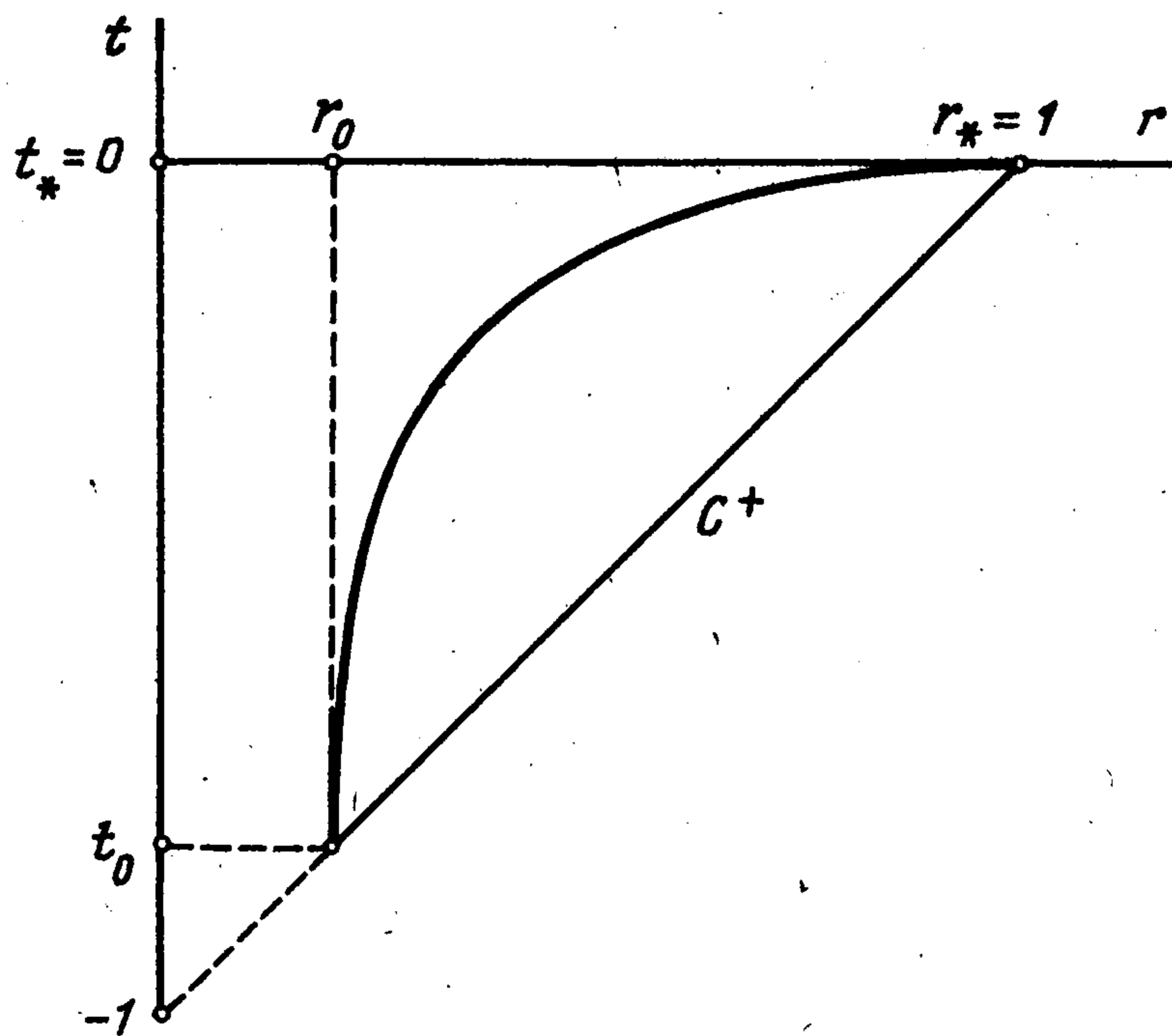
АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ БЕЗУДАРНОГО СИЛЬНОГО СЖАТИЯ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ СЛОЕВ ГАЗА

Исследуются решения начально-краевых задач, описывающих безударное сжатие цилиндрически- и сферически-симметричных слоев идеального политропного газа до бесконечного значения плотности. Также рассматривается квазиодномерный случай, когда поверхность, на которой происходит сжатие, находится во взаимнооднозначном соответствии с поверхностью звуковой характеристики, разделяющей исходное фоновое течение и волну сжатия. В пространстве специальных зависимых и независимых переменных, как в окрестности начального момента сжатия, так и в окрестности конечного момента сжатия, решения представляются в виде сходящихся степенных рядов. Найдены асимптотические законы безударного сильного сжатия и доказано, что они описываются кривыми, лежащими в областях сходимости рядов. Установлено, что дополнительные внешние энергетические затраты, связанные с переходом от сжатия плоских слоев к сжатию квазиодномерных слоев, конечны, если показатель политропы газа не больше трех.

Математическое описание процесса безударного изэнтропического сжатия идеального газа до любого наперед заданного значения плотности, в том числе до бесконечной плотности (подробную библиографию см. в [1]) представляет интерес в связи с проблемой лазерного термоядерного синтеза [2, 3]. В случае плоскосимметричных течений простая центрированная волна Римана описывает сжатие плоского слоя газа до бесконечной плотности [4]. Состыковка центрированной волны Римана с однородным потоком газа дает решение задачи о получении в сжатом плоском слое любого конечного значения плотности [5]. В случае цилиндрически- и сферически-симметричных течений автомодельные решения Л.И. Седова [6] описывают безударное сильное сжатие идеального газа, первоначально однородного и покоящегося внутри цилиндра или сферы (см., например, [7, 8]).

В задаче о выборе оптимальных законов движения непроницаемых поршней, безударно сжимающих одномерные слои газа, в отличие от предлагавшейся [9] схемы движения поршня, которая совпадает с приведенными ранее [4, 5] (случаи сжатия до бесконечной или до конечной плотности соответственно), предложена [10] принципиально другая схема движения поршня: точка, в которой центрирована волна сжатия, лежит на поршне. Тогда итоговое течение имеет не только заданную постоянную плотность, но и нулевую скорость газа. Таким образом, был указан [10] способ безударного сжатия газа, когда затраченная работа вся пошла на сжатие при отсутствии затрат на прирост кинетической энергии газа. Имеются различные точные решения, описывающие неограниченное сжатие специальных объемов газа и приводящие к своим асимптотическим законам (см., например, [11]).

Цель работы – получить и обосновать на основе разработанной автором математической теории [1] уточненные асимптотические законы движения непроницаемых поршней, обеспечивающие безударное сильное сжатие квазиодномерных слоев идеального газа. Подробное рассмотрение будет проведено на примере цилиндрически- и сферически-симметричных слоев газа.



1. Построение течения газа. Рассмотрим изэнтропические потенциальные одномерные течения идеального политропного газа, описываемые уравнением [12]

$$\Phi_{tt} + 2\Phi_{tr}\Phi_r + (\Phi_r^2 - c^2)\Phi_{rr} - \nu c^2 r^{-1}\Phi_r = 0$$

$$c^2 = (\gamma - 1) \left(K - \Phi_t - \frac{1}{2}\Phi_r^2 \right), \quad K = \text{const}, \quad r = (x_1^2 + \dots + x_{\nu+1}^2)^{1/2}$$

Здесь $\Phi(t, r)$ – потенциал течения, x_i ($i = 1, 2, 3$) – декартовы координаты, $u = \Phi_r(t, r)$ – скорость газа, c^2 – квадрат скорости звука газа, $\gamma = \text{const} > 1$ – показатель политропы газа; $\nu = 0$ для плоской, $\nu = 1$ для цилиндрической, $\nu = 2$ для сферической симметрии.

Пусть искомое течение возникает при сжатии изнутри цилиндрического или сферического слоя газа непроницаемым поршнем (фигура). Не нарушая общности рассмотрения, положим, что внешний радиус r_* исходного слоя газа равен единице и что покоящийся при $0 < r_0 \leq r \leq r_*$ в момент времени $t = t_0$ газ имеет плотность и скорость звука также равные единице. Требуется найти как закон движения поршня (его траектория на фигуре показана жирной кривой), так и все течение газа между поршнем и звуковой характеристикой C^+ , которое в момент $t = t_* > t_0$ описывает безударное сжатие слоя газа до бесконечной плотности. Не нарушая общности, можно считать, что $t_* = 0$.

Искомое течение, рассматриваемое в физическом пространстве, имеет в момент времени $t = 0$ особенность. Чтобы раскрыть эту особенность, вводится новая неизвестная функция $\Psi(t, u) = ur - \Phi(t, r) + Kt$, а за независимые переменные берутся t, u . Тогда $\Psi(t, u)$ – решение следующей характеристической задачи Коши [1]:

$$\Psi_{tt}\Psi_{uu} - \Psi_{tu}^2 + 2u\Psi_{tu} - u^2 + c^2 + \nu u c^2 \Psi_{uu}\Psi_u^{-1} = 0 \tag{1.1}$$

$$\Psi(t, 0) = \frac{t+1}{\gamma-1}, \quad \Psi_u(t, 0) = t+1, \quad \Psi_{uu}(0, u) = 0$$

$$c^2 = (\gamma - 1)(\Psi_t - u^2/2)$$

Переход в физическое пространство осуществляется с помощью соотношения

$$r = \Psi_u(t, u) \tag{1.2}$$

Якобиан перехода $J = -\Psi_{uu}$ для рассматриваемой задачи (1.1) равен нулю при $t = 0$ и отличен от нуля в некоторой окрестности этого момента времени. В пространстве переменных t, u решение поставленной задачи существует, единственно и в окрестности точки $(t = 0, u = 0)$ особенностей не имеет. Ранее [13] решение задачи (1.1) было использовано для описания схлопывания одномерной полости в газе. В случае плоской симметрии решением задачи (1.1) является простая центрированная волна Римана, записанная в виде [1, 14]

$$\Psi(t, u) = \frac{t+1}{\gamma-1} + (t+1)u + \frac{\gamma+1}{4}tu^2$$

В случаях цилиндрической и сферической симметрий решение задачи (1.1) представляется в виде сходящихся степенных рядов.

Для исследования свойств решений задачи (1.1) в окрестности точки $t = 0$ удобно использовать ряд [1, 13] (всюду далее, если индексы суммирования не указаны, суммирование ведется от $k = 0$ до $k = \infty$)

$$\Psi(t, u) = \sum T_k(u)t^k / k! \quad (1.3)$$

где

$$T_0(u) = \frac{1}{\gamma-1} + u, \quad T_1(u) = \frac{1}{\gamma-1}v^2 + \frac{1}{2}u^2$$

$$T_2(u) = v \frac{\gamma+1}{(\gamma-1)^2} \left[\frac{v^{\alpha+1}}{(2-\alpha)(1-\alpha)} + \frac{v^3}{2-\alpha} - \frac{v^2}{1-\alpha} \right], \quad \text{если } \gamma \neq \frac{5}{3}, \gamma \neq 3 \quad (1.4)$$

$$T_2(u) = 6vv^2 \left(v \ln v - \frac{u}{3} \right), \quad \text{если } \gamma = \frac{5}{3}$$

$$T_2(u) = vv^2(u - \ln v), \quad \text{если } \gamma = 3$$

$$v = 1 + \frac{\gamma-1}{2}u, \quad \alpha = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}$$

При $k \geq 2$

$$T_{k+1} = vP_{k+1}(v, v^\alpha, v^{-1}, \ln v)$$

— многочлены от перечисленных аргументов и старшая степень v в T_{k+1} равна $\max\{k+2, \alpha k+1\}$. Заметим, что при $1 < \gamma < 3$ справедливо неравенство $\alpha > 1$.

Установленная структура коэффициентов ряда (1.3) позволила доказать [1] неограниченность его области сходимости по переменной u : существует постоянная $M > 0$, такая, что при $u \geq 0$, в том числе при $u \rightarrow +\infty$, область сходимости ряда (1.3) будет не меньше области

$$u|t|^{1/\beta} < M; \quad \beta = \alpha \text{ при } 1 < \gamma < 3; \quad \beta = 1 \text{ при } \gamma \geq 3 \quad (1.5)$$

Для исследования свойств решений задачи (1.1) в окрестности характеристики S^+ : $r = t + 1$, в том числе при $t = t_0$, удобно использовать другое представление [1, 14]

$$\Psi(t, u) = (t+1) \left[\frac{1}{\gamma-1} + u + u^2 Y(t, u) \right] \quad (1.6)$$

$$Y(t, u) = \sum Y_k(t)u^k / k!$$

При $v = 1$

$$Y_0(t) = \frac{\gamma+1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{t+1}} \right) \quad (1.7)$$

$$Y_k(t) = \sum_{i,j,l,m} [a_{kij}(t+1)^{-i/2} \ln^j(t+1) + b_{klm}(t+1)^{l/2} \ln^m(t+1)]$$

$$k \geq 1, 0 \leq i, j, m, l + m \leq k + 1, 0 \leq l \leq k - 1$$

Область сходимости ряда (1.6) при $\nu = 1, u \geq 0, -1 < t \leq 0$ будет не меньше области [1, 14]

$$M_1 \frac{u}{\sqrt{t+1}} < 1, \quad M_1 = \text{const} > 0 \quad (1.8)$$

При $\nu = 2$

$$Y_0(t) = \frac{\gamma+1}{4} \ln(t+1)$$

$$Y_k = \sum_{i,j} e_{kij}(t+1)^i \ln^j(t+1) \quad (1.9)$$

$$k \geq 1, 0 \leq i \leq k, 0 \leq j, i + j \leq k + 1$$

Область сходимости ряда (1.6) при $\nu = 2, u \geq 0, -1 < t \leq 0$ будет не меньше области [1, 14]

$$M_2 \zeta u < 1, \quad \zeta = \max \{1, |\ln(t+1)|\}, \quad M_2 = \text{const} > 0 \quad (1.10)$$

Кратко рассмотрим построение течения в задаче о безударном сильном сжатии газа в квазиодномерном случае – поверхность Γ в пространстве (x_1, x_2, x_3) , на которой в момент $t = 0$ происходит требуемое сжатие, находится во взаимнооднозначном соответствии с поверхностью звуковой характеристики, разделяющей в моменты $t_0 \leq t \leq 0$ исходное фоновое течение и волну сжатия. Для простоты изложения будем считать, что исходный фон является однородным покоящимся газом. При построении [1] требуемой волны сжатия сначала от переменных x_1, x_2, x_3 делается переход к переменным η, ξ_1, ξ_2 . Здесь η – расстояние от произвольной точки пространства до поверхности Γ ; ξ_1, ξ_2 – независимые переменные, задающие Γ параметрически. В качестве компонент вектора скорости газа u^1, u^2, u^3 выбираются его проекции на оси η, ξ_1 и ξ_2 соответственно. Затем за независимые переменные берутся t, c, ξ_1, ξ_2 , а за вектор искомых функций – $U = \{\eta, u^1, u^2, u^3\}$. Ряды

$$U = \sum U_k(c, \xi_1, \xi_2) t^k / k! \quad (1.11)$$

задающие решение задачи о безударном сильном сжатии, строятся однозначно и при $c \rightarrow +\infty$ сходятся в области [1]

$$c|t|^{1/\beta} < M(\xi_1, \xi_2), \quad M(\xi_1, \xi_2) > 0 \quad (1.12)$$

Первые коэффициенты рядов, например при $\gamma \neq 5/3$ и $\gamma \neq 3$, имеют вид

$$u_0^1 = \frac{2}{\gamma-1}(c-1)$$

$$u_1^1 = M_1(\xi_1, \xi_2)c + M_2(\xi_1, \xi_2)c^2 + M_3(\xi_1, \xi_2)c^\alpha \quad (1.13)$$

$$\eta_0 = 0, \quad \eta_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(c - \frac{2}{\gamma+1} \right)$$

$$\eta_2 = M_4(\xi_1, \xi_2)u_1^1 + M_5(\xi_1, \xi_2)c + M_6(\xi_1, \xi_2)c^2$$

где $M_i(\xi_1, \xi_2)$ ($1 \leq i \leq 6$) – заданные функции.

Ряды (1.11) и их первые коэффициенты (1.13) использовались [15] для описания трехмерного истечения в вакуум первоначально однородного и покоящегося газа.

Для исследования свойств решения задачи о безударном сильном сжатии квази-одномерных слоев газа в окрестности точки $t = t_0$ вместо (1.11) удобно использовать другое представление [1]

$$U = \sum U_{k,0}(t, \xi_1, \xi_2)(c-1)^k / k! \quad (1.14)$$

2. Определение закона движения поршня. Имея решение задачи (1.1), найдем $r = r_p(t)$ – траекторию движения частицы газа, выходящую из точки $(t = t_0, r = r_0)$ на звуковой характеристике C^+ , т.е. $r_0 = t_0 + 1$. Эту траекторию можно взять за траекторию движения непроницаемого поршня, осуществляющего требуемое сжатие газа.

Если формулу (1.2) перехода в физическое пространство рассмотреть при $r = r_p(t)$ и продифференцировать обе ее части по t , то получится соотношение

$$r'_p(t) = \Psi_{ur}(t, r'_p(t)) + \Psi_{uu}(t, r'_p(t))r''_p(t) \quad (2.1)$$

(использовалось условие непротекания газа через поршень: $u(t, r)|_{r=r_p(t)} = r'_p(t)$ – скорость газа на поршне равна скорости поршня). Обозначив скорость движения поршня через $u = u_p(t)$, будем иметь $r'_p(t) = u_p(t)$. Переписав с учетом этого равенства соотношение (2.1), получим задачу для определения скорости движения поршня

$$\Psi_{uu}(t, u_p(t))du_p(t)/dt = u_p(t) - \Psi_{ur}(t, u_p(t)) \quad (2.2)$$

$$u_p(t_0) = 0$$

В случае $\nu = 0$ решение задачи (2.2), а также значения скорости звука в газе и давления на поршне выписываются в конечном виде [4]

$$\begin{aligned} u_p(t) &= \frac{2}{\gamma-1}[\tau^{-\kappa} - 1], \quad c_p(t) = \tau^{-\kappa} \\ p_p(t) &= \frac{1}{\gamma}\tau^{-2\gamma/(\gamma+1)}; \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad \kappa = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

В случае $\nu = 1, 2$ в окрестности точки $(t = t_0, u = 0)$ функции Ψ_{ur}, Ψ_{uu} задаются рядами

$$\Psi_{ur}(t, u) = 1 + \sum [Y_k(t) + (t+1)Y'_k(t)](k+2)u^{k+1} / k! \quad (2.4)$$

$$\Psi_{uu}(t, u) = (t+1) \sum Y_k(t)(k+2)(k+1)u^k / k!$$

Если $-1 < t_0 < 0$, то $Y_0(t_0) \neq 0$. Поэтому при $t = t_0, u = 0$ будет выполняться неравенство $\Psi_{uu} \neq 0$. Следовательно, задача Коши (2.2) поставлена не в особой точке и имеет единственное решение, являющееся в окрестности точки $t = t_0$ аналитической функцией. Оставляя в бесконечных рядах (2.4) конечное число слагаемых, будем получать соответствующие приближения этого решения. В частности, если оставить слагаемые только с $Y_0(t)$, то в качестве $u_0(t)$ – приближенного закона движения поршня в окрестности точки $t = t_0$ получим следующие зависимости:

при $\nu = 1$

$$u_0(t) = \frac{1}{\sqrt{t+1}} \left[\frac{C_1}{(1-\sqrt{t+1})^\kappa} - \frac{2}{\gamma-1} + \frac{1-\sqrt{t+1}}{\gamma} \right] \quad (2.5)$$

$$C_1 = (1 - \sqrt{r_0})^\alpha \left(\frac{2}{\gamma - 1} - \frac{1 - \sqrt{r_0}}{\gamma} \right)$$

при $\nu = 2$

$$u_0(t) = \frac{2}{\gamma + 1} (t + 1)^{-1} [-\ln(t + 1)]^{-\alpha} \int_{t_0}^t [-\ln(t + 1)]^{-2/(\gamma + 1)} dt \quad (2.6)$$

Если у функций из правой части последнего равенства выделить главные при $t \rightarrow t_0$ слагаемые, то получим следующее представление:

$$u_0(t) = -\frac{2}{(\gamma + 1)r_0 \ln r_0} (t - t_0) \left[1 - \frac{2}{(\gamma + 1)r_0 \ln r_0} (t - t_0) + (t - t_0)^2 u_{01}(t) \right] \times \\ \times \left[1 - \frac{1}{r_0} (t - t_0) + (t - t_0)^2 u_{02}(t) \right] \left[1 - \frac{(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)r_0 \ln r_0} (t - t_0) + (t - t_0)^2 u_{03}(t) \right]$$

Функции $u_{0i}(t)$ ($i = 1, 2, 3$) являются аналитическими в окрестности точки $t = t_0$ и передают остаточные члены в разложениях соответственно интеграла, $(t + 1)^{-1}$ и степени от $-\ln(t + 1)$. Для определения $u_p(t)$ при $t \rightarrow -0$ необходимо использовать ряд (1.3).

Тогда дифференциальное уравнение из задачи (2.2) примет вид

$$\left\{ t \left[\sum T''_{k+1}(u) \frac{t^k}{(k+1)!} \right] \frac{du}{dt} = u - \sum T'_{k+1}(u) \frac{t^k}{k!} \right\} \Big|_{u=u_p(t)} \quad (2.7)$$

Для нахождения $u = u_p(t)$ при учете формул (1.4) вводится другая искомая функция $u_* = 1 + (\gamma - 1)u_p(t)/2$. В частности, при $t \rightarrow -0$ из (1.4) следует, что $u_*(t)/c_p(t) \rightarrow 1$. При учете вида $c_p(t)$ при $\nu = 0$ (см. (2.3)) функцию $u_*(t)$ при $\nu = 1, 2$ будем искать в виде

$$u_*(t) = A\tau^{-\alpha} [1 + w_*(\tau)] \quad (2.8)$$

где A — произвольная постоянная и считается, что новая неизвестная функция $w_*(\tau)$ стремится к нулю при $\tau \rightarrow +0$. Используя стандартные разложения функций $(1 + w_*)^\alpha$, $(1 + w_*)^{-1}$, $\ln(1 + w_*)$ в ряды по степеням w_* , вместо уравнения (2.7) получим уравнение для $w_*(\tau)$, которое, например в случае $1 < \gamma < 5/3$, имеет вид

$$\frac{dw_*}{d\tau} = B(\nu, d, \gamma, A) \tau^{(1-\alpha)\alpha} \left[\frac{1 + F_2(\tau, w_*)}{1 + F_1(\tau, w_*)} \right] \quad (2.9)$$

$$F_i(\tau, w_*) = \sum F_{i,k}(\tau, \tau^\delta) \frac{w_*^k}{k!}, \quad \delta = \text{const} > 0, \quad F_i(0, 0) = 0, \quad i = 1, 2$$

где $B(\nu, d, \gamma, A)$ — постоянная, зависящая от перечисленных параметров, $d = -t_0 = 1 - r_0$ — ширина исходного слоя газа.

Заметим, что если начиная с какого-то $t_1 : t_0 \leq t_1 \leq 0$ функция $u_p(t)$ лежит в области (1.5) — области сходимости рядов (1.3), то при всех $\tau : 0 \leq \tau \leq \tau_1 = t_1/t_0$ ряды, задающие функции $F_{1,2}(\tau, w_*)$, будут сходиться, если величина w_* будет малой.

При $\gamma \geq 5/3$ будут получаться другие дифференциальные уравнения, которые из-за громоздкости здесь не приводятся.

Решение уравнения (2.9) при $1 < \gamma < 5/3$ и соответствующих уравнений при других $\gamma > 1$ приводит к следующим формулам:

$$v_*(\tau) = \begin{cases} A\tau^{-\alpha} + vd \frac{\gamma^2 - 1}{2(\frac{5}{3} - \gamma)(3 - \gamma)} A^\alpha \tau^{1/2} + \dots, & 1 < \gamma < \frac{5}{3} \\ A\tau^{-1/4} - vd \frac{3}{8} A^2 \tau^{1/2} \ln \tau + \\ + vd A^2 \left(\frac{3}{2} \ln A - \frac{3}{4} \right) \tau^{1/2} + \dots, & \gamma = \frac{5}{3} \\ A\tau^{-\alpha} + vd \frac{\gamma - 1}{(\gamma - \frac{5}{3})} A^2 \tau^{(3-\gamma)/(\gamma+1)} + \dots, & \gamma > \frac{5}{3}, \gamma \neq 3 \\ A\tau^{-1/2} + vd \frac{3}{2} A^2 + vd \frac{3}{8} A \tau^{1/2} \ln \tau - \\ - vd A \left(\frac{3}{4} \ln A + \frac{5}{4} \right) \tau^{1/2} + \dots, & \gamma = 3 \end{cases} \quad (2.10)$$

где под многоточием понимаются слагаемые большего порядка малости, чем последние из приведенных.

Из сравнения первого и последующих слагаемых в каждой из формул (2.10) следует, что при τ , лежащих достаточно близко к нулю, величина $w_*(\tau)$ действительно мала, и поэтому кривые, задающие полученные закономерности, лежат в области сходимости рядов (1.3). Тем самым обосновывается получение асимптотических законов (2.10).

В частности, если t_0 лежит достаточно близко к нулю, рядами (1.3) можно пользоваться при всех $t: t_0 \leq t \leq 0$. Тогда представления (2.10) будут справедливы при всех $\tau: 0 \leq \tau \leq 1$. В этом случае произвольную постоянную A необходимо определять из начального условия задачи (2.2), которое для функции $v_*(\tau)$ записывается в виде $v_*(1) = 1$.

В общем случае постоянная A определяется из условия состыкования в некоторый момент времени $t = t_2: t_0 < t_2 < 0$ функций (2.5), (2.6) и функций (2.10) – различных представлений функции $u_p(t)$.

Тот факт, что в (2.10) у вторых слагаемых из правых частей при $\gamma < 5/3$ показатель не зависит от γ , а при $\gamma > 5/3$ зависит, связан с тем, что разности $5/3 - \gamma$ и $\alpha - 2$ имеют одинаковые знаки. Следовательно, в (1.4) при разных значениях γ разные слагаемые задают главные части функций $T_2(\nu)$ при $\nu \rightarrow +\infty$.

В случае безударного сильного сжатия квазиодномерных слоев газа для определения закона внешнего воздействия при учете представления (1.11) проще найти $c_p(t, \xi_1, \xi_2)$ – значение скорости звука на сжимающем поршне. В этом случае закон движения поршня в направлении нормали будет задаваться соотношением

$$\eta_p(t, \xi_1, \xi_2) = [\sum \eta_k(c, \xi_1, \xi_2) t^k / k!]_{c=c_p(t, \xi_1, \xi_2)}$$

Поскольку поршень непроницаемый, то на нем должно выполняться равенство

$$\frac{\partial \eta_p}{\partial t} = u^1(t, c, \xi_1, \xi_2) \Big|_{c=c_p(t, \xi_1, \xi_2)}$$

Следовательно, для определения функции c_p получается задача

$$\left[\sum \frac{\partial \eta_k(c_p, \xi_1, \xi_2)}{\partial c_p} \frac{t^k}{k!} \right] \frac{\partial c_p}{\partial t} = \sum [u_k^1(c_p, \xi_1, \xi_2) - \eta_{k+1}(c_p, \xi_1, \xi_2)] \frac{t^k}{k!} \quad (2.11)$$

$$c_p(t_0, \xi_1, \xi_2) = 1$$

Дифференциальное уравнение из этой задачи фактически является обыкновенным дифференциальным уравнением, в которое ξ_1, ξ_2 входят как параметры. Его решения также задаются формулами (2.10), в которых необходимо сделать следующие замены. В левых частях вместо $v_*(\tau)$ надо поставить $c_p(\tau, \xi_1, \xi_2)$. В правых частях надо считать, что $A = A(\xi_1, \xi_2)$, а вместо v надо поставить $[k_1(\xi_1, \xi_2) + k_2(\xi_1, \xi_2)]$ – сумму главных кривизн поверхности Γ . Постоянная d остается без изменения как ширина исходного слоя в направлении нормали к поверхности Γ , одинаковая при всех допустимых значениях ξ_1, ξ_2 .

Заметим, что полученные формулы (2.10) при $v \rightarrow 0$ (или при $k_{1,2}(\xi_1, \xi_2) \rightarrow 0$) переходят в точные формулы (2.3) для плоско-симметричного случая.

При сжатии квазиодномерных слоев не изнутри, а снаружи формулы (2.10) останутся без изменения, но при этом

$$v_* = 1 - \frac{\gamma - 1}{2} u_p$$

Полученные закономерности (2.5), (2.6) и (2.10), конечно же, можно уточнять, используя все большее число слагаемых из бесконечных рядов, задающих в разных видах решение задачи (1.1).

Анализ формул (2.10) позволяет высказать некоторые соображения для возможных физических экспериментов.

Во-первых, формулы (2.10) еще раз подтверждают известный вывод о легко (при малых γ) и трудно (при больших γ) сжимаемых средах: при $\gamma < 3$ вторые слагаемые в правых частях формул (2.10) стремятся к нулю при $\tau \rightarrow 0$, а при $\gamma > 3$ эти слагаемые стремятся к бесконечности.

Во-вторых, для всех легко сжимаемых сред при $\gamma < 5/3$ второе слагаемое имеет показатель степени, не зависящий от γ .

И, наверно, самое главное: дополнительные внешние энергетические затраты, связанные с переходом от сжатия плоских слоев к сжатию квазиодномерных слоев, при $\gamma < 3$ конечны.

Из формул (2.10) также следует, что принципиальное различие во внешних воздействиях, осуществляющих сильное сжатие разных слоев газа, будет проявляться в направлениях воздействий – по нормальям к своим разным исходным поверхностям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баутин С.П. Математическая теория безударного сильного сжатия идеального газа. Новосибирск: Наука, 1997. 161 с.
2. Забабахин Е.И., Забабахин И.Е. Явления неограниченной кумуляции. М.: Наука, 1988. 172 с.
3. Nuckolls J.H. The feasibility of inertial-confinement Fusion // Phys. Today. September 1982. V. 35. № 9. P. 24–31. = Накколлс Дж. Г. Осуществимость инерциально-термоядерного синтеза // Успехи физ. наук. 1984. Т. 143. № 3. С. 467–482.
4. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гостехиздат, 1955. 804 с.
5. Mises R. Mathematical Theory of Compressible Fluid Flow. New York: Acad. Press, 1958. 514 p. = Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 588 с.
6. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1981. 447 с.
7. Каждан Я.М. К вопросу об адиабатическом сжатии газа под действием сферического поршня // ПМТФ. 1977. № 1. С. 23–30.
8. Забабахин И.Е., Симоненко В.А. Сферическая центрированная волна сжатия // ПММ. 1978. Т. 42. Вып. 3. С. 573–576.

9. Сидоров А.Ф. Безударное сжатие баротропного газа // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 5. С. 769–779; Письмо в редакцию // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 4. С. 698.
10. Крайко А.Н. О неограниченной кумуляции при одномерном нестационарном сжатии идеального газа // ПММ. 1996. Т. 60. Вып. 6. С. 1000–1007.
11. Сидоров А.Ф. Оценки предельных степеней кумуляции энергии при безударном сжатии газа // Докл. АН СССР. 1993. Т. 329. № 4. С. 444–448.
12. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981. 368 с.
13. Баутин С.П. Схлопывание одномерной полости // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 1. С. 50–59.
14. Баутин С.П. Исследование области сходимости специальных рядов, решающих некоторые задачи газовой динамики // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1978. Т. 9. № 4. С. 5–17.
15. Дерябин С.Л. Трехмерное истечение в вакуум из состояния покоя // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1983. Т. 14. № 4. С. 58–73.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
19.V.1998