

УДК 629.7:534.1

© 1999 г. В.С. Жиров

ЛЕГКОЕ КРЫЛО

В развитие полученных ранее результатов [1] предлагается вариант конструктивной схемы крыла малой массы, имеющего вид системы лонжеронов, с каждым из которых связана система консольных балок, участвующих в формировании верхней и нижней поверхностей крыла. При этом оси лонжеронов и стержней, формирующих поверхности крыла, располагаются таким образом, что в сечениях этих элементов отсутствуют крутящие моменты. Размеры сечений каждого элемента подбираются так, чтобы обеспечить равную прочность. Показывается, что для рассматриваемой схемы крыла случайно возникшие изгибные колебания крыла не переходят в изгибно-крутильные колебания и не приводят к флаттеру. Оценивается масса крыла для легкого самолета.

1. Описание крыла. Рассмотрим крыло прямоугольной формы в плане, воспринимающее распределенную нагрузку (фиг. 1)

$$p(x, y) = p_1(x)p_2(y), \quad x \in [0, b], \quad y \in [0, l]$$

где p_1 и p_2 – заданные непрерывные функции, первая из которых характеризует распределение нагрузки по профилю, а вторая – по размаху крыла в расчетном случае. Крыло закрепляется в плоскости $y = 0$. Пусть оно разделено на m элементов, каждый i -й из которых ($i = 1, \dots, m$) состоит из консольно закрепленного на фюзеляже лонжерона, имеющего кольцевое сечение, и прикрепленных к лонжерону верхней и нижней полос обшивки крыла (фиг. 2), воспринимающих нагрузку, заключенную между плоскостями $x = x_i$ и $x = x_{i+1}$. При этом $x_i < x_{i+1}$, $x_1 = 0$, $x_{m+1} = b$. Верхняя полоса обшивки крыла, связанная с лонжероном i , разделена на m_i пар балок, каждая k -я из которых ($k = 1, \dots, m_i$) состоит из стержня кольцевого сечения (фиг. 3), консольно присоединенного к лонжерону, и прикрепленной к стержню сверху полоски, формирующей часть верхней поверхности крыла между плоскостями $y = y_k$ и $y = y_{k+1}$, где $y_k < y_{k+1}$. Аналогично нижняя полоса обшивки крыла, связанная с лонжероном i , разделена на консольные балки, каждая из которых имеет вид стержня кольцевого сечения с присоединенной к нему полоской снизу.

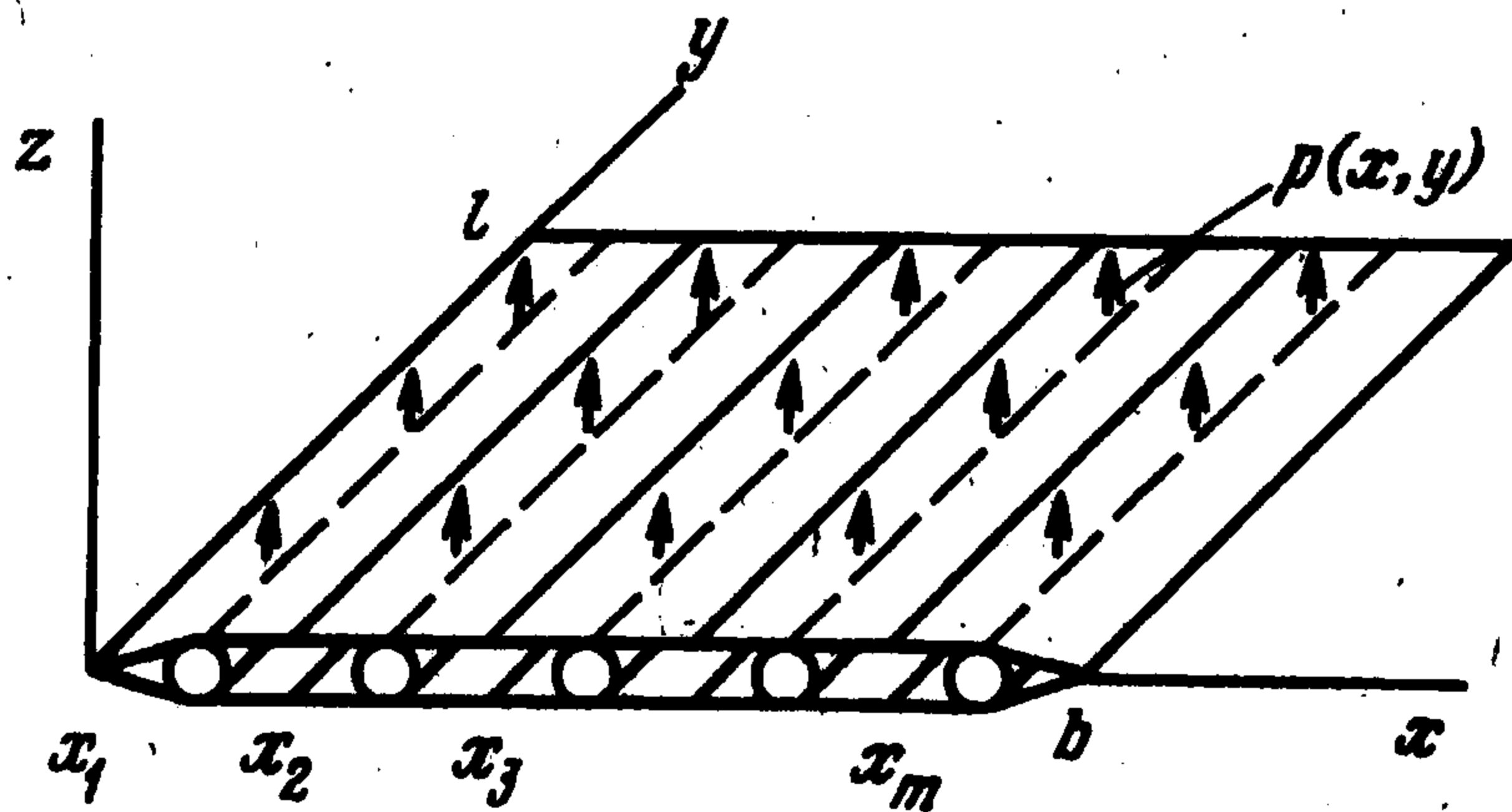
Пусть ось любого лонжерона i задается в плоскости $z = 0$ линией $x = x_i^c$, подчиненной условию отсутствия крутящих моментов в сечениях лонжерона:

$$\int_{x_i}^{x_i^c} p_1(x)(x_i^c - x)dx = \int_{x_i^c}^{x_{i+1}} p_1(x)(x - x_i^c)dx \tag{1.1}$$

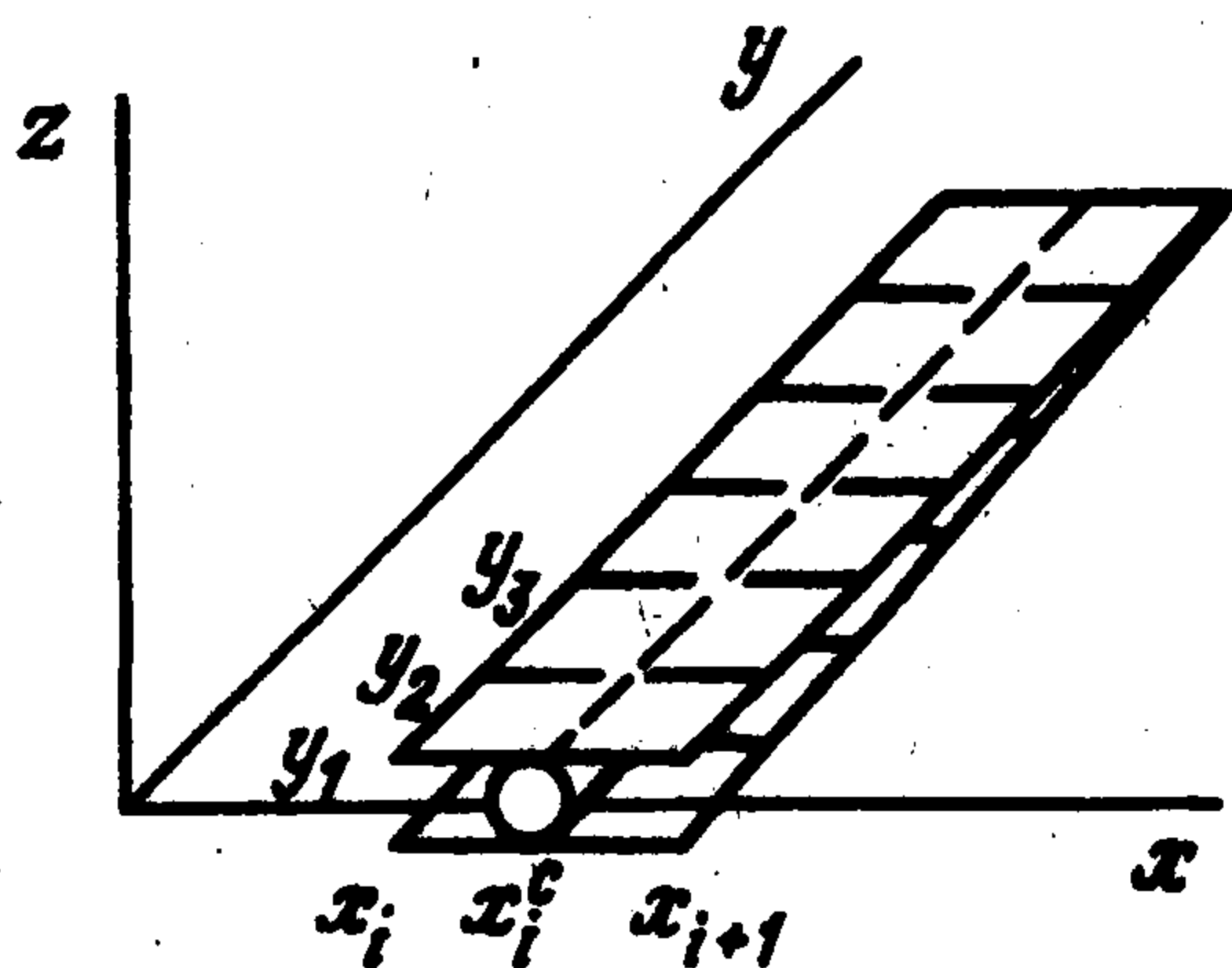
Полагаем, что изменение внешнего радиуса каждого лонжерона вдоль его оси описывается функцией $f(y)$, $y \in [0, l]$. Изгибающий момент в сечении лонжерона i , проходящем через точку (x_i^c, y) его оси, очевидно, имеет вид

$$M_i(y) = I_i I(y);$$

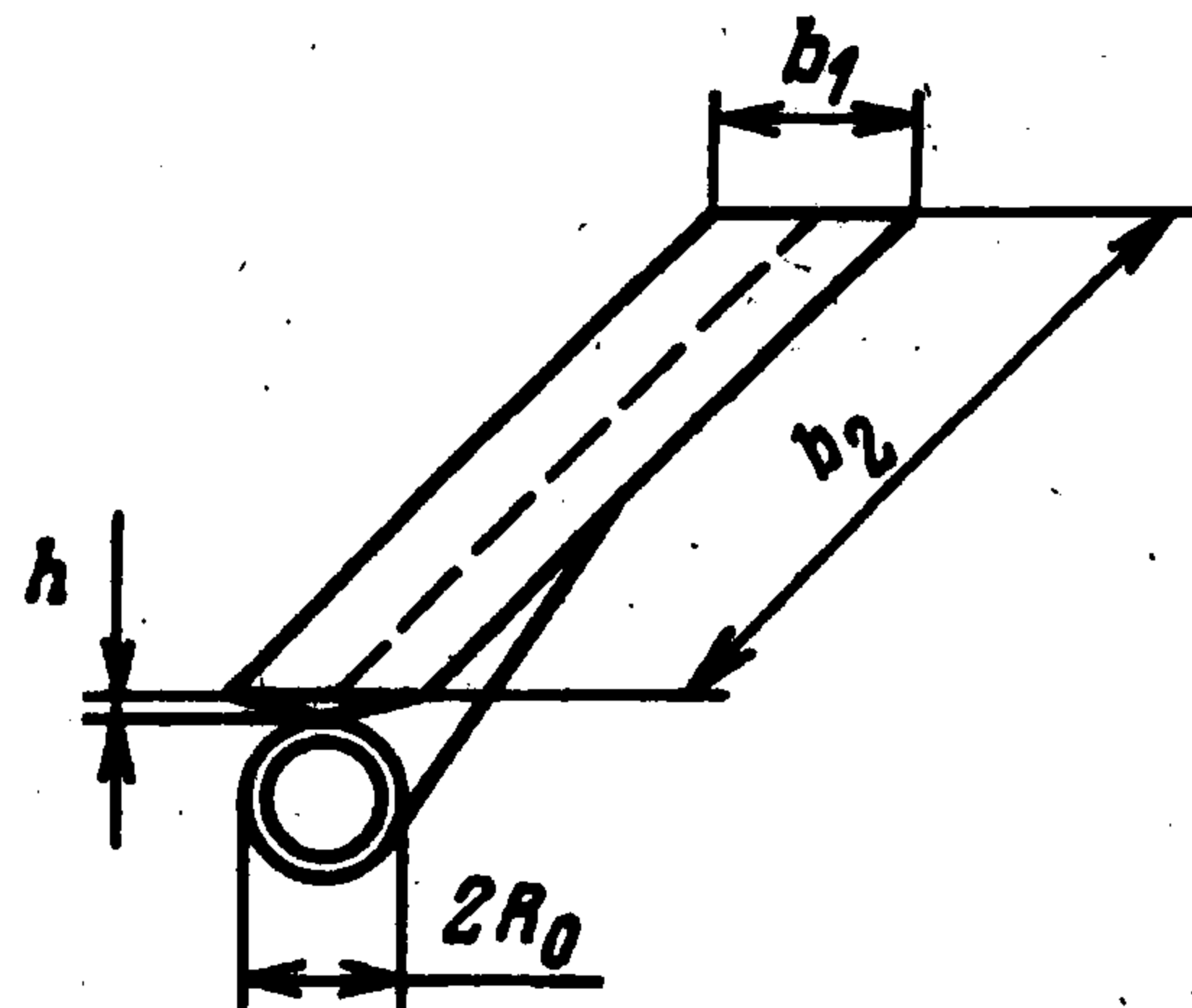
$$I_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p_1(x)dx, \quad I(y) = \int_y^l p_2(\bar{y})(\bar{y} - y)d\bar{y} \tag{1.2}$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Условие прочности [2] в этом сечении выглядит так:

$$\sigma J_i(y) \geq M_i(y) f(y) \quad (1.3)$$

где σ – разрушающее напряжение, $J_i(y)$ – момент инерции сечения. Так как для уменьшения массы крыла число лонжеронов m выгодно увеличивать [1], уменьшая при этом толщину кольцевого сечения лонжерона, то момент инерции сечения лонжерона i около точки (x_i^c, y) его оси можно брать в виде [2]

$$J_i(y) = \pi f^3(y) \delta_i(y)$$

где $\delta_i(y)$ – толщина кольцевого сечения этого лонжерона, выбираемая, как предполагаем, так чтобы условие прочности (1.3) принимало форму равенства.

Предполагаем, что внешний радиус $f(y)$ сечения лонжерона в несколько раз меньше длины $(l - y)$ консольной части лонжерона, соответствующей этому сечению. С учетом этого, для основных видов распределения нагрузки, например, когда это распределение близко к равномерному ($p_2(y) = \text{const}$), можно показать, что наиболее опасными по прочности точками сечения являются такие точки, где нормальные напряжения максимальны, а касательные напряжения нулевые. Имея это в виду, пренебрегаем влиянием на прочность касательных напряжений, вызываемых перерезывающими силами.

Условие прочности (1.3) далее используем в форме равенства. С его помощью площадь сечения лонжерона записывается в виде

$$F_i(y) = 2M_i(y) / [\sigma f(y)] \quad (1.4)$$

а суммарная масса лонжеронов при учете формул (1.2) выражается так:

$$G^* = \frac{2\rho P_1}{\sigma} \int_0^l \frac{I(y)}{f(y)} dy, \quad P_1 = \int_0^b p_1(x) dx \quad (1.5)$$

где ρ – плотность материала крыла. Если лонжероны конические: $f(y) = f(0)(1 - y/l)$, и принять $p_2(y) = \text{const}$, то

$$G^* = \frac{\rho P l^2}{2\sigma f(0)}; \quad P = P_1 P_2, \quad P_2 = \int_0^l p_2(y) dy \quad (1.6)$$

где P – суммарная нагрузка на крыло.

Рассмотрим теперь присоединяемые к лонжерону элементы обшивки крыла. Будем полагать, что перепад давления при переходе через верхнюю поверхность крыла описывается произведением $p_1^0(x)p_2(y)$, а при переходе через нижнюю поверхность крыла – произведением $p_1^1(x)p_2(y)$, где p_1^0 и p_1^1 – непрерывные функции.

Верхняя полоса обшивки, связанная с лонжероном i , включает два ряда консольных балок. Каждая балка k состоит из стержня с закрепленной на нем полоской, воспринимающей нагрузку, заключенную между плоскостями $y = y_k$ и $y = y_{k+1}$. Ось стержня и линия закрепления полоски располагаются в плоскости $y = y_k^c$, где параметр y_k^c удовлетворяет условию отсутствия крутящих моментов в сечениях стержня, которое аналогично условию (1.1) и получается из него при замене x на y , функции p_1 на функцию p_2 , индекса i на индекс k .

Изменение внешнего радиуса любого стержня, прикрепляемого к лонжерону i со стороны j , описывается функцией $f_{ij}(x)$, причем $x \in [x_i, x_i^c]$ при $j = 0$, $x \in [x_i^c, x_{i+j}]$ при $j = 1$.

Суммарная масса стержней, прикрепляемых к лонжерону i со стороны j для формирования верхней поверхности крыла, выражается аналогично первой формуле (1.5), и если принять, что стержни конические, т.е.

$$f_{ij}(x) = R_0(x - x_{i+j}) / (x_i^c - x_{i+j}) \quad (1.7)$$

где R_0 – внешний радиус стержня в месте крепления к лонжерону, ее можно записать в виде

$$G_{ij}^0 = (-1)^j \frac{\rho p_1^0(x_i^*) P_2}{2\sigma R_0} (x_i^c - x_{i+j})^3 \quad (1.8)$$

где x_i^* – значение между x_i^c и x_{i+j} . Обозначив через l_c наибольшую из длин стержней и используя определение интеграла, можно оценить суммарную массу стержней, участвующих в формировании верхней поверхности крыла. Получим

$$G^0 = \sum (G_{i0}^0 + G_{i1}^0) \leq \frac{\rho P^0 l_c^2}{2\sigma R_0}; \quad P^0 = P_1^0 P_2, \quad P_1^0 = \int_0^b p_1^0(x) dx \quad (1.9)$$

где P^0 – суммарная нагрузка на верхнюю поверхность крыла.

Суммарная масса стержней, прикрепляемых к лонжерону i со стороны j для формирования нижней поверхности крыла, имеет вид, аналогичный (1.8), получаемый при замене $p_1^0(x_i^*)$ на $p_1^1(x_i^{**})$, где x_i^{**} – значение между x_i^c и x_{i+j} . Для суммарной массы G^1 стержней, участвующих в формировании нижней поверхности крыла, получим оценку, имеющую вид оценки (1.9) после замены в ней величины P^0 на величину P^1 суммарной нагрузки на нижнюю поверхность крыла.

Так как для уменьшения массы крыла число стержней, воспринимающих распределенную нагрузку, выгодно увеличивать, то примем

$$y_k = 2R_0(k - 1), \quad k = 1, \dots, m_i, \quad m_i = l / (2R_0)$$

что соответствует случаю касания соседних стержней. Учитывая это, оценим массу полосок, воспроизводящих верхнюю поверхность крыла. Примем, что $p_2(y) = p_2^* = \text{const}$, и будем считать, что каждая полоска, соединенная со стержнем, прикрепленным к лонжерону i со стороны j , формируется как балка равного сопротивления, по поверхности которой распределено давление

$$p_{ij}^0 = \frac{p_2^*}{x_i^c - x_{i+j}} \int_{x_{i+j}}^{x_i^c} p_1^0(x) dx \quad (1.10)$$

Наибольшую высоту h_{ij}^0 полоски найдем, используя условие прочности балки длиной $b_1/2 = R_0$ с прямоугольным сечением некоторой ширины b_2 и переменной высоты h , т.е. используем условие $\sigma = 6M_{ij}^0 / [b_2(h_{ij}^0)^2]$, где $M_{ij}^0 = p_{ij}^0 b_2 R_0^2 / 2$ — изгибающий момент. Отсюда следует, что $h_{ij}^0 = R_0 (3p_{ij}^0 / \sigma)^{1/2}$. Учитывая, что средняя высота полоски $h_{ij}^0/2$, напишем выражение для суммарной массы полосок, воспроизводящих верхнюю поверхность крыла

$$G' = \frac{\rho l R_0}{2} \left(\frac{3}{\sigma} \right)^{1/2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^1 (p_{ij}^0)^{1/2} (-1)^j (x_i^c - x_{i+j}) \quad (1.11)$$

Затем, используя формулу (1.10), найдем оценку этой массы

$$G' \leq \rho R_0 (3P^0 b l \sigma^{-1})^{1/2} / 2 \quad (1.12)$$

Суммарная масса G'' полосок, формирующих нижнюю поверхность крыла, имеет оценку, получающуюся из (1.12) при замене P^0 на P^1 .

Отметим, что параметр R_0 и длину конических стержней, прикрепляемых к лонжеронам, можно подобрать так, что масса лонжеронов G^* будет в несколько раз большей массы связанных с ними стержней ($G^0 + G^1$), а эта масса в свою очередь будет в несколько раз большей массы полосок, формирующих поверхность крыла, ($G' + G''$).

2. Колебания крыла. Будем полагать, что каждый стержень, участвующий в формировании обшивки крыла, рассчитывается на основании предположения, что воспринимаемая им нагрузка распределена по его длине равномерно; в частности, погонная нагрузка стержня k , прикрепляемого к лонжерону i со стороны j для формирования верхней поверхности крыла, принимается следующей:

$$q_{ijk}^0 = \int_{y_k}^{y_{k+1}} p_2(y) dy \frac{1}{x_i^c - x_{i+j}} \int_{x_{i+j}}^{x_i^c} p_1^0(x) dx$$

В этом случае, если внешний радиус $f_{ij}(x)$ стержня изменяется согласно формуле (1.7), то постоянна толщина δ_{ijk}^0 кольцевого сечения стержня, вычисляемая с помощью условия прочности

$$\sigma = M_{ijk}^0(x) / [\pi f_{ij}^2(x) \delta_{ijk}^0], \quad M_{ijk}^0(x) = q_{ijk}^0 (x - x_{i+j})^2 / 2$$

($M_{ijk}^0(x)$ — изгибающий момент в сечении около некоторой точки (x, y_k^c) оси стержня). Кроме того, при указанном предположении суммарная масса стержней, прикрепляемых к лонжерону i со стороны j , описывается суммой двух выражений, первое из которых имеет вид (1.8), в котором

$$p_1^0(x_i^*) = \frac{1}{x_i^c - x_{i+j}} \int_{x_{i+j}}^{x_i^c} p_1^0(x) dx$$

а второе выражение получается из первого при замене $p_1^0(x)$ на $p_1^1(x)$.

С учетом этого, принимая

$$p_1^j(x) = a_j p_1(x)$$

где a_j ($j = 0, 1$) – выбранные постоянные, имеем следующее выражение для распределения массы стержней, прикрепляемых к лонжерону i , вдоль его оси:

$$g_i^*(y) = u(y) \left[(x_i^c - x_i)^2 \int_{x_i}^{x_i^c} p_1(x) dx + (x_{i+1} - x_i^c)^2 \int_{x_i^c}^{x_{i+1}} p_1(x) dx \right]$$

где

$$u(y) = (a_0 + a_1) \rho p_2(y) / (2\sigma R_0) \quad (2.1)$$

Выражение $g_i^*(y)$ можно приближенно заменить следующим:

$$g_i(y) = u(y) \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{4} \int_{x_i}^{x_{i+1}} p_1(x) dx \quad (2.2)$$

Погрешность при такой замене оценим, полагая, что функция $p_1(x)$ на интервале $[x_i, x_{i+1}]$ линейна: $p_1(x) = \bar{p}_i + p'_i x$, где $p'_i \neq 0$ (в случае $p'_i = 0$ погрешности нет). После вычислений получим

$$\frac{g_i^*(y) - g_i(y)}{g_i(y)} = \frac{(x_{i+1} - x_i)^4}{27(x_{i+1} + x_i + 2\bar{p}_i / p'_i)^4} \quad (2.3)$$

Видно, что наибольшая погрешность соответствует крайнему лонжерону. Подставив в выражение (2.3) значения: $\bar{p}_i = 0$ и $x_i = 0$ для $i = 1$, найдем, что эта погрешность не превосходит 4%. Если учесть, что форма колебаний лонжерона зависит от суммы погонных масс самого лонжерона и прикрепляемых к нему стержней, то относительная погрешность еще меньше. С учетом этого для распределения массы стержней, связанных с лонжероном i , будем использовать формулу (2.2).

Параметры стержней предполагаем выбранными так, что масса полосок, присоединяемых к ним, пренебрежимо мала по сравнению с массами стержней и лонжеронов, так что массу полосок при рассмотрении колебаний крыла не будем учитывать.

Используя формулы (1.2) и (1.3), момент инерции сечения лонжерона i запишем в виде

$$J_i(y) = I_i l_i^2 f(y) / \sigma \quad (2.4)$$

Погонную массу лонжерона i , учитывая (1.4) и (1.2), запишем в виде

$$\rho F_i(y) = 2\rho I_i l_i^2 / [\sigma f(y)] \quad (2.5)$$

Принимая

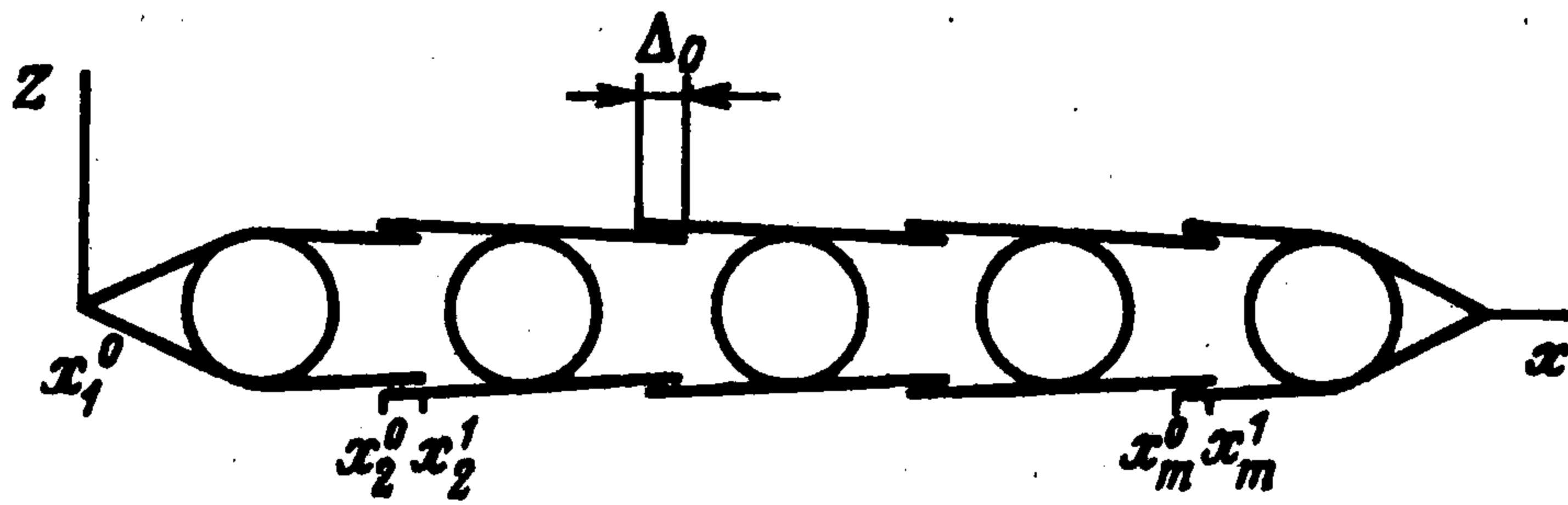
$$x_i = (i - 1)l_*, \quad l_* = b/m, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.6)$$

из (2.2) имеем выражение для распределения массы стержней

$$g_i(y) = u(y) l_*^2 I_i / 4 \quad (2.7)$$

Центр масс сечения крыла – точка (x_g, y) с координатой (всюду далее суммирование ведется от $i = 1$ до $i = m$):

$$x_g = \Sigma[\rho F_i(y) + g_i(y)] x_i^c / \Sigma[\rho F_i(y) + g_i(y)]$$



Фиг. 4

откуда, учитывая (2.5) и (2.7), имеем $x_g = \Sigma I_i x_i^c / \Sigma I_i$. Под центром жесткости сечения крыла понимаем [3] точку (x_*, y) с координатой

$$x_* = \Sigma EJ_i(y)x_i^c / [\Sigma EJ_i(y)]$$

где E – модуль упругости. Тогда, учитывая (2.4), заключаем, что $x_* = x_g$. Поэтому если все лонжероны имеют одинаковый начальный изгиб, то после снятия нагрузки крыло будет совершать свободные изгибные колебания в пустоте, описываемые уравнением [3]

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[E \Sigma J_i(y) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right] + \Sigma [\rho F_i(y) + g_i(y)] \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (2.8)$$

(t – время). Учитывая (2.4), (2.5), (2.7) и деля на ΣI_i , имеем

$$\frac{E}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[I(y) f(y) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right] + \left[\frac{2\rho I(y)}{\sigma f(y)} + \frac{l_*^2 u(y)}{4} \right] \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (2.9)$$

Так описываются свободные колебания каждого лонжерона. Условия закрепления лонжеронов считаем одинаковыми. Поэтому при одинаковой начальной форме изгиба они будут совершать в пустоте одинаковые колебания, не приводящие к искажению и закручиванию профиля крыла.

Остановимся на изгибе и колебаниях в воздушном потоке. Будем полагать, что ожидаемое распределение нагрузки крыла для угла атаки α и скоростного напора q описывается произведением $p_{\alpha q}(x)p_2(y)$, где $p_{\alpha q}(x) = c(\alpha)\varphi(q)p_1(x)$, $c(\alpha)$ и $\varphi(q)$ – непрерывные функции, $q = \rho_0 V^2/2$, ρ_0 – плотность воздуха, V – скорость воздушного потока. С учетом этого изгибающий момент в сечении, проходящем через точку (x_i^c, y) оси лонжерона i , запишем в виде

$$M_{i\alpha q}(y) = c(\alpha)\varphi(q)M_i(y)$$

где $M_i(y)$ – расчетный изгибающий момент (1.2). Поэтому кривизна оси лонжерона, описываемая формулой [2]

$$\kappa_{i\alpha q}(y) = M_{i\alpha q}(y)/[EJ_i(y)]$$

преобразуется с помощью (1.3) к виду

$$\kappa_{i\alpha q}(y) = c(\alpha)\varphi(q)\sigma/[Ef(y)]$$

Следовательно, начальная форма изгиба у всех лонжеронов одинаковая.

При оценке колебаний крыла основную его нагрузку, уравновешенную упругими силами, во внимание не принимаем. Учтем дополнительную нагрузку, являющуюся следствием дополнительных деформаций крыла при колебаниях. Так как погонная нагрузка лонжерона i есть $q_{i\alpha q}(y) = c(\alpha)\varphi(q)p_2(y)I_i$ и она приложена в точке (x_i^c, y) его оси, то погонная нагрузка всего крыла приложена в точке (x_p, y) (фокусе крыла)

с координатой

$$x_p = \Sigma q_{i\alpha q}(y)x_i^c / \Sigma q_{i\alpha q}(y)$$

и эта точка совпадает с центрами жесткости и масс. Поэтому колебания, вызванные случайным изгибным импульсом, будут оставаться чисто изгибными, а приращение угла атаки α за счет деформации имеет вид [3] $\Delta\alpha = -V^{-1}\partial z/\partial t$. Соответствующее приращение коэффициента $c(\alpha)$ есть

$$\Delta c(\alpha) = [\partial c(\alpha)/\partial \alpha](-V^{-1}\partial z/\partial t)$$

Учитывая в уравнении (2.8) погонную нагрузку, появившуюся вследствие деформации, а затем используя (2.4), (2.5) и (2.7) и сокращая на ΣI_i , имеем уравнение, отличающееся от (2.9) правой частью, которая теперь имеет вид

$$p_2(y)\varphi(q)\Delta c(\alpha)$$

Все лонжероны в воздушном потоке будут совершать одинаковые изгибные колебания, подчиненные этому уравнению, флаттера не будет.

3. Случай отклонения действительного распределения нагрузки от ожидаемого. Предположим, что действительное распределение нагрузки при угле атаки α и скоростном напоре q описывается произведением $p_{\alpha q}^*(x)p_2(y)$, где функция $p_{\alpha q}^*(x)$ не совсем точно совпадает с функцией $p_{\alpha q}(x)$, характеризующей ожидаемое распределение нагрузки по профилю при тех же α и q . Чтобы это учесть, необходимо крыло строить так, чтобы элементы обшивки крыла, прикрепляемые к одному лонжерону, частично перекрывали элементы обшивки крыла, прикрепляемые к соседнему лонжерону (фиг. 4). На участках перекрытия элементы обшивки, обращенные к воздушному потоку и связанные с каким-то одним лонжероном, будут либо самостоятельно воспринимать нагрузку, либо передавать ее перекрываемым элементам обшивки, связанным с соседним лонжероном.

В этом случае каждый лонжерон i и прикрепляемые к нему элементы обшивки необходимо рассчитывать на восприятие нагрузки с более широкого участка, заключенного между плоскостями $x = x_i^0$ и $x = x_{i+1}^1$, где

$$x_i^0 = x_i - (i-1)\Delta_0/m, \quad x_{i+1}^1 = x_{i+1} + \Delta_0(m-i)/m \quad (3.1)$$

параметры x_i ($i = 1, \dots, m$) имеют значения (2.6), а под Δ_0 понимается ширина участка перекрытия между соседними лонжеронами. При этом в формулах (1.1) и (1.2), определяющих положение оси лонжерона i и расчетный изгибающий момент в его сечении, следует заменить: x_i на x_i^0 , x_{i+1} на x_{i+1}^1 . С учетом этого во второй из этих формул интеграл I_i заменим интегралом

$$I_i^+ = \int_{x_i^0}^{x_{i+1}^1} p_1(x)dx, \quad i = 1, \dots, m$$

который с помощью соотношений (3.1) и (2.6) приближенно выражается так:

$$I_i^+ \approx I_i + \left[p_1(x_i) \frac{i-1}{m-1} + p_1(x_{i+1}) \frac{m-i}{m-1} \right] \frac{m-1}{m} \Delta_0 = I_i + p_{1i} l_* w \quad (3.2)$$

где p_{1i} — значение функции $p_1(x)$ при таком $x \in [x_i, x_{i+1}]$, что выполняется равенство (3.2), а

$$w = (m-1)\Delta_0/b \quad (3.3)$$

— относительная величина перекрытия. Учитывая, что $\Sigma p_{1i} l_*$ — приближенное значение

интеграла от $p_1(x)$ по интервалу $[0, b]$, для суммарной массы лонжеронов получим:

$$G_* = G^*(1 + w) \quad (3.4)$$

где G^* – выражение (1.5) или, если лонжероны конические, выражение (1.6).

Приближенное выражение (2.2) для распределения массы стержней, прикрепляемых к лонжерону i , в данном случае примет вид

$$g_i(y) = u(y)l_0^2 I_i^+ / 4 \quad (3.5)$$

где $l_0 = x_{i+1}^1 - x_i^0$ или, учитывая выражения (3.1), (2.6) и (3.3), имеем

$$l_0 = [b + (m - 1)\Delta_0]/m = b(1 + w)/m$$

Используя соотношения (2.1) и (3.2) и интегрируя $\Sigma g_i(y)$ по y от 0 до l , получим выражение для суммарной массы стержней, связанных с лонжеронами, в виде

$$G_c = (a_0 + a_1)\rho P b^2(1 + w)^3 / (8\sigma R_0 m^2) \quad (3.6)$$

Оценивая в рассматриваемом случае суммарную массу полосок, воспроизводящих верхнюю поверхность крыла, следует заменить в формулах (1.10) и (1.11) x_{i+j} на x_{i+j}^j . Затем, используя эти формулы и учитывая, что в силу (3.1) и (3.3)

$$\Sigma (x_{i+1}^1 - x_i^0) = b(1 + w)$$

а также используя равенство (3.2) и соотношение $p_1^0(x) = a_0 p_1(x)$, получим оценку суммарной массы полосок, формирующих верхнюю поверхность крыла,

$$G' \leq \rho R_0 (3a_0 P b l \sigma^{-1})^{1/2} (1 + w) / 2 \quad (3.7)$$

Суммарная масса G'' полосок, формирующих нижнюю поверхность крыла, имеет оценку, получающуюся из оценки (3.7) при замене a_0 на a_1 .

Коснемся вопроса о колебаниях крыла. В рассматриваемом случае верны формулы, получаемые из (2.4) и (2.5) при замене I_i на I_i^+ . Кроме того, имеет место формула (3.5). Вследствие этого центром жесткости и центром масс является одна точка (x_*, y) , где $x_* = \Sigma I_i^+ x_i^c / \Sigma I_i^+$. Поэтому справедливо уравнение свободных изгибных колебаний крыла в пустоте (2.8), которое после использования указанных формул и сокращения на ΣI_i^+ принимает вид, аналогичный (2.9).

Из этого уравнения следует, что все лонжероны будут совершать одинаковые свободные колебания при одинаковой начальной форме изгиба. А начальный изгиб лонжеронов одинаков, если у любого i -го из них одинаково изменяется кривизна оси $\kappa_i(y) = M_i^*(y) / [EJ_i(y)]$, где $M_i^*(y)$ – изгибающий момент в сечении лонжерона i . Используя здесь формулу (2.4) с заменой I_i на I_i^+ и представляя $M_i^*(y) = I_i^* I(y)$, замечаем, что функция $\kappa_i(y)$ одинакова для всех лонжеронов, если постоянно отношение I_i^* / I_i^+ ($i = 1, \dots, m$), где величина I_i^* , взятая с коэффициентом $p_2(y)$, характеризует долю погонной нагрузки крыла, воспринимаемую лонжероном i . Поэтому условие одинакового изгиба лонжеронов имеет вид

$$I_i^* = I_i^+ \Sigma I_i^* / \Sigma I_i^+, \quad i = 1, \dots, m, \quad \Sigma I_i^* = \int_0^b p_{\alpha q}^*(x) dx \quad (3.8)$$

Погонная нагрузка крыла на участке перекрытия элементов обшивки, связанных с лонжеронами i и $(i + 1)$, есть $p_2(y)I_i^-$, где

$$I_i^- = \int_{x_{i+1}^0}^{x_{i+1}^1} p_{\alpha q}^*(x) dx, \quad i = 1, \dots, m-1$$

А относительная доля β_i от этой нагрузки, воспринимаемая лонжероном $(i + 1)$, находится с помощью (3.8) из равенств

$$I_i^* = \int_{x_i^0}^{x_{i+1}^1} p_{\alpha q}^*(x) dx - \beta_i I_i^- - (1 - \beta_{i-1}) I_{i-1}^- \quad (\beta_0 \equiv 1)$$

$$i = 1, \dots, m-1$$

Предположим, что $\beta_i \in [0, 1]$ ($i = 1, \dots, m-1$), а $p_{\alpha q}^*(x) \leq p_1(x)/\eta_p$, где η_p – коэффициент запаса прочности. Тогда при расчете элементов обшивки, участвующих в формировании нижней поверхности крыла, можно принять $a_1 = 1$, приравняв тем самым расчетную нагрузку на нижнюю поверхность крыла к полной расчетной нагрузке.

Рассматривая колебания крыла в воздушном потоке, представим $p_{\alpha q}^*(x) = p_q^*(x)c(\alpha)$, где $c(\alpha)$ – функция угла атаки α . Так как погонная нагрузка $p_2(y) I_i^*$ лонжерона i приложена в точке (x_i^c, y) его оси, то погонная нагрузка всего крыла приложена в точке с координатой $x_p = \Sigma I_i^* x_i^c / \Sigma I_i^*$ и эта точка в силу (3.8) совпадает с центрами масс и жесткости. Поэтому изгибные колебания крыла не будут превращаться в изгибно-крутильные и описываются уравнением, которое можно получить, если в уравнении вида (2.8) учесть погонную воздушную нагрузку, вызванную деформацией, использовать выражения (2.4) и (2.5) с заменой I_i на I_i^+ и выражение (3.5), затем поделить на ΣI_i^+ . Получится уравнение, отличающееся от (2.9) тем, что в левой части вместо l_* стоит l_0 , а правая часть имеет вид

$$p_2(y) \Delta c(\alpha) c^{-1}(\alpha) \Sigma I_i^* / \Sigma I_i^+$$

Все лонжероны будут совершать одинаковые колебания, не приводящие к флаттеру.

4. Заключительные замечания. Подчеркнем некоторые особенности строения крыла. Внешняя форма лонжеронов предполагается одинаковой, а толщина кольцевого сечения каждого лонжерона пропорциональна воспринимаемой им погонной нагрузке $p_2(y)I_i^+$, причем если внешняя форма близка к конической и распределение нагрузки по размаху принять равномерным, то толщина сечения лонжерона постоянна вдоль его оси. Толщина профиля крыла близка к внешнему диаметру лонжеронов в рассматриваемом сечении. Заметим, что если в профиле крыла использовать лонжероны с разным внешним диаметром, то для обеспечения одинакового изгиба лонжеронов потребуется увеличить их массу, которая станет больше массы, необходимой для обеспечения прочности.

Для управления движением самолета целесообразно поворачивать лонжероны в плоскости крыла, имея возможности: 1) изменить сужение крыла и, как следствие, изменить площадь крыла и величину подъемной силы – для управления моментом крена, 2) изменить стреловидность крыла, т.е. переместить точку приложения подъемной силы вдоль оси фюзеляжа, – для управления моментом тангажа.

Приведем пример оценки массы крыла предлагаемой конструктивной схемы, используя характеристики самолета Як-18 [4]: взлетный вес $P_b = 1100$ кГ, коэффициент расчетной перегрузки $n_p = 13,5$, площадь крыльев $S = 17$ м², удлинение $\lambda = 6,61$, относительная толщина $\bar{c}_0 = 0,15$, сужение $\eta = 2$, диаметр фюзеляжа $d_0 \approx 1$ м.

Найдем дополнительные характеристики: средняя хорда крыла $b_c = (S/\lambda)^{1/2} \approx 1,6$ м, длина крыла $l = (\lambda b_c - d_0)/2 \approx 4,8$ м, хорда на оси фюзеляжа $b_0 = 2\eta b_c / (\eta + 1) \approx 2,13$ м, хорда крыла в месте крепления к фюзеляжу $b = b_0 - (b_0 - b_c)d_0(l + d_0/2)^{-1} \approx 2,03$ м, толщина крыла в месте крепления $c_0 = b\bar{c}_0 \approx 0,305$ м, расчетная нагрузка на крыло $P = n_p(P_b/2)(S - b_0d_0)/S \approx 6500$ кГ.

Оценим массу крыла предлагаемой конструктивной схемы с указанными выше значениями параметров l, b, c_0, P . Крыло в расчетном случае предполагается прямоугольным и соответственно имеет на 33% большую площадь, чем крыло указанного самолета. Распределение нагрузки по размаху считаем равномерным: $p_2(y) = \text{const}$. Лонжероны предполагаем коническими с радиусом в месте крепления $f(0) = 0,145$ м. Приняв число лонжеронов $m = 4$, ширину участка перекрытия $\Delta_0 = 0,05$ м, находим по формуле (3.3) значение $w = 0,0739$. Затем по формулам (3.4) и (1.6) находим суммарную массу лонжеронов $G_* = 25,5$ кг, предполагая, что материалом крыла служит сплав В95Т, у которого $\rho = 2850$ кг/м³, $\sigma = 62 \times 10^6$ кГ/м². Примем далее, что стержни, прикрепляемые к лонжеронам, конические с радиусом в месте крепления $R_0 = 0,005$ м. Коэффициенты, характеризующие расчетную нагрузку на верхнюю и нижнюю поверхности крыла, берем следующими: $a_0 = 0,6$, $a_1 = 1$. Тогда по формуле (3.6) масса стержней $G_c = 3,81$ кг. Далее, используя формулу (3.7) и заменяя в ней a_0 на a_1 при оценке G'' , найдем, что масса полосок, формирующих поверхность крыла, $G' + G'' \approx 0,75$ кг. Таким образом, полная масса двух крыльев предлагаемой схемы $2(G_* + G_c + G' + G'') \approx 60$ кг. Отметим, что масса крыльев самолета Як-18 существенно больше [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Жиров В.С. Оптимизация массы крыла // ПММ. 1994. Т. 58. Вып. 3. С. 131–143.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наук. думка, 1975. 704 с.
3. Одинокоев Ю.Г. Расчет самолета на прочность. М.: Машиностроение, 1973. 392 с.
4. Бадягин А.А., Мухамедов Ф.А. Проектирование легких самолетов. М.: Машиностроение, 1978. 207 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
2.IV.1997