

УДК 539.3

© 1998 г. И.Г. Горячева

**ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА
ДЛЯ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА**

Предлагается метод решения периодической контактной задачи для системы инденторов произвольной формы и упругого полупространства. Рассматриваются различные варианты расположения инденторов – на одном и на нескольких уровнях. Результаты используются для анализа влияния параметров микрогеометрии на характеристики дискретного контакта и напряженное состояние тел, обладающих регулярным микрорельефом.

Контактная задача в классической постановке предполагает идеальную гладкость поверхностей и сплошность области контактного взаимодействия. В действительности область контактного взаимодействия дискретна вследствие существования поверхностного микрорельефа. Для изучения влияния микрорельефа на напряженно-деформированное состояние приповерхностных слоев тел, находящихся в условиях контактного взаимодействия, необходимо решать задачу множественного контакта, т.е. смешанную задачу механики деформируемого твердого тела для системы пятен контакта, представляющих собой фактическую область контакта поверхностей, обладающих микрорельефом. Для ее решения применяются, как правило, численные методы [1, 2], при этом погрешность определения напряженно-деформированного состояния тел зависит от точности задания функции, описывающей геометрию поверхностей контактирующих тел, и точности применяемых вычислительных методов.

В механике контактного взаимодействия шероховатых тел для расчета характеристик дискретного контакта широко используется моделирование шероховатой поверхности системой сферических сегментов одинакового радиуса (неровности), высота которых принимается случайной величиной, подчиняющейся некоторому закону распределения. Предполагается, что каждая неровность деформируется упруго в соответствии с теорией Герца. Влияние же других неровностей оценивается осредненным (номинальным) давлением [3, 4]. Как будет показано ниже, такой подход может привести к погрешности в расчетах при высоких плотностях контакта, когда внедрение отдельной неровности существенно зависит от распределения фактических давлений на соседних к ней пятнах контакта.

Для поверхностей с регулярным рельефом (например, волнистая поверхность) для исследования напряженного состояния могут быть применены методы решения периодических контактных задач. Периодические контактные задачи для упругих тел рассматривались в плоской постановке [5–8], а также для поверхности, имеющей синусоидальную волнистость в двух взаимно-перпендикулярных направлениях [9].

Ниже дается решение периодической контактной задачи для системы упругих инденторов произвольной формы, моделирующей микрогеометрию одной из контактирующих поверхностей, и упругого полупространства, на базе которого анализируется влияние параметров геометрии поверхности на характеристики дискретного контакта (фактические давления и фактическая область контакта) и места концентрации напряжений в приповерхностных слоях взаимодействующих тел.

1. Постановка задачи для одноуровневой системы инденторов. Рассмотрим систему одинаковых осесимметричных упругих инденторов, форма контактирующих поверхностей которых описывается функцией $z = f(r)$, взаимодействующих без сил трения с упругим полупространством (фиг. 1). Оси инденторов перпендикулярны границе полу-

пространства $z = 0$, а точки их пересечения с границей равномерно распределены в плоскости $z = 0$ и имеют координаты (r_i, θ_{ij}) ($i = 1, 2, \dots$; $j = 1, 2, \dots, m_i$, где m_i — количество инденторов, расположенных на окружности радиуса r_i , $r_i < r_{i+1}$).

Для определения распределения давления на произвольном пятне контакта воспользуемся полученным Л.А. Галиным [10] решением контактной задачи о внедрении в упругое полупространство осесимметричного штампа ($z = f(r)$) при действии на границе полупространства вне штампа заданной пригрузки $q(r, \theta)$.

Выражение для давления $p(r, \theta)$ внутри области контакта $r \leq a$, обобщенное на случай контакта двух упругих тел, имеет вид

$$p(r, \theta) = G(r) + \frac{c(\theta)}{\sqrt{a^2 - r^2}} - \int_a^{+\infty} \int_0^{2\pi} q(r', \theta') H_2(r, \theta, r', \theta') r' dr' d\theta' \quad (1.1)$$

где

$$G(r) = \frac{E^*}{4\pi^2} \int_0^a \Delta f(r') H_1(r, r') dr' \quad (1.2)$$

$$H_1(r, r') = \int_0^{2\pi} \frac{2r'}{R(r, r', \theta')} \arctg \frac{\sqrt{a^2 - r^2} \sqrt{a^2 - r'^2}}{aR(r, r', \theta')} d\theta'$$

$$H_2(r, \theta, r', \theta') = \frac{\sqrt{r'^2 - a^2}}{\pi^2 \sqrt{a^2 - r^2} R^2(r, r', \theta - \theta')}$$

$$R(r, r', \theta') = \sqrt{r^2 - 2rr' \cos \theta' + r'^2}, \quad E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}$$

E_1, ν_1 и E_2, ν_2 — модули упругости материалов инденторов и основания соответственно. Функция $c(\theta)$ зависит от формы индентора $f(r)$. Для гладкого индентора (функция $f'(r)$ непрерывна при $r \leq a$) в силу условия равенства нулю давлений на краю области контакта, т.е. $p(a, \theta) = 0$, функция $c(\theta)$ имеет вид

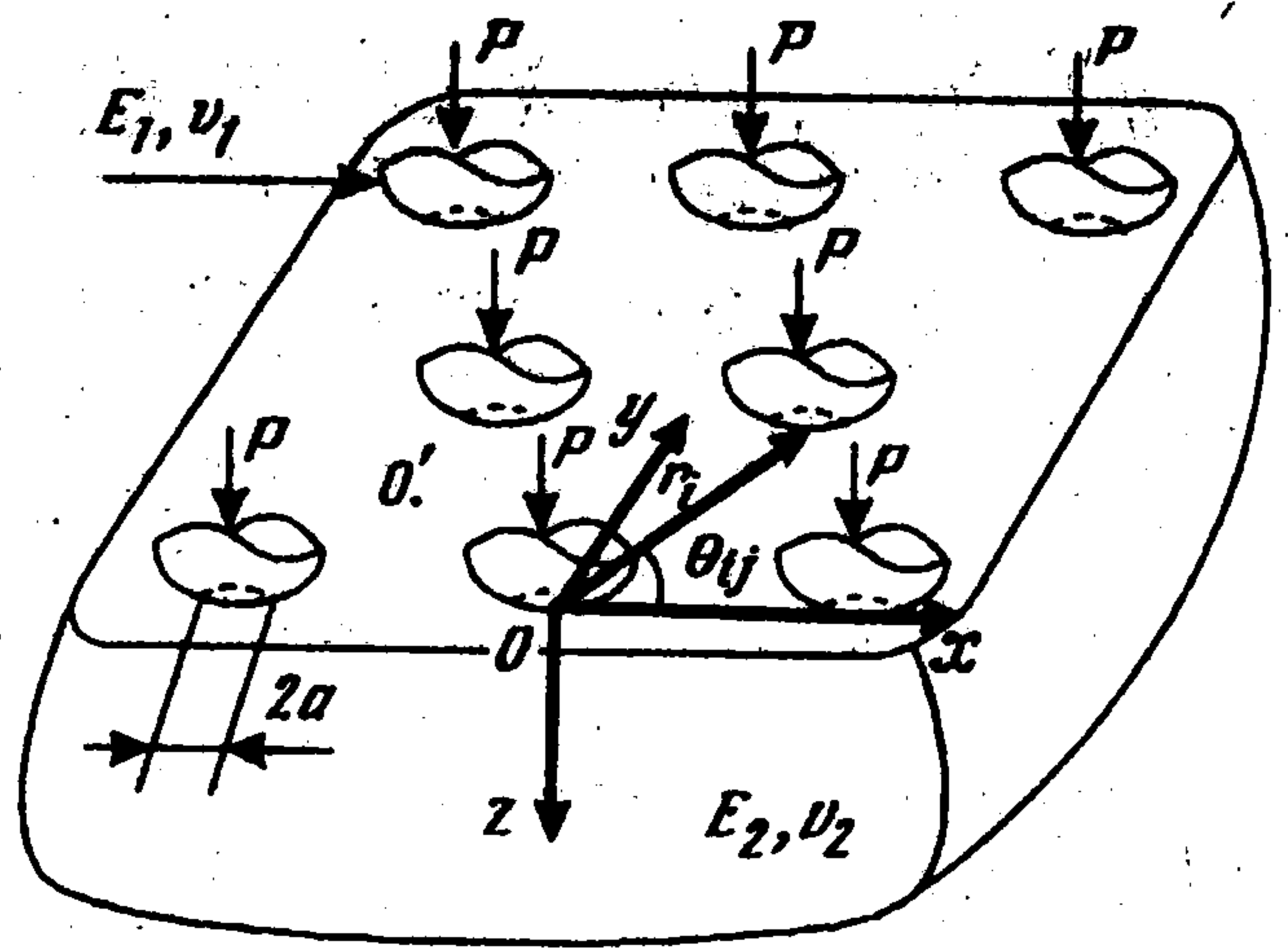
$$c(\theta) = \int_a^{+\infty} \int_0^{2\pi} q(r', \theta') H_2(a, \theta, r', \theta') r' dr' d\theta' \quad (1.3)$$

Учитывая, что в рассматриваемом случае периодической задачи пригрузка создается такими же инденторами, и предполагая, что давление под каждым индентором распределено внутри круговой площадки контакта радиуса a , получим следующее интегральное уравнение для определения контактного давления $p(r, \theta)$:

$$p(r, \theta) - \int_0^a \int_0^{2\pi} K(r, \theta, r', \theta') p(r', \theta') r' dr' d\theta' = G(r) \quad (1.4)$$

где

$$K(r, \theta, r', \theta') = \sum_{i=1}^{\infty} K_i(r, \theta, r', \theta') \quad (1.5)$$



Фиг. 1

$$K_i(r, \theta, r', \theta') = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{a^2 - r^2}} \sum_{j=1}^{m_i} [K_{ij}(a, \theta, r', \theta') - K_{ij}(r, \theta, r', \theta')] \quad (1.6)$$

$$K_{ij}(r, \theta, r', \theta') = L(r_i, r', \theta_{ij} - \theta') \lambda(r, \theta, r', \theta', r_i, \theta_{ij})$$

$$L(r_i, r', \varphi) = \sqrt{r_i^2 + r'^2 + 2r_i r' \cos \varphi - a^2}$$

$$\lambda(r, \theta, r', \theta', x, \varphi) = [(r \cos \theta - r' \cos \theta' - x \cos \varphi)^2 + (r \sin \theta - r' \sin \theta' - x \sin \varphi)^2]^{-1}$$

При выводе соотношения (1.4) было предположено, что инденторы имеют гладкую форму и, следовательно, $p(a, \theta) = 0$ (радиус a площадки контакта при этом заранее не известен).

Заметим, однако, что аналогичные рассуждения могут быть проведены и для штампов с фиксированным размером площадки контакта (например, цилиндров с плоским основанием). В результате будет получено уравнение, по своей структуре совпадающее с уравнением (1.4).

Ядро $K(r, \theta, r', \theta')$ интегрального уравнения (1.4) представлено в виде бесконечного ряда (1.5). Общий член (1.6) этого ряда может быть преобразован к виду

$$K_i(r, \theta, r', \theta') = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{a^2 - r^2}} \sum_{j=1}^{m_i} \{2(a-r) \cos(\theta_{ij} - \theta) r_i^{-2} + (a-r)[-a-r-6r' \cos(\theta_{ij} - \theta') \cos(\theta_{ij} - \theta) + 2r' \cos(\theta' - \theta)] r_i^{-3} + O(r_i^{-4})\}$$

Поскольку в случае периодической задачи для любого индентора, расположенного в точке (r_i, θ_{ij}) , существует симметричный ему в точке $(r_i, \pi + \theta_{ij})$, то первое слагаемое в фигурных скобках равно нулю. Так как $m_i \sim r_i$, общий член ряда (1.5) имеет порядок r_i^{-2} и, следовательно, этот ряд сходится.

2. Метод локализации. Наряду с интегральным уравнением (1.4) рассмотрим уравнение

$$p(r, \theta) - \int_0^a \int_0^{2\pi} \sum_{i=1}^n K_i(r, \theta, r', \theta') p(r', \theta') r' dr' d\theta' = G(r) + \bar{N} P Q(r, A_n) \quad (2.1)$$

$$P = \int_0^a \int_0^{2\pi} p(r, \theta) r dr d\theta; \quad Q(r, A_n) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{\sqrt{A_n^2 - a^2}}$$

где \bar{N} – среднее количество контактных зон на единице площади, P – нагрузка, действующая на каждое пятно контакта, смысл величины A_n поясняется ниже.

Уравнение (2.1) получено из уравнения (1.4) путем замены суммирования при $i > n$ в (1.5) интегрированием по области $(\Omega_n : r_i \geq A_n, 0 \leq \theta_{ij} \leq 2\pi)$ с учетом того, что центры контактных зон (r_i, θ_{ij}) равномерно распределены в Ω_n . Действительно

$$J_n = \sum_{i=n+1}^{\infty} K_i(r, \theta, r', \theta') \approx \bar{N} \int_{A_n}^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{L(x, r', \varphi - \theta')}{\pi^2 \sqrt{a^2 - r^2}} \times$$

$$\times [\lambda(a, \theta, r', \theta', x, \varphi) - \lambda(r, \theta, r', \theta', x, \varphi)] x dx d\varphi$$

Произведя замену переменных

$$y \cos \psi = x \cos \varphi + r' \cos \theta'$$

$$y \sin \psi = x \sin \varphi + r' \sin \theta'$$

и принимая во внимание, что $r' \leq a \ll A_n$, окончательно получим

$$J_n = \frac{\bar{N}}{\pi^2 \sqrt{a^2 - r^2}} \int_{A_n}^{\infty} \int_0^{2\pi} \sqrt{y^2 - a^2} \left[\frac{1}{R^2(a, y, \psi)} - \frac{1}{R^2(r, y, \psi)} \right] y dy d\psi =$$

$$= \bar{N} Q(r, A_n), \quad A_n^2 = \frac{1}{\pi \bar{N}} \left(\sum_{i=1}^n m_i + 1 \right)$$

(A_n – радиус круга, в котором расположено $m_1 + m_2 + \dots + m_n + 1$ центральных инденторов).

Заметим, что за счет выбора n решение уравнения (2.1) можно сколь угодно приблизить к решению исходного уравнения (1.4).

Рассмотрим более подробно структуру уравнения (2.1). Интегральный член в левой части уравнения (2.1) учитывает влияние на распределение давления на фиксированном пятне контакта фактических давлений на близлежащих к нему пятнах контакта (эффект близкодействия). Влияние же нагрузки, распределенной по удаленным пятнам контакта, учитывается вторым членом правой части, описывающим дополнительное давление, возникающее в круговой области ($r \leq a$), при действии вне ее (в области $r > A_n$) номинального давления $\bar{p} = P\bar{N}$. Действительно из соотношений (1.1) и (1.3) следует, что если вне круга радиуса A_n давление распределено равномерно, т.е. $q(r, \theta) = \bar{p}$, оно создает на площадке контакта ($r \leq a$) индентора с упругой полуплоскостью дополнительное давление

$$p_a(r) = \bar{p} Q(r, A_n)$$

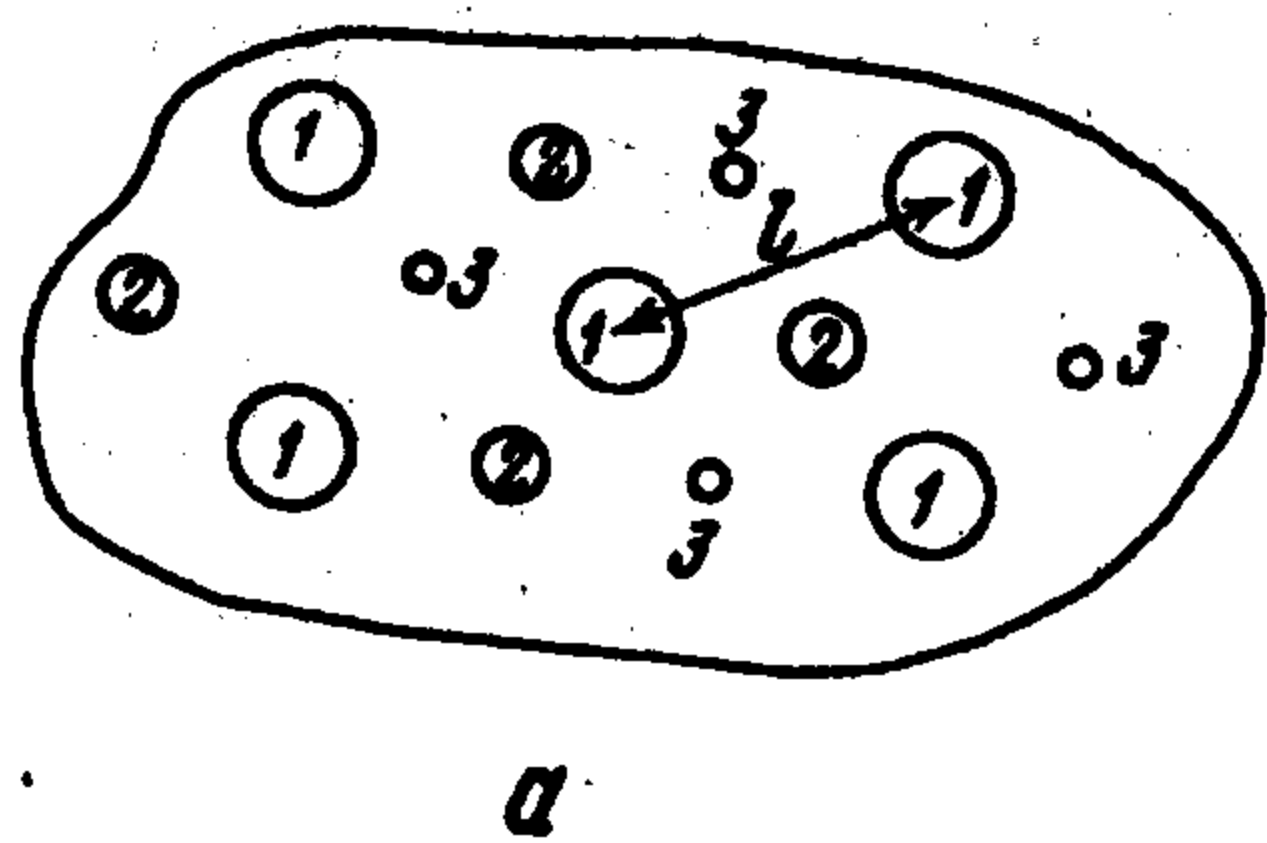
Таким образом, в периодических контактных задачах с определенной степенью точности влияние фактического давления на удаленных от рассматриваемого пятна контакта (в области Ω_n) может быть учтено путем рассмотрения в этой области номинального давления \bar{p} .

Этот результат является частным случаем более общего утверждения, которое назовем *методом локализации*: в условиях множественного контакта напряженно-деформированное состояние взаимодействующих тел вблизи отдельного пятна контакта с достаточной степенью точности может быть определено путем учета реальных условий контактирования на рассматриваемом и близлежащих к нему пятнах контакта (в локальной окрестности пятна) и осредненного по поверхности (номинального) давления на остальной части поверхности взаимодействия (номинальной области контакта). Справедливость этого утверждения подтверждена также [11] при изучении задачи множественного контакта с ограниченной номинальной областью взаимодействия.

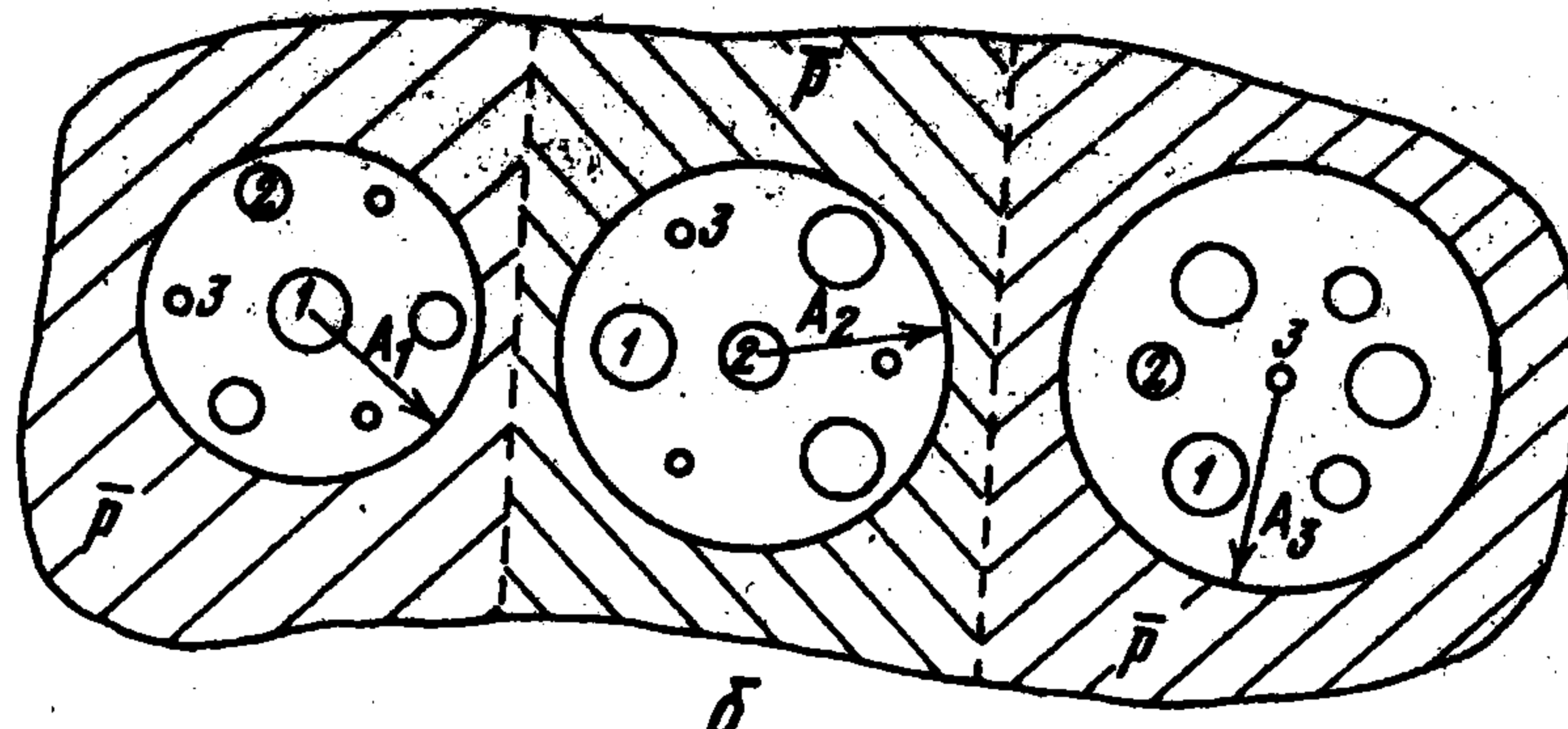
Соотношения (2.1) используются для определения давления $p(r, \theta)$ на каждом пятне контакта и радиуса a пятна контакта. Затем по известным давлениям на границе упругого полупространства определяется напряженное состояние в приповерхностных слоях. Для определения напряжений в полупространстве в качестве функций Грина можно воспользоваться решением Буссинеска (см., например, [12]).

3. Разноуровневая система инденторов. Предложенный выше метод решения периодических контактных задач для упругого полупространства может быть использован для исследования контактных характеристик при внедрении в упругое полупространство инденторов, расположенных на разных уровнях. Пусть формы контактирующих поверхностей инденторов описываются гладкими функциями $z = f_m(r) + h_m$, где величина h_m ($m = 1, 2, \dots, k$) задает высоту каждого уровня системы инденторов, k – количество уровней. Будем считать, что пятно контакта на m -м уровне – круг радиуса a_m . Пример расположения в узлах гексагональной решетки инденторов каждого уровня для $k = 3$ приведен на фиг. 2, а.

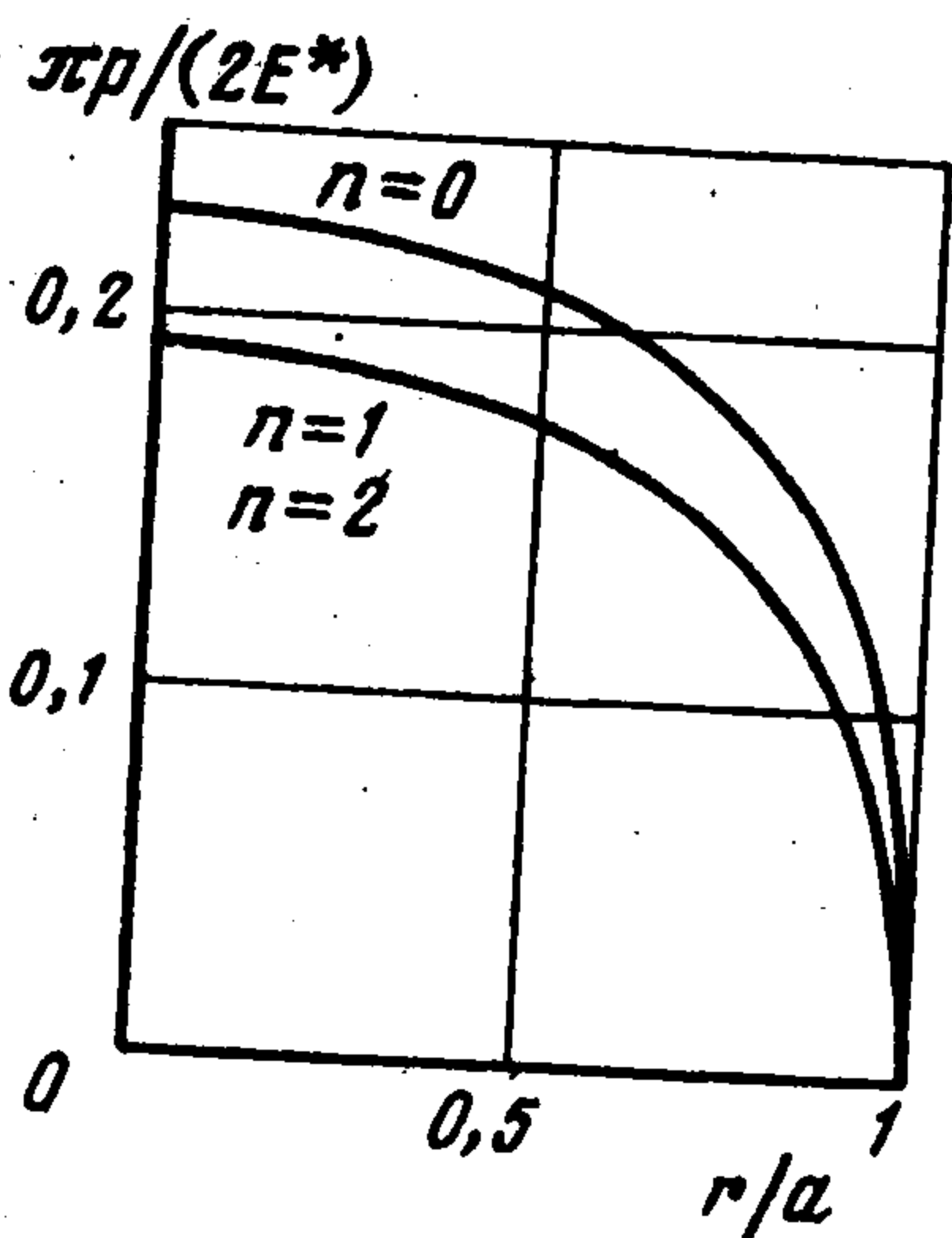
Зафиксируем произвольное пятно контакта индентора m -го уровня и поместим в его центре начало полярной системы координат (см. фиг. 2, б). Используя метод локализации, примем во внимание распределение фактических давлений $p_f(r, \theta)$



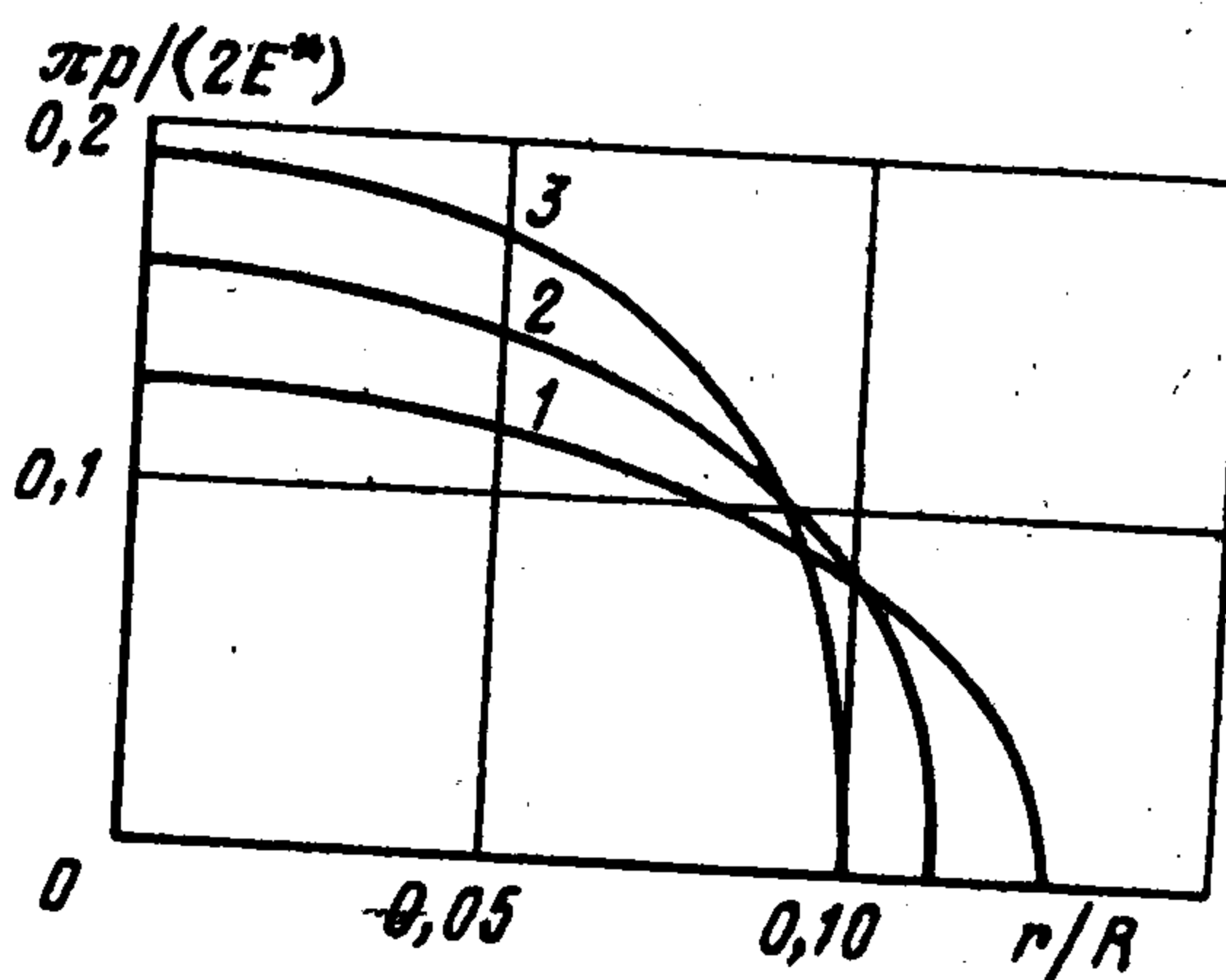
а



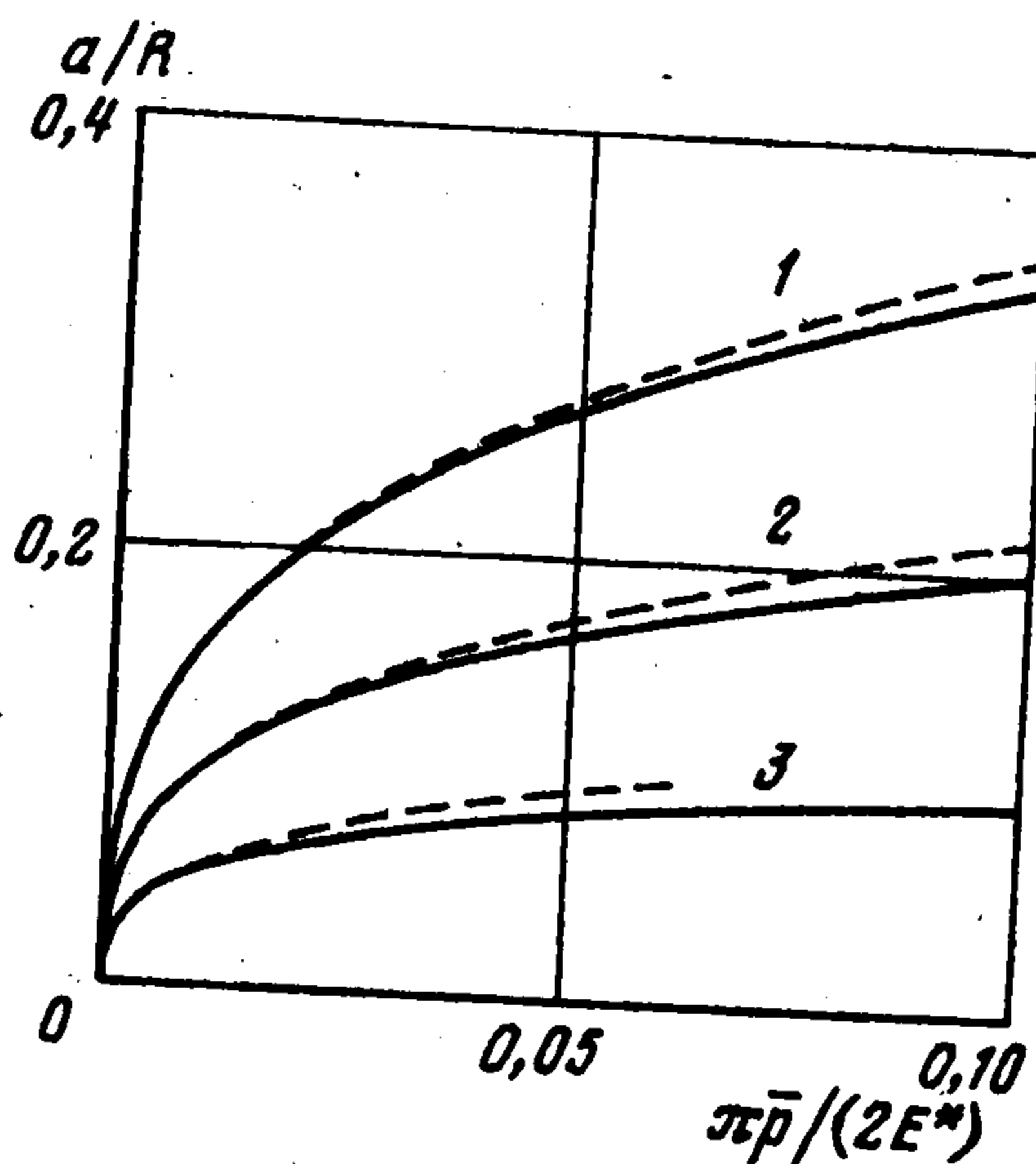
Фиг. 2



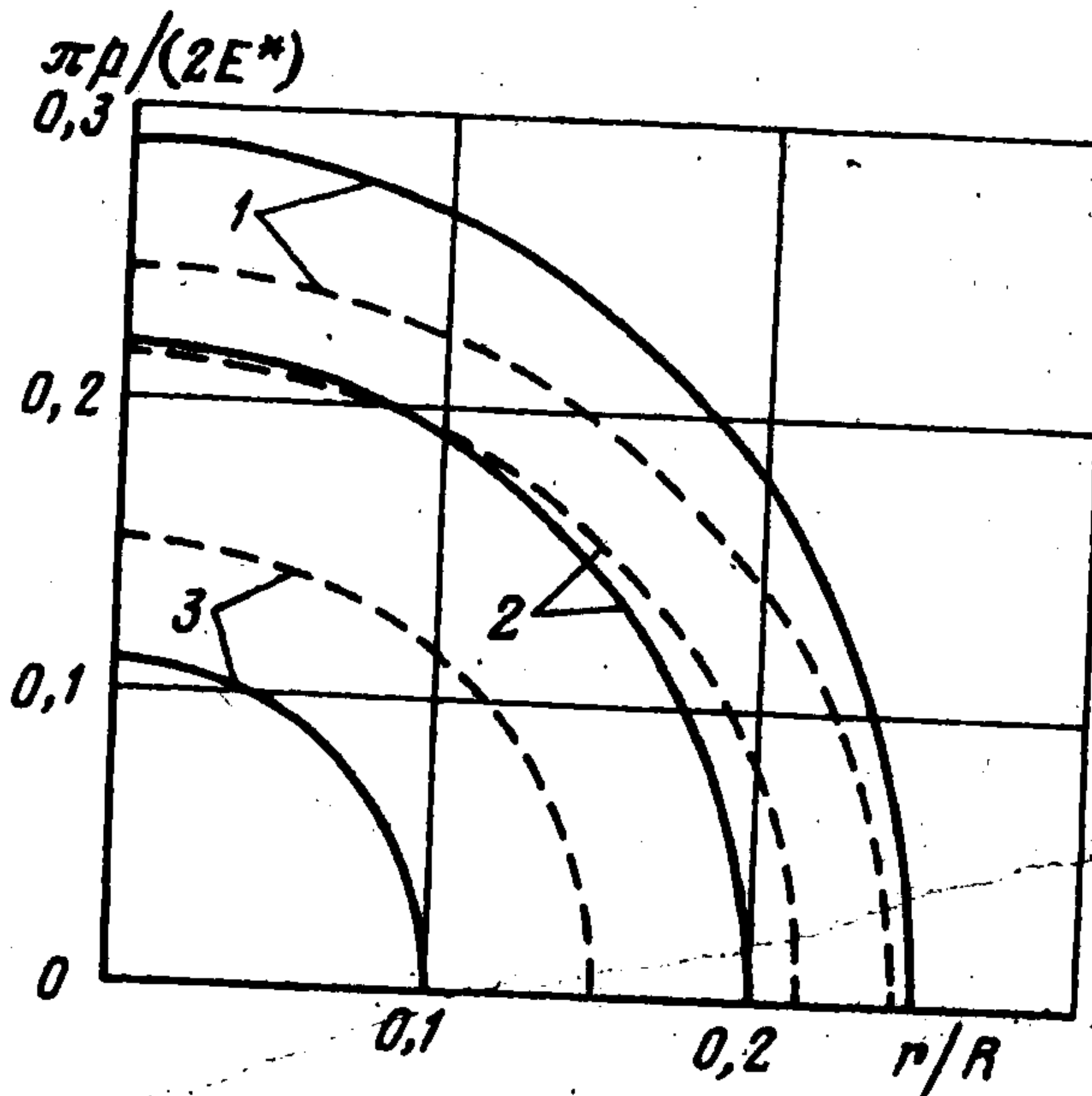
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

($j = 1, 2, \dots, k$) на всех пятнах контакта, находящихся внутри круга ($r \leq A_m$), где

$$A_m^2 = \frac{1}{\pi} \left(\sum_{j=1}^k \frac{k_{jm}}{\bar{N}_j} + \frac{1}{\bar{N}_m} \right)$$

и \bar{N}_j — плотность расположения инденторов j -го уровня, определяемая их количеством на единицу площади, k_{jm} — количество инденторов j -го уровня внутри круга ($r < A_m$) (при $j = m$ количество инденторов равно $k_{mm} + 1$). Заменяя фактические давления на удаленных пятнах контакта ($r_i > A_m$) номинальным давлением \bar{p} , действующим в области $r > A_m$,

$$\bar{p} = \sum_{j=1}^k \bar{N}_j \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} p_j(r, \theta) r dr d\theta$$

получим по аналогии с (2.1) соотношение

$$p_m(r, \theta) - \sum_{j=1}^k \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} K_{jm}(a_m, r, \theta, r', \theta') p_j(r', \theta') r' dr' d\theta' =$$

$$= G_m(r) + \frac{2\bar{p}}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_m^2 - r^2}}{\sqrt{A_m^2 - a_m^2}} \quad (3.1)$$

Ядро уравнения (3.1) имеет вид

$$K_{jm}(a_m, r, \theta, r', \theta') = \sum_{i=1}^{n_{jm}} K_i(r, \theta, r', \theta')$$

Функции $K_i(r, \theta, r', \theta')$ и $K_{ij}(r, \theta, r', \theta')$ определены соотношениями (1.6), в которых нужно положить $a = a_m$; n_{jm} — количество слоев инденторов j -го уровня внутри круга радиуса A_m . Функция G_m определена соотношением (1.2), в котором $a = a_m$ и $f = f_m$.

Записывая соотношения (3.1) для инденторов каждого m -го уровня, получим систему интегральных уравнений для определения неизвестных контактных давлений $p_m(r, \theta)$ ($m = 1, 2, \dots, k$).

Неизвестные радиусы a_m пятен контакта определяются на основании заданных высот инденторов h_m по формуле

$$h_m = \frac{1}{\pi E^*} \left[\int_0^{a_m} \int_0^{2\pi} p_m(r, \theta) r dr d\theta + 2\pi \bar{p} (A_\infty - A_m) + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{k_{jm}} \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} \frac{p_j(r, \theta) r dr d\theta}{R(r, r_{ij}, \theta - \theta_{ij})} \right] \quad (3.2)$$

где r_{ij}, θ_{ij} — координаты центров инденторов всех уровней, расположенных внутри области ($a_m < r_{ij} < A_m, 0 < \theta_{ij} < 2\pi$). Для исключения постоянной A_∞ система уравнений (3.2) составляется для разностей высот инденторов $h_1 - h_m$, где h_1 — высота самого высокого индентора. Для замыкания системы уравнений (3.2) используется уравнение равновесия

$$\bar{p} \pi A_m^2 = \sum_{j=1}^k k_{jm} \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} p_j(r, \theta) r dr d\theta + \int_0^{a_m} \int_0^{2\pi} p_m(r, \theta) r dr d\theta \quad (3.3)$$

Следует отметить, что при заданных h_m все инденторы системы войдут в контакт лишь при определенном значении номинального давления \bar{p}^* . При $\bar{p} < \bar{p}^*$ в контакте будет находиться меньшее число уровней системы инденторов.

4. Анализ напряженного состояния. Воспользуемся полученными выше соотношениями для анализа контактных характеристик и напряженного состояния упругого полупространства, находящегося в условиях множественного контакта. Особое внимание обратим на изучение влияния геометрического параметра, связанного с плотностью расположения инденторов, на исследуемые характеристики, что позволит оценить границы применимости упрощенных теорий, не учитывающих взаимное влияние отдельных пятен контакта.

Численные расчеты проводились для системы сферических инденторов ($f(r) = r^2/(2R)$, R — радиус кривизны индентора), расположенных в узлах гексагональной решетки с шагом l . Для разноуровневой системы инденторов принималось $k = 3$ (фиг. 2).

Были введены следующие безразмерные функции и параметры:

$$\rho = \frac{r}{R}, \quad A'_n = \frac{A_n}{R}, \quad a' = \frac{a}{R}, \quad l' = \frac{l}{R}, \quad p'(\rho, \theta) = \frac{\pi p(\rho R, \theta)}{2E^*}, \quad P' = \frac{\pi P}{2E^* R^2}$$

Системы уравнений (2.1) для одноуровневой и (3.1)–(3.3) — для разноуровневой

моделей решались методом итераций. Плотность расположения инденторов каждого уровня вычислялась по формуле

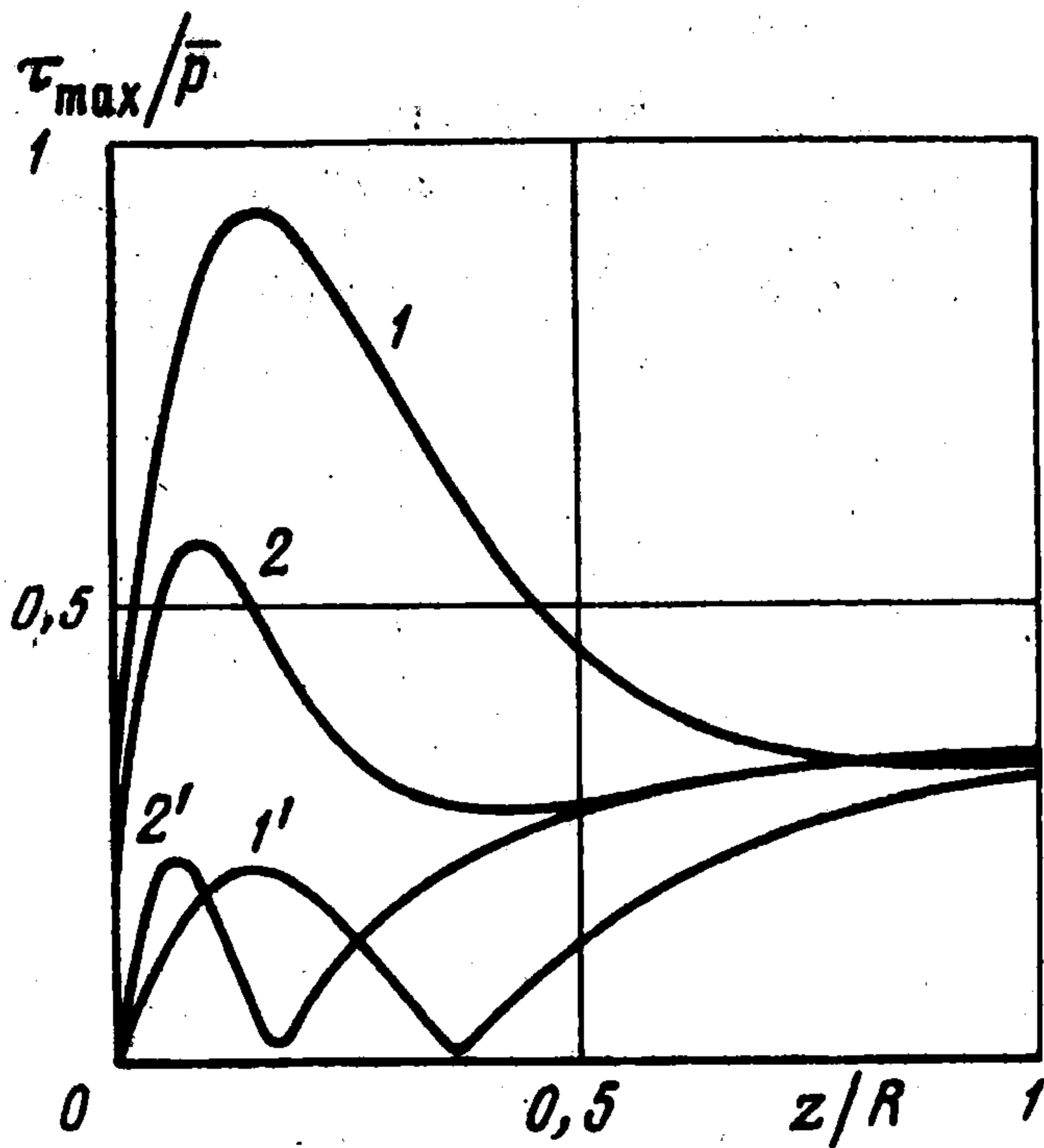
$$\bar{N}_j = 2/(l^2 \sqrt{3})$$

Для оценки точности метода локализации и выбора значения n , дающего погрешность в пределах заданной степени точности результатов, были проведены расчеты контактного давления $p'(\rho, \theta)$ для одноуровневой системы инденторов при разном значении n , характеризующем количество слоев инденторов, близлежащих к рассматриваемому индентору, на пятнах контакта которых принимается во внимание фактическое распределение давления. Так, при $n = 1$ принимаются во внимание фактические давления, распределенные на пятнах контакта, удаленных от рассматриваемого на расстояние l (6 пятен, один слой), при $n = 2-12$ пятен, удаленных от рассматриваемого на расстояние l (первый слой) и $l\sqrt{3}$ (второй слой) и т.д. Результаты расчетов для $a' = 0,1$, $l' = 0,2$ ($a/l = 0,5$, что соответствует предельному случаю плотного контакта) и $n = 0$, $n = 1$ и $n = 2$ представлены на фиг. 3. Результаты показывают, что распределения давлений, рассчитанные при $n = 1$ и $n = 2$, различаются менее чем на 0,1%. При увеличении a/l эта оценка улучшается. Поэтому при дальнейших расчетах, как правило, принимали $n = 1$.

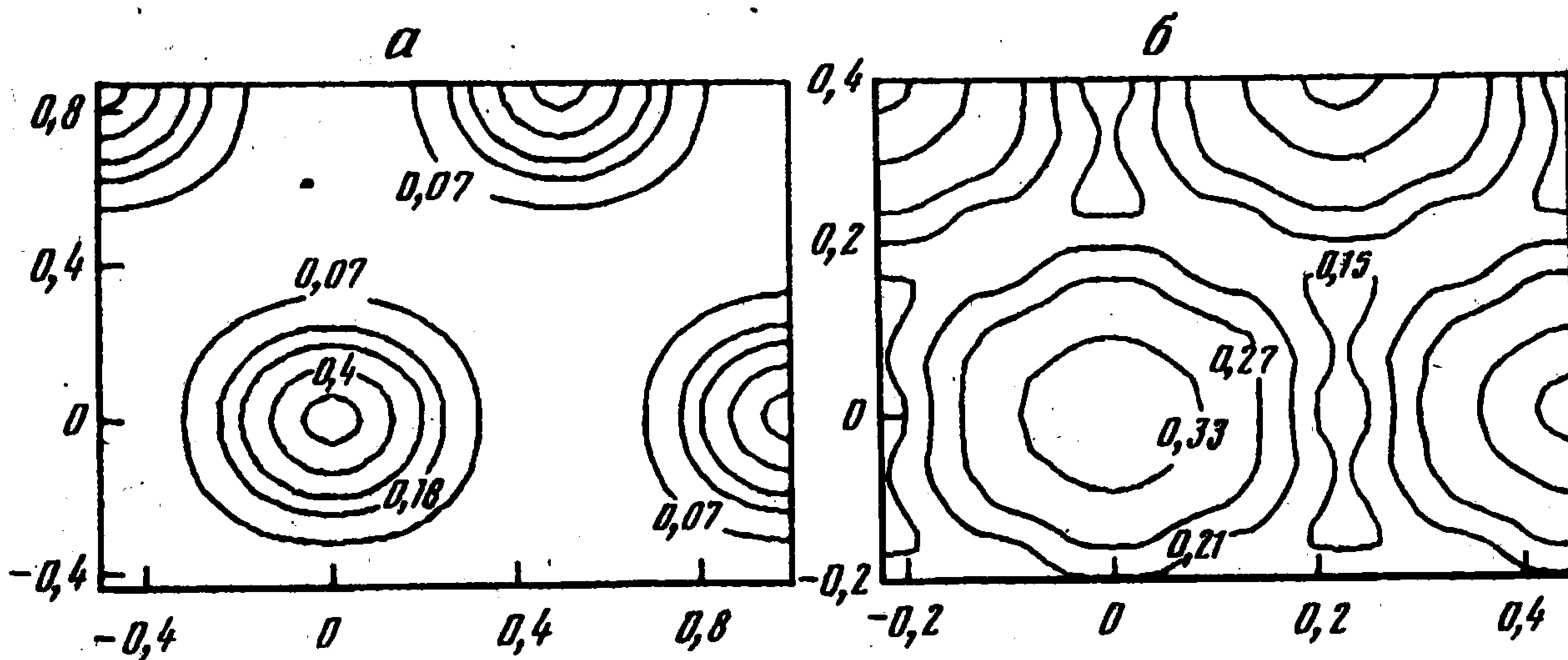
Фиг. 4 иллюстрирует зависимость фактического контактного давления под отдельным индентором, находящимся под действием нагрузки $P' = 0,0044$, при $l' = 1$ (кривая 1), $l' = 0,25$ (кривая 2) и $l' = 0,2$ (кривая 3) для одноуровневой системы инденторов. Результаты показывают, что с уменьшением расстояния l между инденторами уменьшается радиус отдельного пятна контакта и растут максимальные давления на пятне контакта, при этом плотность контакта, характеризуемая параметром a/l , возрастает ($a/l = 0,128$ (кривая 1), $a/l = 0,45$ (кривая 2), $a/l = 0,5$ (кривая 3)). Кривая 1 практически совпадает с распределением давления, рассчитанным по теории Герца, что позволяет заключить, что при малых значениях параметра a/l при расчетах фактических давлений можно пренебречь взаимным влиянием пятен контакта.

Зависимости радиуса пятна контакта от безразмерного номинального давления $\bar{p}' = \bar{p}\pi/(2E^*)$, построенные при $l' = 1$ (кривая 1), $l' = 0,5$ (кривая 2) и $l' = 0,2$ (кривая 3), приведены на фиг. 5. Для сравнения штриховыми линиями показаны соответствующие кривые, построенные по теории Герца. Расчеты показывают, что при постоянном номинальном давлении \bar{p} с уменьшением относительного расстояния между инденторами l/R уменьшается радиус отдельного пятна контакта и, следовательно, фактическая площадь контакта. Сравнение с кривыми Герца дает возможность заключить, что при $a/l < 0,25$ расхождение в расчетах фактической площади контакта по предлагаемому здесь методу и по теории Герца не превышает 2,5%. При больших номинальных давлениях и, следовательно, высоких плотностях контакта это различие становится весьма существенным. Так, при $l' = 0,5$ (кривые 2) и $a/l = 0,44$ погрешность при расчетах по теории Герца составляет 15%.

Интерес представляет исследование контактных характеристик для разноуровневой системы инденторов, поскольку в силу эффекта взаимного влияния, учитываемого данной моделью, момент вступления в контакт каждого нового уровня инденторов определяется не только номинальным давлением и высотой индентора, но и плотностью расположения пятен контакта, которая существенно влияет на кривизну границы полупространства между пятнами контакта. Были проведены расчеты для системы инденторов с фиксированной разницей высот различных уровней: $(h_1 - h_2)/R = 0,014$ и $(h_1 - h_3)/R = 0,037$. На фиг. 6 приведены графики распределения давления на пятнах контакта каждого уровня при общей нагрузке на три индентора, равной 0,059. Сплошные кривые 1, 2, 3 построены на основании решения периодической задачи для инденторов каждого уровня с высотами h_1 , h_2 и h_3 соответственно, а штриховые кри-



Фиг. 7



Фиг. 8

вые получены по теории Герца. Расчеты показывают, что чем меньше высота индентора, тем сильнее радиус пятна контакта и распределение давления на нем отличаются от соответствующих результатов теории Герца.

Исследование напряженного состояния внутри упругого полупространства при его взаимодействии с системой одноуровневых инденторов показало, что увеличение напряжений имеет место в приповерхностном слое, толщина которого соизмерима с половиной периода, причем величина напряжений в этом слое существенно зависит от параметра a/l . На фиг. 7 приведены зависимости максимальных касательных напряжений τ_{max}/\bar{p} от глубины z/R , рассчитанные при различных значениях параметра l' и $\bar{p}' = 0,12$. Кривые 1, 1' и 2, 2' построены при $l' = 1$ ($a' = 0,35$) и $l' = 0,5$ ($a' = 0,21$) соответственно, на оси Oz , проходящей через центр пятна контакта (кривые 1 и 2), и вдоль оси $O'z$ (см. фиг. 1), проходящей через центр ненагруженной зоны (кривые 1' и 2'). Расчеты показали, что зависимость внутренних напряжений от параметра плотности контакта a/l заметно проявляется лишь при достаточно больших относительных размерах пятна контакта $0,25 < a/l \leq 0,5$. С увеличением параметра a/l максимальные значения максимальных касательных напряжений падают, а точка их достижения приближается к границе. При этом перепад напряжений на фиксированной глубине уменьшается. Предельные значения напряжений при $z \rightarrow \infty$ определяются значениями номинальных контактных давлений \bar{p} .

На фиг. 8 приведены изолинии функции τ_{\max}/P в плоскости Oxy , находящейся на глубине $z/R = 0,08$, где максимальные касательные напряжения близки к своим наибольшим величинам. Изолинии построены на участке плоскости ($-l'/2 < x < l'$, $-l'\sqrt{3}/4 < y < l'\sqrt{3}/2$) для случая $a' = 0,2$ и $l' = 1$ (фиг. 8, а), $l' = 0,44$ (фиг. 8, б). Результаты показывают, что при увеличении плотности контакта значения максимальных касательных напряжений на фиксированной глубине изменяются незначительно. Аналогичный вывод может быть сделан относительно всех компонент напряжений.

Таким образом, возрастание плотности контакта приводит к возникновению на некоторой глубине напряженного подповерхностного слоя. Концентрация напряжений в этом слое может привести к развитию в нем пластических деформаций и зарождению микротрещин. Полученные результаты качественно совпадают с выводами, сделанными [8] при исследовании контактного взаимодействия синусоидального штампа с упругой полуплоскостью.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (98-01-00901).

ЛИТЕРАТУРА

1. Seabra J., Berthe D. Influence of surface waviness and roughness on the normal pressure distribution in the Hertzian contact // Trans. ASME. J. Tribol. 1987. V. 109. № 3. P. 462–470.
2. Cole S.J., Sayles R.S. A numerical model for the contact of layered elastic bodies with real rough surfaces // Trans. ASME. J. Tribol. 1991, V. 113. № 2. P. 334–340.
3. Greenwood J.A., Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1966. V. 295. № 1442. P. 300–319.
4. Greenwood J.A., Tripp J.H. The elastic contact of rough spheres // Trans. ASME. Ser E.J. Appl. Mech. 1967. V. 34. № 1. P. 153–159.
5. Westergaard H.M. Bearing pressure and cracks // J. Appl. Mech. 1939. V. 6. № 1. P. 49–53.
6. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М., Л.: Гостехиздат, 1949. 270 с.
7. Кузнецов Е.А. Периодическая основная смешанная задача теории упругости для полуплоскости // Прикл. механика. 1976. Т. 12. № 9. С. 89–97.
8. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Влияние шероховатости на напряженное состояние фрикционно контактирующих тел // Прикл. механика. 1978. Т. 14. № 9. С. 62–68.
9. Johnson K.L., Greenwood J.A., Higginson J.G. The contact of elastic regular wavy surfaces // Intern. J. Mech. Sci. 1985. V. 27. № 6. P. 383–396.
10. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 303 с.
11. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 253 с.
12. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1955. 492 с.