

УДК: 533.6.011.5, 629.7.025.1

© 1998 г. С.А. Таковицкий

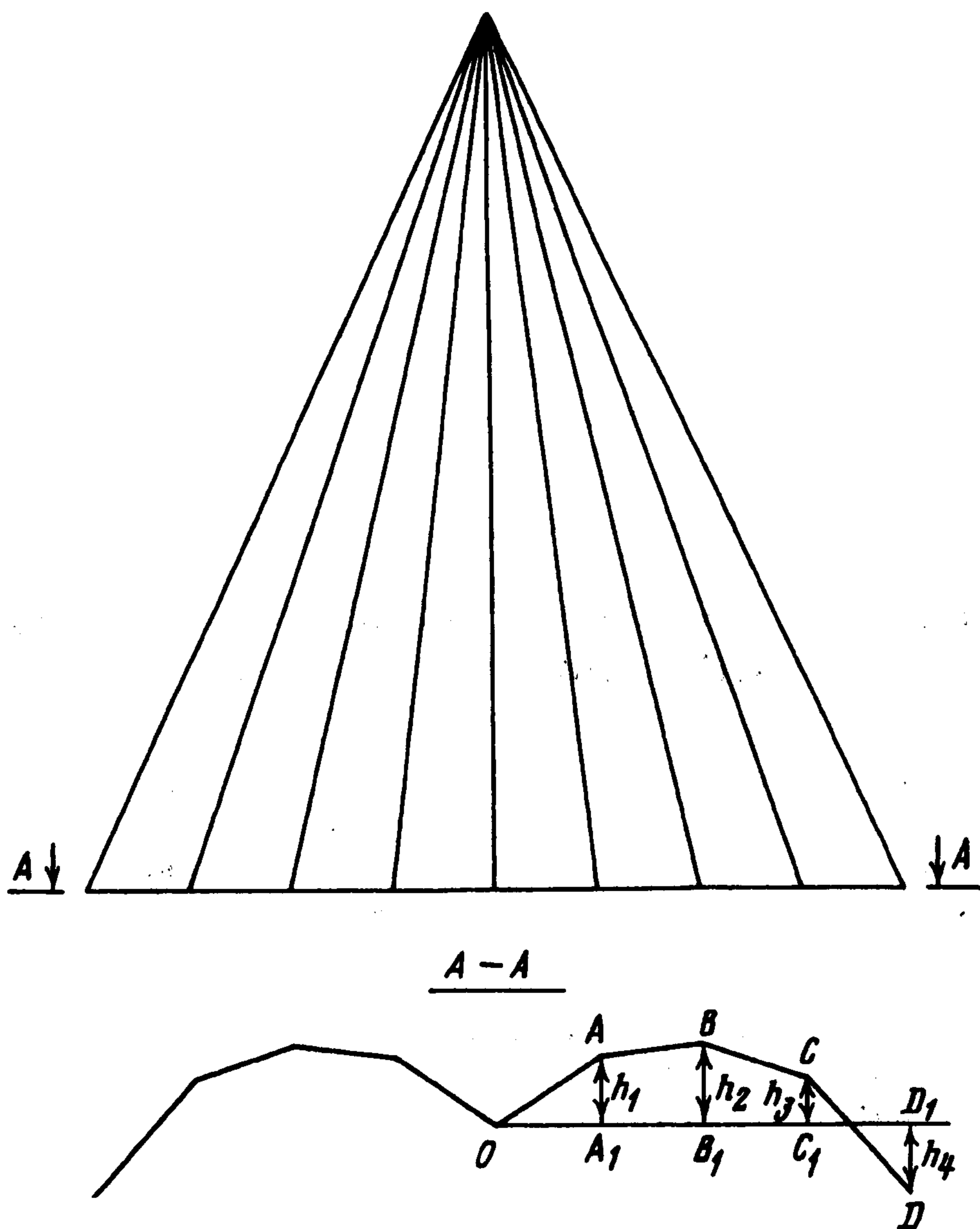
## О ВЫБОРЕ СИСТЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМИЗИРУЕМОГО КРЫЛА

Прямой оптимизационный метод определен формой крыла, позволяющая увеличить аэродинамическое качество при заданной подъемной силе в сверхзвуковом потоке идеального газа. Течение около крыла и его характеристики рассчитывались в рамках модели, базирующейся на системе уравнений Эйлера. Из локального анализа распределения нагрузки на крыле предложен способ выбора системы геометрических параметров, обеспечивающей быструю сходимость к оптимуму. Установлено, что один из параметров системы (угол поворота консолей крыла относительно центральной хорды) очень слабо влияет на аэродинамические характеристики крыла.

При проектировании крыльев с оптимальными характеристиками при сверхзвуковых скоростях полета ответы на многие вопросы могут быть получены с помощью достаточно простых моделей течения, в том числе базирующихся на линеаризованных уравнениях движения [1, 2]. В частности, было показано, что коническая деформация треугольного в плане крыла позволяет добиться значительного увеличения аэродинамического качества при заданной подъемной силе. Переход к пространственной деформации дает заметно меньший прирост аэродинамического качества. Получение более точных данных обеспечивает модель течения Эйлера, а в диапазоне больших сверхзвуковых скоростей – теория тонкого ударного слоя [3, 4].

Наиболее перспективным представляется применение прямых оптимизационных методов, объединяющих методы вычислительной аэродинамики и методы численной оптимизации. Прямые методы предполагают перебор большого числа вариантов, что выдвигает высокие требования к ресурсам вычислительной машины, особенно при большом числе независимых параметров, задающих геометрию летательного аппарата. Однако прямые методы проектирования обладают важным достоинством – возможностью контроля процесса проектирования. В некоторых случаях на основе принципа постепенного усложнения формы крыла с отслеживанием изменения аэродинамических характеристик удается определить класс простейших деформаций [3]. Эффективность прямых оптимизационных методов может быть значительно повышена посредством надлежащего выбора системы геометрических параметров.

1. Решается задача определения при заданных значениях числа Маха, коэффициента подъемной силы  $C_y$  и угла стреловидности по передней кромке  $\chi$  максимального значения аэродинамического качества  $K$  и соответствующей формы крыла. Рассматривается класс бесконечно тонких треугольных в плане крыльев, поверхности которых образованы плоскими элементами, стыкующимися вдоль выходящих из вершины лучей. Число плоских элементов изменялось от 2 до 32. Соответственно аэродинамическое качество крыла из  $N$  элементов в дальнейшем будем обозначать  $K_N$ . Крыло из восьми плоских элементов показано на фиг. 1.



Фиг. 1

Поверхность крыла деформируется таким образом, что выполняются условия равенства длин отрезков  $|OA_1| = |A_1B_1| = |B_1C_1| = |C_1D_1|$ , где  $A_1, B_1, C_1, D_1$  – проекции угловых точек  $A, B, C, D$  на базовую плоскость (совпадает с плоским крылом). Форма крыла в плане совпадает с формой исходного плоского крыла. Условие неизменности площади омываемой поверхности не ставилось. Таким образом, геометрия крыла полностью определяется заданием величин  $h_1, h_2, h_3, h_4$  вертикального смещения точек  $A, B, C, D$  относительно базовой плоскости. Принято, что положительное изменение параметров  $h_1, h_2, h_3, h_4$  отвечает смещению соответствующих точек в подветренную сторону. При вычислении коэффициентов аэродинамических сил в качестве характерной площади использовалась площадь плоского крыла.

В рассматриваемом случае аэродинамическое качество и коэффициент подъемной силы крыла являются функциями геометрических параметров и угла атаки. Таким образом, имеем задачу на максимум функции многих переменных с дополнительным условием типа равенства:

$$K_8(h_1, h_2, h_3, h_4, \alpha) = \max, C_y(h_1, h_2, h_3, h_4, \alpha) = \text{const}$$

где  $\alpha$  – угол атаки.

Поскольку исследования ограничиваются диапазоном умеренных углов атаки, то производная коэффициента подъемной силы по углу атаки положительна и для каждого набора значений геометрических параметров существует единственное значение  $\alpha$ , обеспечивающее сохранение подъемной силы. Это позволяет использовать методы, апробированные для задач о безусловном максимуме (минимуме) функций многих переменных в неограниченной области.

2. Ни один из методов численной оптимизации, используемых при решении задач аэродинамического проектирования, не позволяет полностью избежать трудностей при

исследовании целевой функции со сложной топографией – при наличии оврагов, локальных минимумов и максимумов. Часто сложная топография является следствием того, что не была учтена какая-то закономерность, выражающаяся в связи между переменными. Поэтому успешное решение оптимизационной задачи в значительной степени зависит от правильного выбора системы параметров.

В данной работе максимальное значение аэродинамического качества и соответствующие значения геометрических параметров определялись методом покоординатного спуска. Он заключается в последовательном нахождении экстремальных значений независимых переменных. Процесс повторяется до сходимости к некоторым оптимальным значениям, когда дальнейшее варьирование параметров не дает увеличения аэродинамического качества. При этом угол атаки, обеспечивающий сохранение коэффициента подъемной силы, находился интерполяцией по результатам расчетов обтекания крыла под углами атаки, при которых получаются близкие к заданному значения коэффициента подъемной силы.

Метод покоординатного спуска легко реализуется на ЭВМ. Однако при произвольном выборе независимых переменных покоординатный спуск не всегда обеспечивает быструю сходимость к оптимуму. Для рассматриваемой задачи удалось определить систему геометрических параметров, при варьировании которых сходимость процесса значительно ускорилась.

Выбор системы параметров проводился в предположении о малости угла атаки ( $\alpha \rightarrow 0$ ), деформации крыла ( $h_i/l \rightarrow 0$ ,  $h_i \operatorname{tg} \chi/l \rightarrow 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $l$  – длина крыла,  $n = N/2$  – число геометрических параметров) и справедливости теории "полос", согласно которой трехмерное тело разделялось на полоски рядом параллельных плоскостей в направлении набегающего потока и считалось, что взаимодействие между полосками отсутствует. Нагрузка, действующая на полоску, определялась по формуле Аккерета для линеаризованного сверхзвукового обтекания тонкого профиля.

В случае крыла, образованного восемью элементами, имеем следующие соотношения, устанавливающие связь между значениями местных углов атаки отдельных элементов:

$$\alpha_k = \alpha_1 + ((k-1)h_k - kh_{k-1})/l, \quad k = 2, 3, 4$$

Первым элементом крыла считается ближайший к плоскости симметрии элемент, последним – элемент, наиболее удаленный от плоскости симметрии. Входящая в уравнения длина  $l$  крыла является нормирующим коэффициентом для параметров  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4$  и без ограничения общности рассуждений может быть положена равной единице.

Далее, из условия сохранения подъемной силы несложно получить соотношения для местных углов атаки в зависимости от геометрических параметров и угла атаки  $\alpha_f$  плоского крыла:

$$\alpha_1 = \alpha_f + (2h_1 + 2h_2 + 2h_3 - 3h_4)/(4l)$$

$$\alpha_2 = \alpha_f + (-6h_1 + 6h_2 + 2h_3 - 3h_4)/(4l)$$

$$\alpha_3 = \alpha_f + (2h_1 - 10h_2 + 10h_3 - 3h_4)/(4l)$$

$$\alpha_4 = \alpha_f + (2h_1 + 2h_2 - 14h_3 + 9h_4)/(4l)$$

В рамках сделанных предположений нагрузка на каждый элемент крыла прямо пропорциональна местному углу атаки. Поэтому направление, по которому происходит наискорейшее изменение нагрузки на элементе крыла, совпадает с направлением градиента функции местного угла атаки. И наоборот: при движении по направлению, перпендикулярному градиенту, нагрузка на элементе не будет изменяться. В рассматриваемом случае имеем следующие (с точностью до трех значащих цифр) выражения для градиентов (единичной длины) в пространстве, задаваемом геометрическими параметрами ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ ):

$$\mathbf{g}_1 = (0,436; 0,436; 0,436; -0,655)$$

$$\mathbf{g}_2 = (-0,651; 0,651; 0,217; -0,325)$$

$$\mathbf{g}_3 = (0,137; -0,685; 0,685; -0,206)$$

$$\mathbf{g}_4 = (0,118; 0,118; -0,829; 0,533)$$

Данные четыре вектора не являются линейно независимыми, что является следствием условия сохранения подъемной силы, и существует единственный (с точностью до знака) единичный вектор  $\mathbf{g}_0 = (0,183; 0,365; 0,548; 0,730)$ , ортогональный каждому из них. Этот вектор соответствует повороту консолей крыла относительно центральной хорды. При движении по направлению, задаваемому вектором  $\mathbf{g}_0$ , нагрузка на крыле изменяется слабо. Таким образом, определен геометрический параметр стабильности аэродинамических характеристик крыла.

В малой окрестности точки оптимума приращение достаточно гладкой функции обычно представимо в виде квадратичной формы:

$$K_8(r_1, r_2, r_3, r_4) - K_8(r_{10}, r_{20}, r_{30}, r_{40}) = \sum_{i=1}^4 A_i (r_i - r_{i0})^2$$

где  $r_i$  – геометрические параметры (в дальнейшем будем называть их основными), а  $r_{i0}$  – их оптимальные значения. В случае локального или глобального максимума квадратичная форма – отрицательно определенная, т.е. коэффициенты  $A_i$  не положительны. Задача заключается в определении системы основных геометрических параметров, после чего поиск оптимума предельно упрощается: достаточно по отдельности проварьировать каждый параметр.

Одним из таких параметров является параметр стабильности аэродинамических характеристик. Он оказывает наислабейшее влияние на характеристики крыла и принимается последним (в данном случае четвертым) параметром системы. Остальные параметры предлагается определять из следующих условий. Сначала устанавливается оптимальная нагрузка на ближайшем к передней кромке элементе крыла, затем на следующем элементе (при условии, что нагрузка на прооптимизированном элементе не меняется), и так далее. Таким образом, вектор третьего параметра системы должен быть ортогонален векторам  $\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4$ . Вектор второго параметра ортогонален  $\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_4$  и вектору третьего параметра. И наконец, для вектора первого параметра имеем условия ортогональности векторам второго, третьего и четвертого параметров. Отсюда получаем следующие соотношения, связывающие основные геометрические параметры с параметрами  $h_i$ :

$$r_1 = (0,118h_1 + 0,118h_2 - 0,829h_3 + 0,533h_4)/l$$

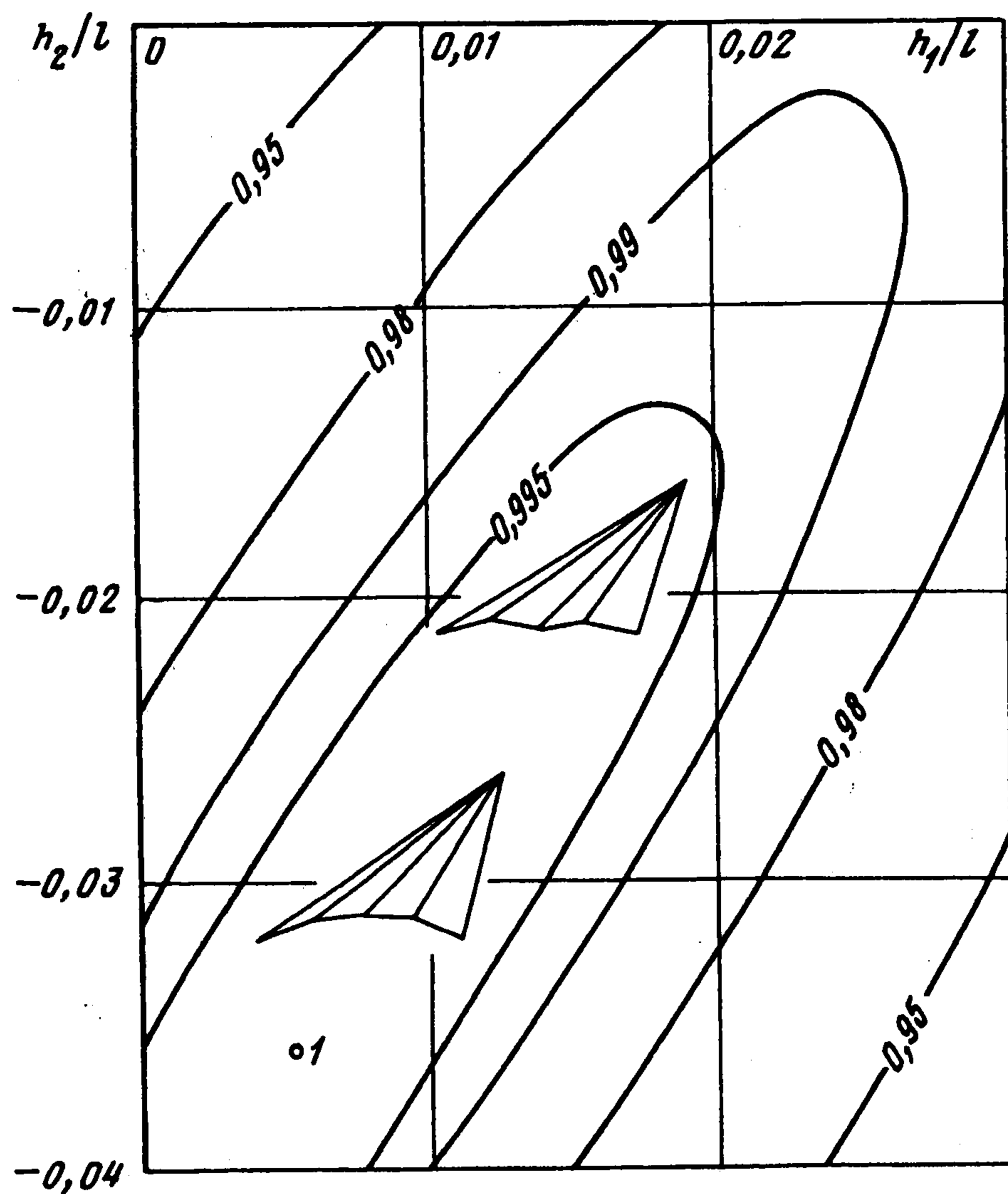
$$r_2 = (0,336h_1 - 0,892h_2 + 0,103h_3 + 0,284h_4)/l$$

$$r_3 = (0,916h_1 + 0,239h_2 - 0,040h_3 + 0,319h_4)/l$$

$$r_4 = (0,183h_1 + 0,365h_2 + 0,548h_3 + 0,730h_4)/l$$

Коэффициенты в уравнениях выбраны таким образом, чтобы единичному вектору в пространстве основных параметров соответствовал имеющий длину  $l$  вектор в пространстве первоначально выбранных параметров.

3. Течение идеального газа около крыла является коническим и рассчитывалось через установление по продольной координате. Стационарные уравнения движения записывались в консервативной форме, что позволило получить корректную информацию о скачках уплотнения и других разрывах течения без специального отслеживания их пространственного положения. Интегрирование уравнений Эйлера проводилось по явной конечно-разностной схеме Мак-Кормака с использованием многозонного подхода при построении расчетной сетки [5]. Рассчитываемая область течения разбивалась на две близкие по форме к четырехугольным зоны, расположенные над и под крылом.



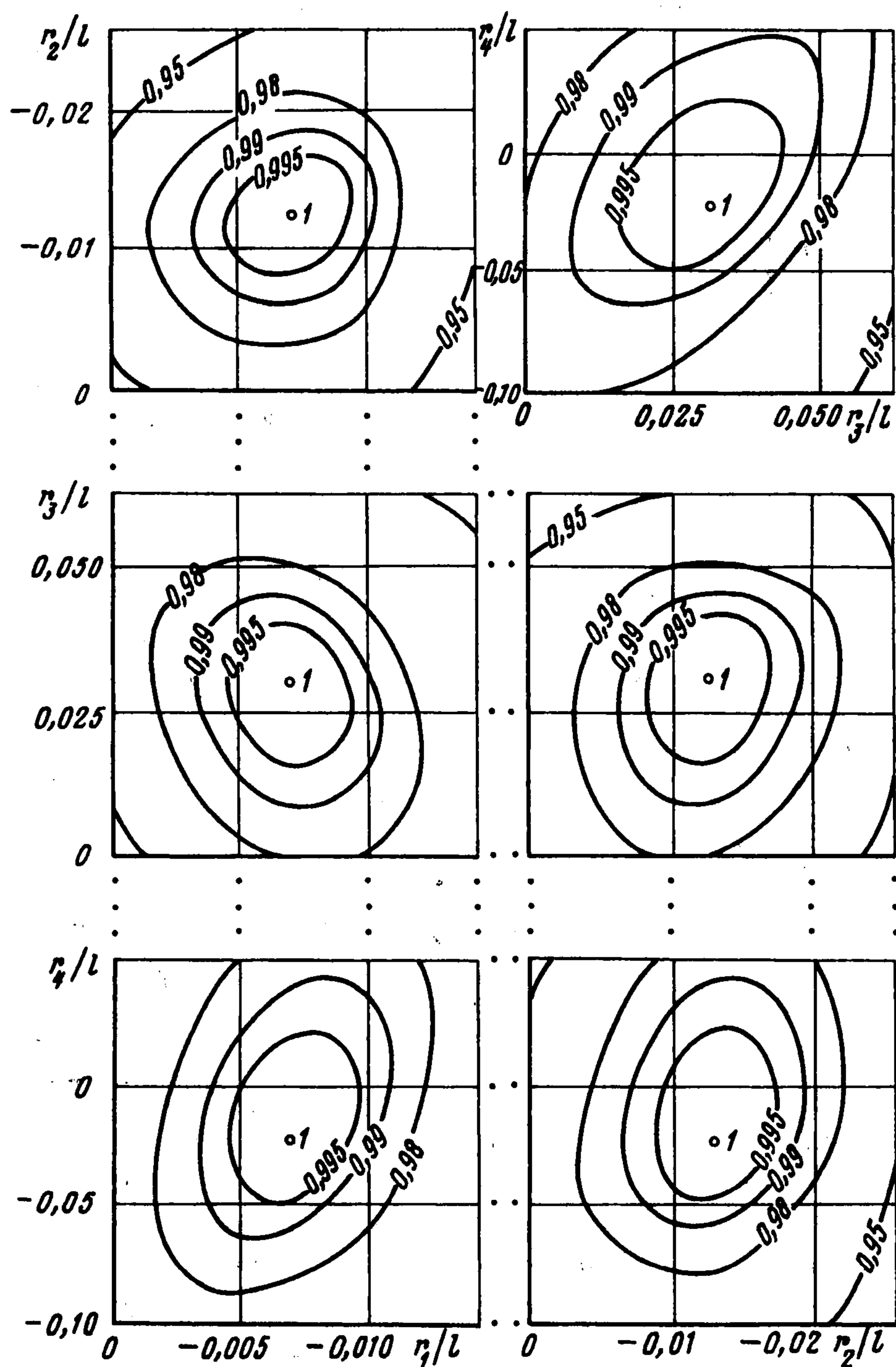
Фиг. 2

Размеры зон выбирались таким образом, чтобы возмущения, вносимые крылом в течение, не выходили за их пределы. Поэтому на внешних границах зон задавались газодинамические переменные, соответствующие невозмущенному потоку. Для узлов сетки, расположенных на поверхности крыла, граничными являлись условия непротекания. В плоскости симметрии выполнялись известные принципы отражения.

Для оптимизационных расчетов использовалась сетка, которая в каждой из двух зон имела по 41 узлу в направлении по нормали к плоскости крыла и по 77 узлов в направлении по нормали к плоскости симметрии. При этом на нижней и верхней поверхностях консоли крыла размещалось по 49 узлов. Для проверки полученных результатов проводилось двухкратное и четырехкратное измельчение сетки (в каждом направлении). В последнем случае суммарное число узлов расчетной сетки составляло около 100 тысяч в каждом поперечном сечении.

4. Оптимизационные исследования проведены для крыла с углом стреловидности по передней кромке  $\chi = 60^\circ$  при  $M = 2$  и для крыла с углом  $\chi = 75^\circ$  при  $M = 4$ . При этом коэффициент подъемной силы  $C_y = 0,1$ . В обоих случаях получены качественно совпадающие результаты.

Аэродинамическое качество (АК) крыла, состоящего из четырех плоских элементов, зависит от двух параметров и рельеф задаваемой им поверхности может быть представлен линиями уровня (на фиг. 2 представлен случай крыла с  $\chi = 75^\circ$  при  $M = 4$  и  $C_y = 0,1$ ). Эллиптический характер линий уровня свидетельствует о котловинном рельефе и подтверждает справедливость сделанного ранее предположения о представлении изменения АК квадратичной формой. Сильная вытянутость линий и большой угол наклона к осям координат приводит к медленной сходимости спуска по координатам  $h_1, h_2$ . Однако из предыдущего анализа известно, что линии уровня вытянуты по направлению, определяемому геометрическим параметром стабильности. Поэтому можно сделать замену переменных и двигаться по направлениям основных геометри-



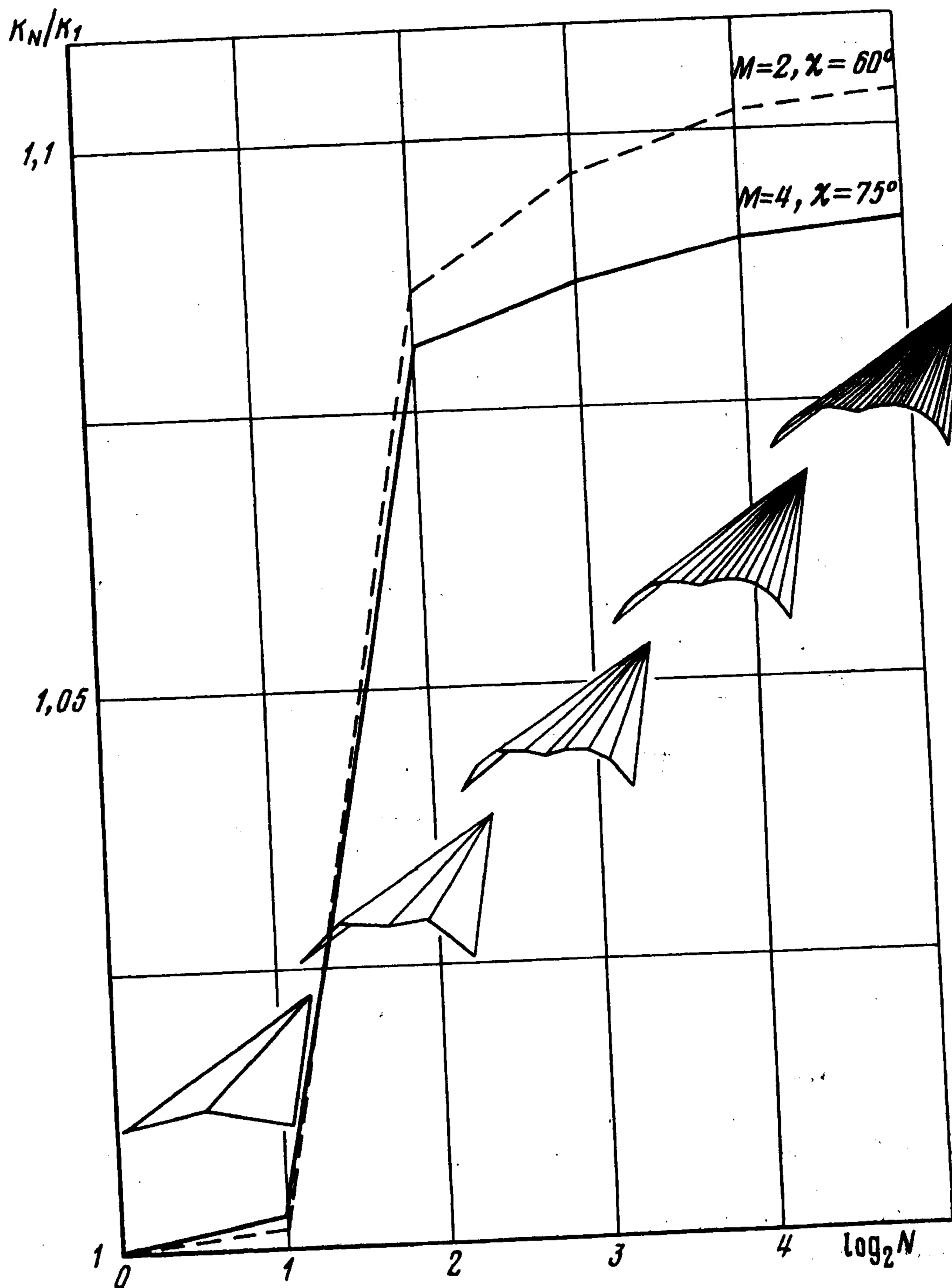
Фиг. 3

ческих параметров  $r_1 = (-0,894h_1 + 0,447h_2)/l$ ,  $r_2 = (0,447h_1 + 0,894h_2)/l$ , которые практически параллельны осям эллипсов. Это обеспечивает быстрое и точное определение оптимума. Заметим, что при  $M = 2$  линии уровня еще более вытянуты, чем при  $M = 4$ . В этом случае спуск по координатам  $h_1, h_2$  не обеспечивает сходимости к точке оптимума и замена переменных становится просто необходимой.

С практической точки зрения геометрический параметр стабильности проявляется в существовании крыльев, которые сильно отличаются по форме и в тоже время имеют одинаковые аэродинамические характеристики. На фиг. 2 показаны крылья имеющие равные значения АК – на 0,5% меньше максимального АК для такого класса крыльев. В то же время у одного крыла параметр  $h_1$  положителен, а у другого – отрицателен.

Предложенный ранее способ построения системы основных геометрических параметров оказался успешным и для крыльев с большим числом образующих элементов. Удовлетворительная сходимость к оптимуму достигалась за 2–4 цикла по координатного спуска.

Для крыла, образованного восемью плоскими элементами, на фиг. 3 ( $\chi = 75^\circ$ ,  $M = 4$ ,  $C_y = 0,1$ ) представлены линии равных значений АК в шести плоскостях, которые определяются попарно основными геометрическими параметрами  $r_i$  и проходят через точку оптимума. Линии уровня имеют эллиптический характер и небольшой



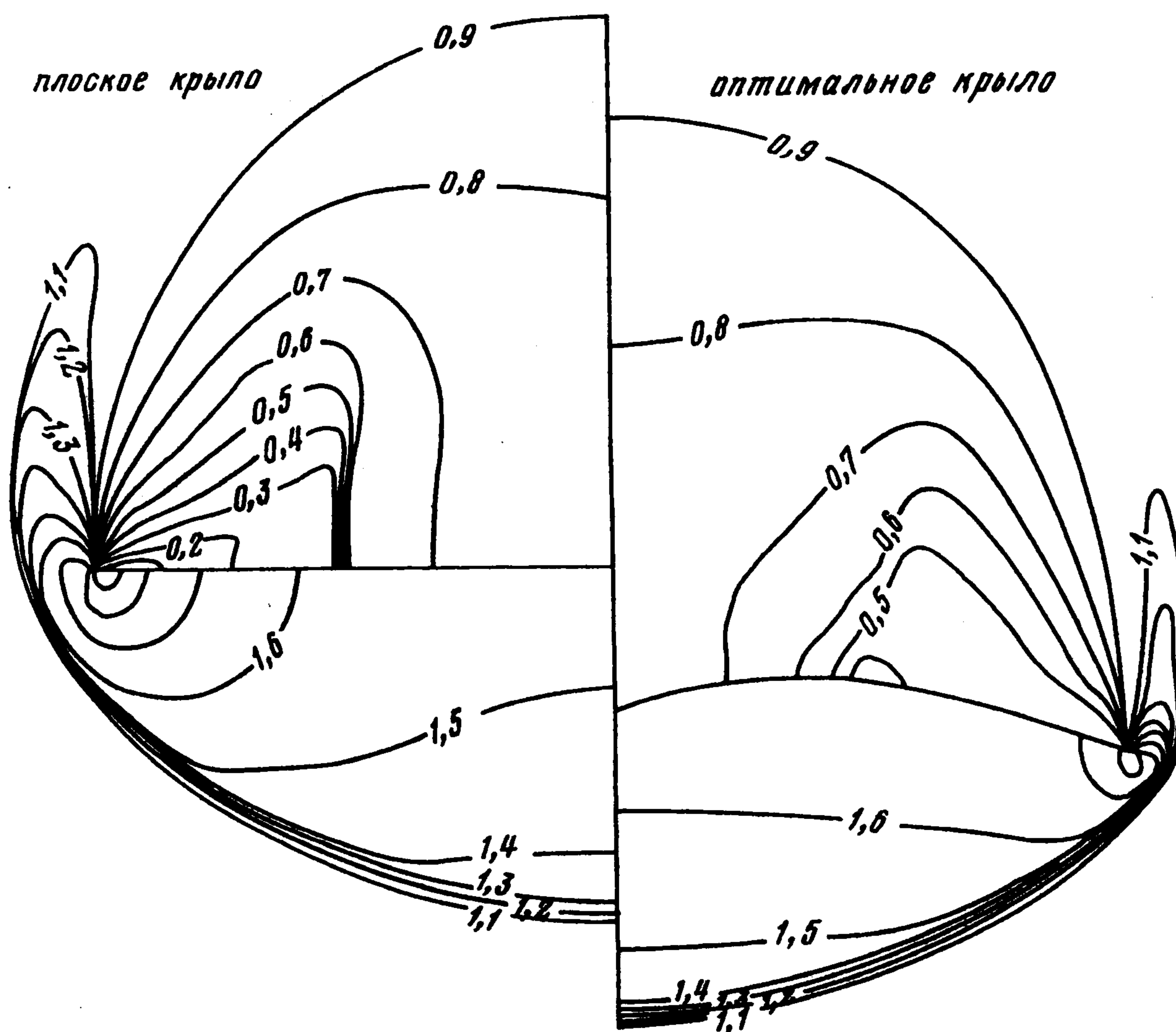
Фиг. 4

наклон к осям координат. Это свидетельствует о быстрой сходимости спуска по основным геометрическим параметрам.

Удачный выбор системы геометрических параметров позволяет легко получить аналитическую зависимость для приближенного вычисления АК крыла произвольной формы. Обработка результатов численного расчета при  $M = 4$  дает следующее соотношение:

$$1 - K_8/\max K_8 = 705(r_1 + 0,00712)^2 + 223(r_2 + 0,0126)^2 + 18(r_3 - 0,0305)^2 + 4(r_4 + 0,0242)^2$$

Видно, что наибольшее влияние на величину АК оказывает изменение параметра  $r_1$  отвечающего за нагрузку на примыкающем к передней кромке элементе крыла. Менше всего АК изменяется при варьировании параметра стабильности  $r_4$ . В пространстве первоначально выбранных геометрических параметров АК слабо зависит от параметра  $h_1$ , который определяет форму крыла вблизи плоскости симметрии, и



Фиг. 5

сильно зависит от параметра  $h_3$ , влияющего на форму в окрестности передней кромки.

Представленное соотношение обеспечивает удовлетворительную точность определения АК в широком диапазоне изменения геометрических параметров. Так, для плоского крыла имеем уменьшение АК на 9% по сравнению с оптимальным крылом. Численный расчет для этого случая дает величину 8,1%.

Использованный в работе принцип постепенного усложнения формы крыла позволил проанализировать характер изменения АК в зависимости от числа плоских элементов при  $C_u = 0,1$  (фиг. 4). Видно, что простое придание крылу V-образности практически не дает увеличения АК. Это обусловлено тем, что в этом случае варьируется только параметр стабильности. Наибольший прирост АК происходит при переходе от крыльев из двух плоских элементов к крыльям из четырех элементов. Дальнейшее усложнение формы крыла, т.е. увеличение числа образующих элементов дает значительно меньшее увеличение АК. Из этого можно сделать вывод о целесообразности применения на практике достаточно простых крыльев, состоящих из четырех плоских элементов. В классе таких крыльев достигается до 80% от максимального прироста АК за счет деформации поверхности.

Для проверки полученных результатов проведены расчеты обтекания плоского и оптимального (из 32 плоских элементов) крыльев на сетках с разным числом узлов. Самая мелкая сетка имела в каждой зоне по 161 и 305 узлов в направлении по нормальям к плоскости крыла и плоскости симметрии соответственно. На нижней и верхней сторонах консоли крыла в этом случае располагалось по 193 узла. Значения АК, полученные экстраполяцией результатов расчета на нулевую величину расчетного шага (это соответствует сетке с бесконечно большим числом узлов), рассматривались как точные. Тогда относительное увеличение АК за счет деформации поверхности составляет 9,6% при  $M = 2$  и 9,3% при  $M = 4$ .

Крыло оптимальной формы имеет отрицательную V-образность (т.е. передние кромки крыла отклонены навстречу набегающему потоку), а его консоли имеют выпуклость в подветренную сторону. Деформация крыла сопровождается перераспределением давления как на его поверхности, так и в ударном слое. Линии равных значений давления в долях давления в невозмущенном потоке для плоского и оптимального (из 32 элементов) крыльев с  $\chi = 75^\circ$  при  $M = 4$  и  $C_y = 0,1$  показаны на фиг. 5. Пространственное положение скачка уплотнения точно не определялось он размывался на несколько соседних узлов. В обоих случаях скачок отсоединен от передних кромок. В окрестностях передних кромок наблюдается веер волн разрежения. Ускорившийся над крылом поток тормозится в поперечном скачке уплотнения. Заметим, что коэффициент подъемной силы  $C_y = 0,1$  у оптимального крыла реализуется при большем значении угла атаки, чем у плоского крыла. Этим обусловлено уменьшение размеров ударного слоя под крылом оптимальной формы. В целом на оптимальном крыле давление распределено более равномерно по размаху, чем на плоском крыле, у которого наиболее сильно нагружена окрестность передних кромок. Отмечается также общее увеличение давления вблизи плоскости симметрии.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (96-01-00629).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коган М.Н. О телах минимального сопротивления в сверхзвуковом потоке газа // ПММ. 1957. Т. 21. Вып. 2. С. 207–212.
2. Graham E.W. A drag reduction method for wings of fixed plan form // J. Aeronaut. Sci. 1952. V. 19. № 12. P. 823–825.
3. Притуло М.Ф., Таковицкий С.А. Увеличение аэродинамического качества крыла путем простейших деформаций // Исследование гиперзвуковых течений и гиперзвуковые технологии: Междунар. конф. Жуковский, Россия: ЦАГИ, 1994. С. 33–36.
4. Голубкин В.Н. Несущие крылья оптимальной формы в вязком гиперзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 154–164.
5. Таковицкий С.А. Метод расчета сверхзвукового обтекания летательных аппаратов с использованием многозонных расчетных сеток // Тр. ЦАГИ. 1997. Вып. 2590. С. 24–32.

Жуковский

Поступила в редакцию  
13.XI.1997