

УДК 532.5:534.1

© 1998 г. В.А. Поздеев

ИЗЛУЧЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ ПОДВИЖНОЙ И ЧАСТИЧНО ПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЕЙ

С использованием метода нелинейного преобразования времени в волновых начально-краевых задачах с заданием граничных условий типа Неймана на подвижной и частично проницаемой границе [1, 2] исследуется излучение (генерирование) волн давления сферической полостью. Полученные результаты отражают гидродинамические процессы, сопровождающие подводные взрывы различной физической природы ограниченной мощности.

1. Физические предпосылки и математическая постановка задачи. При импульсном выделении энергии в ограниченном объеме жидкости образуются парогазовые или плазменные полости, чаще сферической формы, при расширении (схлопывании) которых генерируются волны давления. Динамика полости определяется как физическими процессами в полости, так и параметрами жидкой среды. Кинематические характеристики полости (начальное значение радиуса, закон изменения радиуса во времени, приток жидкости внутрь) заранее неизвестны и должны определяться в результате решения полной задачи, включающей в себя как внутреннюю физическую задачу, так и внешнюю гидродинамическую. Однако решение полной задачи возможно лишь численно. В то же время внешняя задача может быть решена аналитически, что представляет и самостоятельный интерес. Так, определение внешнего поля давления в жидкости по результатам оптических измерений радиуса канала во времени является методической основой диагностики давления плазмы высоковольтного электрического разряда в жидкости [3].

Ограничиваясь малыми значениями скорости жидкости по отношению к скорости звука в ней и одновременно принимая во внимание конечность амплитуды перемещения границы полости, динамику возмущенного движения жидкости будем описывать линейным волновым уравнением, а граничное условие Неймана будем задавать на подвижной границе в ее текущем положении. Корректность такого подхода и область его применимости показаны ранее [2, 4, 5]. Поэтому, принимая движение жидкости потенциальным, запишем начально-краевую задачу в виде

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

$$r = R(t): \frac{\partial \varphi}{\partial r} = v_s(t) \quad (1.2)$$

$$t = 0: \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \quad R = R_0 \quad (1.3)$$

где φ – потенциал скоростей возмущенного движения жидкости, r – координата, t – время, c_0 – скорость звука, $R = R(t)$ – закон изменения радиуса полости во времени, v_s – скорость частиц жидкости на контактной границе полости.

По известному потенциалу скоростей поле скоростей и поле давлений в линейном приближении определяются выражениями

$$v(r, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad p(r, t) = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.4)$$

Подробнее рассмотрим кинематическое граничное условие (1.2). В случае бесконечно малой амплитуды пульсаций полости граничное условие задается на первоначальном положении границы [6, 7], как это сделано для нестационарной задачи [6] и для случая излучения гармонических волн [7]. Для непроницаемой границы полости как в случае малой амплитуды [6, 7], так и в случае движения границы [8] скорость жидкости на контактной границе равна скорости движения стенки полости, т.е. $v_s(t) = dR/dt$. В общем случае при проницаемости надуваемой оболочки [9] или тепло- и массопереносе через стенку полости [10, 11] радиальная составляющая скорости жидкости не равна радиальной скорости движения контактной границы. Так [10, 11],

$$v_s(t) = \frac{dR}{dt} - \frac{q}{\tau \rho_0} \quad (1.5)$$

где q – тепловая мощность, τ – удельная теплота парообразования окружающей жидкости. При пульсации полости в перегретой жидкости [10] тепло подводится теплопроводностью от жидкости, т.е. $q = \lambda dT/dr$ при $r = R(t)$, где λ – коэффициент теплопроводности. При расширении плазменной полости [11] тепло подводится излучением горячей плазмы, т.е. $q = \sigma T^4$, где σ – постоянная Стефана–Больцмана, T – температура плазмы.

При численном решении поставленная задача полностью определена. Для получения единственности аналитического решения требуется еще задание условия излучения [12–14]. Условие излучения гармонических волн позволяет [12] выделить среди всех решений уравнения (1.1) те, которые соответствуют расходящимся сферическим волнам. Для симметричного вида волнового решения это условие тривиально. В случае негармонических волн условие излучения трансформируется [13, 14] в принцип причинности, суть которого заключается в том, что все функции волнового поля, зависящие от времени (в том числе сложным образом) должны обращаться в нуль при отрицательном значении волнового аргумента. Аналогом условия излучения для задачи мощного подводного взрыва является условие на фронте ударной волны [15].

2. Аналитическое решение начально-краевой задачи с подвижными границами в общем случае. Решение начально-краевой задачи с подвижными границами (1.1)–(1.3), где в общем случае в соответствии с (1.5) радиальная скорость жидкости на границе не равна скорости изменения радиуса сферы, будем искать методом нелинейного преобразования времени [1, 2]. В соответствии с этим методом запишем решение волнового уравнения (1.1), которое удовлетворяет начальным условиям (1.3) и условию излучения

$$\varphi(r, t) = f(t^0)/r, \quad t^0 = t - (r - R_0)/c_0 \geq 0 \quad (2.1)$$

где t^0 – волновой аргумент, f – неизвестная пока функция. Удовлетворяя решение (2.1) граничному условию (1.2), найдем представление для функции f в виде

$$f(\xi) = -c_0 E_w(\xi) \left[C + \int_0^\xi \frac{v_s(w(\xi_1)) R(w(\xi_1))}{E_w(\xi_1)} d\xi_1 \right] \quad (2.2)$$

$$E_w(\xi) = \exp \left[-c_0 \int_0^\xi \frac{d\xi_2}{R(w(\xi_2))} \right]$$

где ξ – переменная, имеющая смысл "нового времени", которая вводится преобразованием

$$t - (R(t) - R_0)/c_0 = \xi \quad (2.3)$$

а $t = w(\xi)$ – обращение функции $\xi(t)$. Постоянную интегрирования C в (2.2) в соответствии с нулевыми начальными условиями (1.3) принимаем равной нулю. Отметим, что при выполнении условия $((R(t) - R_0)/(c_0 t))^2 \ll 1$ для любого вида функции $R(t)$, не имеющей разрывов, обращение $t = w(\xi)$ возможно и единственно.

Теперь, используя представления (2.1), (2.2), после преобразований найдем искомый потенциал скоростей в виде

$$\varphi(r, t) = -c_0 \frac{R(w(t^0))}{r} \Phi(w(t^0)), \quad \Phi(w(t^0)) = E(w(t^0)) \int_0^{w(t^0)} \frac{v_s(t)}{E(t)} \left(1 - \frac{1}{c_0} \frac{dR}{dt}\right) dt \quad (2.4)$$

$$E(t) = \exp \left[-c_0 \int_0^t \frac{dt}{R(t)} \right]$$

Для непроницаемой границы при $v_s(t) = dR/dt$ решение (2.4) переходит в решение, полученное ранее [2]. В случае малой амплитуды перемещения непроницаемой границы $((R - R_0)/R_0)^2 = (v_s/c_0)^2 \ll 1$ в выражении (2.4) следует принять $R = R_0$, $w(t^0) = t^0$. Тогда приходим к решению Л.Д. Ландау [6].

Используя представление для потенциала скоростей (2.4), по второй формуле (1.4) найдем функцию давления в точке волновой зоны

$$\bar{p}(r, t) = \frac{\rho_0 c_0^2}{r} \left[R(w(t^0)) \frac{v_s(w(t^0))}{c_0} - \Phi(w(t^0)) \right] \quad (2.5)$$

Принимая последовательно в (2.6) $r = R(t)$ и $r = R_0 + c_0 t$, получаем представления для давления на стенке полости и давления на фронте волны соответственно

$$\bar{p}_s(t) = \bar{v}_s(t) - \frac{\Phi(t)}{R(t)} \quad (2.6)$$

$$\bar{p}_c(t) = \frac{\bar{v}_s(+0)}{1 + \bar{t}}, \quad \bar{p}_s = \frac{P_s}{\rho_0 c_0^2}, \quad \bar{p}_c = \frac{P_c}{\rho_0 c_0^2}, \quad \bar{v}_s = \frac{v_s}{c_0}, \quad \bar{t} = \frac{c_0 t}{R_0}$$

Представляет самостоятельный интерес получение уравнения связи давления в точке волновой зоны и давления на стенке полости.

В соответствии со второй формулой (1.4) запишем выражения для давлений

$$p(r, t) = -\frac{\rho_0}{r} f_1(t), \quad p_s(t) = -\frac{\rho_0}{R(t)} f_1 \left(t - \frac{R(t) - R_0}{c_0} \right) \quad (2.7)$$

где $f_1(t) = df/dt$. Из (2.7) следует искомая связь функций давления

$$p_s(t) = \frac{r}{R(t)} p \left(t - \frac{R(t) - R_0}{c_0} \right) \quad (2.8)$$

3. Движение границы с постоянной скоростью. Полагаем, что в момент времени $t = 0$ частично проницаемая стенка полости радиусом R_0 начинает движение с постоянной скоростью, т.е. $R(t) = R_0 + v_0 t$. Величину радиальной скорости жидкости на подвижной границе контакта также полагаем постоянной, но $v_1 \leq v_0$. Тогда преобразование (2.3) принимает вид $t(1 - M_0) = \xi$, где $M_0 = v_0/c_0$, откуда следует, что

$$R(w(t^0)) = R_0 \psi(t^0), \quad \psi(t^0) = 1 + v_0 t^0 / [R_0(1 - M_0)] \quad (3.1)$$

и выражение для потенциала скоростей (2.4) принимает вид

$$\varphi(r,t) = -c_0 M_1 \frac{R_0^2}{r} \psi^{-\alpha_-} \frac{\alpha_-}{\alpha_+} (\psi^{\alpha_+} - 1); \quad \alpha_{\pm} = \frac{1}{M_0} \pm 1, \quad M_1 = \frac{v_1}{c_0} \quad (3.2)$$

Для полей скоростей и давлений получим

$$\bar{v}(r,t) = M_1 \frac{\alpha_- R_0}{\alpha_+ r} \psi \left[\frac{R_0}{r} \psi (1 - \psi^{-\alpha_+}) + \frac{2}{\alpha_-} \left(1 + \frac{\alpha_-}{2} \psi^{-\alpha_+} \right) \right] \quad (3.3)$$

$$\bar{p}(r,t) = 2M_1 \frac{R_0}{r} \alpha_+^{-1} \psi \left(1 + \frac{\alpha_-}{2} \psi^{-\alpha_+} \right) \quad (3.4)$$

Принимая в (3.3) $r = R_0 + v_0 t$, получаем тождество $\bar{v}_s(t) = M_1$. Принимая $r = R_0 + v_0 t$, из выражения (3.4) находим представление для давления на стенке полости

$$\bar{p}_s(t) = \frac{2M_1}{\alpha_+} \left[1 + \frac{\alpha_-}{2} (1 + M_0 \bar{t})^{-\alpha_+} \right], \quad \bar{t} = \frac{c_0 t}{R_0} \quad (3.5)$$

Для непроницаемой границы при $v_0 = v_1$, $M_0 = M_1$ решение (3.2), (3.4) переходит в полученное ранее [2]. Полагая в (3.2)–(3.5) $M_1 = M_0$ и $R_0 = 0$, приходим к известному решению Тейлора [8].

Далее, принимая в (3.4) $r = R_0 + c_0 t$, получаем представление для давления на фронте волны

$$\bar{p}_c(t) = M_1 / (1 + \bar{t}), \quad \bar{t} = c_0 t / R_0 \quad (3.6)$$

Теперь получим асимптотические значения (3.5) для малых и больших значений времени:

$$\bar{p}_s(0) = M_1, \quad \bar{p}_s(\infty) = 2M_1 / \alpha_+ \quad (3.7)$$

Отметим, что решение для ненулевого значения начального радиуса полости (3.5) при больших значениях времени переходит в решение для нулевого начального радиуса [8]. Этот переход связан с понятием времени τ переходного процесса [2], определяемого из уравнения

$$[\bar{p}_s(0) - \bar{p}_s(\infty)] / [\bar{p}_s(\tau) - \bar{p}_s(\infty)] = e \quad (3.8)$$

где $\bar{p}_s(\tau)$ – значение функции давления (3.5) при $t = \tau$, а $\bar{p}_s(0)$, $\bar{p}_s(\infty)$ определены выражениями (3.7). Из уравнения (3.8) получим

$$\tau = \frac{R_0}{c_0 M_0} (e^{1/\alpha_+} - 1), \quad \tau \approx \frac{R_0}{c_0 (1 + M_0)}, \quad M_0 \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

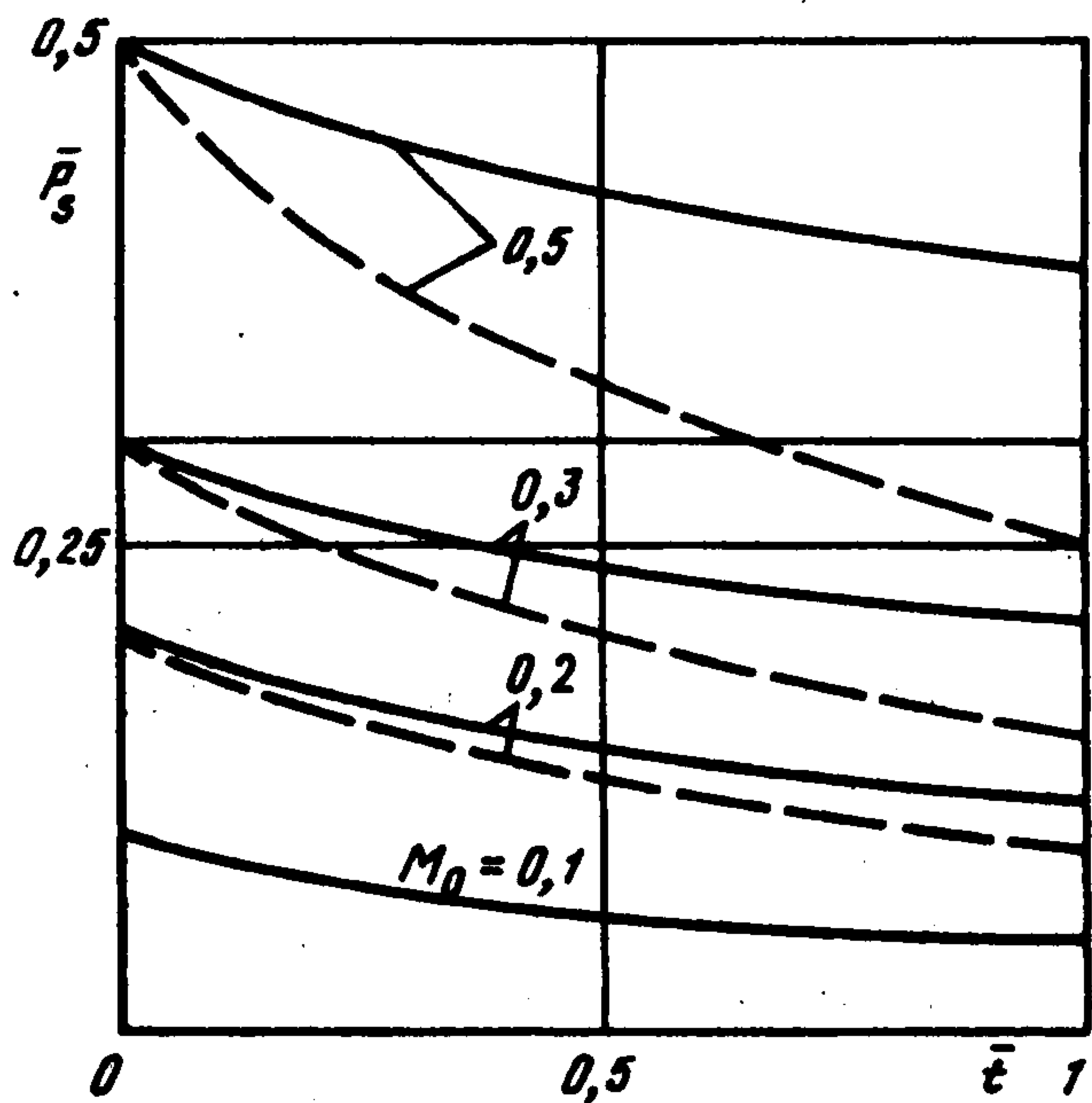
Второй способ оценки времени выхода системы на автомодельный режим свяжем с заданием относительной погрешности давления δ в момент времени τ по отношению к величине давления (3.7) при больших значениях времени

$$[\bar{p}_s(\tau) - \bar{p}_s(\infty)] / \bar{p}_s(\infty) = \delta \quad (3.10)$$

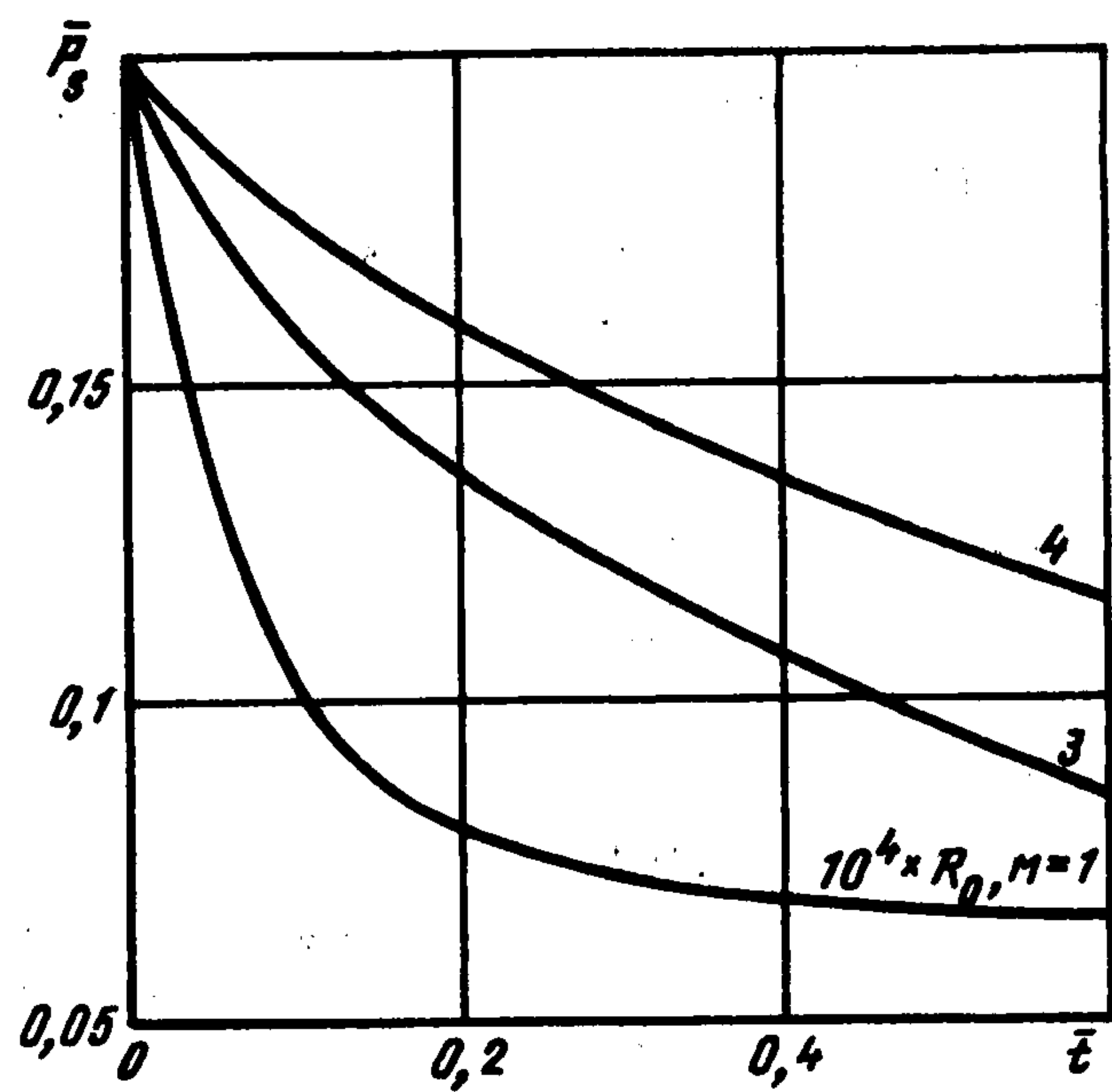
Разрешая уравнение (3.10) относительно τ и учитывая (3.7), получаем

$$\tau = \frac{R_0}{c_0 M_0} \left[\left(\frac{\alpha_-}{2\delta} \right)^{1/\alpha_+} - 1 \right] \quad (3.11)$$

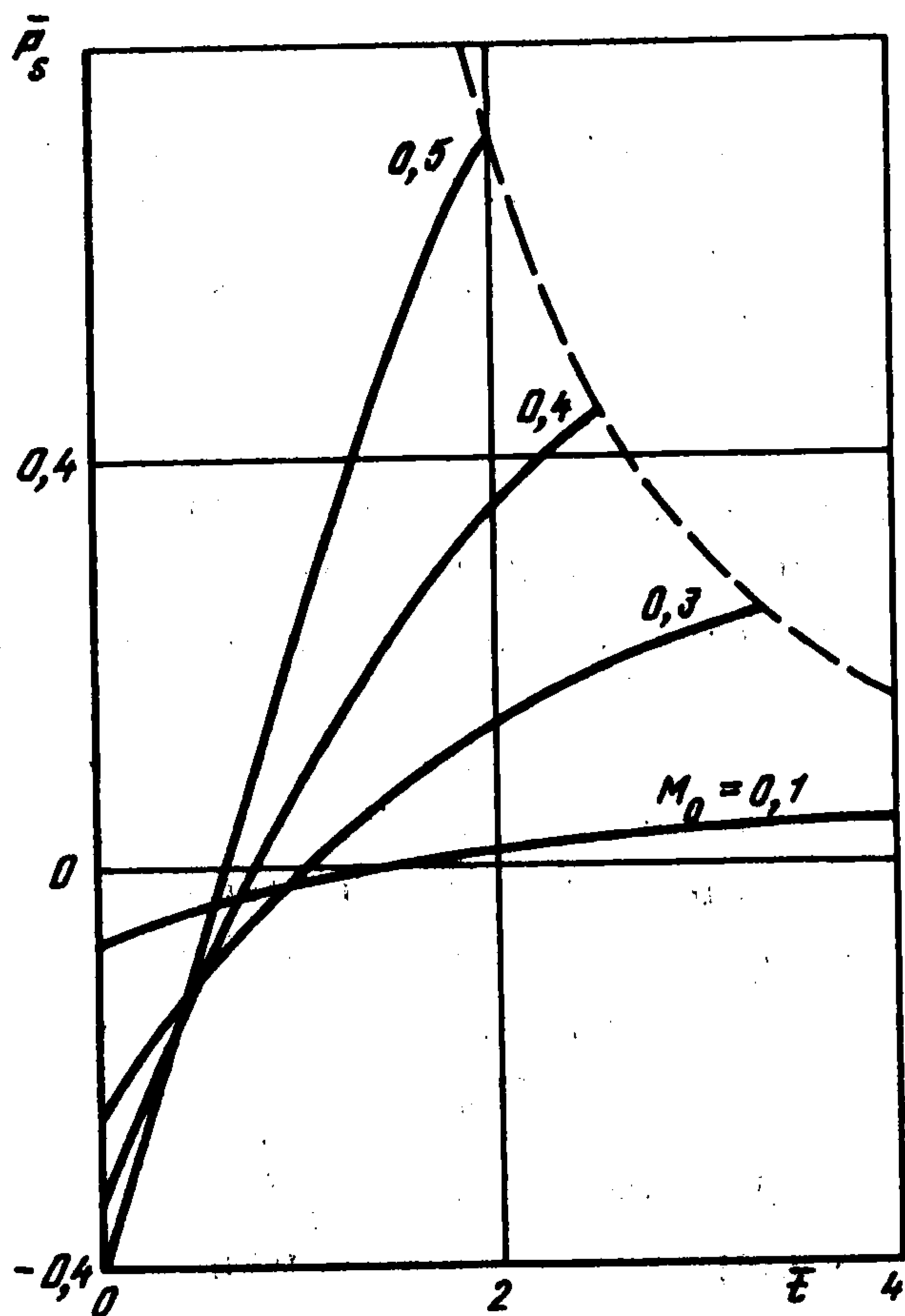
Если в выражении (3.5) принять отрицательные знаки у величин M_0 , M_1 , то получим представление для давления на стенке полости при схлопывании ее с постоянной скоростью по закону $R(t) = R_0 - v_0 t$. Будучи при $t = 0$ отрицательным ($\bar{p}_s(0) = -M_1$), с



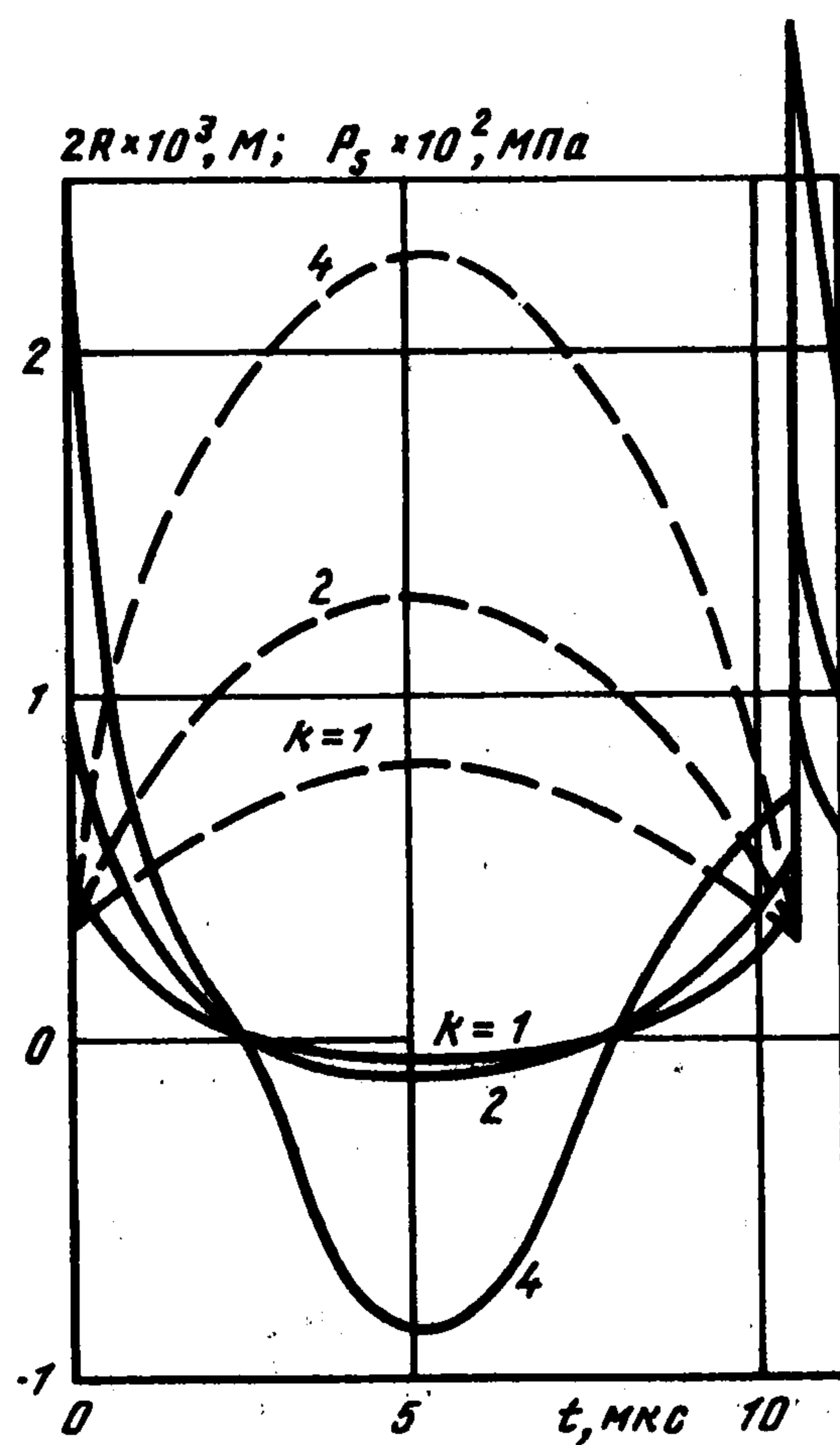
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ростом времени давление на стенке полости растет и становится равным нулю при

$$t = \frac{R_0}{c_0 M_0} \left[1 - \left(\frac{2}{\alpha_+} \right)^{1/\alpha_+} \right] \quad (3.12)$$

При дальнейшем увеличении значения времени давление становится положительной величиной и при $R = 0$ принимает значение $\bar{p}_s = 2M_1 / \alpha_-$.

На фиг. 1, 2 представлены результаты расчета давления на стенке непроницаемой полости при росте радиуса с постоянной скоростью. На фиг. 1 представлена зависимость безразмерного давления от безразмерного времени $\bar{t} = c_0 t / R_0$ при различных числах M_0 для одного и того же значения начального радиуса R_0 . На фиг. 2 показана зависи-

мость давления для одного и того же значения скорости расширения полости, но при различных значениях начального радиуса R_0 . Штриховые кривые соответствуют давлению на фронте волны.

На фиг. 3 представлены результаты расчета давления на стенке при схлопывании полости начального радиуса R_0 для разных чисел M_0 . Штриховая кривая соответствует моменту $R(t) = 0$.

4. Периодическое схлопывание полости. Периодический процесс схлопывания полости возникает при подводном взрыве. Обычно полость совершает 3–4 затухающих пульсации, генерируя соответствующее число импульсов давления. Электровзрыв в воде, как показывает эксперимент, может дать такую форму функции давления, что второй импульс по амплитуде больше первого. Изучалось [17], [18] единичное схлопывание пузырька. Более сложной задачей является задача генерирования волн давления сферической полостью, пульсирующей с периодическим схлопыванием [19].

Следуя ранее изложенному подходу [19], рассмотрим внешнюю гидродинамическую задачу, принимая закон пульсаций в виде

$$R(t) = R_0 + R_1 |\sin \omega_0 t| \quad (4.1)$$

где R_0 – радиус полости в момент времени $t = 0$, R_1 – амплитуда пульсаций, ω_0 – частота пульсаций, связанная с периодом пульсаций τ_0 соотношением $\omega_0 = \pi/\tau_0$. В соответствии с (4.1) получим выражение для скорости движения стенки полости

$$v_s(t) = v_0 \cos \omega_0(t - i\tau_0), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad v_0 = R_0 \omega_0 \quad (4.2)$$

Заметим, что скорость расширения полости в начальной стадии и скорость схлопывания в конечной стадии равны соответственно $\pm v_0$. Формальное решение задачи описывается выражением (2.6), где кинематика полости дается выражениями (4.1), (4.2).

Оценим амплитуды первого и второго импульсов давления на стенке полости. В начале процесса расширения полости в соответствии с (4.1), (4.2) движение стенки происходит с постоянной скоростью v_0 . Амплитуда первого импульса давления на стенке по (3.7) равна M_0 . Амплитуда второго импульса включает две составляющих: $\bar{p}_2 = \bar{p}_{21} + \bar{p}_{22}$, где \bar{p}_{21} – величина давления, равная импульсу давления от второго расширения полости и для процесса без потерь равная \bar{p}_1 , \bar{p}_{22} – величина давления в конце первого схлопывания полости. Согласно (3.5) имеем $\bar{p}_{22} = 2M_0^2/(1 - M_0)$. Подставляя величины составляющих давления в выражение для амплитуды второго импульса, получаем

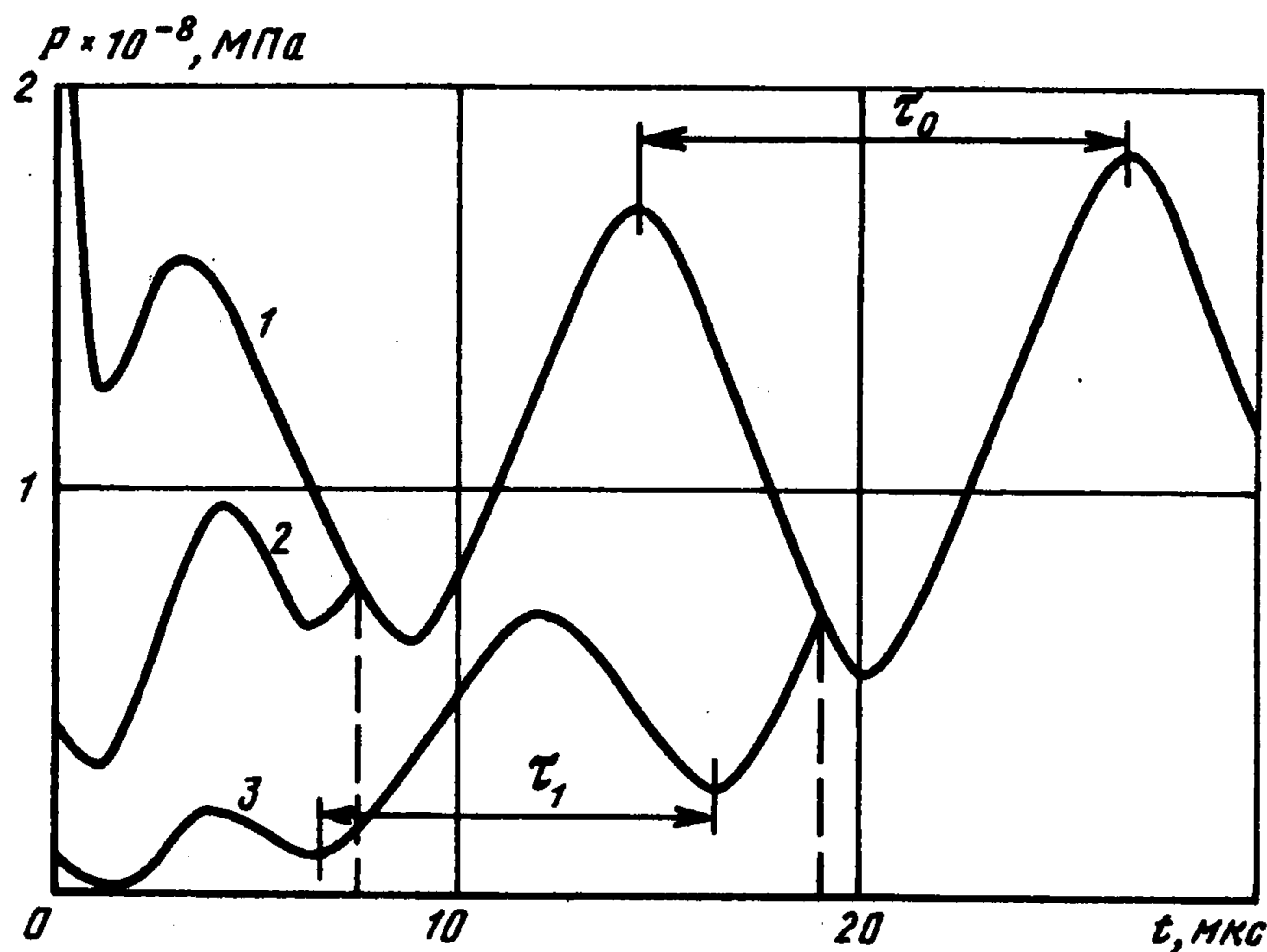
$$\bar{p}_2 = M_0(1 + M_0)/(1 - M_0) > \bar{p}_1 \quad (4.3)$$

Таким образом, в случае периодического схлопывания полости без потерь по закону (4.1) амплитуда второго импульса всегда больше первого. При учете потерь однозначного вывода сделать нельзя.

На фиг. 4 приведены результаты численного расчета давления, действующего на стенку непроницаемой полости, по выражению (2.7) для трех вариаций закона пульсаций полости

$$R(t) = R_0 + kR_1 |\sin \omega_0 t| \quad (4.4)$$

где $k = 1, 2, 4$ и приняты следующие значения величин: $R_0 = 0,275 \times 10^{-3}$ м, $R_1 = 0,125 \times 10^{-3}$ м, $\omega_0 = 0,3 \times 10^6$ с⁻¹. Штриховые кривые соответствуют закону изменения радиуса полости (4.4). Сплошные кривые описывают поведение функции давления на стенке полости.



Фиг. 5

5. Наложение пульсаций малой амплитуды на линейный закон роста радиуса сферы. Задача генерирования волн давления при наложении пульсаций на линейный закон роста радиуса полости возникает при рассмотрении всплывающего пузыря с большой глубины пульсирующей полости, образовавшейся в результате подводного взрыва. Этот случай также характерен для высоковольтного электрического разряда в воде при управлении законом ввода энергии в канал в виде последовательности импульсов [20].

Полагая, что закон изменения радиуса полости во времени известен [20], запишем его в виде

$$R(t) = R_0 + v_0 t + R_1 f(\omega_0 t), \quad (R_1 / R)^2 \ll 1 \quad (5.1)$$

где R_0 – радиус полости в момент времени $t = 0$, v_0 – скорость линейного роста радиуса полости, R_1 – амплитуда малых пульсаций, f – некоторая периодическая функция, описывающая пульсации, ω_0 – частота пульсаций. Из (5.1) получаем представление для скорости движения границы полости

$$v_s(t) = v_0 + v_1(t), \quad v_1(t) = v_1 f_1(\omega_0 t) \quad (5.2)$$

$$v_1 = R_1 \omega_0, \quad f_1 = df / dt$$

где v_1 – амплитуда скорости пульсаций.

Учитывая малость амплитуды пульсаций и сравнимость по величине скоростей v_0 и v_1 в граничном условии задачи (1.2), можно принять

$$R(t) \approx R_0 + v_0 t, \quad v_s(t) = v_0 + v_1 f_1(t) \quad (5.3)$$

Подставляя выражения (5.3) в представление для давления на стенке полости (2.6), получаем

$$\bar{p}_s = \bar{p}_{s1}(t) + \bar{p}_{s2}(t) \quad (5.4)$$

$$\bar{p}_{s1} = \frac{2}{\alpha_+} \left[1 + \frac{\alpha_-}{2} \left(1 + \frac{v_0 t}{R_0} \right)^{-\alpha_+} \right] \quad (5.5)$$

$$\bar{p}_{s2} = M_1 \left[f_1(t) - \frac{\alpha v_0}{2R_0} \left(1 + \frac{v_0 t}{R_0} \right)^{-\alpha} \int_0^t f_1(\tau) \left(1 + \frac{v_0 \tau}{R_0} \right)^{1/M_0} d\tau \right] \quad (5.6)$$

Первая составляющая давления (5.5) в общей сумме (5.4) является результатом линейного роста радиуса полости. Это гладкая функция времени. Как показано ранее, она близка к экспоненте и при больших значениях времени принимает постоянное значение $2M_0^2/(1+M_0)$. Вторая составляющая давления (5.6) определяется законом пульсации, но зависит и от скорости линейного расширения, что говорит о нарушении принципа суперпозиции в задачах с подвижными границами.

В качестве примера рассмотрим функцию, описывающую пульсации в виде

$$f(\omega_0 t) = \sin^2 \omega_0 t \quad (5.7)$$

Функцию давления в точке волновой зоны найдем из соотношения (2.8), которое для конкретного случая (5.7) принимает вид

$$\bar{p}(r,t) = \frac{R_0}{r} \left[1 + M_0(1+M_0) \frac{c_0 t}{R_0} \right] \bar{p}_s((1+M_0)t)$$

На фиг. 5 представлены результаты расчета функции давления: 1 – на стенке полости, 2 – в точке с координатой $r/R_0 = 5$, 3 – в точке с координатой $r/R_0 = 25$. Пересечение кривых означает приход волны давления в данную точку поля. Период колебаний функции давления на стенке полости равен периоду пульсаций полости $\tau_0 = 2\pi/\omega_0$, а период функции давления в точке волновой зоны уменьшается в соответствии с выражением (5.8) $\tau_1 = \tau_0/(1+M_0)$, что говорит о проявлении эффекта Доплера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поздеев В.А. Метод нелинейного преобразования времени в краевых задачах теории потенциала с подвижными границами для линейного волнового уравнения // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 6. С. 1055–1058.
2. Поздеев В.А. Нестационарные волновые поля в областях с подвижными границами. Киев: Наук. думка, 1992. 244 с.
3. Бескаравайный Н.М., Поздеев В.А. Теоретические основы измерения импульсных давлений в жидких средах. Киев: Наук. думка, 1981. 190 с.
4. Поздеев В.А. Влияние подвижности возмущающей границы и нелинейности среды на волновое поле, вызванное нестационарным движением плоского поршня // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 1. С. 164–165.
5. Крутиков В.С. О границах применимости решений волнового уравнения в областях с подвижными проницаемыми границами в задачах импульсной гидродинамики и акустики // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 4. С. 534–540.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
7. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 301 с.
8. Taylor G.I. The airwave surrounding an expanding sphere // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1946. № 946. P. 273–292.
9. Ильгамов М.А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 198 с.
10. Крошилин А.Е., Крошилин В.Е., Нигматулин Б.И. Рост парового пузырька в объеме перегретой жидкости при различных законах изменения давления в ней // Теплофизика высоких температур. 1986. Т. 24. № 3. С. 533–538.
11. Иоффе А.И. К теории начальной стадии электрического разряда в воде // ПМТФ. 1966. № 6. С. 69–72.

12. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высш. шк., 1970. 710 с.
13. Фелсен Л., Маркувец Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: Мир, 1978. 548 с.
14. Подстригач Я.С., Поддубняк А.П. Рассеяние звуковых пучков на упругих телах сферической и цилиндрической формы. Киев: Наук. думка, 1986. 262 с.
15. Коул Р. Подводные взрывы. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 495 с.
16. Поздеев В.А. Влияние начальных условий кинематических параметров плазменного канала электрического разряда в воде на время переходного процесса // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 14. С. 7–10.
17. Есипов И.Б., Наугольных К.А. О захлопывании пузырька в сжимаемой жидкости // Акуст. журн. 1973. Т. 19. № 2. С. 285–288.
18. Дмитриев А.П., Дрейден Г.В., Островский Ю.И., Этинберг М.И. О профиле ударной волны, образующейся в жидкости при схлопывании сферического пузырька // Журн. техн. физики. 1985. Т. 55. Вып. 2. С. 384–387.
19. Поздеев В.А. Излучение волны давления сферической полостью, пульсирующей со схлопыванием // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. Вып. 3. С. 92–95.
20. Вовченко А.И., Поздеев В.А., Штомпель И.В. Параметры подводного электрического разряда в условиях сложного энерговода // Техн. электродинамика. 1985. № 3. С. 16–19.

Николаев

Поступила в редакцию
19.V.1997