

УДК 532.5 : 534.1

© 1998 г. В.А. Бужинский

## ВИХРЕВОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В РЕЗЕРВУАРАХ С ПЕРЕГОРОДКАМИ

На основании асимптотической теории вихревого сопротивления [1, 2], рассматривается задача о демпфировании колебаний жидкости в резервуарах с перегородками (тонкими вставками, частично перекрывающими продольное или поперечное сечение), имеющими острые кромки, с которых происходит срыв пограничного слоя и образование вихрей. Предполагается, что области существенного вихревого движения жидкости локализируются в малых окрестностях острых кромок перегородок. Нелинейное вихревое демпфирование определяется по распределению коэффициентов интенсивности скоростей (КИС) на этих острых кромках аналогично тому, как линейное демпфирование, обусловленное диссипацией энергии в пристеночном пограничном слое, определяется по распределению скоростей жидкости на стенках полости. Оба указанных распределения вычисляются в результате решения одной и той же краевой задачи о колебаниях идеальной жидкости. Второе из них характеризует сингулярные свойства решений этой задачи на особых линиях. Излагается упрощающий вычисление КИС метод, основанный на вариации площади перегородок. Рассматриваются особенности, возникающие при применении метода конечных элементов. Результаты численных расчетов демпфирования колебаний жидкости в цилиндрическом резервуаре с кольцевой перегородкой сравниваются с экспериментальными данными.

1. Рассмотрим колебания жидкости со свободной поверхностью в резервуаре, содержащем конструктивные элементы с острыми кромками. Поверхностным натяжением жидкости пренебрегаем. Жидкость считаем несжимаемой и маловязкой, пристеночный пограничный слой – тонким. С острых кромок конструктивных элементов в процессе колебаний происходит срыв пограничного слоя и образование вихрей. Амплитуды колебаний жидкости принимаем настолько малыми, что образующиеся вихревые структуры локализируются в малой окрестности острых кромок перегородок.

Вне малых областей окрестностей острых кромок и пограничного слоя (на стенках резервуара и перегородках) движение жидкости принимаем потенциальным и описываем потенциалом смещений

$$\Phi = \sum s_n(t) \varphi_n(x, y, z) \quad (1.1)$$

в виде линейной суперпозиции собственных форм колебаний  $\varphi_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), где  $x, y, z$  – координаты точки жидкости,  $t$  – время. Известно [3], что собственные формы колебаний жидкости находятся как решения краевой задачи

$$\Delta \varphi = 0, \quad \partial \varphi / \partial \nu = 0 \quad \text{на } S; \quad \partial \varphi / \partial \nu = \kappa \varphi \quad \text{на } \Sigma \quad (1.2)$$

Здесь  $S$  – смоченная жидкостью поверхность стенок резервуара и перегородок;  $\Sigma$  – свободная поверхность жидкости;  $\nu$  – единичный вектор внешней нормали к этим по-

верхностям;  $\kappa = \omega^2 / j$  – частотный параметр ( $\omega$  – частота колебаний жидкости,  $j$  – кажущееся ускорение). Учитывая принятые допущения, последнее граничное условие в (1.2) относим к невозмущенной плоской свободной поверхности.

Обобщенные координаты  $s_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) в (1.1) введем по условию

$$\max \partial \varphi_n / \partial \nu = \max \kappa_n \varphi_n = 1 \quad \text{на } \Sigma \quad (1.3)$$

где  $\kappa_n = \omega_n^2 / j$  – собственное значение задачи (1.2). Тогда они определяют высоту волн на свободной поверхности жидкости. Заметим, что на движение резервуара влияют только такие формы колебаний, которые вызывают смещение центра масс жидкости.

Так как вихревое демпфирование оказывается нелинейным, т.е. зависит от амплитуды колебаний, то остановимся также и на других способах выбора обобщенных координат. Введем новые координаты  $r_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) по формуле

$$s_n = \frac{|\lambda_n|}{\mu_n} r_n \quad (\lambda_n = \rho \int_S \varphi_n \nu dS, \quad \mu_n = \rho \kappa_n \int_S \varphi_n^2 dS) \quad (1.4)$$

где  $\lambda_n$  – ненормированный вектор гидродинамической силы,  $\mu_n$  – коэффициент присоединенной массы,  $\rho$  – плотность жидкости, а направления векторов  $\lambda_n$  и  $\mathbf{g}_n$  совпадают. Эти обобщенные координаты определяют смещения масс  $m_n = \lambda_n^2 / \mu_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) механического аналога [4]. В качестве обобщенных координат часто выбирают углы отклонений эквивалентных маятников

$$\alpha_n = \kappa_n r_n \quad (1.5)$$

Координаты  $r_n(t)$  и  $\alpha_n(t)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) удобны тем, что они не зависят от нормировки собственных форм колебаний.

Вследствие принятых допущений в нулевом приближении все гидродинамические характеристики, кроме диссипативных, определяем в рамках концепции потенциального движения идеальной жидкости. Хотя в потенциальном движении на острых кромках перегородок скорости жидкости обращаются в бесконечность, никаких особенностей при вычислении этих характеристик не возникает [4, 5]. Экспериментальные данные [4, 6] подтверждают правомерность такого подхода для представляющих практический интерес низших тонов колебаний с  $s_n(t)/D < 0,1$  ( $n = 1, 2$ ), где  $D$  – максимальный линейный размер свободной поверхности жидкости.

2. Перейдем к определению демпфирования и оценке других поправок, обусловленных вихревым движением жидкости в малых областях. Для этого рассмотрим установившиеся вынужденные колебания жидкости на частоте  $\omega$ , близкой к одной из собственных частот  $\omega_n$ , предполагая, что они поддерживаются каким-либо внешним источником возбуждения. Пренебрегая в таком резонансном режиме влиянием других тонов колебаний жидкости, потенциал (1.1), опуская индекс  $n$  номера тона колебаний, запишем в виде

$$\Phi = s \varphi(x, y, z) \sin \omega t \quad (2.1)$$

где  $s$  – постоянная амплитуда.

Выделим в объеме жидкости три характерные области:

- 1) область потенциального движения жидкости;
- 2) область малой "дальней" окрестности острых кромок, где течение жидкости описывается главным сингулярным членом решения задачи о потенциальном движении, в котором скорости на острых кромках обращаются в бесконечность;
- 3) область малой ближней окрестности острых кромок, где течение жидкости существенно вихревое и происходит периодическое изменение вихревых структур в результате срыва пограничного слоя.

Определим соотношения порядков для размеров указанных областей следующим образом: характерный размер перегородок и резервуара много больше, а толщина пограничного слоя много меньше характерного размера области существенно вихревого движения жидкости.

При сделанных допущениях процесс образования вихревых структур в ближних окрестностях острых кромок полностью определяется потенциальным течением жидкости в малых дальних окрестностях кромок. Область дальних окрестностей острых кромок непосредственно примыкает к их ближним окрестностям, так что характерный размер ее поперечного сечения также много меньше ширины перегородок. Поэтому в этой области потенциальное течение близко к плоскому и в цилиндрической системе координат  $r, \theta$ , ось  $x$  которой направлена по касательной к линии острой кромки, а угол  $\theta$  отсчитывается от поверхности перегородки, потенциал (2.1) и скорости  $v_r, v_\theta$  можно записать в виде

$$\Phi = \left[ K_v \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \cos \frac{\theta}{2} + O(r) \right] \sin \omega t \quad (2.2)$$

$$v_r = \left[ \frac{K_v}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} + O(1) \right] \sin \omega t, \quad v_\theta = \left[ -\frac{K_v}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} + O(1) \right] \sin \omega t$$

где  $K_v$  – коэффициент интенсивности скоростей (КИС), который, отметим, линейно зависит от амплитуды  $s$ . Следующие члены асимптотического разложения (2.2) могут зависеть также от радиусов кривизны поверхности перегородки, если она не является плоской, и от радиуса кривизны линии острой кромки.

Таким образом, течение жидкости в дальней окрестности кромок характеризуется единственным параметром  $K_v$ , который может изменяться по длине контура  $l$  острой кромки. В этом случае энергия, идущая на образование вихрей за период колебаний, определяется по формуле [1]

$$\Delta E = B \rho \omega^{-2/3} \int_l K_v^{8/3} dl \quad (2.3)$$

где  $B \approx 2$  – универсальная постоянная.

В рассматриваемом процессе демпфирование колебаний жидкости связано с переходом энергии из потенциальной формы движения в вихревую и не зависит от вязкости жидкости. Это подтверждается экспериментальными данными [4, 6] в широком диапазоне больших чисел Рейнольдса, рассчитываемых по частоте колебаний и характерному размеру резервуара. Вторичный процесс диссипации энергии в мелко-масштабных вихрях образующихся вихревых структур происходит вследствие вязкости.

Энергию потенциального движения жидкости можно записать в виде  $E = \mu v_0^2 / 2$ , где  $\mu$  – присоединенная масса (1.4),  $v_0 = \omega s$  – характерная скорость жидкости для соответствующего тона колебаний. Для коэффициента демпфирования (КД) находим

$$\delta = \frac{\Delta E}{2E} = K \left( \frac{v_0}{R\omega} \right)^{2/3}, \quad K = B \frac{\rho R^3}{\mu} \int_l \left( \frac{K_v^2}{R v_0^2} \right)^{4/3} d \frac{l}{R} \quad (2.4)$$

где  $R$  – характерный размер резервуара. При слабом демпфировании КД  $\delta$  соответствует логарифмическому декременту колебаний. Так как  $v_0 = \omega s$ , то из (2.4) следует, что КД зависит от относительной амплитуды волны  $s/R$  на свободной поверхности жидкости в степени  $2/3$ . Принимая во внимание (1.4), (1.5), можно представить КД в зависимости от амплитудного значения обобщенной координаты  $r_n$  или  $\alpha_n$ .

Зависимость (2.4) дает только нелинейную вихревую часть КД колебаний жидкости. Линейную часть КД, связанного с диссипацией энергии в пограничном слое, можно определить независимо по формуле [7]

$$\delta = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\rho R^3}{\mu} \text{Re}^{-1/2} \int_s (\nabla\varphi)^2 \frac{dS}{R^2}, \quad \text{Re} = \frac{\omega R^2}{\nu} \quad (2.5)$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости;  $\text{Re}$  – безразмерный параметр, эквивалентный числу Рейнольдса. Учитывая, что характерный размер области вихревого движения  $d \approx (K_v / \omega)^{2/3}$  [1], при интегрировании в (2.5) необходимо исключить с обеих сторон перегородок площадь, образованную контуром острой кромки  $l$  и контуром, отстоящим от него на расстояние  $d$ .

Рассмотрим влияние вихревых структур в окрестности острых кромок на присоединенные массы (ПМ) жидкости. Для этого представим ПМ какого-либо тона колебаний жидкости в виде  $\mu = \mu_0 + \Delta\mu$ , где  $\mu_0$  – ее величина при исчезающе малой амплитуде колебаний. При принятых допущениях поправка  $\Delta\mu$  может зависеть только от  $\rho$ ,  $\omega$  и  $K_v$ . Привлекая соображения подобия [8], находим

$$d\Delta\mu / dl = B_\mu \rho \omega^{-4/3} K_v^{4/3} \quad (2.6)$$

где  $B_\mu \approx 0,5$  – универсальная постоянная, приближенное значение которой с погрешностью  $\pm 10\%$  определено по экспериментальным данным [6, 9] по колебаниям пластинок в жидкости.

Проинтегрировав (2.6), представим поправку к ПМ в виде

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_0} = K_\mu \left( \frac{\nu_0}{R\omega} \right)^{4/3}, \quad K_\mu = B_\mu \frac{\rho R^3}{\mu_0} \int_l \left( \frac{K_v^2}{R\nu_0^2} \right)^{2/3} d \frac{l}{R} \quad (2.7)$$

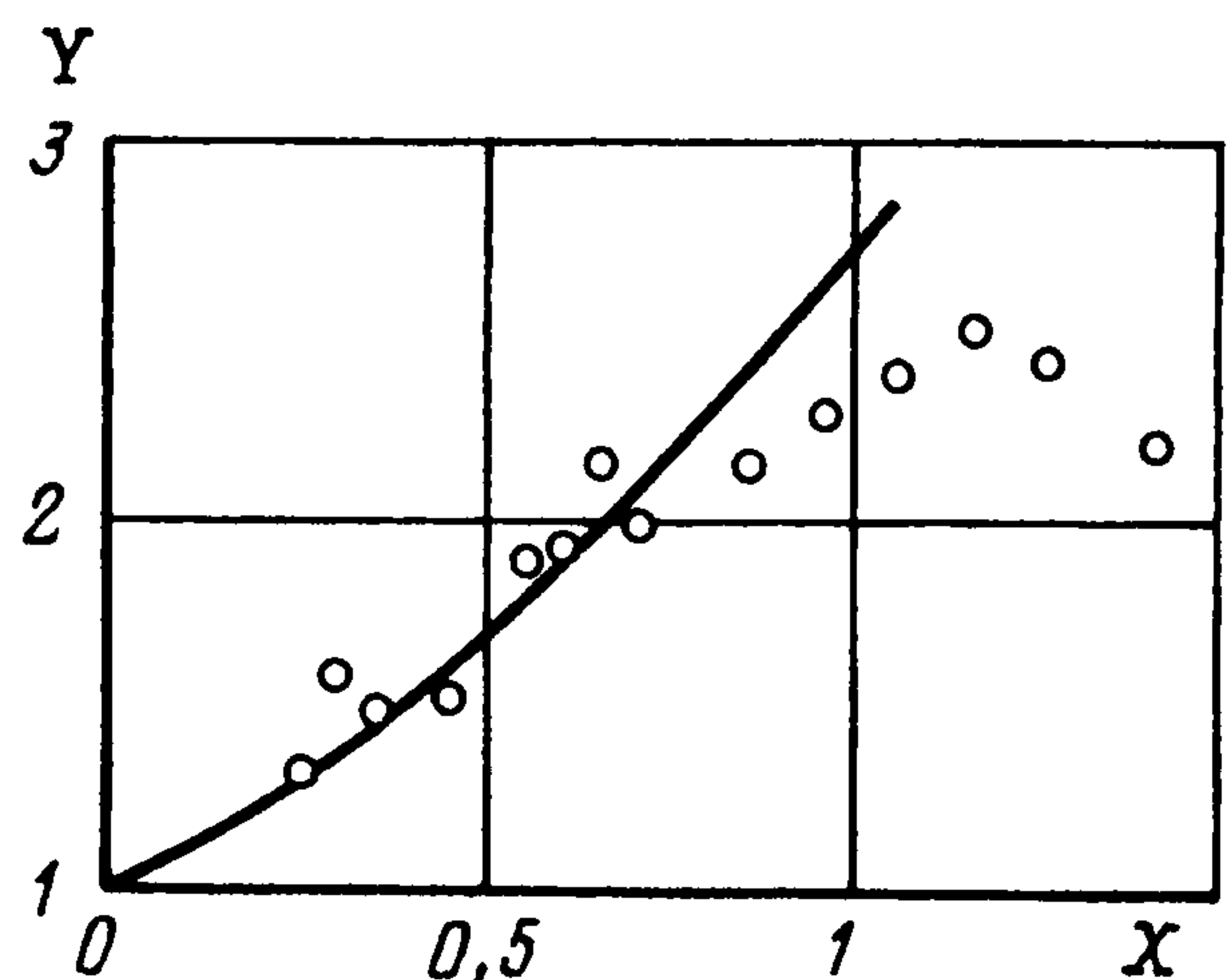
Для пластинки бесконечного размаха с шириной  $R$ , совершающей колебания перпендикулярно своей плоскости в безграничной жидкости,  $\mu_0 = \pi\rho R^2/4$  и  $K_v^2 = \pi R\nu_0^2/2$ , поэтому из (2.7) находим для коэффициента ПМ зависимость

$$c_m = \mu / \mu_0 = 1 + 1,72(\nu_0 / (R\omega))^{4/3}$$

Сравнение этой зависимости с экспериментальными данными [6, 9] (светлые точки) показано на фиг. 1 в осях  $X = \nu_0 / (\omega R)$  и  $Y = c_m$ . Несмотря на асимптотический характер, она удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными вплоть до амплитуд, сравнимых с шириной пластинки.

Как видно из (2.7), поправка к ПМ зависит от относительной амплитуды колебаний жидкости  $\nu_0 / (\omega R) = s/R$  в степени  $4/3$ , поэтому является величиной следующего порядка малости по сравнению с вихревым демпфированием (2.4). Следовательно, в указанном выше диапазоне малых амплитуд колебаний в первом приближении можно пренебречь изменением ПМ вследствие вихревого движения жидкости. В том же диапазоне амплитуд колебаний для резервуаров с характерным размером  $R \sim 1$  м вихревое демпфирование (2.4) может быть на два порядка выше линейного демпфирования (2.5). Изменение ПМ, обусловленное пограничным слоем, пропорционально  $\text{Re}^{-1/2}$  и очень мало [7].

Сравнивая выражения (2.4) и (2.5), видим,



Фиг. 1

что для определения линейного демпфирования необходимо знать распределение скоростей  $v$  в жидкости на поверхности стенок резервуара и перегородок, а для определения нелинейного вихревого демпфирования – распределение КИС  $K_v$  на линиях острых кромок перегородок. Указанные распределения находятся в результате решения одной и той же краевой задачи (1.2), и в этом смысле гидромеханические модели, используемые для определения линейного и вихревого демпфирования являются приближениями одинакового порядка. Однако вычислить КИС существенно труднее, так как они характеризуют сингулярные свойства решений задачи (1.2) на особых линиях. Поэтому обычные численные методы для этого не подходят. Отметим, что аналогичная математическая задача возникает в линейной механике разрушения при вычислении коэффициентов интенсивности напряжений на острых кромках трещин в твердом теле [10].

3. Изложим метод определения КИС  $K_v$ , основанный на вариации площади поверхности перегородок. Мысленно уменьшим площадь перегородки на малую величину

$$\delta S = \int_l \delta n(l) dl$$

где  $\delta n$  – вариация нормали к контуру острой кромки в касательной к ней плоскости. Собственные функции и значения задачи (1.2) при этом изменятся, поэтому обозначим их  $\varphi_n^\delta$  и  $\kappa_n^\delta$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Рассматривая один из тонов колебаний, для упрощения записи далее, как и выше, будем опускать индекс  $n$ .

Внутри первоначальной граничной поверхности функции  $\varphi$  и  $\varphi^\delta$ , т.е.  $\varphi_n$  и  $\varphi_n^\delta$ , являются гармоническими, поэтому можно применить формулу Грина

$$\int_{\Sigma+S-\delta S} \varphi \frac{\partial \varphi^\delta}{\partial \nu} dS + \int_{\delta S} \varphi \frac{\partial \varphi^\delta}{\partial \nu} dS = \int_{\Sigma+S} \varphi^\delta \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} dS \quad (3.1)$$

выделив в левой части интегрирование по вариации площади  $\delta S$ . Отметим, что интегрирование должно проводиться по обоим сторонам перегородки.

Из (3.1), учитывая граничные условия задачи (1.2) и асимптотические зависимости (2.2) для потенциала  $\varphi$  и скорости  $\partial \varphi^\delta / \partial \nu$  в окрестности острых кромок, получим

$$\int_l K_v^2 \delta n(l) dl = -(\kappa - \kappa^\delta) \int_\Sigma \varphi \varphi^\delta dS \quad (3.2)$$

Очевидно, что  $\varphi^\delta$  мало отличается от  $\varphi$ , поэтому запишем  $\varphi^\delta = \varphi + \delta \varphi$ . Обозначая  $\delta \kappa = \kappa - \kappa^\delta$  и пренебрегая в правой части (3.2) под интегралом  $\varphi \delta \varphi$  по сравнению с  $\varphi^2$ , окончательно находим

$$\int_l K_v^2 \delta n(l) dl = -\delta \kappa \int_\Sigma \varphi^2 dS \quad (3.3)$$

Зависимость (3.3) выполняется для любого тона колебаний жидкости.

Принимая вдоль контура острой кромки  $\delta n(l) = \delta n = \text{const}$  и используя (1.4), представим (3.3) в безразмерном виде

$$\int_l \frac{K_v^2}{R v_0^2} \frac{dl}{R} = -\frac{\delta \kappa}{\kappa \delta n / R} \frac{\mu}{\rho R^3} \quad (3.4)$$

где, как и выше,  $v_0 = \omega s$  – характерная скорость,  $\mu$  – присоединенная масса, причем, если  $n$  – номер тона колебаний, то  $\omega = \omega_n$ ,  $\mu = \mu_n$ ,  $\kappa = \kappa_n$ ,  $\delta \kappa = \delta \kappa_n$  и  $s = s_n$  (амплитуда волны на свободной поверхности). Каждому тону отвечает свое безразмерное значение квадрата КИС  $K_v^2 / (R v_0^2)$  на контуре  $l$  острой кромки.

Применение зависимости (3.3) или (3.4) позволяет в некоторых случаях существенно упростить определение КИС, а в других – проконтролировать точность их вычисления. Для этого необходимо несколько раз решить задачу (1.2) при различных малых значениях  $\delta l$ .

Если изменить на  $\delta S$  поверхность перегородки на небольшом участке контура  $l$  и принять на нем  $K_v = \text{const}$ , то из (3.3) следует

$$K_v^2 \approx -\frac{\delta \kappa}{\delta S} \int_{\Sigma} \varphi^2 dS \quad (3.5)$$

или в безразмерном виде

$$\frac{K_v^2}{Rv_0^2} \approx -\frac{\delta \kappa}{\kappa \delta S / R^2} \frac{\mu}{\rho R^3} \quad (3.6)$$

Зависимость (3.5) или (3.6) может быть использована для непосредственного вычисления КИС при решении трехмерных задач методом конечных элементов (МКЭ), но при этом требуется многократное решение задачи на собственные значения (1.2). Благоприятное исключение составляет плоская задача, когда  $K_v = \text{const}$  по всей длине острой кромки. Условия плоского течения хорошо выполняются при поперечных колебаниях жидкости в длинной горизонтально расположенной цистерне с продольными демпфирующими перегородками постоянной ширины. В этом случае необходимо решить задачу (1.2) дважды, чтобы, воспользовавшись (3.5) или (3.6), определить КИС для одной перегородки.

4. Изложим особенности применения МКЭ для решения одного класса задач, имеющих практическое значение. Рассмотрим колебания жидкости в резервуаре, поверхность которого является поверхностью вращения, содержащем поперечные перегородки, сохраняющие осевую симметрию его полости. Это могут быть кольцевые, конические, цилиндрические перегородки или перегородки, составленные из их различных комбинаций.

Считая, что вектор кажущегося ускорения  $\mathbf{j}$  направлен вдоль продольной оси резервуара против оси  $x$  цилиндрической системы координат  $x, \theta$ , ищем потенциал в виде  $\varphi = f(x, r) \cos \theta$ , ограничиваясь только теми формами колебаний, для которых главный вектор гидродинамических сил отличен от нуля. Так как круговая координата  $\theta$  отделяется, то решения задачи (1.2) находим среди функций, доставляющих экстремум дискретному функционалу

$$I(f) = \sum \int_{S_i} \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 + \frac{f^2}{r^2} \right] r dr dx - \kappa \sum \int_{l_k} f^2 r dl \quad (4.1)$$

где  $S_i$  – площадь конечного элемента (КЭ)  $i$  в области радиального сечения жидкого объема полости;  $l_k$  – сторона  $k$  одного из КЭ, принадлежащая линии свободной поверхности жидкости в этом сечении;  $\sum S_i$  – площадь сечения;  $\sum l_k$  – линия свободной поверхности в этом сечении.

Используем изопараметрические треугольные КЭ квадратичного порядка с симплексными координатами [11, 12]. Срединные узлы сторон КЭ, сходящихся в острой кромке, сдвигаем к ней на  $1/4$  длины соответствующей стороны. В этом случае якобиан преобразования от координат  $x, r$  к симплексным координатам обеспечивает требуемую особенность [13] для скоростей жидкости вблизи острой кромки, что существенно повышает точность решения задачи. Одномерные и двумерные интегралы в (4.1) вычисляем по квадратурным формулам Гаусса [12] с 3 и 4 узлами соответственно.

Перегородки удобно считать бесконечно тонкими, поэтому на отвечающих им линиях в области радиального сечения различаются узлы, лежащие на разных сторонах, и в том случае, если они имеют одинаковые координаты (двойные узлы).

Условие экстремума дискретного функционала (4.1) приводит к общей линейной алгебраической задаче на собственные значения, в которой неизвестными являются значения функции  $f$  в узлах КЭ. Ее решение проводим методом итераций в подпространстве, учитывая ленточную структуру одной из матриц и сильную разреженность другой.

В рассматриваемом случае линии острых кромок перегородок являются окружностями. Вдоль этих линий зависимость КИС от угла  $\theta$ , очевидно, такая же, как для потенциала  $\phi$ , поэтому

$$K_v(\theta) = K_{v0} \cos \theta \quad (4.2)$$

Подставляя (4.2) в (3.4), находим

$$\frac{\pi r_0}{R} \frac{K_{v0}^2}{R v_0^2} = - \frac{\delta \kappa}{\kappa \delta n / R} \frac{\mu}{\rho R^3} \quad (4.3)$$

где  $r_0$  – радиус линии острой кромки,  $K_{v0}$  – максимальное значение КИС на линии этой кромки.

Вычисляя МКЭ сначала собственные значения  $\kappa = \kappa_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и присоединенные массы  $\mu = \mu_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) при  $\delta n = 0$ , а затем изменения собственных значений  $\delta \kappa = \delta \kappa_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), определяем по формуле (4.3) соответствующие этим тонам КИС  $K_{v0}$  для данной перегородки. После этого, учитывая (4.2), определяем по формулам (2.4) вклад данной перегородки в КД колебаний жидкости ( $\delta = \delta_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ). Общие КД находим суммированием вкладов от всех перегородок. Как правило, практический интерес представляет только первый тон колебаний жидкости ( $n = 1$ ).

Рассмотренный алгоритм реализован на языке FORTRAN и включен в общую программу, предназначенную для определения гидродинамических характеристик топливных баков.

5. Приведем некоторые результаты расчетов МКЭ демпфирования основного первого тона колебаний жидкости в цилиндрическом резервуаре с одной кольцевой перегородкой. Принимаем, что вектор кажущегося ускорения направлен вдоль оси резервуара и перпендикулярен плоскости перегородки. Пусть  $b$  – ширина перегородки,  $h$  – высота жидкости над ее плоскостью,  $\Delta$  – зазор между перегородкой и цилиндрической стенкой резервуара. В качестве характерного размера возьмем радиус цилиндра  $R$ .

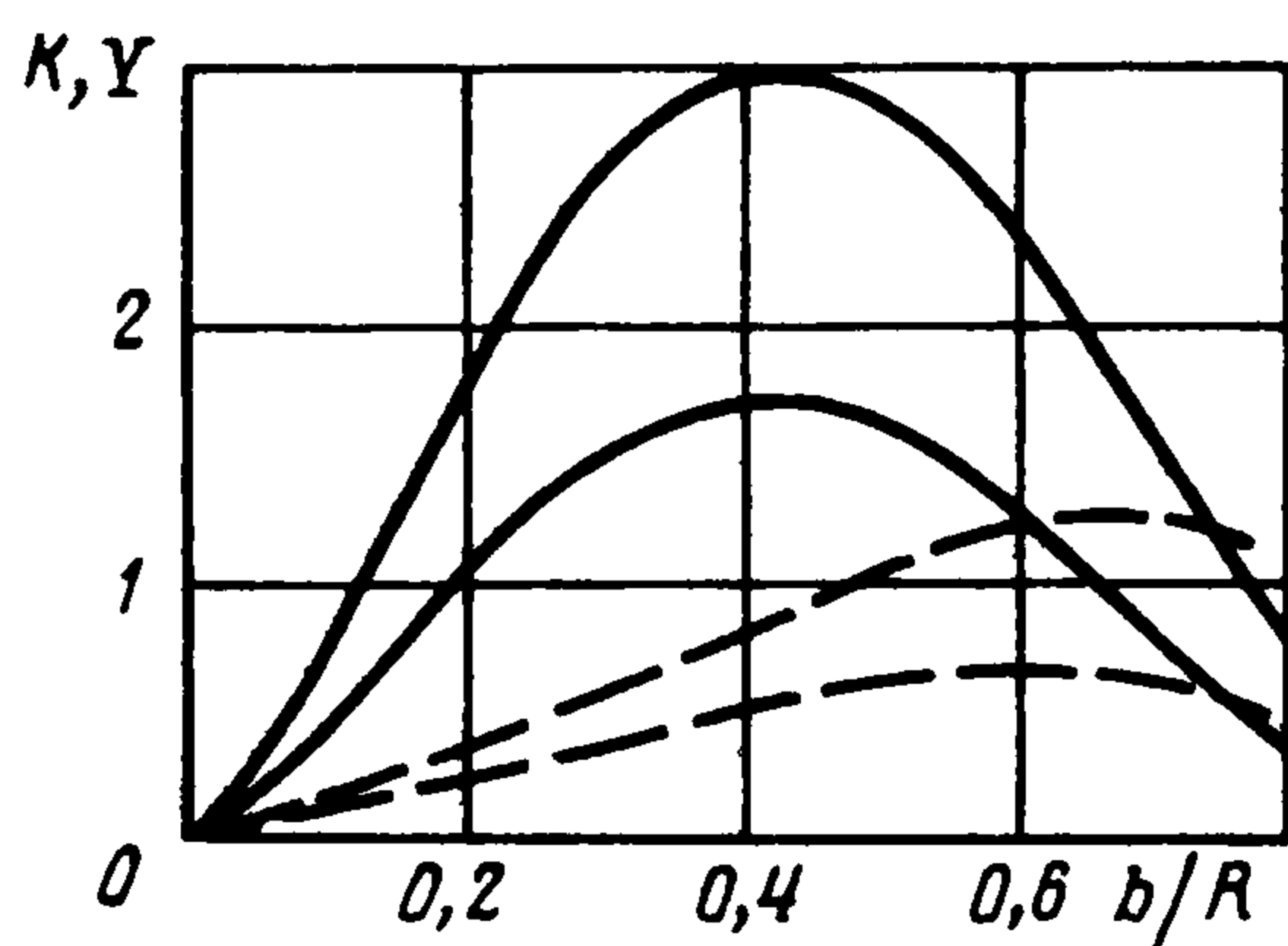
На фиг. 2 представлены результаты вычислений МКЭ КИС ( $Y = K_v^2 / (R v_0^2)$ ) и коэффициента  $K$  в формуле (2.4), которая определяет величину демпфирования колебаний жидкости, в зависимости от ширины  $b$  перегородки, установленной без зазора ( $\Delta = 0$ ), при глубинах ее утопления  $h/R = 0,2$  и  $h/R = 0,3$ . Большей глубине соответствуют меньшие величины КИС и  $K$ . Сплошными линиями, полученными интерполяцией по результатам расчетов, показаны значения  $K$ , штриховыми – КИС. Максимальное демпфирование получено при  $b/R \approx 0,4$ .

Сравнение зависимости (2.4) с экспериментальными данными дано на фиг. 3 для следующих вариантов:

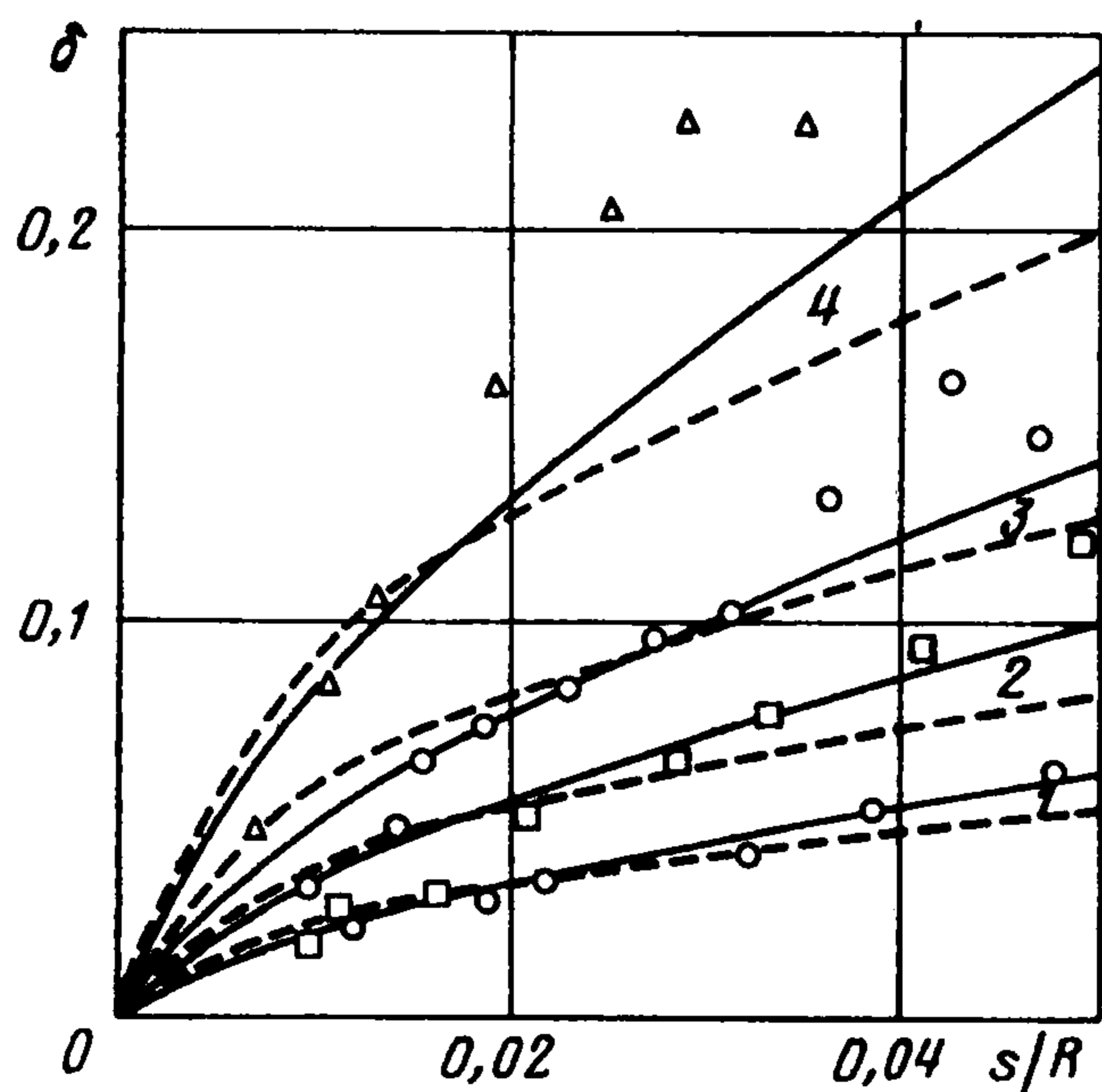
Вариант	1	2	3	4
$b/R$	0,1	0,1	0,2	0,2
$h/R$	0,3	0,2	0,3	0,2

Сплошными линиями представлены результаты расчетов; штриховыми – результаты обработки экспериментальных данных [4] под эмпирическую зависимость вида  $\delta = K \sqrt{s}$  [14]; символами и точками – экспериментальные данные, полученные И.М. Мельниковой после опубликования книги [4].

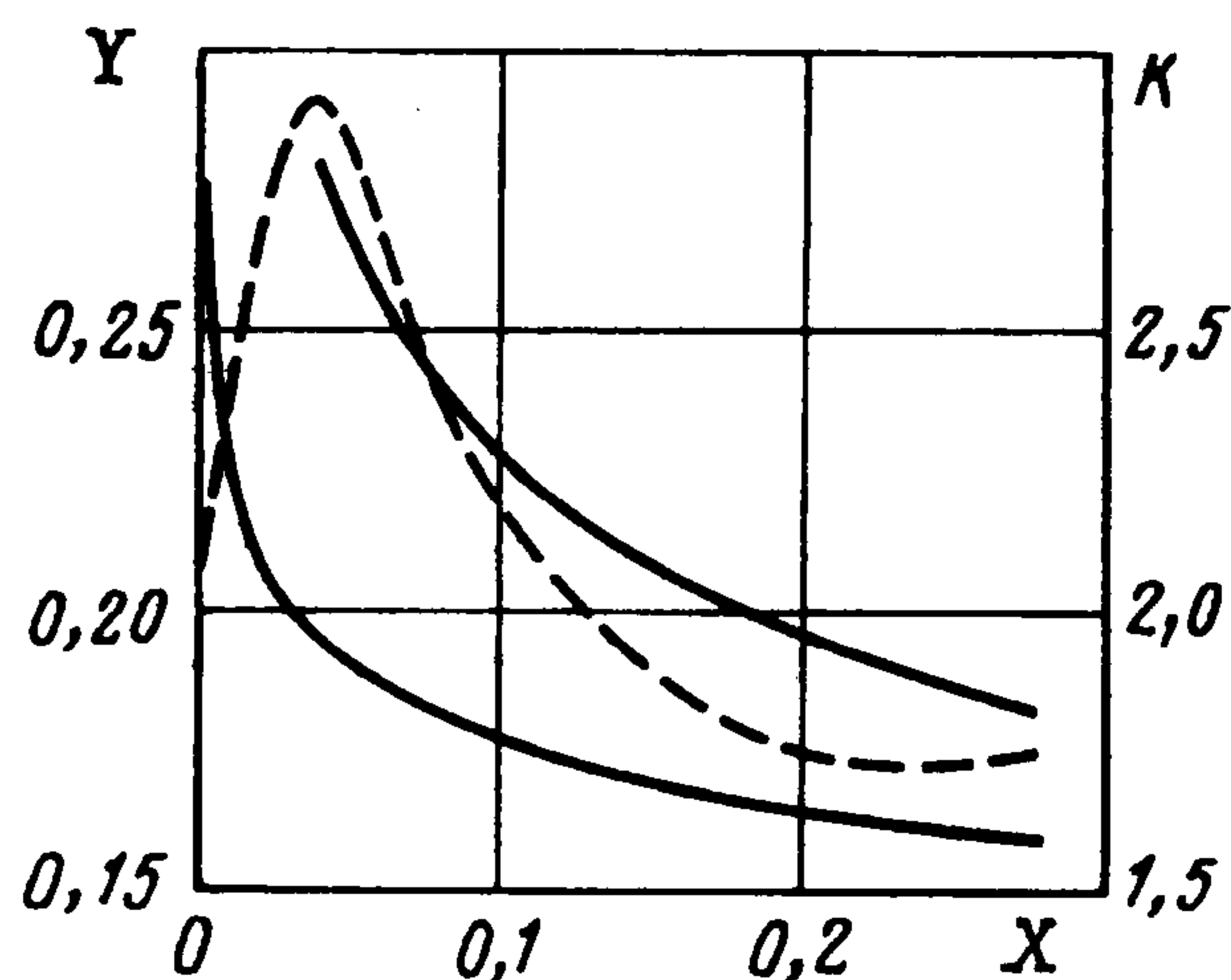
Результаты исследования влияния зазора между перегородкой и стенкой резервуара представлены на фиг. 4. Они получены для кольцевых перегородок, имеющих постоянную ширину  $b/R = 0,12$ , расположенных на глубине  $h/R = 0,1$  от свободной поверхности жидкости. Интерес представляют малые величины зазоров, для которых экспериментально обнаружен эффект увеличения демпфирования по сравнению с перегородками, установленными без зазора.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Зависимости КИС  $K_{v0}$  от величины зазора  $\Delta$  в осях  $X = \Delta/b, Y = K_{v0}^2 / (Rv_0^2)$  представлены сплошными линиями. Большие значения КИС соответствуют внешней кромке, расположенной вблизи стенки. При уменьшении зазора КИС на обеих острых кромках возрастают. КИС на внутренней кромке стремится при этом к своему предельному значению для перегородки без зазора, а вычисление КИС на внешней кромке согласно одному из принятых допущений имеет смысл проводить до тех пор, пока  $\Delta \gg \sqrt{\nu/\omega}$ , т.е. пока величина зазора много больше толщины пограничного слоя.

Штриховой линией показана зависимость коэффициента  $K$  от ширины зазора ( $X = \Delta/b$ ), построенная по формуле (2.4) с использованием значений КИС, представленных сплошными линиями. Все линии на фиг. 4 – это интерполяция по результатам расчетов. Как видно, при  $\Delta/b < 0,12$  действительно наблюдается повышенное демпфирование. Эти результаты качественно согласуются с экспериментальными данными, полученными для других перегородок. Положение и значение максимума штриховой кривой зависит от вязкости жидкости, которая, как отмечалось выше, ограничивает рост КИС на внешней кромке перегородки. Заметим, что при  $\Delta/b = 0,04$  зазор меньше  $1/200$  радиуса резервуара, поэтому предложенный подход позволяет определять нелинейное вихревое демпфирование колебаний жидкости с учетом весьма мелких конструктивных особенностей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бужинский В.А. Энергия вихреобразования при колебаниях в жидкости тела с острыми кромками // Докл. АН СССР. 1990. Т. 313. N 5. С. 1072–1074.
2. Бужинский В.А. Вихревое сопротивление пластинки при колебаниях в маловязкой жидкости // ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 2. С. 233–238.
3. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. М.: Наука, 1965. 439 с.

4. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. М.: Машиностроение, 1971. 563 с.
5. Бужинский В.А., Столбецов В.И. Определение гидродинамических характеристик полости, частично заполненной жидкостью, имеющей внутри маятник // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. N 6. С. 91–100.
6. Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 247 с.
7. Черноусько Ф.Л. Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 230 с.
8. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972. 440 с.
9. Keulegan G.H. and Carpenter L.H. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid // J. Res. Nat. Bureau of Standards. 1958. V. 60. N 5. P. 423–440.
10. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
11. Коннор Дж., Бреббия К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979. 263 с.
12. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. 524 с.
13. Вычислительные методы в механике разрушения. // Под ред. С. Атлури. М.: Мир, 1990. 391 с.
14. Miles J.W. Ring damping of free surface oscillations in a circular tank // J. Appl. Mech. 1958. V. 25. N 2. P. 274–276.

Королев,  
Московская обл.

Поступила в редакцию  
18.VI.1997