УДК 62–50

© 1998 г. С.А. Решмин, Ф.Л. Черноусько

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ НА ОСНОВЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ

Рассматривается нелинейная управляемая динамическая система с многими степенями свободы, описываемая уравнениями Лагранжа второго рода. На величины управляющих воздействий наложены геометрические ограничения. Предполагается, что в уравнениях движения матрица кинетической энергии близка к некоторой постоянной диагональной матрице. К системе такого вида можно привести, например, уравнения движения роботов, приводы которых имеют большие коэффициенты передачи. Ставится задача о переводе системы за конечное время из заданного начального состояния в терминальное состояние с нулевыми скоростями. Для построения управления применяется метод декомпозиции [1]. Указываются достаточные условия, при которых максимальные значения нелинейных слагаемых в уравнениях движения не превосходят допустимых величин управляющих воздействий. При этом нелинейности рассматриваются как ограниченные возмущения и осуществляется декомпозиция системы на независимые линейные подсистемы второго порядка. Для этих подсистем задается управление по обратной связи, которое гарантирует приведение каждой из них в терминальное состояние при любых допустимых возмущениях. Предлагаемое управление имеет простую структуру. Рассмотрены приложения предложенного подхода к проблемам управления манипуляционными роботами.

Работа примыкает к [1–4], но в ней даны иные условия реализуемости метода декомпозиции. Отметим, что другой способ управления динамическими системами, основанный на декомпозиции, предложен в работах [5, 6].

1. Постановка задачи. Рассматривается нелинейная управляемая динамическая система, имеющая n степеней свободы, движение которой описывается уравнениями Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot q_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}=U_i+Q_i \tag{1.1}$$

Здесь $q=(q_1,\ldots,q_n)$ – вектор обобщенных координат, $q\in D\subset R^n$; U_i – управляющие обобщенные силы, которые предстоит определить; Q_i – прочие обобщенные силы; T – кинетическая энергия системы, заданная в виде квадратичной формы

$$T(q,\dot q)=\frac{1}{2}(A(q)\dot q,\dot q)=\frac{1}{2}\sum_{j,k}A_{jk}(q)\dot q_j\dot q_k \tag{1.2}$$

где $A(q)$ – симметрическая положительно-определенная матрица с элементами $A_{jk}(q)$. Выше и всюду далее индексы i, j, k принимают значения $1, 2,\ldots, n$.

Область D, в которой могут происходить движения рассматриваемой системы, задана в виде независимых ограничений на координаты q_i

$$D=\{q\colon\ q_i^-\leqslant q_i\leqslant q_i^+\} \tag{1.3}$$

Ограничения наложены также на управляющие обобщенные силы

$$|U_i| \leq U_i^0 \tag{1.4}$$

Сделаем некоторые упрощающие предположения относительно кинетической энергии и обобщенных сил Q_i. Предполагаем, что матрица $A(q)$ из (1.2) представима в виде

$$A(q) = I + \tilde{A}(q), \quad I = \operatorname{diag}(I_1, \ldots, I_n), \quad I_i = \text{const} > 0 \tag{1.5}$$

где $\tilde{A}(q)$ – симметрическая матрица, такая, что для любого n-мерного вектора z выполнено неравенство

$$|\tilde{A}(q)z| \leq \mu |z|, \quad \mu > 0, \quad \forall q \in D \tag{1.6}$$

Здесь μ – достаточно малый параметр, возможные значения которого указаны ниже.

Кроме того, предполагаем, что

$$|\partial A_{jk} / \partial q_i| \leq c, \quad c = \text{const} > 0 \tag{1.7}$$

и что обобщенные силы Q_i представляются в виде

$$Q_i = G_i + F_i \tag{1.8}$$

Здесь $G_i(q, \dot{q}, t)$ – ограниченные силы, величины которых не превосходят допустимых значений управляющих сил, т.е.

$$|G_i| \leq G_i^0, \quad G_i^0 < U_i^0 \tag{1.9}$$

где G_i^0 – заданные постоянные. Отметим, что если для некоторых i имеет место неравенство $G_i^0 > U_i^0$, обратное (1.9), то система может быть неуправляемой.

Через $F_i(q, \dot{q}, t)$ в (1.8) обозначены силы, которые достаточно малы при малых скоростях и удовлетворяют ограничениям

$$|F_i| \leq a|\dot{q}| + b|\dot{q}|^2 \tag{1.10}$$

где a, b – некоторые положительные постоянные. Точный вид функций $G_i(q, \dot{q}, t)$, $F_i(q, \dot{q}, t)$ в (1.8) может быть неизвестен.

Сформулируем задачу управления.

Задача 1. Определить управляющие функции $U_i(q_i, \dot{q}_i)$, которые удовлетворяют ограничениям (1.4) и обеспечивают перевод системы (1.1) из заданного начального состояния

$$q(0) = q^0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}^0, \quad q^0 \in D \tag{1.11}$$

в заданное конечное состояние покоя

$$q(\tau) = q^1, \quad \dot{q}(\tau) = 0, \quad q^1 \in D \tag{1.12}$$

Время процесса управления τ конечно и не фиксируется. Без ограничения общности начальный момент времени принят равным нулю.

2. Декомпозиция системы. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом декомпозиции, который предложен в [1]. Подставим в (1.1) выражение (1.2) для кинетической энергии T и запишем уравнения движения в векторном виде

$$A(q)\ddot{q} = U + G + S(q, \dot{q}, t) \tag{2.1}$$

Здесь $U = (U_1, \ldots, U_n)$ – вектор управлений; $G = (G_1, \ldots, G_n)$ – вектор ограниченных сил

(1.9); $S = (S_1, ..., S_n)$ – вектор-функция с компонентами

$$S_i(q,\dot q,t) = F_i(q,\dot q,t) + \sum_{j,k}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} - \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k}\right)\dot q_j \dot q_k \tag{2.2}$$

Отметим, что величины S_i обращаются в нуль при $\dot q = 0$.

Умножим обе части уравнения (2.1) на IA^{-1} (матрица I была введена в (1.5)). Получим

$$I_i \ddot q_i = U_i + V_i \tag{2.3}$$

$$V_i = G_i + S_i - [\tilde A A^{-1}(U + G + S)]_i \tag{2.4}$$

Система (2.3), (2.4) эквивалентна исходному уравнению (2.1).

Предположим, что имеют место неравенства

$$|V_i| \leqslant \rho_i U_i^0, \quad \rho_i < 1 \tag{2.5}$$

где ρ_i – некоторые постоянные. Функции V_i будем рассматривать в (2.3) как независимые ограниченные возмущения. При этом исходная нелинейная система распадается на n линейных подсистем, подверженных возмущениям, с одной степенью свободы каждая. Таким образом, для решения задачи 1 достаточно решить n более простых задач управления для подсистем второго порядка (2.3).

В разд. 3 приводится закон управления для каждой из этих подсистем. В разд. 4 найдены условия, при которых неравенства (2.5) действительно выполняются.

3. Управление линейной подсистемой. Скалярное управление U_i, переводящее i-ю подсистему (2.3) за конечное время из произвольного начального состояния $(q_i^0, \dot q_i^0)$ в конечное состояние $(q_i^1, 0)$ при любом допустимом возмущении V_i, удовлетворяющем (2.5), зададим, как это было сделано ранее [1], в форме синтеза

$$\begin{gathered} U_i(q_i,\dot q_i) = U_i^0 \operatorname{sign}\psi_i(q_i,\dot q_i), \quad \psi_i \neq 0 \\ U_i(q_i,\dot q_i) = -U_i^0 \operatorname{sign}\dot q_i, \quad \psi_i = 0 \\ \psi_i(q_i,\dot q_i) = q_i^1 - q_i - \dot q_i |\dot q_i| / (2X_i) \end{gathered} \tag{3.1}$$

Здесь X_i – положительный параметр управления

$$X_i = U_i^0(1 - \rho_i) / I_i \tag{3.2}$$

Заметим, что значение X_i пока неизвестно, поскольку неизвестна постоянная ρ_i.

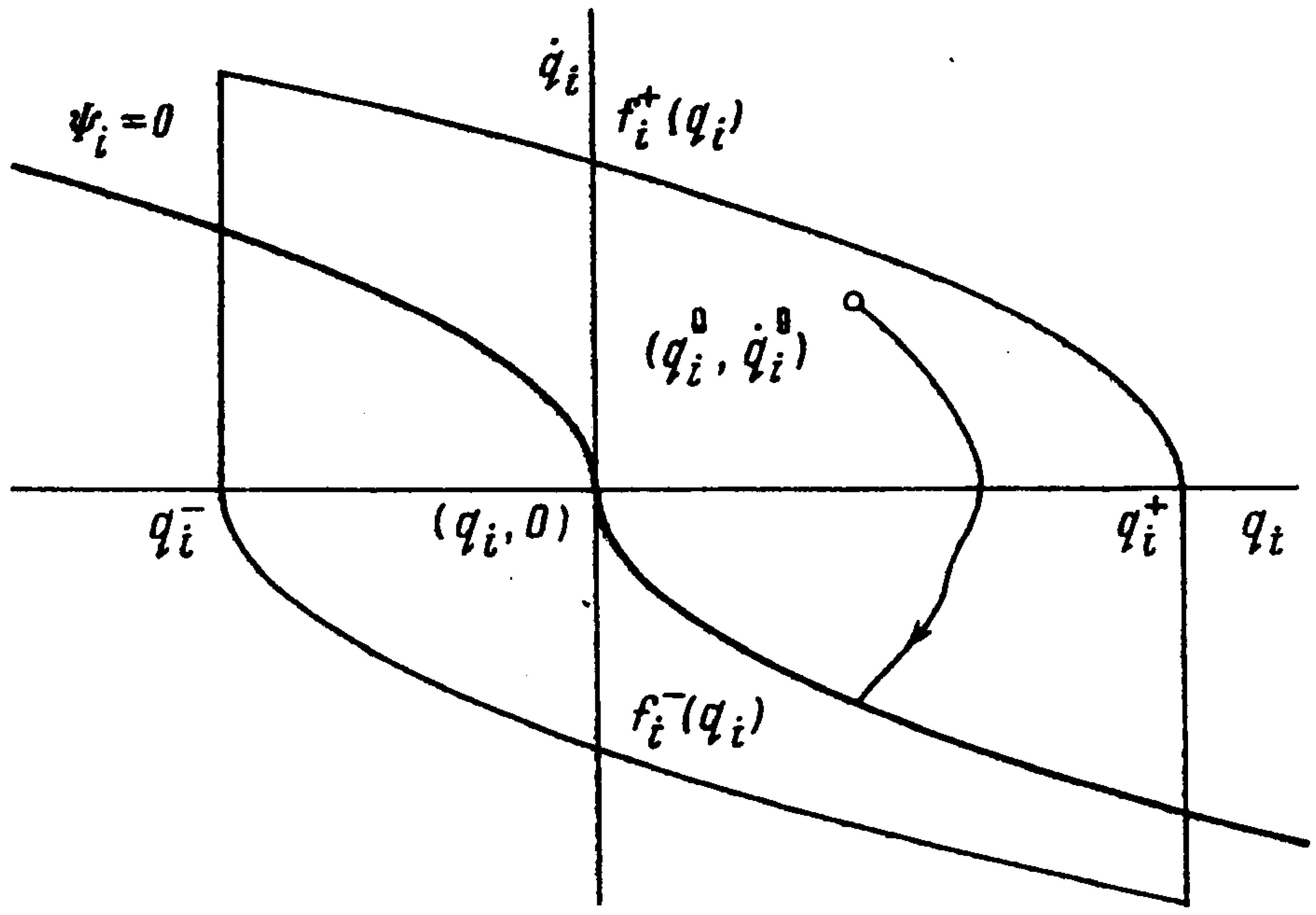
Указанное управление получено как оптимальное по быстродействию управление в игровой задаче, в которой U_i и V_i рассматриваются как управления двух игроков [7]. Это управление релейно и принимает свои предельно допустимые значения $U_i = \pm U_i^0$. Кривая переключений (КП) $\psi_i(q_i, \dot q_i) = 0$ состоит из двух параболических ветвей, которые симметричны относительно точки $(q_i^1, 0)$.

Зададим в двумерном фазовом пространстве i-й подсистемы множество Ω_i (фигура)

$$\begin{gathered} \Omega_i = \{(q_i,\dot q_i):\ q_i^- \leqslant q_i \leqslant q_i^+,\ f_i^- \leqslant \dot q_i \leqslant f_i^+\} \\ f_i^-(q_i) = -[2X_i(q_i - q_i^-)]^{1/2}, \quad f_i^+(q_i) = [2X_i(q_i^+ - q_i)]^{1/2} \end{gathered} \tag{3.3}$$

Опишем характер движения подсистемы (2.3) в случае, когда управление задано в виде (3.1), (3.2), а начальная точка $(q_i^0, \dot q_i^0)$ лежит в Ω_i:

$$(q_i^0, \dot q_i^0) \in \Omega_i \tag{3.4}$$



Процесс управления разбивается на два основных этапа. На первом этапе движение совершается при постоянном управлении до тех пор, пока фазовая точка подсистемы не попадет на КП. При этом согласно (2.3), (2.5), (3.1), (3.2) имеем (для определенности считаем, что $\psi_i(q_i^0, \dot q_i^0) < 0$)

$$\ddot q_i \leqslant -X_i \tag{3.5}$$

Из (3.5) следует, что величина $\dot q_i$ уменьшается, причем в силу (3.3), (3.4), (3.5) выполняются неравенства

$$\frac{d\dot q_i}{dq_i} \leqslant -\frac{X_i}{f_i^+(q_i)} = \frac{df_i^+(q_i)}{dq_i}, \quad \dot q_i > 0; \quad \frac{d\dot q_i}{dq_i} > 0, \quad \dot q_i < 0$$

Поэтому при любых возмущениях фазовая траектория рассматриваемой подсистемы не выходит за пределы области Ω_i и попадает на одну из ветвей КП. При $\psi_i(q_i^0, \dot q_i^0) >$ > 0 этот факт доказывается аналогично.

Попав на КП, фазовая точка продолжает двигаться по ней в терминальное состояние. Параболические ветви КП совпадают с фазовыми траекториями подсистемы (2.3) при управлении U_i, выбранном согласно (3.1), (3.2), и при $V_i = -\rho_i U_i$. Если же $V_i \neq$ $\neq -\rho_i U_i$, то движение все равно происходит вдоль параболического участка, но в скользящем режиме. Управление U_i в этом случае принимает значения $\pm U_i^0$ с бесконечно частыми сменами знака, так что "в среднем" $\ddot q_i = X_i$ или $\ddot q_i = -X_i$ для соответствующих ветвей кривой переключений.

Таким образом, если в начальный момент времени условия (3.3), (3.4) выполнены для всех подсистем (2.3), то их фазовые траектории целиком лежат в соответствующих областях Ω_i. При этом выполняются ограничения (1.3), а также имеют место неравенства

$$|\dot q_i| \leqslant (2d_i X_i)^{1/2}, \quad d_i = q_i^+ - q_i^- \tag{3.6}$$

На фигуре изображена некоторая возможная фазовая траектория подсистемы (2.3). Стрелками указано направление роста времени t.

Было показано [1], что время движения i-й подсистемы (2.3) максимально при "наихудшем" возмущении $V_i = -\rho_i U_i$ и равно

$$\begin{gathered}\tau_i^*(q_i^0, \dot q_i^0) = X_i^{-1}\{2[(\dot q_i^0)^2/2 - X_i(q_i^0 - q_i^1)\gamma_i]^{1/2} - \dot q_i^0 \gamma_i\} \\ \gamma_i = \operatorname{sign}\psi_i(q_i^0, \dot q_i^0), \quad \psi_i \neq 0; \quad \gamma_i = \pm 1, \quad \psi_i = 0\end{gathered} \tag{3.7}$$

Поскольку время τ приведения системы (1.1) в терминальное состояние (1.12) определяется максимальным из времен управления для каждой из подсистем (2.3), то получаем оценку

$$\tau \leqslant \tau^* = \max_i(\tau_i^*) \tag{3.8}$$

4. Нахождение допустимых параметров X_i. Применение управления (3.1) возможно только при выполнении неравенств (2.5) в течение всего процесса управления. Найдем такие параметры управления X_i, при которых указанные соотношения действительно выполняются.

Оценим сначала модули величин V_i. При $\mu < I_{\min}$, используя соотношения (1.4)–(1.6), (1.9), (2.4), получим

$$|V_i| \leqslant G_i^0 + \left(1 + \frac{\mu n^{1/2}}{I_{\min} - \mu}\right) S^0 + \frac{\mu}{I_{\min} - \mu}\left[\sum_j (U_j^0 + G_j^0)^2\right]^{1/2} \tag{4.1}$$

Здесь $I_{\min}$ – наименьшая из величин I_i; S^0 – постоянная, ограничивающая абсолютные значения функций $S_i(q, \dot{q}, t)$ из (2.2) при управлении (3.1) с параметрами X_i. При ограничениях (1.7), (1.10), (3.6) имеем

$$S^0(X) = a\left(2\sum_j d_j X_j\right)^{1/2} + 2b\sum_j d_j X_j + 3c\left[\sum_j (d_j X_j)^{1/2}\right]^2 \tag{4.2}$$

$$X = (X_1, \ldots, X_n)$$

В неравенствах (2.5) выразим ρ_i через параметры управления X_i, используя (3.2), а вместо величин $|V_i|$ подставим их оценку из (4.1). Получим

$$I_i X_i + \left(1 + \frac{\mu n^{1/2}}{I_{\min} - \mu}\right) S^0(X) \leqslant U_i^0 - G_i^0 - \frac{\mu}{I_{\min} - \mu}\left[\sum_j (U_j^0 + G_j^0)^2\right]^{1/2} \tag{4.3}$$

Если параметр μ достаточно мал, так что выполнено условие

$$\mu < \frac{\min_i (U_i^0 - G_i^0) I_{\min}}{\min_i (U_i^0 - G_i^0) + \left[\sum_j (U_j^0 + G_j^0)^2\right]^{1/2}} \tag{4.4}$$

то выражения в правых частях неравенств (4.3) положительны. Поскольку $S^0(X) \to 0$ при $X_i \to 0$, то всегда найдутся положительные значения X_i, при которых выполняются неравенства (4.3), а следовательно, и неравенства (2.5).

Подытожим полученные результаты в виде теоремы.

Теорема 1. Пусть выполнено условие (4.4). Тогда синтез управления $U_i(q_i, \dot{q}_i)$, решающий задачу 1, задается соотношениями (3.1), в которых параметры X_i должны выбираться так, чтобы выполнялись неравенства (4.3). Это управление переводит систему (1.1) из начального состояния (1.11) в заданное терминальное состояние (1.12), если в начальный момент времени величины $\dot{q}_i^0$ удовлетворяют ограничениям $f_i^-(q_i^0) \leqslant \dot{q}_i^0 \leqslant f_i^+(q_i^0)$. При этом движение системы лежит в области D из (1.3), а время процесса управления τ не превосходит величины τ^*, определяемой выражениями (3.7), (3.8).

Укажем способ выбора допустимых значений X_i. Будем искать их в виде

$$X_i = Y^2 d_i \tag{4.5}$$

где величина Y пока неизвестна. Подставим (4.5) в неравенства (4.3) и приведем их к виду

$$Y^2 + 2g_i Y \leqslant h_i \tag{4.6}$$

где g_i, h_i – положительные коэффициенты, явный вид которых непосредственно следует из (4.2), (4.3). Решение системы неравенств (4.6) можно записать в виде

$$Y \leqslant \min_i [(g_i^2 + h_i)^{1/2} - g_i]$$

Выбрав максимальное значение Y, удовлетворяющее полученному неравенству, вычисляем по формулам (4.5) параметры управления X_i.

5. Приложения к задачам управления роботами. Рассмотрим манипуляционный робот, состоящий из n абсолютно твердых звеньев, которые соединены между собой цилиндрическими или призматическими шарнирами. Положение звеньев робота в пространстве характеризуется их относительными углами поворотов (в случае цилиндрических шарниров) или относительными смещениями (в случае призматических шарниров). Примем эти углы и смещения в качестве обобщенных координат $q = (q_1,..., q_n)$. Если уравнения движения робота представить в виде (1.1), (1.2), то роль обобщенных сил будут играть моменты сил относительно осей цилиндрических шарниров и силы, действующие вдоль направлений смещений в призматических шарнирах. В этом случае U_i – это управляющие силы или моменты сил, создаваемые электромеханическими приводами робота, а Q_i – все остальные внешние и внутренние силы и моменты, возникающие в результате действия сил тяжести, трения, различных возмущений и др. Далее будем полагать, что силы Q_i представимы в форме (1.8)–(1.10).

Кинетическая энергия робота T складывается из кинетической энергии движения звеньев $T^1(q, \dot q)$ и кинетической энергии движения роторов электродвигателей $T^2(q, \dot q, N)$, здесь $N = (N_1,..., N_n)$ – передаточные числа редукторов, рассматриваемые как параметры. Считаем, что $N_i \geqslant 1$, инерцией подвижных частей редукторов пренебрегаем. По теореме Кёнига кинетическая энергия i-го ротора T_i^2 равна сумме кинетической энергии, которую имела бы материальная точка массы, равной массе ротора, расположенная в его центре инерции, и кинетической энергии вращения ротора, т.е.

$$T_i^2(q, \dot q, N_i) = T_i^v(q, \dot q) + T_i^\omega(q, \dot q, N_i)$$

Пусть J_i, J_i' – моменты инерции i-го ротора соответственно относительно оси вращения и перпендикулярной к ней оси, проходящей через центр инерции. Тогда если вектор угловой скорости статора i-го электродвигателя имеет проекцию на ось вращения ротора, равную ω_i, и перпендикулярную составляющую, равную ω_i', то

$$T_i^\omega(q, \dot q, N_i) = \tfrac{1}{2}[J_i(N_i \dot q_i + \omega_i)^2 + J_i'\omega_i'^2]$$

Угловые скорости ω_i, ω_i' – линейные комбинации обобщенных скоростей $\dot q_1, \dots, \dot q_n$ с коэффициентами, зависящими от q. Поэтому кинетическую энергию робота можно представить в виде

$$T = \frac{1}{2}\sum_j J_j (N_j \dot q_j)^2 + \frac{1}{2} N_{\max}(B\dot q, \dot q) \tag{5.1}$$

где $B(q, N)$ – ограниченная матрица, такая, что при произвольном векторе z выполняется неравенство

$$|B(q, N)z| \leqslant \lambda |z|, \quad \lambda = \mathrm{const} \tag{5.2}$$

Здесь и далее через $N_{\max}$, $N_{\min}$ обозначены соответственно наибольшее и наименьшее из передаточных чисел $N_1,\ldots, N_n$.

Подставим (5.1) в уравнения Лагранжа в форме (1.1). Получим

$$N_i^2 J_i \ddot{q}_i + N_{\max}[B(q,N)\ddot{q}]_i = U_i + G_i + S_i(q,\dot{q},t,N) \tag{5.3}$$

Разделим i-е уравнение (5.3) на N_i и сделаем замену переменных

$$p_i = N_i q_i \tag{5.4}$$

В результате получим

$$J_i \ddot{p}_i + N_{\max} N_i^{-1} \sum_j B_{ij} N_j^{-1} \ddot{p}_j = N_i^{-1}(U_i + G_i + S_i) \tag{5.5}$$

Учитывая, что $N_i^{-1}U_i = M_i$, где M_i – электромагнитный момент, создаваемый электродвигателем, приведем систему (5.5) к виду

$$(J + \tilde{B})\ddot{p} = M + G^* + S^* \tag{5.6}$$

Здесь

$$J = \operatorname{diag}(J_1,\ldots,J_n),\quad \tilde{B} = N_{\max} HBH,\quad M = (M_1,\ldots,M_n)$$
$$G^* = HG,\quad S^* = HS,\quad H = \operatorname{diag}(N_1^{-1},\ldots,N_n^{-1}) \tag{5.7}$$

Следовательно, уравнения движения с учетом замены (5.4) и обозначений (5.7) представлены в виде (1.5), (2.1), причем согласно (5.2) и (5.7) имеем неравенство

$$|\tilde{B}z| \leqslant \mu^* |z|,\quad \mu^* = N_{\max} N_{\min}^{-2} \lambda \tag{5.8}$$

аналогичное ограничению (1.6). Начальные и конечные условия представимы в форме (1.11), (1.12).

Рассмотрим различные варианты постановок задач управления.

1°. Пусть на создаваемые электродвигателями управляющие моменты сил M_i наложены ограничения

$$|M_i| \leqslant M_i^0 \tag{5.9}$$

В этом случае для построения управления можно применить результаты, полученные в предыдущих разделах и подытоженные в теореме 1. Неравенство (4.4), переписанное в обозначениях системы (5.6), определяет допустимые значения параметра μ^*. Подставив в это неравенство вместо μ^* его значение из (5.8), получим ограничение на возможные величины передаточных чисел редукторов

$$\frac{N_{\min}^2}{N_{\max}} > \frac{\lambda}{J_{\min}} \left(1 + \frac{\left[\sum_j (M_j^0 + G_j^{*0})^2 \right]^{1/2}}{\min_i (M_i^0 - G_i^{*0})} \right) \tag{5.10}$$

Здесь G_i^{*0} – постоянная, ограничивающая абсолютные значения функций G_i^*; $J_{\min}$ – наименьший из моментов инерции роторов $J_1,\ldots, J_n$.

2°. Пусть роль управляющих воздействий играют электрические напряжения, подаваемые на обмотки роторов электродвигателей. Дополним уравнения движения (5.6) уравнениями баланса напряжений в цепях роторов и соотношениями, связывающими моменты M_i с токами

$$L_i \frac{dj_i}{dt} + R_i j_i + k_i^E \dot{p}_i = u_i,\quad M_i = k_i^M j_i \tag{5.11}$$

Здесь L_i – коэффициент индуктивности, R_i – электрическое сопротивление, k_i^E, k_i^M – постоянные коэффициенты, u_i – электрическое напряжение в цепи ротора i-го двигателя. Первый член в первом уравнении (5.11) обычно мал по сравнению с остальными, поэтому из (5.11) получим выражение

$$M_i = k_i^M R_i^{-1}(u_i - k_i^E \dot{p}_i)$$

подставляя которое в (5.6), получим

$$(J + \mu^* \tilde{B})\ddot{p} = U^* + G^* + S^{**} \tag{5.12}$$

$$S^{**} = S^* - \Lambda\dot{p}, \quad \Lambda = \mathrm{diag}(k_1^M k_1^E R_1^{-1}, \ldots, k_n^M k_n^E R_n^{-1})$$

$$U^* = (k_1^M R_1^{-1} u_1, \ldots, k_n^M R_n^{-1} u_n)$$

Пусть на управляющие напряжения наложены ограничения

$$|u_i| \leqslant u_i^0 \tag{5.13}$$

Ограничения (5.13) преобразуются в ограничения на компоненты вектора U^* из (5.12)

$$|U_i^*| \leqslant U_i^{*0} = k_i^M R_i^{-1} u_i^0 \tag{5.14}$$

Уравнения движения (5.12) снова приведены к форме (1.5), (2.1).

Неравенства (5.14) имеют тот же вид, что и соотношения (1.4). Очевидно, что и в этом случае применим рассматриваемый способ управления. Согласно теореме 1 получим ограничение, аналогичное (5.10)

$$\frac{N_{\min}^2}{N_{\max}} > \frac{\lambda}{J_{\min}} \left(1 + \frac{\left[\sum_j (k_j^M R_j^{-1} u_j^0 + G_j^{*0})^2 \right]^{1/2}}{\min_i (k_i^M R_i^{-1} u_i^0 - G_i^{*0})} \right) \tag{5.15}$$

Итак, если передаточные числа приводов и параметры робота таковы, что удовлетворяются неравенства (5.10), (5.15), то можно построить управление, переводящее рассматриваемую систему из начального состояния в заданное состояние за конечное время. Управление учитывает наличие возмущений и конструктивных ограничений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (96-01-01137) и Программы поддержки ведущих научных школ (96–15–96236).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Черноусько Ф.Л.* Декомпозиция и субоптимальное управление в динамических системах // ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 6. С. 883–893.
2. *Черноусько Ф.Л.* Синтез управления нелинейной динамической системой // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 2. С. 179–191.
3. *Chernousko F.L.* The decomposition of controlled dynamic systems // Advances in Nonlinear Dynamics and Control. / Ed. Kurzhanski A.B. Boston, etc.: Birkhäuser, 1993. P. 1–40.
4. *Черноусько Ф.Л.* Декомпозиция и синтез управления в нелинейных динамических системах // Тр. Мат. ин-та РАН. 1995. Т. 211. С. 457–472.
5. *Пятницкий Е.С.* Синтез управления манипуляционными роботами на принципе декомпозиции // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 3. С. 92–99.
6. *Пятницкий Е.С.* Принцип декомпозиции в управлении механическими системами // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300. № 2. С. 300–303.
7. *Красовский Н.Н.* Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. 420 с.

Москва

Поступила в редакцию
13.II.1997