УДК 532.5:534.1

© 1997 г. П.А. Крутицкий, Г.Ю. Малышева

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПЛАНЕТАРНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛУОГРАНИЧЕННЫХ КАНАЛАХ, ВЫТЯНУТЫХ ВДОЛЬ МЕРИДИАНА

В приближении β-плоскости изучается нестационарная краевая задача о распространении планетарных волн в полуограниченных каналах, вытянутых в направлении север–юг. Получено явное решение и исследовано поведение нормальных нестационарных волн при больших временах.

Планетарными волнами или волнами Россби принято называть низкочастотные колебания в океане и атмосфере, обусловленные действием силы Кориолиса, возникающей в результате суточного вращения Земли вокруг оси, на движущуюся среду. Во многих случаях нестационарные планетарные волны хорошо описываются уравнением третьего порядка [1, 2] в приближении β-плоскости, при котором сферическая поверхность Земли локально заменяется касательной плоскостью.

Разрешимость начально-краевых задач для эволюционных псевдопараболических уравнений с одной пространственной переменной была изучена [3] с помощью абстрактных функциональных методов. Для многомерных псевдопараболических уравнений была получена [4, 5] асимптотика задачи Коши и первой краевой задачи в квадранте. Были изучены [2, 6] различные свойства как линейных, так и нелинейных планетарных волн, в частности вопросы их неустойчивости. Влияние рельефа на распространение планетарных волн, а также их отражение в озерах и полуограниченных каналах с неровным дном исследовалось очень детально численными методами [7–11].

Проводимое ниже исследование с математической точки зрения является продолжением работы [12], причем в отличие от [12] построено явное решение начально-краевой задачи о возбуждении нестационарных планетарных волн в полубесконечном канале, вытянутом вдоль меридиана, а не вдоль параллели, как в [12].

Кроме того, задача в [12] была решена классическим методом разделения переменных, тогда как задача, рассматриваемая в настоящей статье, непосредственно этим методом не решается и для ее решения предлагается модификация метода разделения переменных.

Как и в [12], рассматривается асимптотическое поведение решения при больших временах. Дается сравнительный анализ полученных результатов с результатами из [12].

Планетарные войны в нестационарном случае практически не изучались, так как они описываются неклассическим уравнением третьего порядка. Ранее было неясно, какой тип возмущений это уравнение описывает, имеют ли его решения действительно волновой характер, или же они сходны с решениями параболических уравнений, описывающих распространение тепла, и имеют неволновую структуру. Одним из основных результатов данной статьи является детальное описание структуры нестационарных планетарных волн. Оказывается, что в отличие от акустических и электромагнитных волн, описываемых гиперболическими уравнениями и имеющих фронт, распространяющийся с конечной скоростью, нестационарные планетарные волны имеют квазифронт. В точках, где квазифронт уже прошел, возмущения имеют волновую структуру. Однако в точках, до которых квазифронт не дошел, возмущения носят экспоненциально затухающий характер, волн не описывают и похожи на решения параболических уравнений.

Таким образом, уравнение планетарных волн, с одной стороны, описывает дальнодействующие взаимодействия, что характерно для распространения тепла и параболических уравнений, а с другой стороны, описывает волновые явления, характерные для акустических и электромагнитных волн, управляемых гиперболическими уравнениями.

Необходимо заметить, что было доказано [3–5] существование решений некоторых начально-краевых задач для уравнений, близких к уравнению планетарных волн, а также получены оценки скорости убывания этих решений при больших временах. Однако тонкая структура нестационарных волн, описанная в данной работе, там не изучалась.

1. Постановка задачи. Распространение планетарных волн (волн Россби) вдоль земной поверхности, которая локально заменяется касательной плоскостью, описывается линеаризованным уравнением [1, 2]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\alpha^2 u\right)+\beta\frac{\partial u}{\partial x}=0 \tag{1.1}$$

где оси x, y системы координат направлены соответственно на восток (запад) и север (юг), $u(x, y, t)$ – функция тока, α, β – известные постоянные. В частности, $\beta = \partial f/\partial y$, где $f = 2\Omega\sin\varphi$ – параметр Кориолиса, Ω – угловая скорость вращения Земли, φ – широта места, которая в северном полушарии берется со знаком плюс, а в южном – со знаком минус. При этом $f > 0$ в северном полушарии и $f < 0$ – в южном. Для баротропных колебаний слоя жидкости глубины H можно считать, что $\alpha^2 = f^2/(qH)$, где q – ускорение силы тяжести.

Перейдем в (1.1) к безразмерным переменным $\alpha\ \mathrm{sign}(\alpha\beta)x$, $\alpha\ \mathrm{sign}(\alpha\beta)y$, $|\beta/\alpha|t$, для которых сохраним прежние обозначения. Тогда (1.1) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-u\right)+\frac{\partial u}{\partial x}=0 \tag{1.2}$$

Пусть жидкость занимает двумерный полуограниченный канал-волновод: $Q = \{(x, y) \in R^2\colon 0 < x < \pi,\ 0 < y < +\infty\}$. Через $C^{(1)}([0, +\infty);\ \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\pi))$ обозначим класс непрерывно дифференцируемых абстрактных функций переменной t со значениями в банаховом пространстве $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\pi)$, а $C_0^{(1)}([0, +\infty);\ \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\pi))$ – класс абстрактных функций, каждая из которых принадлежит $C^{(1)}([0,+\infty);\ \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\pi))$ и обращается в нуль при $t = 0$.

Будем говорить, что функция $V(x, y, t)$, определенная в $\overline{Q}\times[0,+\infty)$ принадлежит классу M_γ, если существует число $\gamma > 0$ и функция $c(t) \in C^0[0, +\infty)$, такие, что $|V(x, y, t)| \leqslant c(t)\exp(-\gamma y)$ при $y \geqslant 1$, $t \geqslant 0$, $x \in [0, \pi]$.

Сформулируем основную задачу, изучаемую ниже.

Задача А. Найти функцию $u(x, y, t)$, непрерывную в $\overline{Q}\times[0,+\infty)$ и удовлетворяющую в классическом смысле уравнению (1.2) в $Q \times (0, +\infty)$, а также следующим условиям:

$$u|_{t=0}=0, \quad u|_{x=0}=u|_{x=\pi}=0 \tag{1.3}$$

$$u|_{y=0}=F(x,t)\in C_0^{(1)}([0,+\infty);\ \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\pi)) \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial^k}{\partial y^k}\frac{\partial^p}{\partial t^p}u\in M_\gamma, \quad k,p=0,1 \tag{1.5}$$

Все условия задачи должны выполняться в классическом смысле.

Решение данной задачи позволяет изучить, например, характер планетарных волн в длинном заливе, вытянутом вдоль меридиана, если один из концов залива сообщается с океаном. Функция $F(x, t)$ задает воздействие океана на этом конце залива.

Возбуждение волн начинается с моментом $t = 0$. На боковых стенках ($x = 0$, $x = \pi$) заданы условия непротекания. Обратным воздействием канала на океан пренебрегаем.

Замечание. Если канал вытянут в нижнюю полуплоскость, то решение задачи дает функция $u(x, -y, t)$, где $u(x, y, t)$ – решение задачи А с каналом в верхней полуплоскости.

Будем говорить, что решение $u(x, y, t)$ задачи А принадлежит классу гладкости $\mathcal{K}$, если выполнены условия:

1) производные $\dfrac{\partial^k}{\partial x^k}\dfrac{\partial^p}{\partial t^p}u$ при $k, p = 0, 1$; $x \in [0, \pi]$, $y > 0$, $t > 0$ непрерывны по совокупности аргументов;

2) функция $u(x, y, t)$ имеет классические производные $\dfrac{\partial^k}{\partial y^k}\dfrac{\partial^p}{\partial t^p}u$ в $Q \times (0, \infty)$ ($k, p = 0, 1$), которые как абстрактные функции переменных y, t со значениями в $L_2(0, \pi)$ непрерывны при $(y, t) \in [0, \infty) \times [0, T]$ для любого $T > 0$.

Последние условия следует рассматривать как условия гладкого примыкания к границам $x = 0$, $x = \pi$, $t = 0$.

Теорема 1. Решение задачи А, принадлежащее классу гладкости $\mathcal{K}$, единственно.

Доказательство проводится на основании энергетического тождества для уравнения (1.2), которое в данном случае имеет вид

$$\frac{d}{dt}(\|\nabla u\|^2_{L_2(Q)} + \|u\|^2_{L_2(Q)}) = -2(u, u_{ty})_{L_2(0,\pi)}\Big|_{y=0}$$

2. Построение решения. Задача А в отличие от аналогичной задачи для канала, вытянутого вдоль оси x (см. [12]), не может быть непосредственно решена методом разделения переменных. Поставим целью свести задачу А к некоторой вспомогательной задаче, которая решается методом разделения переменных. Для этого рассмотрим следующую вспомогательную задачу.

Задача Б. Найти функцию $U(x, y, t)$, непрерывную в $\overline{Q}\times[0,+\infty)$ и удовлетворяющую в классическом смысле в $Q \times (0, +\infty)$ интегродифференциальному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - U\right) - \frac{1}{4}\int\limits_0^t U(x,y,\tau)d\tau = 0$$

и следующим условиям:

$$U|_{t=0} = 0, \quad U|_{x=0} = U|_{x=\pi} = 0 \tag{2.1}$$

$$U|_{y=0} = \mathcal{F}(x,t) \in C_0^{(1)}([0,+\infty); \ \overset{\circ}{W}{}^1_2(0,\pi)) \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial^k}{\partial y^k}\frac{\partial^p}{\partial t^p}U \in M_\gamma, \quad k,p = 0,1 \tag{2.3}$$

Все условия задачи понимаются в классическом смысле.

Введем следующие функции:

$$I(x,t) = \sqrt{\frac{x}{2t}}I_1(\sqrt{2xt}), \quad J(x,t) = \sqrt{\frac{x}{2t}}J_1(\sqrt{2xt}) \tag{2.4}$$

где $J_1(\xi)$, $I_1(\xi)$ – соответственно функции Бесселя и Инфельда первого порядка.

Связь задачи В с задачей А поясняет

Лемма 1. Пусть функция $\mathcal{F}(x, t)$ из граничного условия (2.1) задачи Б связана с функцией $F(x, t)$ из граничного условия (1.4) задачи А следующим образом:

$$\mathcal{F}(x,t) = F(x,t) + \int_0^t I(x,t-\tau)F(x,\tau)d\tau$$

В этом случае, если $U(x, y, t)$ – решение задачи В в классе $\mathcal{K}$, то функция $u(x, y, t)$, определяемая выражением

$$u(x,y,t) = U(x,y,t) - \int_0^t J(x,t-\tau)U(x,y,\tau)d\tau$$

– решение задачи А из класса $\mathcal{K}$.

Доказательство леммы проводится непосредственной проверкой.

Таким образом, для решения задачи А достаточно найти решение задачи Б, которое строится классическим методом разделения переменных [12]. При этом решение задачи Б из класса $\mathcal{K}$ представляется в виде ряда по полной ортонормированной в $L_2(0, \pi)$ системе функций $\{\sqrt{2/\pi}\sin nx\}_{n=1}^{\infty}$ и дается формулой

$$U(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin nx \quad \varphi_n(y,t)$$

где

$$\varphi_n(y,t) = \frac{2}{\pi}\nu_n(t)\exp(-y\sqrt{n^2+1}) - \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\int_0^t B_n(y,t-\tau)\nu_n(\tau)d\tau \tag{2.5}$$

$$\nu_n(t) = \int_0^{\pi} \sin ns \quad \mathcal{F}(s,t)ds \tag{2.6}$$

$$B_n(y,t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu\exp(i\mu y\sqrt{n^2+1})}{(\mu^2+1)^{3/2}}\sin\left(\frac{t}{2\sqrt{\mu^2+1}\sqrt{n^2+1}}\right)d\mu \tag{2.7}$$

в чем можно убедиться непосредственной проверкой.

Воспользовавшись леммой 1, построим решение задачи А.

Теорема 2. Решение задачи А в классе гладкости $\mathcal{K}$ существует, единственно и имеет вид

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \sin nx \quad u_n(x,y,t) \tag{2.8}$$

$$u_n(x,y,t) = \frac{2}{\pi}(\varphi_n(y,t) - \int_0^t J(x,t-\tau)\varphi_n(y,\tau)d\tau)$$

Функция $\varphi_n(y, t)$ дается формулой (2.5), в которой

$$\nu_n(t) = \int_0^{\pi} \sin ns\left[F(s,t) + \int_0^t I(s,t-\tau)F(s,\tau)d\tau\right]ds \tag{2.9}$$

и использованы обозначения из (2.4), (2.7).

Тем самым, решение задачи А построено в явном виде. Перейдем к исследованию этого решения.

3. Асимптотическое поведение решения при больших временах. Для изучения асимптотического поведения функции $u_n(x, y, t)$ называемых "нормальными волнами" и введенных в (2.8), при $t \to +\infty$ получим для них другое представление, используя преобразование Лапласа по переменной t. При этом будем полагать, что распространение волн в канале вызвано финитным во времени возбуждением, т.е. в граничном условии (1.4) $F(x, t) \equiv 0$ при $t > T$ для некоторого $T > 0$.

Исходя теперь из формул (2.5)–(2.9) и используя преобразование Лапласа, получим новое интегральное представление для нормальных волн

$$u_n(x,y,t) = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\pi} \sin ns \;\; G_n(x,s,y,t)ds$$

$$G_n(x,s,y,t) = \frac{2}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \exp\left(tp - \frac{x-s}{2p} - y\sqrt{n^2+1+\frac{1}{4p^2}}\right)\hat{F}(s,p)dp \qquad (3.1)$$

где $\hat{F}(s,p)$ – образ Лапласа функции $F(s, t)$, $\sigma > 0$.

Для того чтобы представить себе характер нормальных волн, распространяющихся в канале, положим $y = \theta t$ и изучим асимптотическое поведение интеграла (3.1) при фиксированном θ и $t \to +\infty$ с помощью метода перевала. Точки перевала в данном случае являются корнями уравнения

$$dS / dp = 0 \;\; \left(S(p) = p - \theta\sqrt{n^2+1+\frac{1}{4p^2}}\right) \qquad (3.2)$$

Ниже будем полагать, что для выделения однозначной ветви функции S на плоскости комплексного переменного p проведен разрез, соединяющий точки ветвления $p_{1,2} = \pm i(2\sqrt{n^2+1})^{-1}$ отрезком мнимой оси и проходящий через точку $p = 0$.

Введем новую комплексную переменную $z = (2p\sqrt{n^2+1})^{-1}$ и параметр

$$k = (2\sqrt{3}\;\;\theta(n^2+1))^{-1} \qquad (3.3)$$

и запишем уравнение (3.2) следующим образом:

$$-z^3 = k\sqrt{3}\sqrt{1+z^2} \qquad (3.4)$$

Видно, что корни уравнения (3.2) следует искать среди корней алгебраического уравнения шестой степени

$$z^6 - 3k^2z^2 - 3k^2 = 0 \qquad (3.5)$$

которое в свою очередь приводит к следующему вспомогательному уравнению третьей степени относительно $w = z^2$:

$$w^3 - 3k^2w - 3k^2 = 0 \qquad (3.6)$$

Последнее уравнение имеет три вещественных корня при $k > {}^3/_2$ и один вещественный корень при $0 < k < {}^3/_2$.

Таким образом, критическое значение $k^* = {}^3/_2$ позволяет определить из (3.3) критическое значение параметра $\theta = y/t$ и, следовательно, уравнение квазифронта нормальной волны будет $y = (v_f)_n t$ где $(v_f)_n = (3\sqrt{3}(n^2+1))^{-1}$ – скорость квазифронта.

Поскольку асимптотика интеграла (3.2) при $y = \theta t$ и $t \to +\infty$ имеет качественно различные представления в зависимости от значения параметра k, а следовательно, и параметра θ, рассмотрим два случая.

1°. Пусть $k > 3/2$. При этом $y < (v_f)_n t$. Последнее неравенство означает, что квазифронт нормальной волны с номером n уже прошел через точки с координатами (x, y) канала Q. В этом случае вещественные корни (3.6) имеют вид

$$w_{1,2} = -2k\cos\left(\eta \pm \frac{\pi}{3}\right), \quad w_3 = 2k\cos\eta, \quad \eta = \eta(k) = \frac{1}{3}\arccos\frac{3}{2k}$$

причем $0 < \eta(k) < \pi/6$ при $k > 3/2$. Заметим, что $w_{1,2} = -3/2$, $w_3 = 3$ при $k = 3/2$ и $\lim w_1 = -1$, $\lim w_2 = -\infty$, $\lim w_3 = +\infty$ при $k \to \infty$.

Данным корням уравнения (3.6) отвечают шесть корней уравнения (3.5), а именно $z_{1,2} = \pm i|w_1|^{1/2}$, $z_{3,4} = \pm i|w_2|^{1/2}$, $z_{5,6} = \pm w_3^{1/2}$.

Теперь обратим внимание на то, что выбранному разрезу на плоскости комплексного переменного p отвечает разрез на плоскости переменного z, проходящий по мнимой оси и соединяющий точки $z = i$ и $z = -i$ через бесконечно удаленную точку. Поэтому можно утверждать, что корень z_5 является посторонним для уравнения (3.4). Видно также, что корень z_6 может дать лишь экспоненциально малый вклад в асимптотику интеграла (3.1). Деформация контура интегрирования в формуле (3.1) и применение метода стационарной фазы позволяет теперь учесть вклады от точек z_j, отвечающих корням $w_{1,2}$ и приводят к следующему результату.

Теорема 3. Пусть функция $F(x, t)$ в (1.3) финитна во времени. Тогда справедлива следующая асимптотическая формула при

$$y = (2\sqrt{3}(n^2+1)k)^{-1}t, \quad t \to +\infty \quad \text{и} \quad k > 3/2 + \delta \quad (\delta > 0):$$

$$u_n(x,y,t) = \left(\frac{k\sqrt{3}}{\pi t\sqrt{n^2+1}}\right)^{1/2} \left\{\sum_{j=1}^{2} \frac{1}{\sqrt{\Delta_j}} \mathrm{Re}[F_n(w_j)\exp(i(ta(w_j) + xb(w_j) +\right.$$

$$\left.\left.\left. + yh(w_j) + (-1)^j\frac{\pi}{4}\right)\right)\right]\right\} + O\left(\frac{1}{t}\right) \tag{3.7}$$

где

$$h(w) = ((|w|-1)(n^2+1))^{1/2}, \quad \Delta_j = |w_j|^2|2w_j + 3|(|w_j|-1)^{-3/2}, \quad j = 1,2$$

$$F_n(w) = \frac{2}{\pi}\int_0^T \exp(-i\tau a(w))\int_0^\pi \exp(-isb(w))F(s,\tau)\sin nsdsd\tau$$

$$a(w) = (4|w|(n^2+1))^{-1/2}, \quad b(w) = (|w|(n^2+1))^{1/2}$$

а также использованы обозначения, введенные выше.

2°. Пусть $0 < k < 3/2$. Тогда $y > (v_f)_n t$. В этом случае рассматриваются точки канала $(x, y) \in Q$, которых еще не достиг квазифронт нормальной волны номера n.

Для указанных значений параметра k уравнение (3.6) имеет два сопряженных комплексных корня $\tilde{w}_{1,2} = -(A^+ + A^-)/2 \pm i\sqrt{3}(A^+ - A^-)/2$ и один вещественный корень $\tilde{w}_3 = A^+ + A^-$. Здесь $A^\pm = (3k^2/2 \pm k^2\sqrt{9/4 - k^2})^{1/3}$, $A^+ > A^- > 0$, $A^+A^- = k^2$.

Из приведенных формул видно, что

$$\tilde{w}_{1,2} = (3k^2)^{1/3}\exp(\pm i2\pi/3) + o(k^{2/3}), \quad \tilde{w}_3 = (3k^2)^{1/3} + o(k^{2/3}), \quad k \to \infty$$

Корням $\tilde{w}_j$ уравнения (3.6) отвечают шесть корней уравнения (3.5), три из которых являются посторонними для уравнения (3.4), а один может дать лишь пренебрежимо малый вклад в асимптотику. При использовании метода перевала в данном случае необходимо учесть вклад в асимптотику интеграла (3.1) лишь от двух комплексно-сопряженных точек перевала $\tilde{p}_1$ и $\tilde{p}_2$ функции $S(p)$, где

$$\tilde{p}_{1,2} = (2\tilde{z}_{1,2}\sqrt{n^2+1})^{-1}, \quad \tilde{z}_{1,2} = |\tilde{w}_1|^{1/2}\exp\{\pm i\arg(\tilde{w}_1^{1/2})\}$$

Для выделения определенных значений используемых ниже квадратных корней из комплексных чисел примем следующие соглашения:

$$\frac{\pi}{3} < \arg(\tilde{w}_1^{1/2}) < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \arg[(1+\tilde{w}_1)^{1/2}] < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \arg(3+2\tilde{w}_1) < \frac{\pi}{2}$$

Теорема 4. Пусть функция $F(x, t)$ в (1.3) финитна во времени. Тогда справедлива следующая асимптотическая формула при

$$t = 2\sqrt{3}k(n^2+1)y, \quad y \to +\infty \text{ и } \delta < k < 3/2 - \delta \quad (0 < \delta < 3/4):$$

$$u_n(x,y,t) = \exp\{\Phi_1(x,y,t,\tilde{w}_1)\}\frac{1}{\sqrt{2\pi y\tilde{\Delta}(n^2+1)^{3/2}}}\times$$

$$\times \operatorname{Im}[\tilde{F}_n(\tilde{w}_1)\exp(i\Phi_2(x,y,t,\tilde{w}_1)+i\varepsilon] + O(y^{-3/2})\} \tag{3.8}$$

$$\Phi_1 = \operatorname{Re}\Phi, \quad \Phi_2 = \operatorname{Im}\Phi, \quad \Phi = \Phi(x,y,t,w) =$$

$$= -x\sqrt{n^2+1}w^{1/2} + \frac{t}{2\sqrt{n^2+1}w^{1/2}} - y\sqrt{n^2+1}(1+w)^{1/2}$$

$$\tilde{\Delta} = |\tilde{w}_1|^2|2\tilde{w}_1+3|\,|1+\tilde{w}_1|^{-3/2}$$

$$\varepsilon = \frac{3}{2}\arg[(1+\tilde{w}_1)^{1/2}] - \frac{1}{2}\arg(2\tilde{w}_1+3) - 2\arg(\tilde{w}_1^{1/2})$$

$$F_n(w) = \frac{2}{\pi}\int_0^T d\tau\int_0^\pi \exp\{i\Phi_2(-s,0,-\tau,w)\sin ns\; F(s,\tau)ds$$

Замечание. При выполнении условий теоремы 3 можно записать

$$\Phi_1(x,y,t,w) = \Phi_0(x,t,w) - y\sqrt{n^2+1}C(w), \quad C(w) > C_0 > 0, \quad C_0 = \text{const}$$

Следовательно, при каждом фиксированном t в области, расположенной перед квазифронтом, функции $u_n(x, y, t)$ экспоненциально убывают вдоль канала с ростом y.

Обсудим полученные асимптотические формулы.

Формула (3.7) описывает две бегущие волны с разными фазами и разными амплитудами, которые определяются через величины Δ_j, $F_n(w_j)$ (j = 1, 2). Фаза каждой из волн зависит от координаты x. Для сравнения в канале, вытянутом вдоль параллели и изученном ранее [12], фазовая скорость не зависит от поперечной координаты. Кроме того, было показано [12], что скорости распространения квазифронта нормальной нестационарной волны на запад и на восток различны и равны соответственно $(n^2 + 1)^{-1}$ и $(n^2 + 1)^{-1}/8$ в указанных выше безразмерных переменных. В направлении на север и на юг скорости распространения квазифронта совпадают.

В каналах, вытянутых как вдоль меридиана, так и вдоль параллели, скорость распространения квазифронта нормальной нестационарной волны с номером n бывает с ростом n и пропорциональна $1/n^2$. Тем самым, максимальной скоростью распространения квазифронта во всех случаях обладает волна с номером n = 1. Структура нормальных нестационарных волн в различных каналах также оказывается похожей.

Во всех случаях для каждого фиксированного момента времени перед квазифронтом расположен экспоненциально убывающий вдоль канала предвестник. За квазифронтом следует шлейф осцилляций. В каждой фиксированной точке канала эти осцилляции затухают с течением времени как $1/\sqrt{t}$ по мере удаления квазифронта от этой точки. Таким образом, возмущения носят волновой характер лишь в той части канала, где прошел квазифронт нормальной нестационарной волны, обладающей минимальным номером n среди всех нормальных нестационарных волн, возбужденных в данном канале.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. М.: Мир, 1981.
2. *Pedlosky J.* Geophysical Fluid Dynamics. B.; N.Y.: Springer-Verlag, 1979. 424 p.
3. *Cannon J.R., Lin Y.* Classical and weak solutions for one-deimensional pseudo-parabolic equations with typical boundary data // Ann. di Mat. Pura et Appl. 1988. V. 152. N 4. P. 375–385.
4. *Успенский С.В., Демиденко Г.В., Перепелкин В.Г.* Теоремы вложения и приложения к дифференциальным уравнениям. Новосибирск: Наука, 1984. 223 с.
5. *Демиденко Г.В., Перепелкин В.Г., Успенский С.В., Янов С.И.* Краевые задачи для уравнений и систем соболевского типа // Дифференциальные уравнения с частными производными. Новосибирск: Наука, 1986. С. 72–84.
6. *Samelson R.M., Pedlosky J.* Local baroclinic instability of flow over variable topography // J. Fluid Mech. 1990. V. 221. P. 411–436.
7. *Stocker T.F.* Topographic Waves // Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau Hydrologie und Gläziologie. Zürich, 1987. N 93.
8. *Stocker T.F.* A numerical study of topographic wave reflection in sime-infinite channels // J. Phys. Oceanogr. 1988. V. 18. N 4. P. 609–618.
9. *Stocker T.F., Johnson E.R.* The trapping and scattering of topographic waves by estuaries and headlands // J. Fluid Mech. 1991. V. 222. P. 501–524.
10. *Stocker T.F., Hutter K.* Topographic waves in restangular basins // J. Fluid Mech. 1987. V. 185. P. 107–120.
11. *Stocker T.F., Johnson E.R.* Topographic waves in open domain, Pt 2. Bay modes and resonances // J. Fluid Mech. 1989. V. 200. P. 77–93.
12. *Крутицкий П.А.* Нестационарные планетарные волны в полуограниченных каналах // Журн. вычисл. математики и мат.физики. 1987. Т. 27. № 12. С. 1824–1833.

Москва

Поступила в редакцию
26.IX.1994