УДК 533.6.0118:541.182.2/3

© 1997 г. С.П. Баканов

ДИНАМИКА ЯДЕР КОНДЕНСАЦИИ В ТЕРМОДИФФУЗИОННОЙ КАМЕРЕ

Исследована эволюция жидкой сферической капли, образованной в результате гомогенной нуклеации внутри термодиффузионной камеры. Получено уравнение движения капли в полях неоднородных температуры и состава газовой смеси с учетом фазового превращения на границе капля – газ, а также гравитации.

Исследования гомогенной нуклеации, проводимые в термодиффузионной камере [1,2], потребовали более детального изучения движения аэрозольных частиц под влиянием градиентов температуры и состава газовой смеси (термо- и диффузиофореза) с учетом фазовых превращений на границе раздела фаз. Под действием сил термодиффузиофореза частица внутри камеры движется сначала вертикально вверх, затем по достижении критического размера начинает падать. Значение координаты, в которой происходит инверсия скорости частицы, определяется экспериментально. Цель данной работы – нахождение траектории сопровождающегося конденсационным ростом движения частицы.

1. Постановка задачи. Для заданной геометрии термодиффузионной камеры, температуры горячей и холодной стенок, типа рабочей жидкости рассчитывают распределение температуры, концентрации паров рабочего вещества и пересыщение пара. Область $z = z_0$, где пересыщение максимально, представляет собой зону наиболее вероятного появления зародыша капли. Известны также соотношения, позволяющие рассчитать средний радиус зародыша R_0 – начальный размер растущей капли. Если последний достаточно мал, то возмущение полей температуры и концентрации также мало, и им можно пренебречь. В противном случае можно рассчитать возмущение поля температуры и концентрации паров рабочего вещества одиночной каплей, т.е. найти значения температуры и концентрации газовой смеси вблизи капли, предполагая численную плотность самих капель достаточно малой [3, 4]. Надо при этом иметь в виду, что в граничных условиях на поверхности раздела фаз необходим учет фазового перехода газ – жидкость. В обоих из указанных случаев нетрудно найти силу, с которой неоднородный газ воздействует на находящуюся в нем частицу [3, 4], а также исследовать кинетику роста частиц в этом газе. В этой работе рассматривается случай достаточно малых чисел Кнудсена (больших размеров капель).

Первая часть предложенной программы (нахождение полей температуры и концентрации внутри термодиффузионной камеры) была опубликована ранее [1, 2]. Переходим к изложению схемы расчета полей, возмущенных присутствием растущей (или испаряющейся) капли, и действующей на нее со стороны газа силы. Решая затем уравнение движения капли с переменной массой в поле сил тяжести и термодиффузиофореза, определим траекторию ее движения. Конечная цель – получение уравнения для вычисления координаты z, в которой скорость частицы обращается в нуль. Значение вертикальной координаты, которой достигает частица, прежде чем она начнет падать под воздействием силы тяжести, определяется в прямом эксперименте [1, 2].

2. Поля температуры и концентрации в окрестности капли. Распределение температуры T_i внутри капли радиуса R и температуры T и концентрации C вне ее запишем в виде [3]

$$T_i = T_0 + (\mathbf{A}\cdot\mathbf{r}),\quad T = T_\infty + \delta T\frac{R}{r} + (\operatorname{grad} T\cdot\mathbf{r}) + ([\mathbf{A} - \operatorname{grad} T]\cdot\mathbf{r})\left(\frac{R}{r}\right)^3 \tag{2.1}$$

$$C = C_\infty + \delta C\frac{R}{r} + (\operatorname{grad} C\cdot\mathbf{r}) + \left(\left[\frac{\partial C_s}{\partial T}\mathbf{A} - \operatorname{grad} C\right]\cdot\mathbf{r}\right)\left(\frac{R}{r}\right)^3$$

Постоянные интегрирования A, δT, δC определяются из граничных условий на поверхности капли

$$T = T_i, \quad C = C_s(T), \quad \varkappa\frac{\partial T}{\partial r} + N\left(\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{k_T}{T}\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \varkappa_i\frac{\partial T_i}{\partial r}, \quad N = \frac{LD\rho_s}{C_s(1 - C_s)} \tag{2.2}$$

Здесь grad T, grad C – градиенты температуры и концентрации пара рабочего вещества вдали от капли, T_∞, C_∞ – значения температуры и концентрации вдали от капли на горизонтальной плоскости, проходящей через центр капли, T_0 – температура в центре капли, $\varkappa$ – теплопроводность газа, $\varkappa_i$ – теплопроводность конденсированной фазы, L – удельная скрытая теплота фазового перехода, ρ_s – плотность, C_s – концентрация насыщенного пара рабочего вещества, D – коэффициент взаимной диффузии компонентов смеси, k_T – термодиффузионное отношение.

Чтобы не загромождать изложение несущественными подробностями, пренебрегли здесь эффектом Дюфура.

При записи решения (2.1) предполагается, что неоднородность температуры капли $\delta T_i = T_i(R) - T_0$ достаточно мала. При этом концентрация насыщенных паров (индекс s) вблизи фазовой границы может быть представлена в виде $C_s(T) = C_s(T_0) + (\partial C_s/\partial T)\delta T_i$. Следовательно, $\partial C = C_s(T_0) - C_\infty$. Влияние кривизны поверхности капли на плотность насыщенного пара вблизи нее не учитывается.

Третье равенство (2.2) эквивалентно двум соотношениям

$$-\left(\varkappa + N\frac{k_T}{T}\right)(3\,\mathrm{grad}\,T - 2\mathrm{A}) + \varkappa_i\mathrm{A} - N\left(3\,\mathrm{grad}\,C - 2\mathrm{A}\frac{\partial C}{\partial T}\right) = 0 \tag{2.3}$$

$$\left(\varkappa + N\frac{k_T}{T}\right)\delta T + N\delta C = 0 \tag{2.4}$$

Из (2.3) имеем

$$\mathrm{A} = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\varkappa_i}{\varkappa}Q\right)^{-1}\mathrm{grad}\,T, \quad Q = \left[1 + \frac{N}{\varkappa T}\left(k_T + T\frac{\partial C_s}{\partial T}\right)\right]^{-1}$$

а для $\delta T = T_0 - T_\infty$ получаем

$$\partial T = -N\left(\varkappa + N\frac{k_T}{T}\right)^{-1}[C_s(T_0) - C_\infty]$$

3. Сила термодиффузиофореза. Перейдем к вычислению силы, действующей на каплю со стороны неоднородной газовой смеси – силы термодиффузиофореза. Для составляющих скорости газа на поверхности капли в стоксовом приближении имеем (η – динамическая вязкость, p – давление газа)

$$\mathrm{v}_r = \frac{h}{R^2} + \mathrm{v}_c[1 - 2a + 2b]\cos\theta, \quad \mathrm{v}_\theta = -\mathrm{v}_c[1 - a - b]\sin\theta$$

где a и b – постоянные. Сила, с которой газ действует на каплю, имеет вид $F = 8\pi\eta Ra\mathrm{v}_c$, причем v_c – скорость центра масс газа относительно капли.

Граничные условия для радиальной и тангенциальной составляющих скорости газа на поверхности капли запишем в виде

$$\mathrm{v}_r = \mathrm{v}^{(0)} + \mathrm{v}_D\cos\theta = -\frac{N}{\rho L}\left(\frac{\partial C}{\partial r} + k_T\frac{\partial \ln T}{\partial r}\right) \tag{3.1}$$

$$\mathrm{v}_\theta = \mathrm{v}_{\mathrm{sl}}\sin\theta = k_{\mathrm{ts}}\frac{\eta}{\rho T}\frac{1}{R}\frac{\partial T}{\partial\theta} + k_{\mathrm{ds}}D\frac{1}{R}\frac{\partial C}{\partial\theta} \tag{3.2}$$

Здесь v_D – диффузионная скорость, v_{sl} – скорость скольжения, k_{ts} – коэффициент теплового скольжения, k_{ds} – коэффициент диффузионного скольжения.

Определив постоянные интегрирования, найдем

$$F = 6\pi\eta R\left(v_c - \frac{1}{3}v_D + \frac{2}{3}v_{sl}\right) \tag{3.3}$$

4. Изменение размера капли. Сферически симметричная слагающая выражения для радиальной скорости газа $v^{(0)}$ определяет поток массы на частицу

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\iint\limits_{\Sigma} \rho v^{(0)} d\Sigma = -\frac{N}{L}\left(\delta C + \frac{k_T}{T}\delta T\right)4\pi R$$

Имея в виду равенство (2.4), приходим к известному соотношению $\partial m/\partial t = 4\pi R I(t)/L$, $I(t) = \varkappa\delta T$.

С другой стороны, учитывая выражение для массы сферической капли плотности ρ_i, имеем $\partial m/\partial t = 4\pi R^2\rho_i dR/dt$, т.е. $dR^2/dt = 2I(t)/(\rho_i L)$. После интегрирования и перехода к переменной z ($z = v(z)t$, где $v(z)$ – скорость капли в системе, связанной со стенками камеры), получаем

$$R^2(z) = R_0^2 + \frac{2}{\rho_i L}\int\limits_{z_0}^{z} I(z')\frac{dz'}{v(z')}$$

5. Уравнение движения капли. Рассмотрим теперь движение капли в термодиффузионной камере с учетом изменяющейся массы. Учитывая выражение (3.3), запишем уравнение движения в виде

$$v\frac{1}{m}\frac{dm}{dt} + \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi\eta R}{m}(3v_c - v_D + 2v_{sl}) - g$$

Но

$$\frac{1}{m}\frac{dm}{dt} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3\rho_i}4\pi R\frac{\varkappa\delta T}{L} = \frac{3I}{\rho_i R^2 L}, \quad v_c = -(v - v_{St}), \quad v_{St} = -\frac{N}{\rho L}\left(\operatorname{grad} C + \frac{k_T}{T}\operatorname{grad} T\right)$$

(v_{St} – скорость стефановского потока). Таким образом, имеем

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3v(t)}{\rho_i R^2(t)}\left(\frac{I}{L} + \frac{3}{2}\eta\right) - \frac{3\eta}{2\rho_i R^2(t)}(2v_{sl} + 3v_{St} - v_D) + g = 0$$

Переходя к переменной z, получаем уравнение

$$v(z)\left(\frac{I(z)}{\eta(z)L} + \frac{3}{2}\right) + \frac{\rho_i R^2(z)}{3\eta(z)}\left(v(z)\frac{dv}{dz} + g\right) = v_{sl}(z) + \frac{3}{2}v_{St} - \frac{1}{2}v_D(z)$$

решение которого позволяет найти координату инверсии скорости капли, сравнить ее с измеренным значением и судить таким образом об адекватности использованной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Smolik J., Vasakova J.* Experimental study of thermodiffusiophoresis of growing dioctilphtalate droplets // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 1993. V. 78. № 1. P. 85–92.
2. *Zdimal V., Triska B., Smolik J.* Experiments on thermodiffusiophoresis of droplets in gaseous mixures // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 1996. V. 106. № 2/3. P. 119–125.
3. *Баканов С.П.* К вопросу о влиянии летучести на термофорез аэрозолей // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 5. С. 181–186.
4. *Баканов С.П.* Влияние фазовых и/или иных превращений на поверхности частиц на термофорез аэрозолей // Коллоид. журн. 1995. Т. 57. № 6. С. 773–777.

Москва

Поступила в редакцию
13.V.1997