УДК 531.38

© 1997 г. Г.В. Горр, Н.Г. Суворова

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ГИРОСТАТА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследуются условия существования одного класса полиномиальных решений уравнений движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта–Лондона [1, 2]. Показано, что если дополнительно потребовать выполнения свойства изоконичности движения, когда подвижный и неподвижный годографы угловой скорости симметричны друг другу относительно касательной к ним плоскости, то задача решается до конца и дает два новых случая интегрируемости уравнений движения.

Полиномиальные решения рассматриваемой структуры полностью изучены в классической задаче о движении тяжелого твердого тела [3–6] и частично исследованы в обобщенной задаче динамики, которая описывается в силу известной гидродинамической аналогии уравнениями Кирхгоффа [7].

1. Постановка задачи. Известно, что нейтральный ферромагнетик при вращении становится намагниченным вдоль оси вращения (эффект Барнетта). Магнитный момент $\mathbf{M} = B\boldsymbol{\omega}$, где B – некоторый симметричный линейный оператор. Подобное явление имеет место и при вращении сверхпроводящего твердого тела (эффект Лондона). Отметим, что оператор B в главной системе координат гиростата имеет диагональную структуру. Поэтому уравнения движения рассмотрим в виде [1, 2]

$$A_1\dot{\omega}_1 = (A_2 - A_3)\omega_2\omega_3 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2 + B_2\omega_2\nu_3 - B_3\omega_3\nu_2 +$$
$$+ s_2\nu_3 - s_3\nu_2 + (C_3 - C_2)\nu_2\nu_3, \quad \dot{\nu}_1 = \omega_3\nu_2 - \omega_2\nu_3 \ \ (1\ 2\ 3) \tag{1.1}$$

Они допускают только два первых интеграла

$$\sum_{i=1}^{3} (A_i\omega_i + \lambda_i)\nu_i = k, \quad \sum_{i=1}^{3} \nu_i^2 = 1 \tag{1.2}$$

В (1.1), (1.2) обозначено: ω_i – компоненты вектора угловой скорости, ν_i – компоненты вектора направления магнитного поля, λ_i – компоненты гиростатического момента, s_i – компоненты центра масс, A_i – компоненты тензора инерции, B_i – компоненты оператора B, C_i – компоненты матрицы C, характеризующей ньютоновское притяжение, точка над переменными обозначает относительную производную, символ (123) говорит о том, что остальные уравнения получим циклической перестановкой данных индексов.

Положим в (1.1), (1.2)

$$\omega_1 = p, \quad \omega_2 = q, \quad \omega_3 = r, \quad \lambda_1 = \lambda, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = 0, \quad s_1 = s, \quad s_2 = s_3 = 0 \tag{1.3}$$

и будем искать решения получившихся уравнений в виде

$$q^2 = Q(p) = \sum_{k=0}^{n} b_k p^k, \quad r^2 = R(p) = \sum_{i=0}^{m} c_i p^i, \quad \nu_1 = \varphi(p) = \sum_{j=0}^{l} a_j p^j$$
$$\nu_2 = q\psi(p), \quad \nu_3 = r\varkappa(p), \quad \psi(p) = \sum_{k=0}^{n_1} g_k p^k, \quad \varkappa(p) = \sum_{i=0}^{m_1} f_i p^i \qquad (1.4)$$

Здесь $n, m, l, n_1, m_1 \in N$ или нули; b_k, c_i, a_j, g_k, f_i – постоянные параметры, подлежащие определению.

Отметим, что в классической задаче о движении тяжелого твердого тела к таким классам относятся решения Горячева [3], Стеклова [4], Ковалевского [5]. Для решения Стеклова $m = n = 2, l = 2, m_1 = n_1 = 1$; для решения Горячева $n = 2$, $m = 4$, $l = 4$, $n_1 = 3$, $m_1 = 1$; для решения Ковалевского $n = 2$, $m = 3$, $l = 3$, $n_1 = 2$, $m_1 = 1$. П.В. Харламов [6] обобщил решения Стеклова и Ковалевского на случай движения гиростата.

Внесем выражения (1.4) в уравнения (1.1), (1.2) и учтем (1.3). Получим

$$A_1(\psi(p) - \varkappa(p)) = \varphi'(p)[A_2 - A_3 + B_2\varkappa(p) - B_3\psi(p) + (C_3 - C_2)\psi(p)\varkappa(p)] \qquad (1.5)$$

$$A_2 Q'(p)(\psi(p) - \varkappa(p)) = 2\varphi'(p)[(A_3 - A_1)p + B_3\varphi(p) - B_1 p\varkappa(p) -$$
$$-\lambda - s\varkappa(p) + (C_1 - C_3)\varphi(p)\varkappa(p)] \qquad (1.6)$$

$$A_3 R'(p)(\psi(p) - \varkappa(p)) = 2\varphi'(p)[(A_1 - A_2)p + B_1 p\psi(p) - B_2\varphi(p) +$$
$$+\lambda + s\psi(p) + (C_2 - C_1)\varphi(p)\psi(p)] \qquad (1.7)$$

$$(Q(p)\psi^2(p))'(\psi(p) - \varkappa(p)) = 2\varphi'(p)\psi(p)(p\varkappa(p) - \varphi(p)) \qquad (1.8)$$

$$(R(p)\varkappa^2(p))'(\psi(p) - \varkappa(p)) = 2\varphi'(p)\varkappa(p)(\varphi(p) - p\psi(p)) \qquad (1.9)$$

$$\dot{p} = (\varphi'(p))^{-1}(\psi(p) - \varkappa(p)(Q(p)R(p))^{1/2} \qquad (1.10)$$

$$\varphi^2(p) - 1 + Q(p)\psi^2(p) + R(p)\varkappa^2(p) = 0 \qquad (1.11)$$

$$(A_1 p + \lambda)\varphi(p) + A_2 Q(p)\psi(p) + A_3 R(p)\varkappa(p) = k \qquad (1.12)$$

(штрихом обозначена производная по p). Уравнение (1.10) служит для определения функции $p(t)$.

Следуя работе [7], будем считать, что в рамках решений (1.4) гиростат совершает изоконическое движение, т.е. выполняется соотношение

$$p(\varphi(p) - \varepsilon) + Q(p)\psi(p) + R(p)\varkappa(p) = 0 \qquad (1.13)$$

где ε принимает значения ± 1.

2. Случай $m_1 = n_1 = 0$. Одной из главных задач в исследовании решений (1.4) является оценка максимальных степеней полиномов. При ее решении и возникают ряд особых случаев.

Обратимся к уравнениям (1.5)–(1.7). Так как $\psi(p) - \varkappa(p) \neq 0$, то $\varphi(p)$ – линейная функция, а $Q(p)$ и $R(p)$ – квадратичные функции переменной p. Подставляя их явный вид в уравнения (1.5)–(1.9), (1.11), получим систему алгебраических уравнений, из которых, в частности, вытекает $b_1 g_0 + c_1 f_0 = 0$, $a_0 = \varepsilon$, $b_0 = c_0 = 0$. Для окончательного решения этой системы назначим g_0, f_0 свободными параметрами. Тогда имеем

$$a_1 = A_1(g_0 - f_0)[A_2 - A_3 + B_2 f_0 - B_3 g_0 + (C_3 - C_2)g_0 f_0]^{-1}$$

$$b_2 = a_1(f_0 - a_1)g_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1}, \quad b_1 = -2a_0a_1g_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1}$$
$$c_2 = a_1(a_1 - g_0)f_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1}, \quad c_1 = 2a_0a_1f_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1} \tag{2.1}$$
$$g_0(\lambda + sf_0) = a_0[(C_1 - C_3)g_0f_0 + B_3g_0 + A_2]$$
$$f_0(\lambda + sg_0) = a_0[(C_1 - C_2)g_0f_0 + B_2f_0 + A_3] \tag{2.2}$$
$$[A_2f_0 + (A_1 - A_3)g_0 + B_1g_0f_0][A_2 - A_3 + B_2f_0 - B_3g_0 + (C_3 - C_2)g_0f_0] -$$
$$-A_1(g_0 - f_0)[A_2 + B_3g_0 + (C_1 - C_3)g_0f_0] = 0 \tag{2.3}$$
$$[A_3g_0 + (A_1 - A_2)f_0 + B_1g_0f_0][A_2 - A_3 + B_2f_0 - B_3g_0 + (C_1 - C_3)g_0f_0] -$$
$$-A_1(g_0 - f_0)[A_3 + B_2f_0 + (C_1 - C_2)g_0f_0] = 0 \tag{2.4}$$

Считая, что $g_0(A_1 - A_3) + f_0(A_2 - A_1) \neq 0$, из (2.3), (2.4) определим $C_1 - C_3$, $C_3 - C_2$. Тогда из (2.2) в силу $g_0 - f_0 \neq 0$ находим λ, s. Равенства (2.1) дают значения коэффициентов полиномиального решения

$$q^2 = p(b_2p + b_1), \quad r^2 = p(c_2p + c_1), \quad \nu_1 = a_1p + a_0$$
$$\nu_2 = g_0[p(b_2p + b_1)]^{1/2}, \quad \nu_3 = f_0[p(c_2p + c_1)]^{1/2} \tag{2.5}$$
$$\dot{p} = a_1^{-1}(g_0 - f_0)p[(b_2p + b_1)(c_2p + c_1)]^{1/2}$$

Из (2.5) следует, что решение выражается в элементарных функциях времени.

3. Случай $n_1 \neq 0$, $m_1 = 0$. Уравнения (1.11)–(1.13) представим в виде

$$Q(p)\psi(p)(A_2 - A_3) = (A_3 - A_1)p\varphi(p) - \lambda\varphi(p) - A_3\varepsilon p + k$$
$$R(p)\varkappa(p)(A_2 - A_3) = (A_1 - A_2)p\varphi(p) + \lambda\varphi(p) + A_2\varepsilon p - k \tag{3.1}$$
$$(A_2 - A_3)(\varphi^2(p) - 1) + \psi(p)[(A_3 - A_1)p\varphi(p) - \lambda\varphi(p) - A_3\varepsilon p + k] +$$
$$+\varkappa(p)[(A_1 - A_2)p\varphi(p) + \lambda\varphi(p) + A_2\varepsilon p - k] = 0 \tag{3.2}$$

Из уравнения (1.5) вытекают два варианта

$$n_1 = l - 1, \text{ если } (C_3 - C_2)f_0 - B_3 = 0 \tag{3.3}$$
$$l = 1, \text{ если } (C_3 - C_2)f_0 - B_3 \neq 0 \tag{3.4}$$

В случае (3.3) очевидно $l > 1$. Запишем уравнения (1.8), (1.9) в виде

$$(Q(p)\psi^2(p))'(\psi(p) - f_0) = 2\varphi'(p)\psi(p)(pf_0 - \varphi(p))$$
$$R'(p)(\psi(p) - f_0)f_0 = 2\varphi'(p)(\varphi(p) - p\psi(p)) \tag{3.5}$$

Если предположить, что выполняется условие (3.4), то из (3.5) следует $2n_1 + n \leqslant 2$, что невозможно в силу $n_1 \neq 0$. Таким образом, возможен только вариант (3.3). Тогда равенства (3.5) дают $n = 2$, $m \leqslant l + 1$. Обратимся к равенствам (3.1), (3.2). Из них при $A_2 = A_3$ вытекает, что $l = 1$, поэтому $A_2 \neq A_3$ и из уравнений (1.6), (1.7) получим

$$C_1 = C_2, \quad B_3 = 0 \tag{3.6}$$

В силу (3.3), (3.6) $C_1 = C_2 = C_3$, и эти параметры в уравнения (1.1) не входят.

Рассмотрим случай $m = l + 1$. Из (1.5)–(1.7), (3.1), (3.2), (3.5) вытекает

$$g_{l-1} = \mu l a_l, \quad A_2\mu b_2 = A_3 - A_1 - B_1f_0$$

$$A_3\mu(l+1)c_{l+1} = 2(B_1 g_{l-1} - B_2 a_l), \quad b_2 g_{l-1}(A_2 - A_3) = (A_3 - A_1)a_l$$
$$c_{l+1} f_0 (A_2 - A_3) = a_l(A_1 - A_2), \quad (A_2 - A_3)a_l + (A_3 - A_1)g_{l-1} = 0$$
$$b_2 g_{l-1}^2 + a_l^2 = 0, \quad (l+1)c_{l+1} f_0 g_{l-1} = 2la_l(a_l - g_{l-1}) \tag{3.7}$$
$$\mu = A_1^{-1}(A_2 - A_3 + B_2 f_0)$$

Из (3.7) путем исключения g_{l-1}, c_{l+1} в последнем уравнении получим $l = 1$, что невозможно. Поэтому $m < l + 1$. Тогда на основе (3.7) имеем

$$A_1 = A_2, \quad b_2 = -1, \quad \mu = 1/l, \quad g_{l-1} = a_l, \quad B_1 = B_2 \tag{3.8}$$

Рассмотрим второе равенство из (3.1). Из него следуют два варианта: 1) $\lambda \neq 0$, $m = l$; 2) $\lambda = 0$, $m = 1$. Для второго варианта из второго уравнения (3.5) в силу $n_1 = l - 1$ вытекает, что $a_l = g_{l-1}$, $g_{l-2} = a_{l-1}$. Но уравнение (1.6) на основе (3.8) дает равенство $g_{l-2} = (l-1)l^{-1}a_{l-1}$, что в совокупности с ранее полученными равенствами приводит к противоречию.

Рассмотрим вариант $\lambda \neq 0$, $m = l$. В силу (1.5) $\psi(p) = f_0 + \mu\varphi'(p)$. Приравняем выражения для $R(p)$, найденные из (3.1) и (3.5). Тогда имеем уравнение для определений $\varphi(p)$

$$\mu(\lambda^* + p)\varphi'(p) - \varphi(p) + pf_0 + \alpha^*\mu = 0 \tag{3.9}$$
$$\lambda^* = \lambda[2(A_1 - A_3)]^{-1}, \quad \alpha^* = A_1\varepsilon[2(A_1 - A_3)]^{-1}$$

Обратимся к уравнениям (3.2), (3.9) и предположим, что $l > 2$. Приравнивая к нулю коэффициенты при степенях $2l - 1$, $l - 1$ соответственно, получим $2l\lambda^* a_l - a_{l-1} = 0$, $l\lambda^* a_l - a_{l-1} = 0$, что невозможно. Таким образом $l = 2$ и из (3.2), (3.9) опять имеем соотношения

$$4\lambda^* a_2 - a_1 + 2f_0 = 0, \quad 2\lambda^* a_2 - a_1 + 2f_0 = 0$$

которые при $a_2 \neq 0$ выполняться не могут. Следовательно, вариант $n_1 \neq 0$, $m_1 = 0$ невозможен.

4. Случай $l = 1$. Этот случай также особый. Предположим, что $A_2 \neq A_3$, тогда из (3.1) вытекает, что $m = n = 1$, $m_1 = n_1 = 1$. Рассмотрим уравнение, которое получается в результате сложения (1.8), (1.9). Приравняв в нем к нулю коэффициент при p, получим

$$3(b_1 g_1 + c_1 f_1) = -2a_1 \tag{4.1}$$

Условие изоконичности (1.13) дает $b_1 g_1 + c_1 f_1 = -a_1$, что противоречит (4.1). Следовательно, необходимо положить $A_2 = A_3$. Если предположить $n_1 > m_1$, то из условия совпадения степеней полиномов в (1.9), (1.10) вытекает $n + n_1 = 2$, $m + m_1 = 2$, т.е. опять приходим к рассмотренному выше случаю. Когда $m_1 = n_1$ использование тех же уравнений приводит к условиям $n + n_1 \leqslant 2$, $m + n_1 \leqslant 2$, т.е. новых случаев не появляется. Вариант $l = 1$ в общем случае невозможен.

5. Общий случай. Рассмотрим случай, когда $l \neq 1$, $n_1 \neq 0$, $m_1 \neq 0$. При этом из (3.1) вытекает, что $A_2 \neq A_3$. Максимальная степень полинома в правой части уравнения (1.5) принадлежит слагаемому, содержащему произведение функции $\varphi(p)$, $\varkappa(p)$, поэтому необходимо положить

$$C_3 = C_2 \tag{5.1}$$

Пусть $A_1 \neq A_2$, $A_3 \neq A_1$ (случай равенства приводит к $m = n = 2$, $m_1 = n_1 = l - 1$), тогда из (3.1) имеем $n + n_1 = l + 1$, $m + m_1 = l + 1$. Обратимся к формуле (3.2) и предположим, что $n_1 > m_1$. Тогда $n_1 = l - 1$ и, следовательно, $n = 2$. Поскольку $m_1 < n_1 < l - 1$, то из (1.5) получим $B_3 = B_2 = 0$ и

$$\psi(p) - \varkappa(p) = \mu_* \varphi'(p), \quad \mu_* = (A_2 - A_3)A_1^{-1}$$

Исключим с помощью этого равенства разность $\psi(p) - \varkappa(p)$ в уравнении (1.6). В результате найдем уравнение, левая часть которого является полиномом первой степени, а правая часть содержит выражение $(C_1 - C_2)\varphi(p)\varkappa(p)$, т.е. необходимо положить $C_2 = C_1$. Аналогичные рассуждения в анализе указанного уравнения дают $B_1 = 0$. Вся совокупность установленных условий дает классическую задачу [6].

Пусть $m_1 = n_1$. Тогда $m = n$, $n + n_1 = l + 1$. Из (1.5)–(1.7) вытекает $B_2 \neq B_3$, $n_1 = l - 1$, $n = m = 2$ и

$$f_{n_1} = \mu_1 g_{n_1}, \quad f_{n_1 - 1} = \mu_1 g_{n_1 - 1}, \ \ldots, \ f_1 = \mu_1 g_1$$

$$a_l = \frac{\mu_2}{l\mu_3} g_{l-1}, \quad a_{l-1} = \frac{\mu_2}{(l-1)\mu_3} g_{l-2}, \ \ldots, \ a_2 = \frac{\mu_2}{2\mu_3} g_1, \quad a_1 = \frac{g_0 - f_0}{\mu_3} \tag{5.2}$$

$$\mu_1 = \frac{B_3}{B_2}, \quad \mu_2 = (B_2 - B_3)B_2^{-1}, \quad \mu_3 = (A_2 - A_3 + B_2 f_0 - B_3 g_0)A_1^{-1}$$

Рассмотрим равенства (3.1), (3.2), (5.2) для определения b_2, c_2 и условия, накладываемые на параметры. Имеем

$$\begin{gathered} b_2 = \frac{\mu_2(A_3 - A_1)}{l\mu_3(A_2 - A_3)}, \quad c_2 = \frac{\mu_2(A_1 - A_2)}{l\mu_3(A_2 - A_3)} \\ \mu_2(A_2 - A_3)l^{-1}\mu_3^{-1} + A_3 - A_1 + \mu_1(A_1 - A_2) = 0 \end{gathered} \tag{5.3}$$

Исключив в уравнениях (1.6), (1.7) разность $\psi(p) - \varkappa(p)$ с помощью (1.5), получим

$$\begin{gathered} A_2\mu_3(2b_2 p + \ldots) = 2g_{l-1}(B_3\mu_3^{-1}l^{-1} - B_1\mu_1)p^l + \ldots \\ A_3\mu_3(2c_2 p + \ldots) = 2g_{l-1}(B_1 - B_2\mu_2\mu_3^{-1}l^{-1})p^l + \ldots \end{gathered} \tag{5.4}$$

Так как $l > 1$, то из (5.3), (5.4) следует

$$\mu_3 l = B_3\mu_2 B_1^{-1}\mu_1^{-1} = (B_2 - B_3)B_1^{-1} \tag{5.5}$$

Сопоставив (5.3) и (5.5), получим условие

$$A_1(B_2 - B_3) + A_2(B_3 - B_1) + A_3(B_1 - B_2) = 0 \tag{5.6}$$

которое можно параметризовать так:

$$A_i = \varkappa_0 + \varkappa_1 B_i \tag{5.7}$$

На основе (5.3), (5.5), (5.7) имеем

$$b_2 = \frac{B_1(B_3 - B_1)}{B_2(B_2 - B_3)}, \quad c_2 = \frac{B_1(B_1 - B_2)}{B_3(B_2 - B_3)} \tag{5.8}$$

Предположим, что $l > 2$, тогда развернутое выражение для первой части (5.4) дает

$$B_2 a_{l-1} - B_1 g_{l-2} - s g_{l-1} = 0 \tag{5.9}$$

Из (5.9) в силу (3.2) вытекает

$$g_{l-2} = \frac{s(l-1)}{B_1} g_{l-1} \tag{5.10}$$

Приравняем к нулю в равенстве (1.13) коэффициенты при p^{l-1}. Тогда

$$a_{l-1}+g_{l-1}(b_1+\mu_1 c_1)+g_{l-2}(b_2+\mu_1 c_2)=0 \tag{5.11}$$

Но в силу (5.3), (5.8) $b_2+\mu_2 c_2=-B_1 B_2^{-1}$, тогда из (5.11) имеем

$$b_1+\mu_1 c_1=-s/B_2 \tag{5.12}$$

Если рассмотреть уравнение, которое получается в результате сложения (1.8), (1.9), и исключить в нем разность $\psi(p)-\varkappa(p)$ с помощью (1.5), то равенство нулю коэффициента при p^{l-1} дает

$$2(b_2+\mu_1 c_2)(l-1)g_{l-2}+(b_1+\mu_1 c_1)(2l-1)g_{l-1}+2(l-1)a_{l-1}=0$$

Однако это равенство противоречит (5.8)–(5.12), поэтому $l=2$.

Итак, в общем случае имеем

$$q^2=Q(p)=b_2p^2+b_1p+b_0,\quad r^2=R(p)=c_2p^2+c_1p+c_0$$

$$\nu_1=\varphi(p)=a_2p^2+a_1p+a_0,\quad \nu_2=q(g_1p+g_0),\quad \nu_3=r(f_1p+f_0) \tag{5.13}$$

$$\dot p=\frac{\alpha-\beta}{2}(Q(p)R(p))^{1/2},\quad \alpha=\frac{B_2}{B_1},\quad \beta=\frac{B_3}{B_1}$$

Соотношения (5.13) являются решением уравнений (1.5)–(1.13) при выполнении условий

$$\beta^2+\beta(\alpha-1)+\alpha(\alpha-1)=0,\quad 3\varkappa_0=\varkappa_1 B_1$$

$$A_1=\frac{4\varkappa_1 B_1}{3},\quad A_2=\frac{\varkappa_1(B_1+3B_2)}{3},\quad A_3=\frac{\varkappa_1(B_1+3B_3)}{3}$$

$$s=-\frac{3\varepsilon\alpha\beta B_1}{\varkappa_1(\alpha+\beta)},\quad \lambda=\frac{2}{3}s\varkappa_1$$

$$a_2=\frac{\varkappa_1 B_1(1-\alpha)(1-\beta)}{2s\alpha\beta},\quad b_2=-\frac{(1-\beta)}{\alpha(\alpha-\beta)},\quad c_2=\frac{1-\alpha}{\beta(\alpha-\beta)}$$

$$a_1=\frac{2\varkappa_1(1-\alpha-\beta)}{3\alpha\beta},\quad b_1=-\frac{4s}{3\alpha B_1(\alpha-\beta)},\quad c_1=\frac{4s}{3\beta B_1(\alpha-\beta)}$$

$$g_1=\frac{\varkappa_1 B_1(1-\alpha)(1-\beta)}{2s\beta},\quad f_1=\frac{\varkappa_1 B_1(1-\alpha)(1-\beta)}{2s\alpha}$$

$$a_0=\frac{s\varkappa_1(2-3\alpha-3\beta)}{9\alpha\beta B_1},\quad b_0=\frac{4s^2(1-2\alpha-\beta)}{9\alpha B_1^2(\beta-\alpha)(1-\alpha)(1-\beta)}$$

$$c_0=\frac{4s^2(1-\alpha-2\beta)}{9\beta B_1^2(\alpha-\beta)(1-\alpha)(1-\beta)},\quad g_0=\frac{\varkappa_1(1-\alpha-2\beta)}{3\beta},\quad f_0=\frac{\varkappa_1(1-\beta-2\alpha)}{3\alpha}$$

Приведем пример действительности решения. Пусть $\alpha=1/2$, тогда $\beta\approx 0{,}8$ и существует промежуток по p, в котором одновременно выполняются условия $Q(p)\geqslant 0$, $R(p)\geqslant 0$. При этом считая $\varkappa_1>0$, можно убедиться, что выполняются и ограничения на моменты инерции. Решение (5.13) можно представить в виде эллиптических функций Якоби.

Итак, доказано, что изоконические движения в рамках полиномиальных решений существуют только в двух случаях: 1) $n_1=m_1=0$ и 2) $n=m=l=2$, $n_1=m_1=1$, которые дают два новых решения (2.5) и (5.13) уравнений (1.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Козлов В.В.* К задаче о вращении твердого тела в магнитном поле // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 6. С. 28–33.
2. *Самсонов В.А.* О вращении тела в магнитном поле // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 4. С. 32–34.
3. *Горячев Д.Н.* Новое частное решение задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки // Тр. Отд. физ. наук об-ва любителей естествознания. 1899. Т. 10. Вып. 1.
4. *Стеклов В.А.* Новое частное решение дифференциальных уравнений движения тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку // Тр. Отд. физ. наук об-ва любителей естествознания. 1899. Т. 10. Вып. 1. С. 1–3.
5. *Kowalewsky N.* Eine neue partikuläre Lösung der Differentialgleichungen der Bewegung eines schweren starren Körpers um einen festen Punkt // Math. Annalen. 1908. B. 65. S. 528–537.
6. *Харламов П.В.* Лекции по динамике твердого тела. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1965. 221 с.
7. *Верховод Е.В., Горр Г.В.* Новые случаи изоконических движений в обобщенной задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой // ПММ. 1993. Т. 57. Вып. 5. С. 25–34.

Донецк

Поступила в редакцию
10.VII.1996