

УДК 539.3:534.26

© 1997 г. А.В. Баданин

ДИФРАКЦИЯ КОРОТКОЙ ВОЛНЫ НА СТЫКЕ ДВУХ ПЛАСТИН, ОДНА ИЗ КОТОРЫХ ПОДКРЕПЛЕНА РЕБРАМИ

Рассматривается двумерная задача о дифракции плоской гидроакустической волны на стыке двух упругих пластин. Одна из пластин однородна, другая подкреплена периодическим набором однородных ребер жесткости. Пластины состыкованы так, что вместе они образуют плоскость, разбивающую пространство на два полупространства. Акустическая среда заполняет одно из этих полупространств. Предполагается, что можно не учитывать отражения от поверхности ребер и пренебречь их моментным импедансом. Режим на стыке пластин фиксируется не полностью, т.е. исследуется общее решение задачи. Для исследования полученного решения применяется модифицированный метод стационарной фазы, что дает возможность получить асимптотики поля в окрестности особых направлений.

1. Постановка задачи. Предположим, что акустическая среда заполняет верхнюю полуплоскость $-\infty < x < \infty$. Поле акустических давлений $p(x, y)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)u = 0 \quad (1.1)$$

Здесь $k^2 = \omega^2/c^2$ – волновое число колебаний среды, ω – частота колебаний, c – скорость звука в среде. Две полубесконечных упругих пластины расположены на границе $-\infty < x < \infty, y = 0$. Колебания пластины, занимающей левую полуось, описываются уравнением Кирхгофа

$$L_1 p(x) = (\partial_x^4 - k_1^4) p_y(x) + v_1 p(x) = 0 \quad (1.2)$$

$$-\infty < x < 0, \quad y = 0$$

$$k_1^4 = M_1 \omega^2 / D_1, \quad v_1 = \rho_0 c^2 / D_1$$

где ∂_x – производная по x , $p_y(x)$ – значение поля $p(x, y)$ на пластине, k_1 – волновое число колебаний пластины, M_1 – поверхностная плотность, D_1 – цилиндрическая жесткость пластины, ρ_0 – плотность акустической среды, $p_y(x)$ – производная по y от $p(x, y)$ на границе, L_1 – дифференциальный оператор, определенный выражением (1.2). Пластина, расположенная на правой полуоси, подкреплена периодическим набором ребер жесткости в точках $x = na, y = 0$, n – любое натуральное число, a – фиксированное вещественное число, равное расстоянию между соседними ребрами. Всюду, кроме этих точек, на правой полуоси выполнено уравнение Кирхгофа

$$Lu(x) = (\partial_x^4 - k_0^4) p_y(x) + v p(x) = 0 \quad (1.3)$$

$$0 < x < \infty, \quad y = 0$$

$$k_0^4 = M \omega^2 / D, \quad v = \rho_0 \omega^2 / D$$

Здесь k_0 – волновое число колебаний пластины, M – поверхностная плотность, D – цилиндрическая жесткость пластины, L – дифференциальный оператор, определенный (1.3).

Кроме того, предполагается, что функция $p_y(x)$ непрерывна вместе со своей первой производной $p'_y(x)$ по x всюду на оси x . Физически это условие означает непрерывность смещений и поворотов пластин во всех точках. Далее, функция $p''_y(x)$ непрерывна всюду на оси x , за исключением точки $x = 0$, $p'''_y(x)$ непрерывна всюду, кроме точек $x = 0$, $x = na$, причем в точках $x = na$ выполнено условие (см. [1])

$$[p'''_y(x)](na) = Zp_y(na) \quad (1.4)$$

где $[f(x)]$ – скачок функции f при переходе через точку $x = na$. Условие непрерывности p''_y соответствует отсутствию изгибающего момента, действующего со стороны ребер на пластину, а условие (1.4) – отсутствию скачка перерезывающих сил при переходе через ребро.

Ниже будет получено так называемое общее решение задачи. Оно содержит некоторое количество произвольных постоянных. Эти постоянные могут быть найдены после постановки контактных условий на стыке пластин. Предполагается, что поле $p(x, y)$ удовлетворяет условиям Майкснера на ребрах и стыке пластин. Решение задачи удовлетворяет принципу предельного поглощения. Все выкладки проводятся при условии $\text{Im}k^2 > 0$, а в окончательных формулах выполняется предельный переход $\text{Im}k^2 \rightarrow 0$.

Будем искать решение задачи (1.1) – (1.4) в виде

$$p(x, y) = p_0(x, y) + u(x, y), \quad p_0(x, y) = p_i(x, y) + p_r(x, y) \quad (1.5)$$

Здесь

$$p_i(x, y) = e^{-ik(xc_0 + ys_0)}, \quad c_0 = \cos \varphi_0, \quad s_0 = \sin \varphi_0 \quad (1.6)$$

падающая плоская волна, φ_0 – угол падения, $p_r(x, y)$ – поле, отраженное однородными пластинами, $p_r(x, y)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца и краевым условиям (1.2), (1.3) при всех значениях x . Согласно [2]

$$p_r(x, y) = \text{Re} e^{-ik(xc_0 - ys_0)} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\lambda}{w(\lambda)} e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)} \left(C_0 + i\lambda C_1 + (R_1 - R) \frac{iw(-kc_0)}{\lambda + kc_0} \right) \quad (1.7)$$

$$R = \frac{S_-(k_0, v)}{S_+(k_0, v)}, \quad R_1 = \frac{S_-(k_1, v_1)}{S_+(k_1, v_1)}$$

$$S_{\pm}(\xi, \eta) = ikxc_0(k^4c_0^4 - \xi^4) \pm \eta$$

Первое слагаемое представляет собой поле, отраженное бесконечной в обе стороны однородной правой пластиной, R – коэффициент отражения [1]. Второе слагаемое учитывает влияние левой пластины и стыка, R_1 – коэффициент отражения левой однородной пластины. Первые два слагаемых в интеграле описывают поле, рассеянное стыком: C_0 и C_1 – неопределенные постоянные, о которых шла речь выше, они могут быть найдены из условий на стыке пластин. Далее

$$w(\lambda) = l_1^+(\lambda)l_1^-(\lambda)$$

где $l^{\pm}$ и $l_1^{\pm}$ – результат факторизации символов граничных операторов $l(\lambda)$ и $l_1(\lambda)$ правой и левой пластин соответственно (см. (1.2), (1.3)).

В выражении (1.5) $u(x, y)$ – часть акустического поля, рассеянная ребрами. Поле $u(x, y)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца, граничным условиям (1.2), (1.3) и условиям на ребрах

$$[\partial_x^3 u_y](na) = Zp_y(na) \quad (1.8)$$

квадратные скобки означают скачок функции при переходе через точку $x = na$ (см. (1.4)).

Кроме того, поле $u(x, y)$ удовлетворяет принципу предельного поглощения и условиям Майкснера на ребрах.

2. Система уравнений относительно гранично-контактных постоянных. Решение задачи (1.1) – (1.3), (1.8) может быть найдено из условия

$$u(x, y) = \sum Z u_y(na) g(x, y; na) \quad (2.1)$$

Здесь и всюду далее суммирование ведется от $n = 1$ до $n = \infty$; $g(x, y; x')$, $x' > 0$ – решение уравнения Гельмгольца с граничными условиями

$$L_1 g(x, y; x') = 0, \quad x < 0, \quad L g(x, y; x') = \delta(x - x'), \quad x > 0$$

Можно положить равными нулю некоторые произвольные постоянные в решении этой задачи.

Применяя метод Винера–Хопфа, получим

$$g(x, y; x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\lambda}{w(\lambda)} e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\lambda - t} \frac{w(t)}{l(t)} e^{-itx'} \quad (2.2)$$

Контур интегрирования проходит выше особенностей подынтегрального выражения, лежащих на отрицательной полуоси, и ниже особенностей, лежащих на положительной полуоси (за исключением точки $\lambda = t$). Контур во внутреннем интеграле обходит точку $\lambda = t$ сверху.

Равенство (2.1) содержит в правой части неизвестные значения нормальной производной акустического поля на ребрах $x = na$, $y = 0$. Для получения решения задачи (1.1)–(1.4) достаточно найти эти значения.

Дифференцируя обе части (2.1) по y и полагая $x = ma$, $y = 0$, можно получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $u_y(na)$. Однако значительно удобнее ввести новые неизвестные величины

$$v_m = (p_0 + u)_y(ma), \quad m > 0$$

Система уравнений относительно v_m имеет вид

$$v_m - \sum Z v_n g_y(ma, 0; na) = p_{0y}(ma), \quad m > 0 \quad (2.3)$$

3. Исследование системы. Будем рассматривать равенства (2.3) как уравнение в пространстве ℓ_2 последовательностей комплексных чисел, при этом полагаем, что $\text{Im} k^2 > 0$, т.е. еще не произведен переход к предельному поглощению.

Рассмотрим структуру матрицы $\{g_y(ma, 0; na)\}$ системы (2.3). Из (2.2) имеем асимптотически при больших значениях ka

$$g_y(ma, 0; na) = i\gamma(\chi) a e^{i\chi|m-n|a} + i\gamma(\chi) \alpha_1 e^{i\chi(m+n)a} + t O((k|m-n|a)^{-3/2}) + \\ + q_m O((kna)^{-3/2}) + r_n O((kma)^{-3/2}) \quad (3.1)$$

$$\left(\alpha = \frac{i}{l'(\chi)}, \quad \alpha_1 = \frac{\alpha}{2\chi} \frac{w(-\chi)}{w'(\chi)} \right)$$

с некоторыми ограниченными t, q_m, r_n . Здесь χ – положительный корень $l(\lambda)$, штрих у

$l(\lambda)$ и $w(\lambda)$ означает производную по λ . Остаточные слагаемые в этой асимптотике отвечают матрице некоторого ограниченного оператора в ℓ_2 , малого по норме при больших ka .

Второе соотношение (1.5) и равенства (1.6), (1.7) дают

$$p_{0y}(ma) = pe^{-ikmac_0} + qe^{i\chi ma} + O((kma)^{-3/2}) \quad (3.2)$$

$$p = ik(R-1)s_0, \quad q = -\frac{\gamma(\chi)}{w'(\chi)} \left(C_0 + i\chi C_1 + (R_1 - R) \frac{iw(-kc_0)}{\chi + kc_0} \right)$$

Несмотря на то что асимптотики (3.1), (3.2) записаны для вещественных k , их вид сохраняется и для комплексных k , таких, что $\text{Im}k^2 > 0$. При этом все слагаемые экспоненциально убывают, причем остаточные слагаемые убывают быстрее главных.

Принимая во внимание равенства (3.1), (3.2), перепишем систему (2.3) в виде уравнения в пространстве ℓ_2

$$v - Bv - Cv - \varepsilon B^{(1)}v = A + \varepsilon A^{(1)}, \quad \varepsilon = (ka)^{-3/2} \quad (3.3)$$

Здесь B – оператор, матрица которого имеет вид $\{i\gamma(\chi)\alpha e^{i\chi|lm-n|a}\}_{m,n=1}^{\infty}$, матрица оператора C есть $\{i\gamma(\chi)\alpha_1 e^{i\chi|lm+n|a}\}_{m,n=1}^{\infty}$, оператор $\varepsilon B^{(1)}$ образован остаточными слагаемыми в выражении (3.1), A – последовательность элементов вида $\{pe^{-ikmas_0} + qe^{i\chi ma}\}_{m=1}^{\infty}$, $\varepsilon A^{(1)}$ – последовательность, образованная из остаточных слагаемых выражения (3.2).

Кроме уравнения (3.3), будем рассматривать уравнение вида

$$\tilde{v} - B\tilde{v} - C\tilde{v} = A \quad (3.4)$$

К паре уравнений (3.3), (3.4) применим теорию приближенных методов [3].

Вычитая уравнение (3.4) из уравнения (3.3), получаем, что для разности $u = v - \tilde{v}$ точного и приближенного решений должно быть выполнено равенство

$$u - Bu - Cu = \varepsilon(B^{(1)}(u + \tilde{v}) + A^{(1)}) \quad (3.5)$$

Решив приближенное уравнение (3.4), получим явное выражение для оператора R , обратного к оператору $(1 - B - C)$. Уравнение (3.5) можно преобразовать к виду

$$u = \varepsilon R(B^{(1)}(u + \tilde{v}) + A^{(1)}) \quad (3.6)$$

Это уравнение можно решить итерациями, если выполнено условие сходимости ряда Неймана

$$q = 1 - \varepsilon \|R\| \|B^{(1)}\| > 0 \quad (3.7)$$

Таким образом, при выполнении условия (3.7) из однозначной разрешимости приближенного уравнения (3.4) следует однозначная разрешимость точного уравнения (3.3). Кроме того, из (3.6) следует оценка точности используемого приближения

$$\|u\| \leq \varepsilon \|R\| (\|B^{(1)}\| (\|u\| + \|\tilde{v}\|) + \|A^{(1)}\|)$$

т.е.

$$\|u\| \leq q^{-1} \varepsilon \|R\| (\|B^{(1)}\| \|\tilde{v}\| + \|A^{(1)}\|)$$

Таким образом, при выполнении условия (3.7) точность приближения пропорциональна ε .

В дальнейшем сохраним за приближенным решением обозначение u .

4. Решение системы. Выделим главную в коротковолновом пределе $ka \rightarrow \infty$ часть системы. Из (2.3) получаем

$$v_m - \sum B v_n e^{i\chi(m-n)a} = H e^{i\chi m a} + p e^{-ik m a c_0}, \quad m > 0 \quad (4.1)$$

$$B = i\gamma(\chi)\alpha Z, \quad H = \sum Z v_n e^{i\chi n a} i\gamma(\chi)\alpha_1 + q \quad (4.2)$$

Заметим, что H – неизвестная величина.

Решение системы вида (4.1) методом Винера–Хопфа известно [4]. В результате для функции

$$V(\zeta) = v_1 \zeta + v_2 \zeta^2 + \dots$$

на единичном круге $|\zeta| = 1$ получаем выражение

$$V(\zeta) = \frac{\zeta}{\zeta - \theta^{-1}} \left(H \frac{e^{i\chi a} - e^{-i\chi a}}{e^{-i\chi a} - \theta} + p \frac{e^{i\chi a} - e^{ikac_0}}{e^{ikac_0} - \theta} \frac{\zeta - e^{-i\chi a}}{\zeta - e^{ikac_0}} \right) \quad (4.3)$$

Здесь θ – множитель Флоке, являющийся корнем дисперсионного квадратного уравнения

$$\theta^2 - 2(\cos \chi a + iB \sin \chi a)\theta + 1 = 0$$

меньшим единицы по абсолютной величине при $\text{Im} k^2 > 0$.

Для того чтобы найти неизвестную постоянную H , достаточно положить в (4.3) $\zeta = e^{i\chi a}$ и использовать (4.2) (см. [4]). Получим

$$H = \left[Zi\gamma(\chi)\alpha_1 p e^{i\chi a} \frac{e^{i\chi a} - e^{-i\chi a}}{e^{-i\chi a} - \theta} + q(e^{i\chi a} - \theta^{-1}) \right] \times \\ \times \left[e^{i\chi a} - \theta^{-1} - Zi\gamma(\chi)\alpha_1 e^{i\chi a} \frac{e^{i\chi a} - e^{-i\chi a}}{e^{-i\chi a} - \theta} \right]^{-1}$$

Проведенные вычисления становятся некорректными в окрестности тех частот, при которых частота χ поверхностной волны кратна частоте Флоке ($\chi = -\tau + 2\pi m/a$) или частоте проекции падающей волны ($\chi = kc_0 + 2\pi n/a$), где m и n – некоторые целые числа, а τ – вещественное число такое, что $\theta = e^{i\tau a}$. Подобные резонансные явления известны в теории периодически подкрепленных пластин и отмечались, например, в [5].

Из формулы (2.1), учитывая (4.3), получаем выражение для первого слагаемого в коротковолновой асимптотике дифрагированного поля

$$u(x, y) \sim \frac{Z}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{V(e^{-i\lambda a})}{l(\lambda)} + \frac{V(e^{i\chi a})w(-\chi)}{l'(\chi)w(\lambda)(\lambda + \chi)} \right) e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)} d\lambda, \quad ka \rightarrow \infty \quad (4.4)$$

5. Исследование решения. Выражение (4.4) для полного поля $u(x, y)$ естественным образом разбивается на два слагаемых

$$u(x, y) \sim u_s(x, y) + u_0(x, y), \quad ka \rightarrow \infty$$

где

$$u_s(x, y) = \frac{Z}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V(e^{-i\lambda a})}{l(\lambda)} e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)} d\lambda \\ u_0(x, y) = \frac{Z}{2\pi} \frac{w(-\chi)}{l'(\chi)} V(e^{i\chi a}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)}}{w(\lambda)(\lambda + \chi)} d\lambda$$

(первое слагаемое равно сумме полей, дифрагированных ребрами, второе – описывает

поле, дифрагированное стыком под воздействием суммарной поверхностной волны, распространяющейся от ребер).

Обычным путем можно вычислить поле в дальней зоне, вызванное наличием второго слагаемого. Оно имеет вид цилиндрической волны, распространяющейся от стыка.

Приступим к исследованию структуры поля $u_s(x, y)$, дифрагированного ребрами. Оно в соответствии с выражением (4.3) также может быть разбито на два слагаемых

$$u_s(x, y) = u_s^{(1)}(x, y) + u_s^{(2)}(x, y) \quad (5.1)$$

$$u_s^{(1)}(x, y) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\lambda a}}{e^{-i\lambda a} - e^{-i\tau a}} \frac{e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)}}{l(\lambda)} d\lambda \quad (5.2)$$

$$u_s^{(2)}(x, y) = \frac{P}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\lambda a}}{e^{-i\lambda a} - e^{-i\tau a}} \frac{e^{-i\lambda a} - e^{-i\chi a}}{e^{-i\lambda a} - e^{-ikac_0}} \frac{e^{i(\lambda x + \gamma(\lambda)y)}}{l(\lambda)} d\lambda$$

$$h = ZH \frac{e^{i\chi a} - e^{-i\chi a}}{e^{-i\chi a} - e^{-i\tau a}}, \quad P = Zp \frac{e^{i\chi a} - e^{ikac_0}}{e^{ikac_0} - e^{-i\tau a}}$$

Слагаемое $u_s^{(1)}(x, y)$ отвечает полю, вызванному воздействием на ребра поверхностной волны, распространяющейся от стыка.

Для вычисления дальнего поля для $u_s^{(1)}(x, y)$ применим метод перевала. Предварительно преобразуем интеграл, сделав замену переменной $\lambda = k \cos t$. Переходя к полярным координатам r, φ , получим из (5.2)

$$u_s^{(1)}(r, \varphi) = -\frac{h}{2\pi} \int_{\Gamma} k \sin t \frac{e^{ikr \cos(\varphi - t)}}{l(k \cos t)} \frac{e^{-ika \cos t}}{e^{-ika \cos t} - e^{-i\tau a}} dt \quad (5.3)$$

Контур интегрирования Γ состоит из отрезков $(-\pi - i\infty, \pi]$, $[\pi, 0]$, $[0, i\infty)$.

Подынтегральное выражение в (5.3) имеет особенности в точках $t = \varphi_n$, таких, что

$$k \cos \varphi_n = \tau + 2\pi n/a \quad (5.4)$$

с каким-либо целым n . При некоторых значениях n эти особенности могут лежать близко к вещественной оси. Стационарный контур Γ_{st} для интеграла (5.3) пересекает вещественную ось t в точке перевала $t = \varphi$, лежащей на отрезке $(0, \pi)$. При деформировании контура Γ в стационарный контур Γ_{st} могут быть пересечены полюсы подынтегрального выражения в (5.3).

Проследим за изменением картины поля $u_s^{(1)}(x, y)$ в дальней зоне при изменении угла наблюдения φ . Предположим сначала, что находимся далеко от места стыка пластин и при этом исходный угол больше самого большого из значений φ_n (но не слишком близок к π). В этом случае при деформации контура Γ в контур Γ_{st} ни один из полюсов, лежащих на вещественной оси, не пересекается. Поэтому вклад в дальнее поле в этой зоне дает только точка перевала. Таким образом, дальнее поле $u_s^{(1)}(x, y)$ представляет собой цилиндрическую волну, распространяющуюся от стыка. Будем постепенно уменьшать φ . Начиная с момента, когда φ попадает в δ -окрестность угла φ_* , равного наибольшему из вещественных значений углов φ_n , удовлетворяющих условию (5.4), характер поля $u_s^{(1)}(x, y)$ меняется.

Применим модифицированный с учетом близости расположения точки перевала и полюса метод перевала [6]. Для простоты ограничимся лишь малой δ -окрестностью угла φ_* . Используя формулу (3.34) из [7], в пределе $\delta \rightarrow 0$ получим

$$u_s^{(1)}(r, \varphi) \sim \frac{-he^{ikr}}{kal(k \cos \varphi_*)} U_{\delta} \quad (5.5)$$

$$\varphi = \varphi_* + \delta, \quad kr \rightarrow \infty, \quad \delta \rightarrow 0$$

$$U_\delta = \frac{k}{2i} e^{-ikr\delta^2/2} \left[1 + (1-i) \left(C\left(\sqrt{\frac{kr}{\pi}}\delta\right) - iS\left(\sqrt{\frac{kr}{\pi}}\delta\right) \right) \right]$$

Здесь $C(x)$, $S(x)$ – интегралы Френеля.

Структура выражения (5.5) аналогична известным (см., например, (3.36)–(3.41) в [7]) асимптотикам для дифракционного поля на клине в окрестности перехода свет–тень. Это обстоятельство указывает на сходство поведения поля $u_s^{(1)}$ в окрестности φ_* и поля в окрестности перехода свет–тень при дифракции на клине.

При дальнейшем уменьшении угла φ вклад от точки φ_* учитывается слагаемым, равным вычету подынтегральной функции в полюсе $\varphi = \varphi_*$, поскольку при деформировании исходного контура Γ в контур Γ_{st} этот полюс будет пересечен. При всех $\varphi > \varphi_*$ этот вклад в $u_s^{(1)}$ будет присутствовать в виде слагаемого

$$-ihk \sin \varphi_* \frac{e^{ikr \cos(\varphi - \varphi_*)}}{l(k \cos \varphi_*)} e^{-iku \cos \varphi_*} \quad (5.6)$$

Таким образом, при $\varphi < \varphi_*$, поле $u_s^{(1)}$ в дальней зоне содержит неубывающую с ростом r волну вида (5.6). И так далее. При увеличении угла φ контур Γ_{st} будет последовательно пересекать полюсы φ_n подынтегрального выражения, при этом в $u_s^{(1)}$ будут добавляться все новые слагаемые вида (5.6), отвечающие вещественным значениям φ_n . Изменение поля $u_s^{(1)}$ при переходе φ через полюс φ_n описывается выражениями вида (5.5), содержащими интегралы Френеля. Таким образом, общее выражение для поля $u_s^{(1)}$ вне направлений усиления с точностью до слагаемых $O((kr)^{-1/2})$ имеет вид суммы слагаемых вида (5.6), взятой по всем n таким, что $0 < \varphi < \varphi_n < \pi$.

Аналогично может быть исследовано слагаемое $u_s^{(2)}$ в выражении (5.1), соответствующее полю, непосредственно вызванному падением плоской волны на ребро. Здесь имеется две бесконечных серии особенностей подынтегрального выражения. Это полюсы в точках $\lambda = \tau + 2\pi n/a$ с целыми n , а также полюсы в точках $\lambda = -kc_0 + 2\pi m/a$ с целыми m . Будем для простоты полагать, что особенности из этих двух серий не совпадают.

В окрестности углов $\varphi = \varphi_n + \delta$ поле $u_s^{(2)}$ вносит дополнительный, по отношению к $u_s^{(1)}$, вклад

$$u_s^{(2)}(r, \varphi) \sim \frac{-Pe^{ikr}}{kal(k \cos \varphi_n)} \frac{e^{-ika \cos \varphi_n} - e^{-i\chi a}}{e^{-ika \cos \varphi_n} - e^{ikac_0}} \frac{k}{2i} e^{-ikr\delta^2/2} U_\delta$$

$$\varphi = \varphi_n + \delta, \quad kr \rightarrow \infty, \quad \delta \rightarrow 0$$

Кроме того, поле $u_s^{(2)}$ дополнительно имеет ряд направлений усиления $\varphi = \vartheta_m + \delta$, где

$$\vartheta_m = -kc_0 + 2\pi m/a \quad (5.7)$$

Будем для определенности считать, что угол падения φ_0 больше $\pi/2$. Рассуждая так же, как и в предыдущем случае, получим, что дальнейшее поле в направлении угла φ представляет собой сумму слагаемых вида

$$\frac{iP(e^{-ika \cos \vartheta_m} - e^{-i\chi a})}{l(k \cos \vartheta_m)} \frac{e^{-ika \cos \vartheta_m}}{e^{-ika \cos \vartheta_m} - e^{-i\chi a}} k \sin \vartheta_m e^{ikr \cos(\varphi - \vartheta_m)}$$

с ϑ_m , удовлетворяющими условию (5.7), такими, что $0 < \varphi < \vartheta_m < \pi$. Если φ лежит в δ -окрестности угла ϑ_m , то

$$u_s^{(2)}(r, \varphi) \sim \frac{-Pe^{-ikr}}{kal(k \cos \vartheta_m)} \frac{e^{-ika \cos \vartheta_m} - e^{-i\chi a} k}{e^{-ika \cos \vartheta_m} - e^{-i\tau a} 2i} e^{-ikr\delta^2/2} U_\delta$$

$$\varphi = \vartheta_m + \delta, \quad kr \rightarrow \infty, \quad \delta \rightarrow 0$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Коновалюк И.П., Красильников В.Н. Влияние ребра жесткости на отражение плоской звуковой волны от тонкой пластины // Дифракция и излучение волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1965. В. 4. С. 149–165.
2. Коузов Д.П. Дифракция плоской гидроакустической волны на границе двух упругих пластин // ПММ. 1963. Т. 27. Вып. 3. С. 541–546.
3. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977. 742 с.
4. Баданин А.В. Излучение коротких волн парой пластин, подкрепленных полубесконечным набором ребер жесткости // Зап. науч. семин. Петерб. отд. мат. ин-та, 1994. Т. 210. С. 38–46.
5. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
6. Федорюк М.В. Асимптотика. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
7. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 302 с.

Архангельск

Поступила в редакцию
4.IX.1995