УДК 532.529

 Л.И. Зайчик

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В НЕОДНОРОДНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ

Методом функционального дифференцирования получено замкнутое уравнение для функции плотности вероятности (ФПВ) скорости частиц, в явной форме учитывающее неоднородность поля скорости несущего турбулентного потока. Построена система континуальных уравнений баланса массы, количества движения и вторых моментов пульсаций скорости дисперсной фазы. Дано сопоставление с известными из литературы решениями для однородного слоя.

Ранее [1–3] взаимодействие частиц с турбулентными вихрями несущей фазы описывалось таким же диффузионным оператором в пространстве скоростей, как и при броуновской диффузии, а кинетическое уравнение для ФПВ по существу совпадало с обычным уравнением Фоккера – Планка. Однако уравнение Фоккера – Планка справедливо только для моделирования δ-коррелированных во времени случайных процессов и поэтому действительно для описания инерционных частиц, время динамической релаксации которых значительно превышает интегральный временной масштаб турбулентности. В более общей, чем Фоккера – Планка, форме уравнение для ФПВ было получено [4–6] при моделировании турбулентных полей газовой фазы гауссовыми случайными процессами с известными корреляционными функциями; однако эти уравнения не учитывают пространственную неоднородность несущего потока. На основе суммирования прямых взаимодействий методом ренормализационной теории возмущений было построено кинетическое уравнение, в неявном виде учитывающее неоднородность течения [7].

1. Уравнение для ФПВ скорости частиц. Движение одиночной твердой частицы в газовом потоке описывается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{R}_p}{d\tau}=\mathbf{v}_p,\quad \frac{d\mathbf{v}_p}{d\tau}=\frac{\mathbf{u}-\mathbf{v}_p}{\tau_u}+\mathbf{F} \tag{1.1}$$

где τ – время, $\mathbf{R}_p$ и $\mathbf{v}_p$ – координата и скорость частицы, $\mathbf{u}$ – скорость несущего потока, τ_u – время динамической релаксации частицы, $\mathbf{F}$ – ускорение внешней силы.

Выражения (1.1) представляют собой уравнения типа Ланжевена, в которых скорость газа $\mathbf{u}$ рассматривается как случайный процесс. С целью перехода от динамического стохастического описания отдельных частиц к моделированию статистического поведения дисперсной фазы вводится ФПВ распределения по координатам и скоростям частиц

$$P=\langle p\rangle=\frac{\omega}{\Omega}\sum_p\langle\delta(\mathbf{x}-\mathbf{R}_p(\tau))\delta(\mathbf{v}-\mathbf{v}_p(\tau))\rangle \tag{1.2}$$

где ω – объем частицы, Ω – рассматриваемый пространственный объем.

Осреднение в (1.2) производится по ансамблю реализаций случайных турбулентных полей скорости несущего потока $\mathbf{u}(\mathbf{x},\tau)$.

Дифференцируя равенство (1.2) по времени с учетом (1.1) и представляя скорость газа в виде осредненной и пульсационной составляющих $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$, получаем следующее уравнение для ФПВ:

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} + \upsilon_k \frac{\partial P}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial \upsilon_k}\left[\left(\frac{U_k - \upsilon_k}{\tau_u} + F_k\right)P\right] = -\frac{1}{\tau_u}\frac{\partial \langle u_k' p\rangle}{\partial \upsilon_k} \tag{1.3}$$

Для определения коррелятора $\langle u_i' p \rangle$ в (1.3) поле скорости несущего потока, как и в [4, 5], моделируется гауссовым процессом с известной автокорреляционной функцией. С учетом формулы Фурутцу – Новикова для гауссовых случайных функций [8] получаем

$$\langle u_i' p\rangle = \int\int \langle u_i'(\mathbf{x},\tau) u_k'(\mathbf{x}_1,\tau_1)\rangle \left\langle \frac{\delta p(\mathbf{x},\tau)}{\delta u_k(\mathbf{x}_1,\tau_1)}\right\rangle d\mathbf{x}_1\, d\tau_1$$

$$\left\langle \frac{\delta p(\mathbf{x},\tau)}{\delta u_k(\mathbf{x}_1,\tau_1)}\right\rangle = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left\langle p(\mathbf{x},\tau)\frac{\delta R_{pj}(\tau)}{\delta u_k(\mathbf{x}_1,\tau_1)}\right\rangle - \frac{\partial}{\partial \upsilon_j}\left\langle p(\mathbf{x},\tau)\frac{\delta \upsilon_{pj}(\tau)}{\delta u_k(\mathbf{x}_1,\tau_1)}\right\rangle \tag{1.4}$$

Для нахождения функциональных производных в (1.4) используются решения уравнений движения одиночной частицы

$$R_{pi}(\tau) = \int_0^\tau \upsilon_{pi}(\tau_1)\, d\tau_1$$

$$\upsilon_{pi}(\tau) = \int_0^\tau \left[\frac{u_i(\mathbf{R}_p(\tau_1),\tau_1)}{\tau_u} + F_i(\mathbf{R}_p(\tau_1),\tau_1)\right]\exp\left(-\frac{\tau-\tau_1}{\tau_u}\right)d\tau_1 \tag{1.5}$$

Применяя к (1.5) оператор функционального дифференцирования, получаем систему интегральных уравнений для определения функциональных производных

$$\frac{\delta R_{pi}(\tau)}{\delta u_j(\mathbf{x}_1,\tau_1)} = \delta_{ij}\left[1-\exp\left(-\frac{\tau-\tau_1}{\tau_u}\right)\right]\delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{R}_p(\tau_1))H(\tau-\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau}\left[1-\exp\left(-\frac{\tau-\tau_2}{\tau_u}\right)\right]\times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial x_n}[u_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2) + \tau_u F_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2)]\frac{\delta R_{pn}(\tau_2)}{\delta u_j(\mathbf{x}_1,\tau_1)}d\tau_2 \tag{1.6}$$

$$\frac{\delta V_{pi}(\tau)}{\delta u_j(\mathbf{x}_1,\tau_1)} = \frac{\delta_{ij}}{\tau_u}\exp\left(-\frac{\tau-\tau_1}{\tau_u}\right)\delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{R}_p(\tau_1))H(\tau-\tau_1) + \frac{1}{\tau_u}\int_{\tau_1}^{\tau}\exp\left(-\frac{\tau-\tau_2}{\tau_u}\right)\times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial x_n}[u_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2) + \tau_u F_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2)]\frac{\delta R_{pn}(\tau_2)}{\delta u_j(\mathbf{x}_1,\tau_1)}d\tau_2 \tag{1.7}$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда: $H(x < 0) = 0$, $H(x > 0) = 1$.

С целью получения явных выражений для функциональных производных и соответственно для коррелятора $\langle u_i' p\rangle$ интегральные члены в (1.6) и (1.7) были исключены [4, 5] из рассмотрения; однако влияние этих членов в неоднородных потоках может быть существенным. В [9] пренебрегали только интегральным членом в (1.6), а для определения интегрального члена в (1.7) предлагалась аппроксимация, эффективным образом учитывающая неоднородность несущего потока через неоднородность поля осредненной скорости дисперсной фазы.

В данной работе для решения интегральных уравнений (1.6), (1.7) воспользуемся методом итераций, в качестве малого параметра считая величину $T_p\Delta U/\Delta x$, где T_p –

время взаимодействия частиц с энергоемкими вихрями несущего потока, ΔU – масштаб изменения скорости потока, Δx – характерный пространственный масштаб. В качестве первого приближения решения уравнения (1.6), являющегося точным для однородного течения, принимается первый член в правой части (1.6). Второй член итерационного разложения, учитывающий неоднородность течения с точностью до пространственных производных первого порядка, имеет вид

$$\frac{\delta R_{pi}(\tau)}{\delta u_j(\mathbf{x}_1,\tau_1)}=\delta_{ij}\left[1-\exp\left(-\frac{\tau-\tau_1}{\tau_u}\right)\right]\delta(\mathbf{x}_1-\mathbf{R}_p(\tau_1))H(\tau-\tau_1)+\delta(\mathbf{x}_1-\mathbf{R}_p(\tau_1))\int\limits_{\tau_1}^{\tau}\times$$

$$\times\left[1-\exp\left(-\frac{\tau-\tau_2}{\tau_u}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{\tau_2-\tau_1}{\tau_u}\right)\right]\frac{\partial}{\partial x_j}[u_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2)+\tau_u F_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2)]d\tau_2 \quad (1.8)$$

Выражение (1.7) при учете (1.8) запишем в виде

$$\frac{\delta v_{pi}(\tau)}{\delta u_j(\mathbf{x}_1,\tau_1)}=\frac{\delta_{ij}}{\tau_u}\exp\left(-\frac{\tau-\tau_1}{\tau_u}\right)\delta(\mathbf{x}_1-\mathbf{R}_p(\tau_1))H(\tau-\tau_1)+$$

$$+\frac{1}{\tau_u}\int\limits_{\tau_1}^{\tau}\exp\left(-\frac{\tau-\tau_1}{\tau_u}\right)\frac{\partial}{\partial x_n}[u_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2)+\tau_u F_i(\mathbf{R}_p(\tau_2),\tau_2)]\times$$

$$\times\left\{\delta_{jn}\left[1-\exp\left(-\frac{\tau_2-\tau_1}{\tau_u}\right)\right]\delta(\mathbf{x}_1-\mathbf{R}_p(\tau_1))H(\tau_2-\tau_1)+\right.$$

$$+\delta(\mathbf{x}_1-\mathbf{R}_p(\tau_1))\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2}\left[1-\exp\left(-\frac{\tau_2-\tau_3}{\tau_u}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{\tau_3-\tau_1}{\tau_u}\right)\right]\times$$

$$\left.\times\frac{\partial}{\partial x_j}[u_i(\mathbf{R}_p(\tau_3),\tau_3)+\tau_u F_i(\mathbf{R}_p(\tau_3),\tau_3)]d\tau_3\right\}d\tau_2 \quad (1.9)$$

Введем двухвременную корреляционную функцию пульсаций скорости газа вдоль траекторий частиц

$$\Psi(\tau-\tau_1)=\frac{\langle u_i'(\mathbf{x},\tau)u_j'(\mathbf{R}_p(\tau_1),\tau_1)\rangle}{\langle u_i'(\mathbf{x},\tau)u_j'(\mathbf{x},\tau)\rangle} \quad (1.10)$$

Тогда, предполагая, что в связи с быстрым убыванием функции $\Psi(\xi)$ при возрастании ξ основной вклад в интегралы определяется областью при $\xi\approx 0$, и считая внешнюю силу однородной, из (1.4), (1.8)–(1.10) можно получить

$$\langle u_i'p\rangle=-\langle u_i'u_k'\rangle\left(f_u\frac{\partial P}{\partial v_k}+\tau_u g_u\frac{\partial P}{\partial x_k}+\tau_u l_u\frac{\partial U_n}{\partial x_k}\frac{\partial P}{\partial v_n}+\tau_u^2 h_u\frac{\partial U_n}{\partial x_k}\frac{\partial P}{\partial x_n}+\right.$$

$$\left.+\tau_u^2 m_u\frac{\partial U_j}{\partial x_n}\frac{\partial U_n}{\partial x_k}\frac{\partial P}{\partial v_j}\right) \quad (1.11)$$

Здесь

$$f_u=I_0,\quad g_u=J_0-I_0,\quad l_u=g_u-I_1$$

$$h_u=J_1+I_1-2g_u,\quad m_u=J_1+2I_1+I_2-3g_u$$

$$I_n = \frac{1}{n!\tau_u^{n+1}} \int_0^\infty \Psi(\xi)\xi^n \exp\left(-\frac{\xi}{\tau_u}\right) d\xi$$

$$J_n = \frac{1}{n!\tau_u^{n+1}} \int_0^\infty \Psi(\xi)\xi^n d\xi$$

Выражение (1.11) справедливо для значения времени большего по сравнению с лагранжевым интегральным временным масштабом турбулентности T_L. Коэффициенты f_u, g_u, l_u, h_u, m_u в (1.11) определяют степень вовлечения частиц в макропульсационное движение несущего потока. Для вычисления этих коэффициентов необходимо задать корреляционную функцию $\Psi(\xi)$, характеризуемую временем взаимодействия частиц с энергоемкими вихрями газа $T_p = \tau_u J_0$. Для безынерционных частиц время взаимодействия с флуктуациями скорости T_p совпадает с интегральным лагранжевым масштабом турбулентности T_L, характеризующим затухание энергоемких пульсаций несущего потока во времени. Для инерционных частиц, когда имеет место существенное осредненное скольжение частиц относительно газовой среды, $T_p < T_L$.

Эти коэффициенты удовлетворяют асимптотическим соотношениям

$$\frac{\tau_u}{T_p} \to 0: \quad f_u = 1, \quad g_u = l_u = J_0, \quad h_u = m_u = J_1 \tag{1.12}$$

$$\frac{\tau_u}{T_p} \to \infty: \quad f_u = J_0, \quad g_u = J_1, \quad l_u = J_2, \quad h_u = J_3, \quad m_u = J_4 \tag{1.13}$$

Подставляя (1.11) в (1.3), получаем замкнутое кинетическое уравнение для ФПВ скорости частиц в неоднородном турбулентном потоке

$$\begin{gathered}\frac{\partial P}{\partial \tau} + v_k \frac{\partial P}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial v_k}\left[\left(\frac{U_k - v_k}{\tau_u} + F_k\right)P\right] = \langle u_i' u_k' \rangle \left(\frac{f_u}{\tau_u}\frac{\partial^2 P}{\partial v_i \partial v_k} + g_u \frac{\partial^2 P}{\partial x_i \partial v_k} + \right. \\ \left. + l_u \frac{\partial U_n}{\partial x_k}\frac{\partial^2 P}{\partial v_i \partial v_n} + \tau_u h_u \frac{\partial U_n}{\partial x_k}\frac{\partial^2 P}{\partial x_n \partial v_i} + \tau_u m_u \frac{\partial U_j}{\partial x_n}\frac{\partial U_n}{\partial x_k}\frac{\partial^2 P}{\partial v_i \partial v_j}\right)\end{gathered} \tag{1.14}$$

Члены в левой части уравнения (1.14) описывают изменение во времени и конвекцию ФПВ в фазовом пространстве **x**, **v**, а в правой части – диффузию в фазовом пространстве, обусловленную взаимодействием частиц с турбулентными вихрями сплошной фазы. Последние три члена в правой части (1.14) непосредственно связаны с неоднородностью поля скорости несущего потока. При отсутствии этих членов уравнение (1.14) переходит в кинетическое уравнение для ФПВ скорости частиц [4–6]. Влияние неоднородности течения согласно (1.12) особенно существенно для мелких частиц ($\tau_u \ll T_p$), а в соответствии с (1.13) роль членов, обусловленных неоднородностью, для крупных частиц ($\tau_u/T_p \gg 1$) незначительна.

2. Уравнения баланса массы, количества движения и вторых моментов пульсаций скорости дисперсной фазы. Путем интегрирования уравнения (1.14) по пространству скоростей может быть получена система континуальных уравнений для осредненных характеристик (моментов) дисперсной фазы. Уравнение сохранения массы имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + (\Phi V_k)_{,k} = 0 \quad \left(\Phi = \int P d\mathbf{v}, \;\; V_i = \frac{1}{\Phi}\int v_i P d\mathbf{v}\right) \tag{2.1}$$

где Φ и V_i – осредненные объемная концентрация и компоненты скорости дисперсной фазы, запятая перед индексом k означает дифференцирование по координате x_k.

Уравнение баланса количества движения записывается в виде

$$\frac{\partial V_i}{\partial \tau} + V_k, V_{i},_k = -q_{ik,k} + \frac{U_i - V_i}{\tau_u} + F_i - \frac{D_{pik}}{\tau_u}(\ln \Phi),_k \quad (2.2)$$

Здесь

$$q_{ij} = \langle v_i' v_j' \rangle = \frac{1}{\Phi}\int (v_i - V_i)(v_j - V_j) P d\mathbf{v}$$

– турбулентные напряжения в дисперсной фазе, обусловленные вовлечением частиц в пульсационное движение сплошной среды. Последний член в (2.2) описывает турбулентную диффузию частиц. Тензор турбулентной диффузии частиц определяется выражением

$$D_{pij} = \tau_u(q_{ij} + g_u p_{ij} + \tau_u h_u p_{ik} U_{j,k}), \quad p_{ij} = \langle u_i' u_j' \rangle \quad (2.3)$$

Уравнение для вторых моментов пульсаций скорости имеет вид

$$\frac{\partial q_{ij}}{\partial \tau} + V_k q_{ik,k} + \frac{1}{\Phi}(\Phi \langle v_i' v_j' v_k' \rangle)_{,k} = -q_{ik} V_{j,k} - q_{jk} V_{i,k} - g_u(p_{ik} V_{j,k} + p_{jk} V_{i,k}) +$$
$$+ l_u(p_{ik} U_{j,k} + p_{jk} U_{i,k}) - \tau_u h_u U_{n,k}(p_{ik} V_{j,n} + p_{jk} V_{i,n}) +$$
$$+ \tau_u m_u U_{n,k}(p_{ik} U_{j,n} + p_{jk} U_{i,n}) + \frac{2}{\tau_u}(f_u p_{ij} - q_{ij}) \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) описывает конвективный и диффузионный перенос, порождение пульсаций из осредненного неоднородного движения, генерацию флуктуаций в результате вовлечения частиц в пульсационное движение несущего потока и диссипацию турбулентной энергии дисперсной фазы за счет работы силы межфазного взаимодействия. Уравнения сохранения массы и количества движения дисперсной фазы совпадают с соответствующими уравнениями, полученными ранее [4, 5], а уравнение для вторых моментов пульсаций скорости так же, как и выражение для тензора диффузии частиц, содержит дополнительные члены, обусловленные неоднородностью несущего потока.

В предельном случае очень мелких частиц получается следующее выражение для скорости безынерционной примеси:

$$V_i = U_i - D_{ik}(\ln \Phi)_{,k} \quad (2.5)$$

Согласно (2.5) скорость безынерционных частиц складывается из конвективной и диффузионной составляющих. Тензор турбулентной диффузии безынерционной примеси (пассивного скаляра) в соответствии с (2.3) равен

$$D_{ij} = \lim_{\tau_u \to 0} D_{pij} = T_L p_{ij} + \chi p_{ij} U_{j,k}, \quad \chi = \int_0^\infty \Psi(\xi)\xi d\xi \quad (2.6)$$

Из (2.1) и (2.5) получается уравнение диффузии для безынерционной примеси

$$\partial \Phi / \partial \tau + (\Phi U_k)_{,k} = (D_{ik} \Phi_{,k})_{,i} \quad (2.7)$$

Уравнение (2.7) является обычным уравнением турбулентной диффузии пассивного скаляра, в котором влияние неоднородности течения на механизм турбулентного переноса учитывается благодаря наличию второго члена в соотношении (2.6).

3. Однородный сдвиговый слой. Рассмотрим движение частиц в однородном сдвиговом слое. В этом случае вследствие простоты анализируемого течения могут быть получены точные выражения для тензора диффузии и турбулентных напряжений дисперсной фазы. Течение предполагается в направлении x и характеризуется постоянным сдвигом скорости в направлении y, т.е. $\gamma = dU_x / dy = \text{const}$.

Компоненты тензора турбулентной диффузии безынерционной примеси согласно (2.6) в рассматриваемом случае принимают вид

$$D_{xx} = T_L p_{xx} + \chi p_{xy}\gamma, \quad D_{xy} = T_L p_{xy} + \chi p_{yy}\gamma, D_{yx} = T_L p_{xy}, \quad D_{yy} = T_L p_{yy}, \quad D_{zz} = T_L p_{zz} \qquad (3.1)$$

Выражения (3.1) совпадают с полученными ранее [10] соотношениями, обобщающими выражения коэффициентов турбулентной диффузии пассивного скаляра через лагранжевы корреляционные моменты пульсаций скорости для однородного стационарного движения без сдвига средней скорости [11] на случай простейшего сдвигового течения с постоянным сдвигом средней скорости.

Компоненты тензора турбулентной диффузии инерционных частиц (2.3) в однородном сдвиговом слое представляются в виде

$$\begin{aligned} D_{pxx} &= \tau_u(q_{xx} + g_u p_{xx}) + \tau_u^2 h_u p_{xy}\gamma, D_{pxy} = \tau_u(q_{xy} + g_u p_{xy}) + \tau_u^2 h_u p_{yy}\gamma \\ D_{pyx} &= \tau_u(q_{xy} + g_u p_{xy}), \quad D_{pyy} = \tau_u(q_{yy} + g_u p_{yy}), D_{pzz} = \tau_u(q_{zz} + g_u p_{zz}) \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Следует отметить, что тензоры турбулентной диффузии как инерционных, так и безынерционных частиц (2.3) и (2.6) несимметричны; этот факт также наглядно виден из соотношений (3.2).

На несимметричность тензора турбулентной диффузии пассивного скаляра в однородном сдвиговом слое указывалось ранее [10]; аналогичный результат получен [12] при анализе дисперсии инерционных частиц в случайном поле с постоянным сдвигом средней скорости с привлечением спектрального метода.

Для течения с однородным сдвигом система дифференциальных уравнений для вторых моментов пульсаций скорости дисперсной фазы (2.4) сводится к системе алгебраических уравнений, из которой находим

$$\begin{aligned} q_{xx} &= f_u p_{xx} - T_L p_{xy}\gamma_p + \tau_u l_u p_{xy}\gamma + \frac{\tau_u}{2} p_{yy}(T_L\gamma_p - \tau_u l_u \gamma)\gamma_p \\ q_{xy} &= f_u p_{xy} - \frac{T_L}{2} p_{yy}\gamma_p + \frac{\tau_u}{2} l_u p_{yy}\gamma, \quad \gamma_p = \frac{dV_x}{dy} \end{aligned} \qquad (3.3)$$

$$q_{yy} = f_u p_{yy}, \quad q_{zz} = f_u p_{zz} \qquad (3.4)$$

Выражения (3.3) в явном виде учитывают влияние сдвигов осредненных скоростей сплошной и дисперсной фаз на интенсивность продольных пульсаций скорости в касательное напряжение частиц. Влияние сдвига на интенсивности пульсаций скорости частиц в поперечном и трансверсальном направлениях, как видно из (3.4), отсутствует. Выражения (3.3), (3.4) совпадают с соответствующими соотношениями для турбулентных напряжений частиц в слое с постоянным сдвигом, полученными [13] из континуальных уравнений баланса вторых моментов пульсаций скорости дисперсной фазы [6].

Полагая $\gamma_p = \gamma$, формулы (3.3) можно представить в виде

$$q_{xx} = f_u p_{xx} - \tau_u(f_u + l_1)p_{xy}\gamma + \frac{\tau_u^2}{2}(f_u + l_1)p_{yy}\gamma^2, q_{xy} = f_u p_{xy} - \frac{\tau_u}{2}(f_u + l_1)p_{yy}\gamma \qquad (3.5)$$

Из (3.3)–(3.5) видно, что анизотропия турбулентных пульсаций дисперсной фазы возрастает как с увеличением сдвига средней скорости потока, так и инерционности частиц. Интересно отметить, что в сдвиговом потоке интенсивность продольных пульсаций скорости достаточно инерционных частиц может превышать соответствующую интенсивность турбулентности несущей среды. Этот эффект обусловлен порождением флуктуаций скорости частиц в продольном направлении из осредненного движения за счет сдвига скорости.

Компоненты тензора турбулентной диффузии частиц (3.2) при учете соотношений (3.4), (3.5) запишем в виде

$$D_{pxx} = T_L p_{xx} + \tau_u^2 (f_u + J_1 - 2J_0) p_{xy} \gamma + \frac{\tau_u^3}{2} (f_u + I_1) p_{yy} \gamma^2$$

$$D_{pxy} = T_L p_{xy} + \tau_u^2 \left(\frac{3}{2} f_u + J_1 + \frac{I_1}{2} - 2J_0 \right) p_{yy} \gamma \tag{3.6}$$

$$D_{pyx} = T_L p_{xy} - \frac{\tau_u^2}{2} (f_u + I_1) p_{yy} \gamma, D_{pyy} = T_L p_{yy}, \quad D_{pzz} = T_L p_{zz}$$

Формулы (3.6) согласуются с соотношениями, полученными [12, 13] для компонент тензора диффузии частиц в однородном сдвиговом слое.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что для турбулентного течения с постоянным сдвигом из кинетического уравнения для ФПВ (1.14) следуют выражения для тензора диффузии и вторых моментов пульсаций скорости частиц, согласующиеся с известными из литературы решениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (95-01-01295а).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Buyevich Yu.A.* Statistical hydromechanics of disperse systems. P. 1. Physical background and general equations // J. Fluid Mech. 1971. V. 49. Pt 3. P. 489–507.
2. *Крошилин А.Е., Кухаренко В.Н., Нигматулин Б.И.* Осаждение частиц на стенку канала в градиентном турбулентном дисперсном потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 57–63.
3. *Ватажин А.Б., Клименко А.Ю.* Континуальные модели движения инерционных частиц в ламинарном и турбулентном потоках, основанные на уравнениях Фоккера – Планка // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 2. С. 27–35.
4. *Деревич И.В., Зайчик Л.И.* Осаждение частиц из турбулентного потока // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 5. С. 96–104.
5. *Деревич И.В., Зайчик Л.И.* Уравнение для плотности вероятности скорости и температуры частиц в турбулентном потоке, моделируемом гауссовым случайным полем // ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 5. С. 767–774.
6. *Reeks M.W.* On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. № 3. P. 446–456.
7. *Reeks M.W.* On the continuum equations for dispersed particles in non-uniform flows // Phys. Fluids A. 1992. V. 4. № 6. P. 1290–1303.
8. *Кляцкин В.И.* Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1980. 336 с.
9. *Зайчик Л.И.* Модели турбулентного переноса импульса и тепла в дисперсной фазе, основанные на уравнениях для вторых и третьих моментов пульсаций скорости и температуры частиц // Инж.-физ. журн. 1992. Т. 63. № 4. С. 404–413.
10. *Riley J.J., Corrsin S.* The relation of turbulent diffusivities to Lagrangian velocity statistics for the simplest shear flow // J. Geophys. Res. 1974. V. 79. № 12. P. 1768–1771.
11. *Batchelor G.K.* Diffusion in a field of homogeneous turbulence. 1. Eulerian analysis // Aust. J. Sci. Res. A. 1949. V. 2. № 4. P. 437–450.
12. *Ounis H., Ahmadi G.* Motions of small particles in a turbulent simple shear flow field under microgravity condition // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. № 11. P. 2559–2570.
13. *Reeks M.W.* On the constitutive relations for dispersed particles in nonuniform flows. P. 1: Dispersion in a simple shear flow // Phys. Fluids A. 1993. V. 5. № 3. P. 750–761.

Москва

Поступила в редакцию
20.V.1995