УДК 531.01

© 1996 г. Л.И. Седов

О НЕОБХОДИМОСТИ УЧЕТА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ СИСТЕМ МАСС

С помощью добавочно обоснованного в теории и опытах наличия потенциальной энергии строится теория гравитации с учетом термодинамической и потенциальной энергии и с учетом явления невесомости. Предлагается для абсолютного и относительного движения теория движения тяготеющих масс в специальной теории относительности с использованием собственных времен для индивидуальных масс. Эта теория непосредственно примыкает к ньютоновской теории, но отличается от нее и от общей теории относительности (в частности, при учете вращения масс, а также невесомости). Строится теория гравитации, ковариантная в переменных Ферми и инвариантная относительно преобразований Лоренца.

Явление невесомости, наблюдающееся в свободно движущихся материальных телах в пространстве, связано с наличием масс и их взаимными силовыми притяжениями, пропорциональными массам, и геометрическими свойствами пространств как носителей соответствующих механических и физических событий.

В теории гравитации строятся модельные законы для локальных и глобальных взаимодействий движущихся масс и на их основе – математические методы описания свободных движений систем материальных тел и их элементов. Взаимодействие происходит под действием динамической силы тяжести, записанной на основе наблюдений в виде $d\mathbf{P} = dm \cdot \mathbf{g}$ и обусловленной притяжением между собой всех свободно движущихся элементарных масс в рассматриваемой системе материальных тел.

Силы притяжения балансируются с силами инерции, которые тоже пропорциональны подвижным массам, и их можно истолковать как силы реакции, порождаемые кинематическими свойствами пространств. Они выражаются в зависимости от соответствующих ускорений $\mathbf{a}$ элементов масс для силы инерции формулами вида $dm \cdot \mathbf{a}$ и в результате постулирования локально справедливого уравнения

$$d\mathbf{P} - dm \cdot \mathbf{a} = 0, \text{ или } \mathbf{g} = \mathbf{a} \tag{1}$$

когда инвариантные векторы $\mathbf{g}$ и $\mathbf{a}$ могут отличаться от нуля. В частности, в классических моделях теории гравитации подразумевается отсутствие каких-либо других силовых взаимодействий, и в частности контактных.

В теории Ньютона учитывается существенное неравенство $\mathbf{g} \neq 0$, а в общей теории относительности (ОТО) вместо силы тяжести $\mathbf{P}$ вводится искривленное четырехмерное псевдориманово пространство как носитель движущихся масс, с тем чтобы таким путем уточнить и улучшить моделирование описания свободных движений масс на основании сравнений примеров расчетов с данными опытных измерений в небесной механике.

Основные эффекты объясняются свойствами гауссовой кривизны псевдоримановых четырехмерных пространств, невесомостью подвижных масс и требованиями геодезичности орбит небесных тел, т.е. обращения в нуль ускорения $\mathbf{g}$ (и $\mathbf{a}$).

Таким образом, в ОТО наличие сил тяжести заменяется свойствами четырехмерных пространств, когда каждая индивидуальная масса задается постоянными значениями координат ξ^1, ξ^2, ξ^3 и координатой собственного времени τ, образующими систему координат Лагранжа, вводимой всегда явно или неявно при использовании в механике математических методов исследований, связанных с построением теоретических моделей.

Итак, в ОТО массы m индивидуальных тел постоянны и отличны от нуля, движутся с постоянными по величине и направлению скоростями, но в искривленном пространстве при $\mathbf{g} = \mathbf{a} = 0$. Однако в этом случае вдоль любой орбиты индивидуумов нет ускорения, и поэтому движение всех масс инерциально, а соответствующие траектории называются геодезическими.

Таким образом, в ОТО все движения масс должны происходить по геодезическим линиям при отсутствии сил вообще, и задачи теории гравитации сводятся к определению псевдоримановых пространств, заполненных геодезическими линиями.

В связи с этим эффекты появления сил тяжести в ОТО могут возникнуть только при введении моделей за пределами теории гравитации либо нужно видоизменить ОТО не только путем учета искривления пространства, но еще и введения траекторий масс с ускорениями.

Подразумевается, что векторы ускорения материальных точек $\mathbf{g}$ и $\mathbf{a}$ в равенствах (1) инвариантны на L относительно преобразований координат, когда они определяются по отношению к инерциальным тетрадам либо для относительного ускорения в сопутствующих координатах, которые определяются равенством нулю трехмерных относительных скоростей $\mathbf{v}_{\text{rel}} = 0$ для покоящихся индивидуумов относительно подвижных систем отсчета. В этом случае для индивидуальных масс может меняться только координата собственного времени τ, и тем не менее линии L для соответствующих собственных временных координат могут иметь кривизну и, следовательно, абсолютные или относительные ускорения.

Переменную координату собственного времени у космонавта, измеренную его часами, иначе часами, скрепленными с элементами масс, можно рассматривать, по определению, как синхронизируемые величины в ньютоновской механике.

Однако в псевдоримановых пространствах с сигнатурой (– – – +) в общем случае глобальная и локальная синхронизация времени на разных траекториях L для *разных* элементов масс, вообще говоря, невозможна.

В глобальных сопутствующих системах координат каждую индивидуальную частицу вследствие равенства $\mathbf{v}_{\text{rel}} = 0$ в трехмерном относительном смысле (малую кабину летательного аппарата и неподвижного в ней космонавта) можно рассматривать как находящуюся в состоянии относительного покоя.

Ускорение силы тяжести $\mathbf{g}$ порождается силами притяжения согласно закону всемирного тяготения и определяется взаимодействиями масс, а ускорения $\mathbf{a}$ – кинематическими свойствами траекторий подвижных элементов рассматриваемых масс в четырехмерных пространствах.

Фактическое формулирование математических задач и необходимых следствий из исходных уравнений (1) в теории гравитации целесообразно развивать с помощью координат Лагранжа ξ^1, ξ^2, ξ^3, как компонент вектора, сохраняющих постоянные значения на L, в качестве которых, в частности, могут фигурировать частичные значения некоторых исходных начальных данных. Такие данные требуется вводить при интеграции соответствующих обыкновенных дифференциальных уравнений для каждого выделяемого индивидуального элемента в рассматриваемой сплошной среде или для изолированного отдельного объекта, совершающего движение в некоторых фиксированных псевдоримановых пространствах, рассчитанных относительно локальных инерциальных тетрад, примысливаемых в точках линий L.

Явление невесомости в системе свободно движущихся тел возникает всегда, когда все силы взаимодействия для каждого из подвижных элементов тел пропорциональны их массе.

Именно это подразумевается в теории гравитации, где рассматриваются свободные движения системы тел и их элементов с массами только под действием моделируемых суммарных массовых сил притяжений $d\mathbf{P} = dm \cdot \mathbf{g}$ и сил инерции $- dm \cdot \mathbf{a}$ в малом, согласно равенствам (1). Ускорения определяются для каждой индивидуальной частицы с помощью сопутствующих голономно вводимых координат Лагранжа $\xi^1, \xi^2, \xi^3, \tau$ и, в частности, в системе неголономно вводимых координат Ферми x^1, x^2, x^3. Постоянные значения декартообразных геометрических координат x^1, x^2, x^3 отвечают постоянным начальным данным, которые выделяют в четырехмерных пространствах вместе с добавочными условиями типа начальных для линии L – траектории подвижных индивидуальных материальных точек, а времяподобное переменное τ – это показания скрепленных с ними физически определенных часов собственного времени τ.

Как известно, для вводимых, вообще говоря, неголономно по определению переменных Ферми $x^1, x^2, x^3\tau$ вдоль линий L как траекторий индивидуальных элементов во всех точках L все символы Кристофеля равны нулю.

Свойство сопутствия в координатах Ферми для координат точек и пространства означает равенство нулю контрвариантных компонент сопутствующих относительных трехмерных скоростей $\mathbf{v}_{\rm rel} = 0$ на линиях L. Иными словами, будут справедливы равенства

$$\mathbf{v}^{\alpha}_{\rm rel} = dx^{\alpha}/d\tau = 0 \ \text{ и } \ x^{\alpha} = \text{const} \ \text{ на } \ L(\alpha = 1, 2, 3)$$

Однако преобразования координат Лагранжа $\xi^{\alpha}(x^{\gamma}) = \phi^{\alpha}(x^{\gamma})$ вообще различны для разных L. Компоненты $g_{\alpha 4} = u_{\alpha}$ (для метрических римановых пространств с метрикой вида (3), см. ниже) вообще невозможно преобразованием координат обратить в нуль. В частности, инвариантный вектор $2\omega = \text{rot}\,\mathbf{u}$ отличен от нуля, но постоянен вдоль L, конечное тело, обладающее массой, имеет постоянную угловую скорость и, соответственно, постоянный момент количества движения (подразумевается материальная точка со спином) в теории гравитации.

В общем случае и особенно в произвольных псевдоримановых пространствах для неголономно вводимых сопутствующих переменных Ферми траектории L_1 и L_2 отвечают различным постоянным значениям координат x^1, x^2, x^3 в разных пространствах Минковского, соответственно сдвинутым поступательно или повернутым друг относительно друга.

Поэтому для всех пространств в разных переменных Ферми, представляющих собой пространство Минковского, можно положить

$$g_{\alpha\beta}dx^{\alpha}dx^{\beta} = -(dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 \qquad (2)$$

и с использованием дополнительных преобразований Лоренца и дополнительных аксиом об инвариантности механических явлений для индивидуальных точек относительно преобразований Лоренца в точках L можно получить единственное пространство Минковского (только когда верно равенство (2)), как носитель событий механики в теории гравитации.

В теории гравитации применяются неевклидовы четырехмерные римановы пространства и естественно подразумевается описание механических событий, независимое от принимаемых разных систем отсчета и, в частности, от систем глобальных сопутствующих координат Лагранжа $\xi^1, \xi^2, \xi^3, \tau$. Здесь ξ^{α} – координаты индивидуальных точек, а посредством τ вводится инвариантная временная координата собственного времени, употребляемая для введения с помощью производных по τ понятий скорости и ускорения.

Метрические свойства пространств примем в виде

$$ds^2 = g_{ij}dz^i dz^j = c^2 d\tau^2 + 2g_{\alpha 4}(\xi^{\gamma}, \tau)d\xi^{\alpha}d\tau + g_{\alpha\beta}(\xi^{\alpha}, \tau)d\xi^{\alpha}d\xi^{\beta}, \ \ \alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3 \qquad (3)$$

В сопутствующих неголономных системах координат Ферми координатные линии τ при $\xi^\alpha = \text{const}\ (L)$ отвечают собственному времени на L для индивидуальных масс. Подчеркнем, что приведение вида метрики пространства в форме (3), где $g_{44} = c^2 = \text{const}$, возможно сразу для всех L, причем на каждой линии L имеем $\xi^1 = \text{const}\ (L)$, $\xi^2 = \text{const}\ (L)$, $\xi^3 = \text{const}\ (L)$, а $ds = cd\tau$ и $ds/d\tau = c = \text{const}$, но линии L могут быть разными и кривыми.

В сопутствующей метрике для абсолютной четырехмерной скорости и соответствующего ускорения вдоль координатной линии L для собственного времени τ можно написать по определению

$$\mathbf{u} = \mathrm{d}\mathbf{s}/d\tau, \quad \mathbf{a} = d\mathbf{u}/d\tau, \quad u_4 = c$$

причем на L

$$\mathbf{u} = c\text{Э}_4 = c\mathbf{e}^4 + cg_{14}\mathbf{e}^1 + cg_{24}\mathbf{e}^2 + cg_{34}\mathbf{e}^3 = u_k\mathbf{e}^k \tag{4}$$

где Э_4 – единичный переменный вектор, направленный по касательной к L, а базисы $\mathbf{e}^k$ образуют тетрадные контрвариантные постоянные инерциальные базисы локальных систем отсчета.

После дифференцирования равенства (4) по τ получим формулы для компонент абсолютных ускорений точек с ковариантными компонентами четырехмерных ускорений на L

$$a_\alpha = cdg_{\alpha 4}/d\tau, \quad a_4 = 0 \tag{5}$$

Уравнения (5) фундаментальных в сопутствующих координатах и справедливы на каждой линии L в различных неголономно вводимых переменных Ферми локально всюду вдоль всех отдельных траекторий L в переносном и относительном движении [1] независимо от возможных их употребляемых значений для четырехмерных псевдоримановых пространств.

В частности, если некоторый скаляр $d'U$ с размерностью удельной энергии, отнесенной к единице массы в объеме V_4, представляет собой некоторую бесконечно малую величину, зависящую в теории гравитации только от координат ξ^1, ξ^2, ξ^3 или координат Ферми x^1, x^2, x^3, то очевидно, что $d'U = 0$ на линии L, на которой меняется только τ, так как на L в сопутствующих координатах x^1, x^2, x^3 и ξ^1, ξ^2, ξ^3 постоянны, а $a^4 = 0$ и $v_{\text{rel}} = 0$. (Для моделей, выходящих за рамки теории гравитации, удельная энергия $d'U$ может быть переменной на L и, следовательно, зависящей от τ.)

Однако величина $U(x^\alpha) = \text{const}\ (L)$ может быть отличной от нуля вдоль каждой линии L, принимая различные постоянные значения на разных L, и поэтому в сопутствующих координатах на основании равенства (4) всегда можно написать

$$a_\alpha dx^\alpha = c\frac{dg_{\alpha 4}}{d\tau}dx^\alpha = -d'U \tag{6}$$

Если еще принять, что величина U – однозначная функция только координат ξ или x, то на основании формул (5) и (6) заключаем, что в сопутствующих координатах справедлив следующий вывод:

$$cg_{\alpha 4} = u_\alpha = -\frac{\tau}{c}\frac{dU(x^\gamma)}{dx^\alpha} + g_{\alpha 4}(x^\gamma), \quad \alpha, \gamma = 1,2,3; \quad g_{44} = c^2 \tag{7}$$

Соответственно для сопутствующих метрик в некоторых задачах теории относительно и, в частности, теории гравитации для индивидуальных точек для метрики можно применять формулу

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - 2\frac{\tau}{c}dUd\tau + \frac{\hat{u}_\alpha(\xi^\gamma)}{c}d\xi^\alpha d\tau - dl^2 \tag{8}$$

где $dl^2 = -g'_{\alpha\beta}(x^\gamma,\tau)dx^\alpha dx^\beta$ или $dl^2 = -g'_{\alpha\beta}(\xi^\gamma,\tau)d\xi^\alpha d\xi^\beta$, причем в переменных Ферми $dU(\xi^\alpha) = dU(x^\alpha)$ и $x^\alpha = \phi^\alpha(\xi^\gamma)$, но функции ϕ^α, вообще говоря, различны для разных L.

Полезно обратить внимание на следующее существенное обстоятелство. Метрики (8) в сопутствующих координатах ξ^α, τ и координатах Ферми x, τ можно переписать в следующем виде:

$$ds^2 = \left(c\tau - \frac{1}{c^2}dU\right)^2 + \hat{u}_\alpha(\xi^\gamma)d\xi^\alpha d\tau + \hat{g}_{\alpha\beta}d\xi^\alpha d\xi^\beta \tag{9}$$

но $dU(\xi) = dU(x) \neq 0$ (только при сдвигах с переходом от одной сопутствующей линии L к соседней возникают одинаковые приращения потенциальной энергии dU и соответственно равные ускорения в сопутствующих системах (8) и (9), которые можно рассматривать как одинаковые четырехмерные и трехмерные ускорения на орбитах L и которые могут быть в общем случае отличными от нуля или в обоих случаях равными нулю).

Если положить $u_\alpha = 0$ и соответственно $\omega = {}^1/_2 \operatorname{rot} \mathbf{u} = 0$, то для разных L и соответственно разных значений глобального времени τ, определенного инвариантно, метрику (8) можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - dl^2 \tag{10}$$

и, в частности, в специальной теории относительности (СТО) – в виде

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - [(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2] \tag{11}$$

Очевидно, что если задать ускорения согласно формуле (5) на всех координатных линиях L с собственным временем τ в неголономно вводимых переменных Ферми на каждой L, то в соответствии с формулой Сере – Френе определятся координатные линии L, причем независимо от рассматриваемого пространства как для абсолютных, так и для относительных векторов ускорений $a \neq 0$ или $a = 0$.

Как известно из истории развития теории относительности, было предложено следующее основное инвариантное уравнение теории поля в ОТО:

$$R_i^j - \frac{1}{2}\delta^j R = kT_i^j \tag{12}$$

Левая часть этого уравнения представляет собой результат вариации выражения $R(2k)^{-1}dV_4$ с размерностью энергии, где R – гауссова кривизна, dV_4 – инвариантный элемент четырехмерного пространственного объема риманова пространства, ортогонального к линии τ, постоянная k с размерностью $c^2/(\text{см} \cdot \text{г})$ – весьма малая гравитационная постоянная ОТО, а T_i^j – компоненты тензора энергии – импульса, задаваемые для внутренних точек в излучаемых конкретных моделях.

Уравнения (12) и связанные с ними соотношения (13) характеризуются следующими общими свойствами.

1°. Возможно получение детальных решений в произвольных псевдоримановых пространствах. Обращение в нуль тензора Бьянки

$$\nabla_j\left(R_i^j - \frac{1}{2}\delta_i^j R\right) = 0 \tag{13}$$

является достаточным условием получения любых решений в римановых пространствах.

2°. Физические свойства взаимодействия масс, связанных законом всемирного тяготения, обеспечиваются в сопутствующих переменных Ферми x^1, x^2, x^3 при явном добавлении к уравнениям (12) уравнения Пуассона для потенциальной энергии $U(x^1, x^2, x^3)$

$$\Delta U = -4\pi\rho G \tag{14}$$

Из уравнения (14) следует, что такого рода учет закона притяжения в сопутствующих координатах в качестве результата приводит к существенному выводу:

$\rho(x^1, x^2, x^3) = dm/dV_3$ (при $dm = \text{const}$, $dV_3 = \text{const}$ вдоль линий L)

3°. В уравнении (12) тензор T_i^j может быть любым, однако только в физически обоснованных задачах целесообразно пользоваться выражениями, когда T_i^j фигурирует для рассматриваемой модельной задачи в уравнениях

$$\nabla_j T_i^j = 0 \tag{15}$$

Фундаментальные проблемы в построении физико-механических моделей состоят в целесообразном определении компонент T_i^j в функции соответствующих определяющих параметров.

4°. С другой стороны, возможны модели, в которых раздельная трактовка соотношений (13) и (15) в конструкциях моделирования невозможна, когда глобальное четырехмерное пространство не риманово. Таким образом, для получения физических результатов всегда будут требоваться существенные различного рода дополнения.

Стоит еще обратить внимание на то, что при моделировании различных явлений, вообще говоря, необязательно всегда пользоваться единственно определенными в рассматриваемой задаче глобальными понятиями пространства и времени.

Теперь уже хорошо понятно представление о собственном времени, вводимом неголономно в переменных Ферми. Добавим еще, что ньютоновская теория основана на неголономных представлениях об описании континуальных сред в теориях гравитации как для различных индивидуальных масс в отдельных различных пространствах. Траектории нескольких подвижных точек могут рассматриваться в разных четырехмерных пространствах, и их некоторые характеристики (например, собственные времена) могут точно совпадать независимо от свойств разных пространств. Поэтому динамические модельные уравнения в теории гравитации можно написать в формах:

голономно в переменных ξ^α, τ

$$\nabla_j T_i^j = 0$$

и за счет локальных преобразований неголономно в переменных Ферми x^α, τ

$$dT_i^j/dx_j = 0$$

Если учесть, что динамические уравнения (14) верны в общем случае, то по (10)–(14) уже следует, что уравнения (12) незамкнуты, так как из (14) получается, что в неголономном виде теория справедлива для любых семейств линий L.

Обратим внимание на то, что получение уравнений (12) с помощью «интегральных принципов» [2] базируется по существу на учете закона сохранения энергии, который в конечном виде в ОТО демонстрируется во многих учебниках.

Далее можно написать формулу

$$-\frac{R}{2k} dV_4 = E dV_3 d\tau \tag{16}$$

где величине E придается смысл локальной удельной энергии, а коэффициент k имеет смысл гравитационной постоянной, которая связана с ньютоновской гравитационной постоянной G и в ОТО полагается равной

$$k = 8\pi c_i / c^1 = 2{,}07 \cdot 10^{-48} c^2 / (\text{см} \cdot \text{г}) \tag{17}$$

и включена во все перечни физических констант в физических работах. Очевидно, что независимое определение k непосредственным опытным путем невозможно.

Из формул (15) и (17) следует, что удельная кривизна соответствующего риманова пространства определяется формулой

$$R = 4 \cdot 14 \cdot 10^{-48} E \approx 0 \qquad (18)$$

и при построении моделей теории гравитации во многих приложениях может быть положена равной нулю. Очевидно, однако, что уточнение моделирования за счет уточнения закона всемирного тяготения может оказаться гораздо более существенным в описаниях многих природных явлений.

Основываясь на общей сущности применения моделирования и физических возможностях макроскопических методов учета величины удельной энергии E, естественно принять, что в моделях теории гравитации $R = 0$ в переменных ξ^α ,τ. Поэтому как следствие получается, что уравнение (12) для построения макроскопических механических моделей неприемлемо, если иметь в виду приближенность моделирования закона всемирного тяготения масс. Вместе с этим из сказанного выше следует, что хорошо ощутимую конечную величину потенциальной энергии $U(x^1, x^2, x^3)$, которую обязательно необходимо учитывать, никак нельзя рассматривать как замену гауссовой кривизны в специальных римановых пространствах в теории гравитавции.

Заметим еще, что при внимательном рассмотрении теории гравитации в ОТО выясняется, что силы тяжести из-за геодезичности орбит в ОТО вообще не существует, а существует только кривизна четырехмерного псевдориманова пространства за счет $R \neq 0$, так как согласно уравнению (12) все орбиты всех отдельных частиц масс в ОТО должны быть геодезическими, о чем объявлено во многих престижных учебниках.

Однако в природе описываемые в теориях гравитации силы тяжести должны фигурировать не только в теории по Ньютону в небесной механике, но и вызывать соответствующие ускорения масс, в частности, за счет потенциальной энергии, т.е. присутствия функции $U(\xi^\alpha)$ или $U(x^\alpha)$, что оказывается возможным в рамках СТО и в римановых пространствах [3].

Во множестве механических проблем и событий силы тяжести проявляются существенным образом и могут быть измерены в любых движениях специальными приборами. Следует упомянуть еще о возможности измерения силы тяжести (в полетах ракет) с помощью скрепленных с подвижными массами приборов; сила тяжести балансируется в приборах с силами инерции и другими внутренними силами при свободном полете тел.

Очевидно, что, вообще говоря, замена сил тяжести геометрическими свойствами пространств совершенно неестественна и нецелесообразна.

Таким образом, положенные в основу уравнений невесомости равенства (1) позволяют строить изложенные выше модели теории гравитации с учетом непосредственной формулировки закона всемирного тяготения и возможных обобщений функции U, водимой либо как функция только координат в теории гравитации, либо как полная функция за счет присутствия трансформирующихся видов энергий в рассматриваемых механических моделях и задачах.

Однако опыты показывают, что на практике закон всемирного тяготения неопровержим! Высказываемые зачастую утверждения о том, что наличие гауссовой кривизны пространств в явлениях гравитационных эффектов может автоматически заменять в лучшем виде действия сил притяжения масс, несправедливо.

В самом деле, как правило, в локальных закономерностях многих основ физических событий, ведущих к установлению дифференциальных уравнений в различных механических проблемах, существующие силы тяжести не всегда полностью или частично балансируются с силами инерции, которые моделируются как источником свойств или геометрии пространства. Поэтому нельзя утверждать, что происхождение силы тяжести можно всегда свести к геометрии псевдориманова пространства. Можно указать много примеров задач, когда сила тяжести полностью балансируется с силами упругости или давлениями газов, или силами трения и т.п.

Существенные свойства или события в движениях механических систем во многих случаях могут характеризоваться инвариантным образом, разными понятиями – не только скалярными, но и многими другими инвариантными понятиями, представленными, например, векторами и тензорами.

Если в пространстве распределенные массы представляются отличными от нуля только в особых точках и линиях в пустых пространствах, то функция $U(x^1, x^2, x^3)$ – гармоническая и представляется через заданные особенности; U – скалярная величина и инвариантная функция, которая может вводиться инвариантно и всегда в специальных локальных декартовых координатах Ферми.

Если в сопутствующих координатах скаляры mU на координатах для собственного времени τ постоянны, то на траекториях L «покоящихся материальных точек» с собственным временем значения потенциальной энергии постоянны, но имеют различные значения для разных материальных точек.

Сопутствующие координаты это координаты, связанные с кабинами космонавтов или ракетами, свободно летящими в пространствах. Они могут образовываться на изолированных материальных точках или для континуумов в неголономно применяемых координатах Ферми.

Показания различных приборов, закрепленных в кабине космонавтов «неподвижно» относительно кабины и космонавтов, можно пересчитывать на их значения для заданных наблюдателей, в том числе и для характеристик и законов движения самих космических кабин относительно любых заданных наблюдателей.

Определение соответствующих законов движений для наблюдателей составляет задачи теории инерциальной навигации [4].

Во многих работах в теории гравитации рассматриваются только движения отдельных дискретных индивидуальных взаимодействующих масс. В сопутствующих координатах орбиты в разных римановых пространствах для собственного времени получаются одинаковыми, но преобразования для переходов между соседними орбитами в фиксированных пространствах неголономны.

Выше рассматривались движения в теории гравитации сплошных сред, образованных подвижными массами, на которых условия сплошности в римановых пространствах взамен условий Сен-Венан по Ньютону сводятся к постоянству значений потенциальной энергии на различных орбитах для собственного времени [5] и к тождеству Бьянки $\nabla_j\left(R_i^j - \frac{1}{2}\delta_i^j R\right) = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л.И.* О сложении движений относительно деформируемых систем отсчета // ПММ. 1978. Т. 42. Вып. 1. С. 175–177.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. М.: Физматгиз, 1962. 422 с.
3. *Седов Л.И.* Об ускорении силы тяжести в пространстве Минковского // Тр. мат. ин-та РАН. 1989. Т. 186. С. 4–5.
4. *Седов Л.И.* Об уравнениях инерциальной навигации с учетом релятивистских эффектов // Докл. АН. 1976. Т. 231. № 6. С. 1311–1314.
5. *Седов Л.И.* Теория гравитации в специальной теории относительности // ПММ. 1996. Т. 60. Вып. 1. С. 3–9.

Москва

Поступила в редакцию
20.VI.1996