

УДК 539.43

© 1996 г. В.В. Болотин, В.М. Ковех

**ВЛИЯНИЕ МИКРОПОВРЕЖДЕНИЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ
УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН**

Теория роста усталостных трещин, основанная на синтезе механики разрушения и континуальной механики накопления микрповреждений, применена к задаче о распространении трещин при циклическом нагружении с учетом пластических деформаций в концевых зонах. Модель тонкой пластической зоны, представляющая область существенных пластических деформаций у концов трещины, дополнена учетом влияния микрповреждений на значения удельной работы разрушения и предельные напряжения в концевой зоне. Введены определяющие уравнения, описывающие распространение усталостных трещин с учетом этих факторов. Методом вычислительного эксперимента изучено влияние характеристик материала и параметров нагружения на скорость роста трещин и распределение микрповреждений в концевой зоне и на ее продолжении. Особое внимание уделено начальной стадии, когда рост трещин может иметь скачкообразный характер, а скорость их роста обнаруживает существенную зависимость от начальных условий.

Рост трещин при циклическом нагружении часто сопровождается возникновением пластических деформаций. Это наблюдается, в частности, при высоких уровнях циклических напряжений, когда разрушению предшествует относительно небольшое число циклов (обычно порядка $10^3 \dots 10^4$). В этих случаях говорят о малоциклового усталости. Пластические деформации могут также играть существенную роль для коротких трещин, длина которых сопоставима с размером зоны пластических деформаций. Обзор экспериментальных фактов и математических моделей, используемых для описания этих явлений, можно найти в [1–7].

Механика роста усталостных трещин есть, в сущности, дальнейшее развитие механики разрушения, рассматривающей преимущественно поведение тел с трещинами при монотонно возрастающих нагрузках. Рост усталостных трещин является результатом взаимодействия двух механизмов: накопления рассеянных повреждений в материале под действием циклических напряжений и общего баланса энергии в системе тело с трещиной – нагрузка или нагружающее устройство. Синтез механики разрушения и механики накопления повреждений позволяет дать количественное описание усталостного разрушения и родственных явлений [8 – 12].

В нелинейной механике разрушения одной из наиболее простых является модель тонкой пластической зоны [3, 5, 7]. В рамках этой модели все пластические эффекты сосредоточены в концевых зонах конечной длины и бесконечно малой толщины. Предельные напряжения отрыва в пределах концевых зон обычно принимают за постоянную материала типа предела текучести при растяжении σ_y , иногда отождествляя предельные напряжения с σ_y или $\sqrt{3}\sigma_y$. Вне пластической зоны материал полагают линейно упругим. Длину пластических зон определяют из условия устранения особенностей при стыковке с упругим решением. Между тем пластические области, определяемые по теории пластического течения, имеют размеры одного порядка как на продолжении трещины, так и в поперечном направлении [5]. Несмотря на грубую схематизацию, модель тонкой пластической зоны дает удовлетворительные количественные результаты применительно к квазихрупкому разрушению. Это послужило причиной ее широкого применения в нелинейной механике разрушения, в том числе для прогнозирования докритического роста трещин при циклическом нагружении, при истолковании экспериментальных данных и для оценки трещиностойкости конструкционных материалов [1, 2, 5]. Был предложен ряд обобщений модели тонкой пластической зоны, в том числе учитывающих пластическое упрочнение и разупрочнение [2].

При циклическом нагружении в концевых зонах возникают микроповреждения – микротрещины и микропоры, которые вызывают изменение макроскопических свойств материала. Снижение удельной работы разрушения под влиянием микроповреждений является главным механизмом при продвижении фронта усталостной трещины. Наблюдается также повышение удельной работы разрушения из-за экранирующего влияния микропор, деформационного упрочнения и деформационной (приобретенной) анизотропии. Другая группа дефектов – изменение деформативных свойств, которое может проявляться как в виде упрочнения, так и разупрочнения. В частности, снижение жесткости материала приводит к снижению напряжений в окрестности фронтов трещины, что вызывает изменение скорости накопления микроповреждений [10]. В результате повышается значение работы, которую нужно затратить на продвижение усталостной трещины.

Для описания роста усталостных трещин необходимо дополнить модель пластической зоны соотношениями, которые описывают накопление повреждений, а также влияние этих повреждений на механические свойства материала. Это было сделано впервые в квазистационарном приближении [11], где при наличии развитой пластической зоны получена степенная зависимость скорости роста усталостной трещины от размаха коэффициента интенсивности напряжений с показателем, близким к двум. Более детальный анализ выполнен в [12] численным методом. При этом для процесса накопления микроповреждений был использован порогово-степенной закон и учтено влияние микроповреждений на значение удельной работы разрушения; влияние микроповреждений на деформативные характеристики материала не учитывалось. В частности, было принято, что предельное напряжение остается постоянным в пределах всей концевой зоны. В данной статье это ограничение снимается, что позволяет более полно описать явления и процессы, сопровождающие рост усталостных трещин.

1. Следуя изложенному ранее подходу [8], будем трактовать систему тело с трещиной – нагрузка как механическую систему с односторонними связями. Для простоты рассмотрим однопараметрическую трещину, размер которой задан параметром длины a , например, полудлиной трещины в задаче Гриффитса (фиг. 1). Трещину полагаем необратимой, т.е. принимаем, что вариация ее размера $\delta a \geq 0$. Для системы с односторонними связями условие равновесия имеет вид

$$\delta A \leq 0 \quad (1.1)$$

Применительно к квазистатическим задачам механики разрушения к сравнению допускаются все смежные состояния равновесия в обычном смысле (по отношению к обобщенным координатам Лагранжа). Поэтому при исследовании устойчивости системы тело с трещиной – нагрузка условие (1.1) можно заменить на следующее:

$$\delta_G A \leq 0 \quad (1.2)$$

Индекс у $\delta_G A$ означает, что возмущенное состояние отличается лишь теми перемещениями, которые описывают трещину (эти перемещения названы [8] обобщенными координатами Гриффитса). Левую часть в (1.2) представим в виде

$$\delta_G A = \delta_G A_e + \delta_G A_i + \delta_G A_f \quad (1.3)$$

где $\delta_G A_e$ и $\delta_G A_i$ – виртуальные работы внешних и внутренних сил соответственно, $\delta_G A_f$ – виртуальная работа разрушения. В терминах обобщенных сил правую часть из (1.3) запишем следующим образом:

$$\delta_G A_e + \delta_G A_i = G \delta a, \quad \delta_G A_f = -\Gamma \delta a \quad (1.4)$$

Тождества (1.4) вводят два типа обобщенных сил: обобщенную движущую силу G и обобщенную силу сопротивления Γ . В линейной механике разрушения обобщенная сила G соответствует интенсивности высвобождаемой энергии G или J -интегралу, а обобщенная сила сопротивления – соответствующим характеристикам трещиностойкости G_C или J_C [5, 7].

В однопараметрических задачах условие (1.2) принимает вид

$$G \leq \Gamma \quad (1.5)$$

В зависимости от знаков в соотношениях (1.2) и (1.5) будем различать следующие состояния тела с трещиной – нагрузка. Если при любом $\delta a > 0$ имеет место неравенство $\delta A < 0$, т.е. $G < \Gamma$, то состояние называется субравновесным. Это состояние, очевидно, устойчиво. Если $\delta A = 0$, т.е. $G = \Gamma$, то состояние называется равновесным (по отношению к обобщенным координатам Гриффитса). Это состояние может быть устойчивым или нейтральным в зависимости от поведения разности $G - \Gamma$ в окрестности исследуемого состояния равновесия. В частности, оно устойчиво при $\partial G/\partial a < \partial \Gamma/\partial a$. Наконец, при $\delta A > 0$, т.е. $G > \Gamma$ состояние неустойчиво; будем называть его неравновесным.

Выводы об устойчивости (неустойчивости) в данном случае почти очевидны с физической точки зрения; строгий анализ, однако, был выполнен лишь применительно к потенциальным системам [13]. Вместе с тем было показано [8, 14, 15], что соотношения (1.2) и (1.5) не противоречат общепринятым положениям механики разрушения, а также экспериментальным фактам. В неявной форме или в форме соотношений энергетического баланса эти соотношения применялись неоднократно [5, 7]. Соотношения типа (1.2) и (1.5) применялись к усталостным трещинам [10–12, 15, 16], а также к задачам динамического распространения трещин (в сочетании с принципом Д'Аламбера) [17].

2. Рассмотрим трещину отрыва в неограниченной упругопластической среде в условиях плоского напряженного состояния (фиг. 1). Полудлину трещины обозначим a , длину пластической зоны при монотонном нагружении λ , приложенное на бесконечности напряжение σ_∞ . Напряжение $\sigma_y(x, y)$ на продолжении трещины $|x| \geq a$, $y = 0$ обозначим просто $\sigma_y(x)$, предельное напряжение $\sigma_y(x, 0)$ в пластической зоне $a \leq |x| \leq a + \lambda$ обозначим $s(x)$.

Для определения полей напряжений, деформаций и перемещений в теле с трещиной при произвольном распределении напряжений $s(x)$ в концевых зонах целесообразно использовать готовые аналитические решения для случая $s = \text{const}$. Такие решения были получены рядом авторов [3, 4]. Различные аналитические методы приводят к тождественным, хотя внешне отличающимся результатам. Используем те результаты, которые представляются более удобными для дальнейших вычислений.

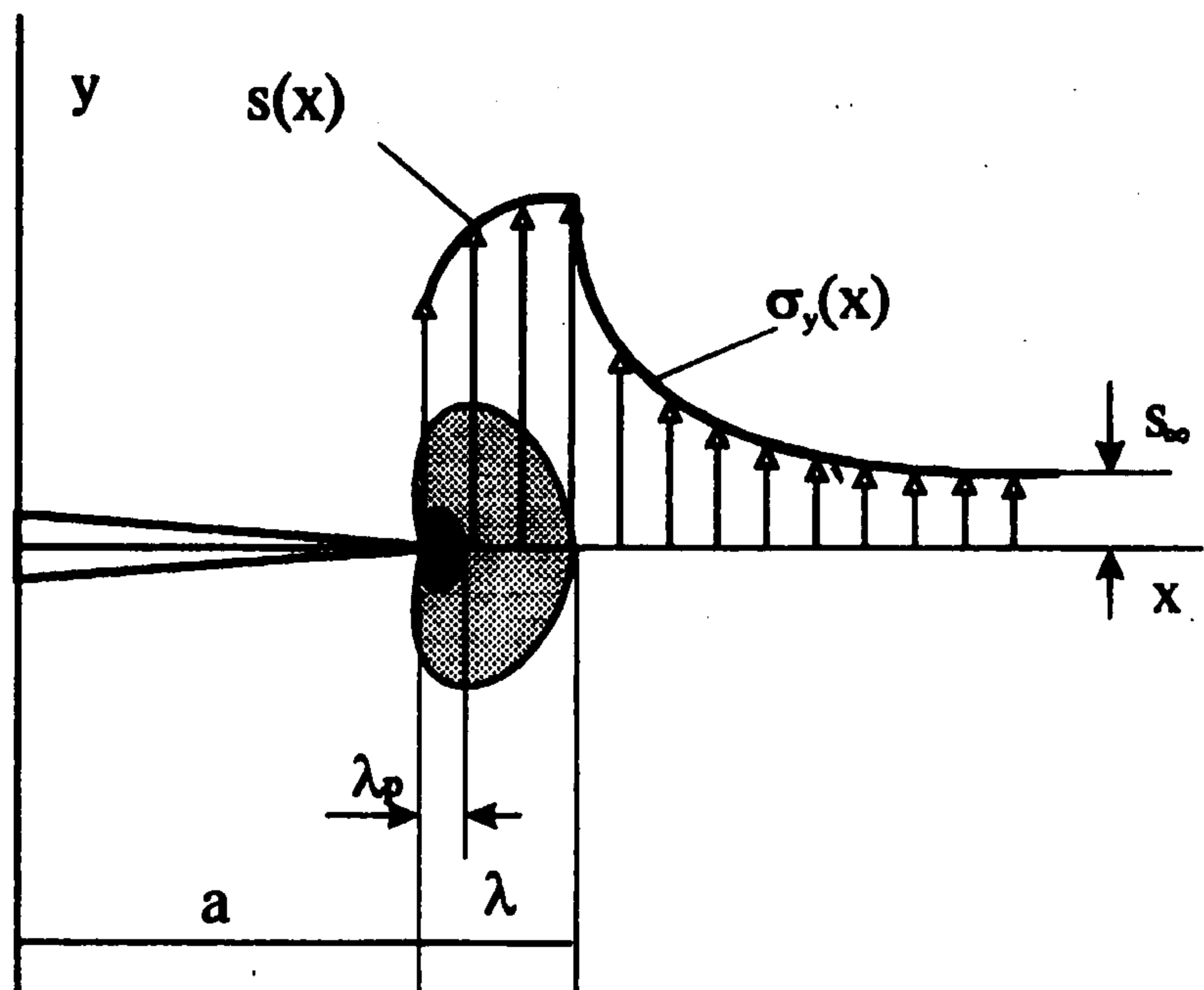
Поля напряжений в теле с трещиной удобно представить, используя комплексный потенциал Вестергарда $Z(z)$ [6]. Тогда

$$\sigma_x = \text{Re } Z - y \text{Im } Z', \quad \sigma_y = \text{Re } Z + y \text{Im } Z' \quad (2.1)$$

$$\tau_{xy} = -y \text{Re } Z', \quad Z' \equiv dZ/dz, \quad z = x + iy$$

Для двух единичных сил, нормально приложенных к берегам трещины в точке $x = \xi$ ($|\xi| < a$), имеем

$$Z(z) = \frac{(a^2 - \xi^2)^{1/2}}{\pi(z - \xi)(z^2 - a^2)^{1/2}} \quad (2.2)$$



Фиг. 1

В классической задаче о тонкой концевой зоне полагаем, что критическое нормальное напряжение $\sigma_y = 0$ при $|\xi| < a$ и $\sigma_y = s = \text{const}$ при $a \leq |\xi| \leq a + \lambda \equiv b$. Применение потенциала (2.2) к этой задаче дает

$$Z(z) = \frac{z}{(z^2 - b^2)^{1/2}} \left[\sigma_\infty - \frac{2s}{\pi} \arccos \frac{a}{b} \right] + \frac{2s}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{a}{z} \left(\frac{z^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.3)$$

Пусть $s(x)$ – дифференцируемая функция по всей области $a \leq |x| \leq b$. Тогда с учетом равенства (2.3) и условия отсутствия сингулярности напряжений при $x = b$, $y = 0$, которое дает уравнение для определения длины краевой зоны λ (это уравнение является обобщением известной формулы [4, 7]),

$$s(a) \arccos \frac{a}{a + \lambda} + \int_a^{a + \lambda} \frac{ds(\xi)}{d\xi} \arccos \frac{\xi}{a + \lambda} d\xi = \frac{\pi \sigma_\infty}{2} \quad (2.4)$$

получаем

$$Z(z) = \frac{2s(a)}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{a}{z} \left(\frac{z^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right)^{1/2} \right] + \frac{2}{\pi} \int_a^b \frac{ds(\xi)}{d\xi} \operatorname{arctg} \left[\frac{\xi}{z} \left(\frac{z^2 - b^2}{b^2 - \xi^2} \right)^{1/2} \right] d\xi \quad (2.5)$$

Для перемещений $v(x, 0)$ на берегах трещины и ее продолжении в пределах концевой зоны удобнее исходить из формулы [3]

$$v(x, 0) = cs[(x - a)\Gamma(b, x, a) - (x + a)\Gamma(a, x, -a)] \quad (2.6)$$

где $c = 1/(\pi E)$ для плоского напряженного состояния и $c = (1 - \nu^2)/(\pi E)$ для плоской деформации (E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона). Ядро имеет вид

$$\Gamma(b, x, \xi) = \ln \frac{b^2 - x\xi - [(b^2 - x^2)(b^2 - \xi^2)]^{1/2}}{b^2 - x\xi + [(b^2 - x^2)(b^2 - \xi^2)]^{1/2}} \quad (2.7)$$

Если $s = s(x)$, то вместо (2.6) приходим к формуле, которая аналогична по структуре формуле (2.5):

$$v(x, 0) = cs(a)[(x - a)\Gamma(b, x, a) - (x + a)\Gamma(a, x, -a)] + c \int_a^b \frac{ds(\xi)}{d\xi} [(x - \xi)\Gamma(b, x, \xi) - (x + \xi)\Gamma(a, x, -\xi)] d\xi \quad (2.8)$$

3. Пусть заданные на бесконечности напряжения σ_∞ изменяются во времени циклически. Обозначим через N число циклов, принимаемое за независимую переменную; через $\sigma_\infty^{\max}(N)$ и $\sigma_\infty^{\min}(N)$ – экстремальные напряжения цикла. Кроме того, введем размах напряжений в пределах цикла $\Delta\sigma_\infty(N) = \sigma_\infty^{\max}(N) - \sigma_\infty^{\min}(N)$ и характеристику симметрии цикла $R(N) = \sigma_\infty^{\min}(N) / \sigma_\infty^{\max}(N)$. Чтобы не вводить осложнений, связанных с эффектом закрытия трещины [18], будем считать, что задаваемые номинальные напряжения остаются растягивающими в пределах цикла.

Условие (1.5) для усталостной трещины с параметром длины $a(N)$ возьмем в виде

$$G[\sigma_\infty^{\max}(N), a(N)] \leq \Gamma[\psi(N), a(N)] \quad (3.1)$$

где $\psi(N)$ – мера микроповреждений на фронте трещины $|x| = a$. При этом примем, что обобщенная движущая сила G не зависит от микроповреждений, а обобщенная

сила сопротивления Γ не зависит от приложенных напряжений. Введение $\sigma_{\infty}^{\max}(N)$ в левую часть формулы (3.1) означает, что условие устойчивости проверяется в момент достижения напряжениями отрыва максимума в пределах каждого цикла.

Выразим обобщенную силу G через виртуальную работу, совершаемую напряжением σ_y при продвижении фронта трещины от $x = a$ до $x = a + \delta a$. При этом учтем, что одновременно с a варьированию подлежит также размер концевой зоны $\lambda(a)$. Относя работу к одному из концов трещины, получим

$$G\delta a = \int_a^{a+\delta a+\lambda+\delta\lambda} \sigma_y(2\delta v) dx = 2 \int_a^{a+\lambda} \sigma_y \delta v dx + O(\delta v^2)$$

откуда приходим к формуле [11, 14]

$$G = 2 \int_a^{a+\lambda} \sigma_y \frac{\partial v}{\partial a} dx \quad (3.2)$$

Внешне правая часть формулы (3.2) похожа на соответствующую формулу для J -интеграла. Однако в подынтегральное выражение входит не $\partial v / \partial x$, как в известной формуле [5, 7], а $\partial v / \partial a$. При напряжениях σ_{∞} , близких к пределу текучести материала, расхождение между G и J может быть достаточно велико [19].

В правую часть неравенства (3.1) входит обобщенная сила сопротивления Γ , зависящая от меры повреждений при $x = a$, т.е. от

$$\psi \equiv \omega[a(N), N] \quad (3.3)$$

Здесь функция $\omega(x, N)$ аналогична мере повреждений из континуальной модели Качанова – Работнова [20]. Примем для этой меры порогово-степенной закон накопления. Траектуя N как непрерывный параметр, постулируем уравнение

$$\frac{\partial \omega}{\partial N} = \left(\frac{\Delta \sigma_y - \Delta \sigma_{th}}{\sigma_{\omega}} \right)^m (1 - \omega)^{-n} \quad (3.4)$$

с параметрами материала σ_{ω} , $\Delta \sigma_{th}$, m и n . Здесь σ_{ω} – напряжение, характеризующее сопротивление материала накоплению микрповреждений, $\Delta \sigma_{th}$ – пороговое значение этого сопротивления; показатели $m > 0$, $n \geq 0$. Если размах $\Delta \sigma_{\infty}(N)$ приложенного напряжения достаточно мал, то $\Delta \sigma_y(x, N) < \Delta \sigma_{th}$ хотя бы на части длины $|x| \geq a$. Тогда вместо (3.4) следует принять $\partial \omega / \partial N = 0$.

Заметим, что размах $\Delta \sigma_y(x, N)$ определяется как разность значений $\sigma_y(x, N)$, соответствующих приложенным напряжениям σ_{∞}^{\max} , и разгружающим напряжением $\sigma_{\infty}^{\max} - \sigma_{\infty}^{\min}$. В дальнейшем полагаем, что в пределах каждого цикла материал ведет себя как идеальный упругопластический с пределом текучести $s^+(x)$ при растяжении, $s^-(x)$ при сжатии и модулем Юнга E при разгрузке. В результате размер пластической зоны изменяется в процессе нагружения. В дальнейшем делаем различие между размером λ при монотонном нагружении и размером λ_p при циклическом нагружении. Очевидно, что $\lambda_p \leq \lambda$. В частности, при $R = 0$ и $s = \text{const}$ при $|x| \geq a$ найдем, что $\lambda_p = \lambda/4$. При $s = s(x, N)$ размер λ_p ищем для каждого цикла (или блока циклов) численным методом с учетом формул (2.1), (2.4) и (2.5).

Влияние микрповреждений на свойства материала учтем следующим образом. Во-первых, примем, что обобщенная сила сопротивления – убывающая функция ψ , например,

$$\Gamma = \gamma[1 - (\psi / \psi_*)^{\alpha}] \quad (3.5)$$

где γ – удельная работа разрушения для неповрежденного материала, ψ_* – некоторая постоянная (например, $\psi_* = 1$), а константа $\alpha > 0$, например, $\alpha = 1$. Во-вторых, предположим, что предельное напряжение $s(x)$ зависит от локального значения ω . В дальнейшем примем

$$s = s_0[1 - c_*\omega^\beta], \quad c_* = \text{const}, \quad \beta = \text{const} > 0 \quad (3.6)$$

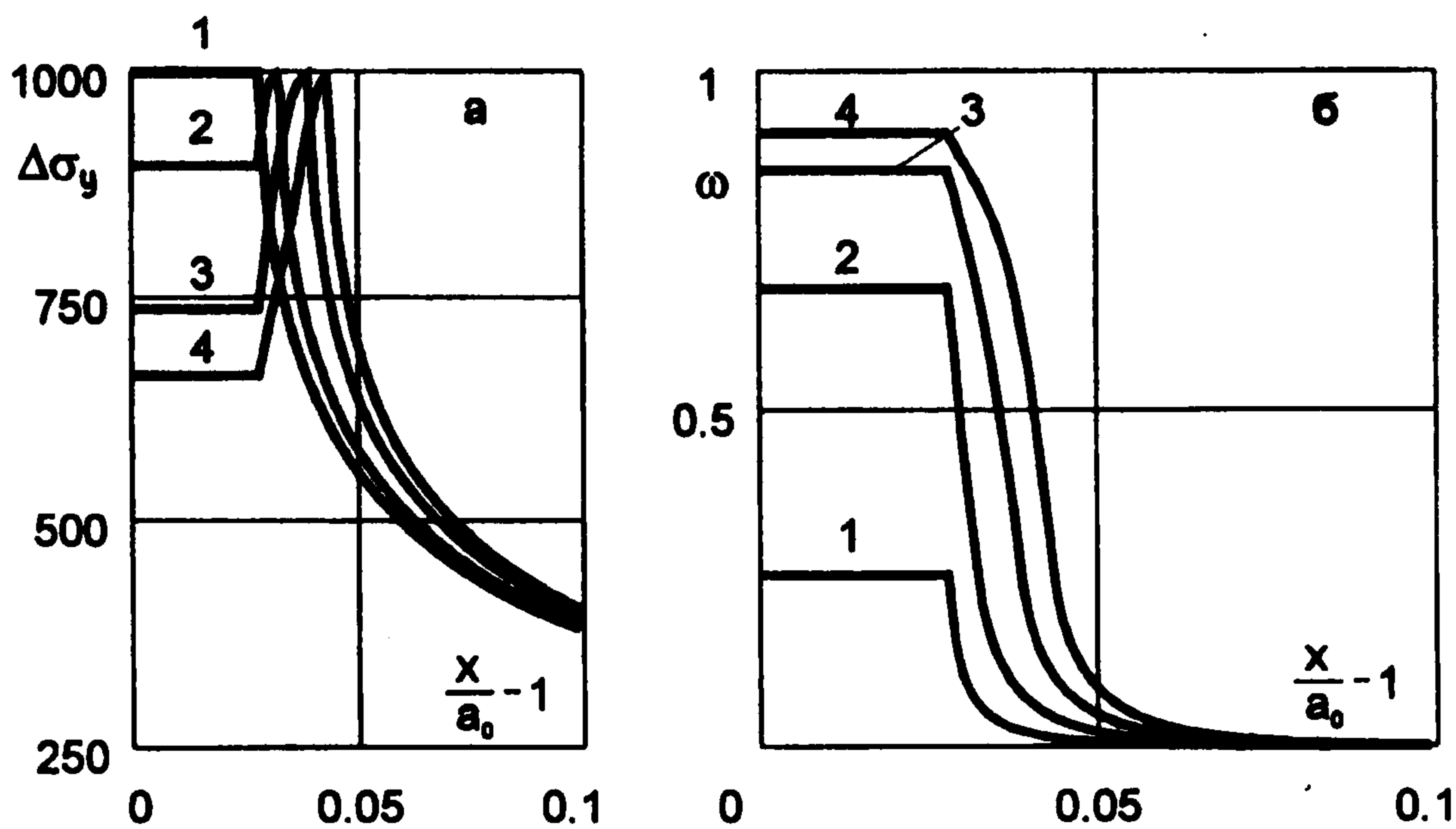
где s_0 – предельное напряжение для неповрежденного материала. Вообще говоря, делаем различие между s_0^+ и s_0^- . Очевидно, что выбор формул (3.5) и (3.6), равно как и правой части в уравнении (3.4), достаточно произволен. В частности, в формулы (3.5), (3.6) нетрудно ввести эффект циклического упрочнения или сочетания упрочнения с разупрочнением. Типичная зависимость, описывающая циклическое упрочнение с последующим разупрочнением имеет вид $\Gamma = \gamma(1 + \psi^{\alpha_1})$ $0 \leq \psi \leq \psi_1$, при $\Gamma = \gamma(1 + \psi_1^{\alpha_1} - (\psi - \psi_1)^{\alpha_2})$ при $\psi_1 \leq \psi \leq 1$.

Расчет роста усталостных трещин и параметрический анализ основаны на условии устойчивости (3.1) в сочетании с уравнением накопления повреждений (3.4) и формулами (3.2), (3.5) и (3.6). Поскольку входящие в эти формулы функции $\sigma_y(x)$, $\nu(x)$ и длина циклической пластической зоны λ_p в свою очередь определяются из уравнений (2.1), (2.4) и (2.8), то дальнейший анализ может быть выполнен только численно. Разработанный программный комплекс позволяет провести такой расчет. Он включает модули по вычислению меры повреждений и напряжений впереди трещины (уравнения (2.1), (2.4), (2.5), (3.4), (3.6)), расчету обобщенных сил (формулы (3.2), (3.5)), а также блок проверки условия (3.1), определяющего момент страгивания трещины и баланс обобщенных сил в процессе продвижения ее фронта. Модификация отдельных модулей дает возможность заменить уравнения (3.4)–(3.6) на другие уравнения, а также провести необходимый параметрический анализ. Комплекс протестирован на классической модели тонкой пластической зоны (при $s = \text{const}$), для которой имеется точное аналитическое решение.

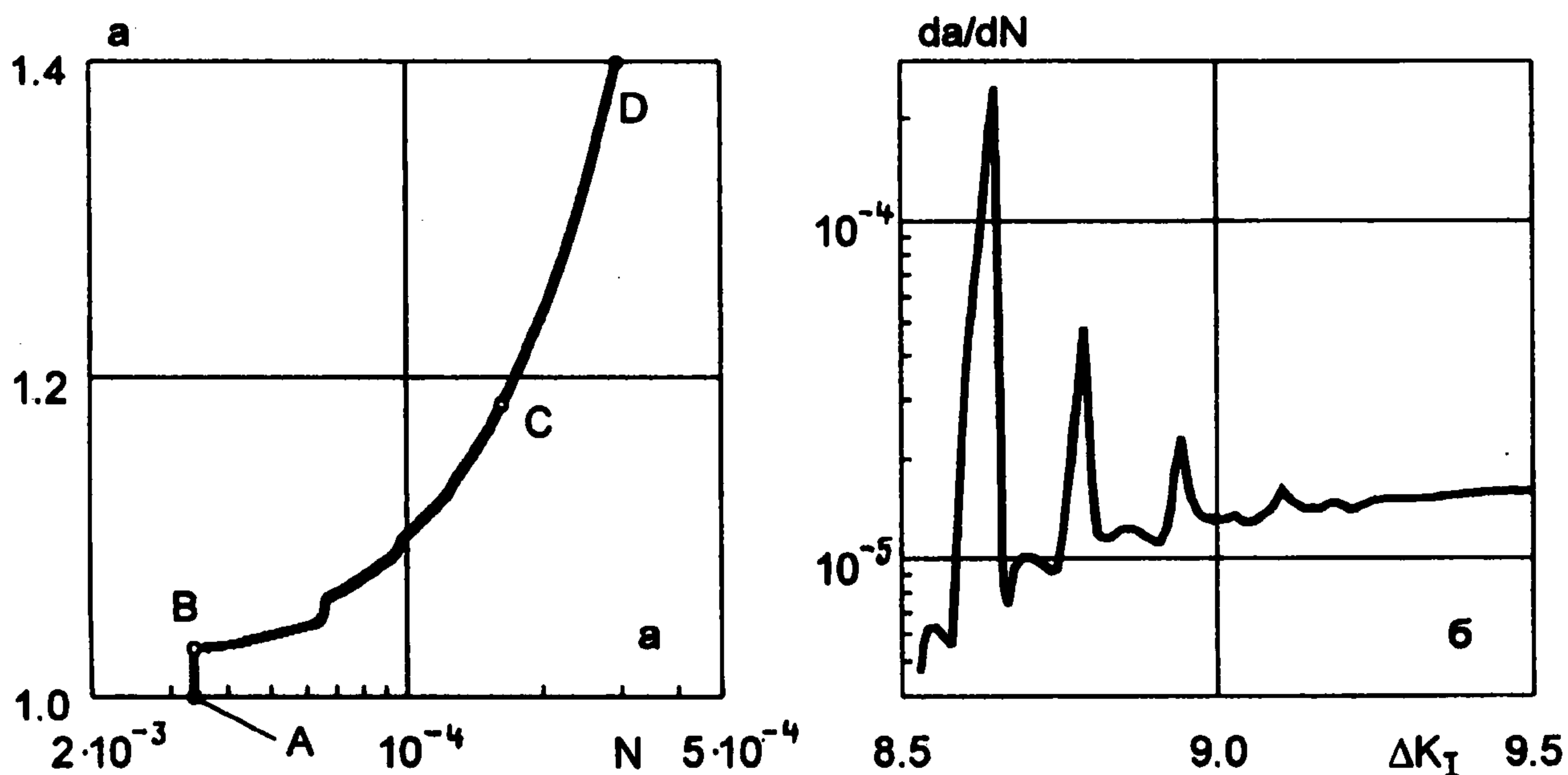
4. Для расчета были приняты следующие базовые данные: модуль Юнга $E = 200$ ГПа, пределы текучести и удельная работа разрушения для неповрежденного материала $s_0^+ = s_0^- = 500$ МПа, $\gamma = 15$ кДж/м², напряжения, характеризующие сопротивление материала накоплению микроповреждений, приняты $\sigma_\omega = 5$ ГПа, $\Delta\sigma_{th} = 0,25$ ГПа. Показатели в формулах (3.4)–(3.6) взяты следующие: $m = 4$, $n = 0$; $\alpha = 1$, $\beta = 4$. В формуле (3.5) принято, что $\psi_* = 1$, $c_* = 0,5$. Если не оговорено, то параметр нагружения был взят $\Delta\sigma_\infty = 150$ МПа при $R = 0,5$, начальный размер трещины $a_0 = 1$ мм. При иллюстрации результатов использованы следующие размерности: напряжения – МПа, длина трещины – мм, скорость роста трещины – мм/цикл, размах коэффициентов интенсивности напряжений – МПа м^{1/2}.

На фиг. 2 показано распределение размахов напряжений $\Delta\sigma_y$ и меры микроповреждений ω в пределах инкубационной стадии, т.е. от начала нагружения до момента страгивания трещины. В течение этой стадии напряжения в пластической зоне убывают, а повреждения растут. Страгивание происходит при $N_* = 3305$, а кривые 1–3 фиг. 2 построены с шагом $\Delta N = 10^3$, начиная от $N = 500$ (кривая 1). Кривая 4 соответствует N_* . На кривых четко видны границы циклической пластической зоны, снижение напряжений и рост микроповреждений в этой зоне при приближении к моменту начала роста трещины.

На фиг. 3 показано изменение размера трещины на начальном участке ее распространения. Первое подрастание трещины сопровождается скачком (участок АВ). Участок ВС соответствует этапу неустановившегося роста трещины, когда скорость ее роста представляет собой осциллирующую функцию числа циклов. Трещина растет непрерывно, однако ее рост попеременно ускоряется и замедляется из-за изменения характера распределения микроповреждений перед фронтом. Таким образом, на начальном участке $a(N)$ оказывается негладкой функцией, а скорость роста трещины da/dN представляет собой сильно осциллирующую функцию N . Это видно как на фиг. 3, а, так и на фиг. 3, б, где приведен начальный участок диаграммы роста трещины, т.е. зависимость между скоростью da/dN и



Фиг. 2

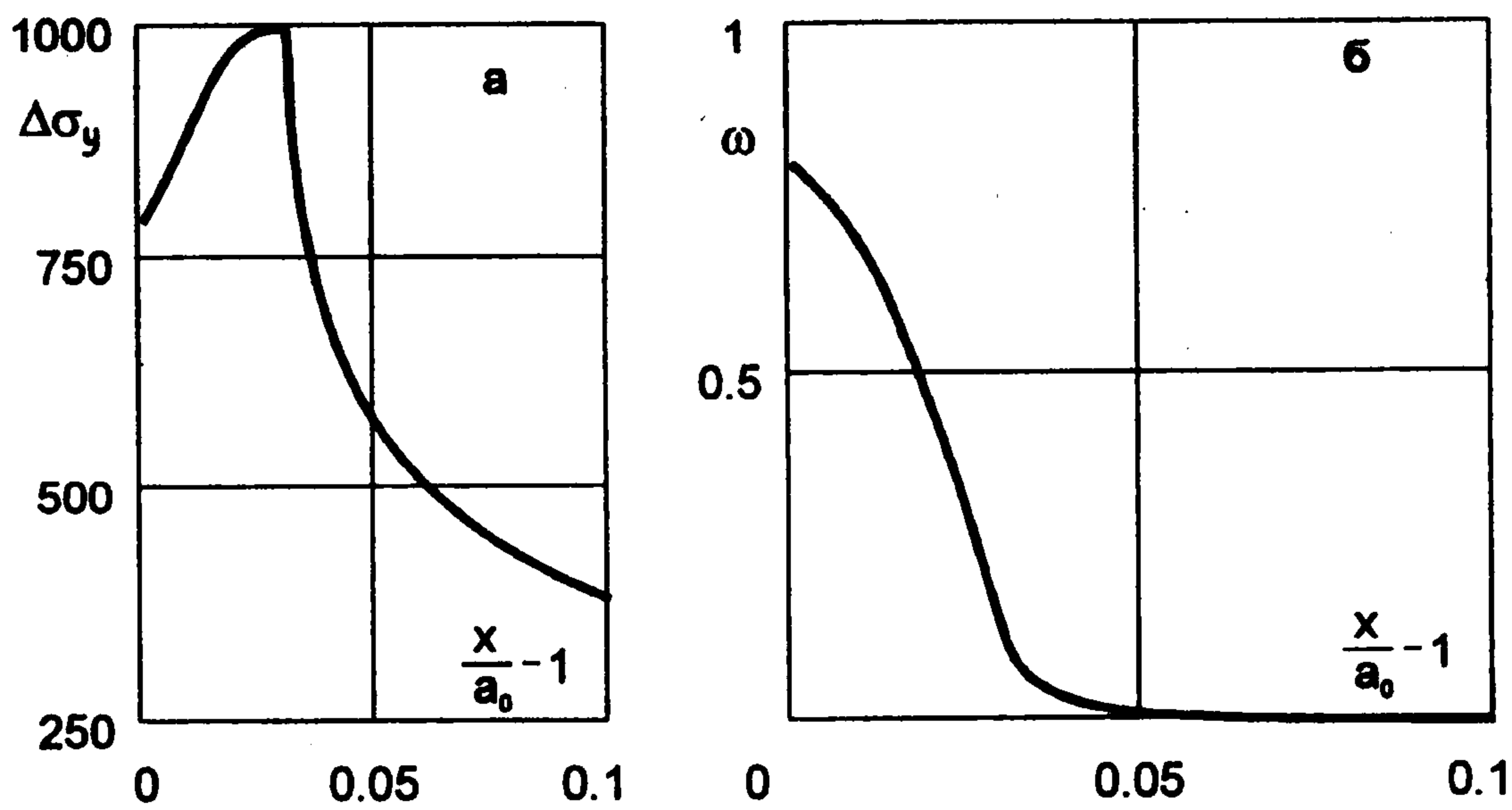


Фиг. 3

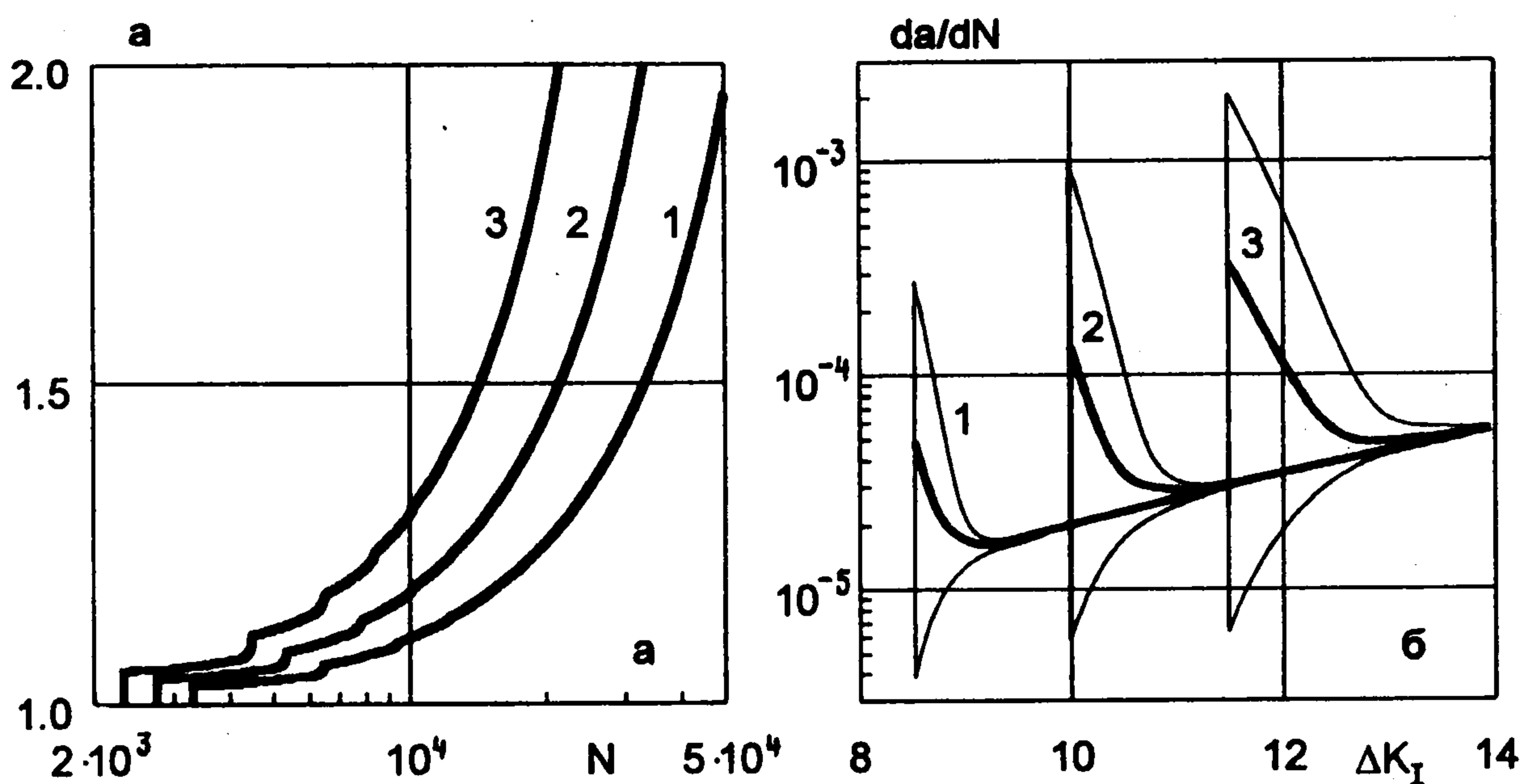
размахом ΔK_I коэффициента интенсивности напряжений $K_I = \sigma_\infty (\pi a)^{1/2}$. Дальнейший рост трещины (участок CD) происходит при монотонном возрастании скорости. При $\Delta K_I > 10 \text{ МПа}\cdot\text{м}^{1/2}$ скорость роста (в логарифмическом масштабе) практически ложится на прямую.

Типичные для участка CD распределения $\Delta\sigma_y$ и ω представлены на фиг. 4, а и б соответственно. При этом $N \approx 5 \cdot 10^4$. Размах напряжений $\Delta\sigma_y$ изменяется в пределах концевой зоны монотонно, увеличиваясь от $\Delta\sigma_y = 800 \text{ МПа}$ при $x = a$ до $\Delta\sigma_y = 1000 \text{ МПа}$ при $x = a + \lambda_p$. В упругой зоне размах напряжений монотонно убывает, приближаясь при $x \rightarrow a$ к $\Delta\sigma_\infty = 150 \text{ МПа}$. Мера повреждений изменяется впереди фронта трещины монотонно, что приводит к непрерывному продвижению трещины.

Влияние уровня нагружения на рост трещины проиллюстрировано на фиг. 5. Кривые 1, 2 и 3 на фиг. 5, а построены при размахе приложенных напряжений $\Delta\sigma_\infty = 150, 175$ и 200 МПа . Характер кривых мало изменяется в рассматриваемом диапазоне $\Delta\sigma_\infty$. Однако при больших $\Delta\sigma_\infty$ продолжительность неустановившегося роста трещины возрастает. Кривые для скорости da/dN в функции от ΔK_I в начальной стадии сильно расходятся, а затем приближается к общей прямой (в логарифмической шкале). На фиг. 5, б показаны осредненные значения da/dN , а также границы их изменения. Детали изменения скорости роста трещины опущены (они аналогичны показанным на фиг. 3, б).



Фиг. 4

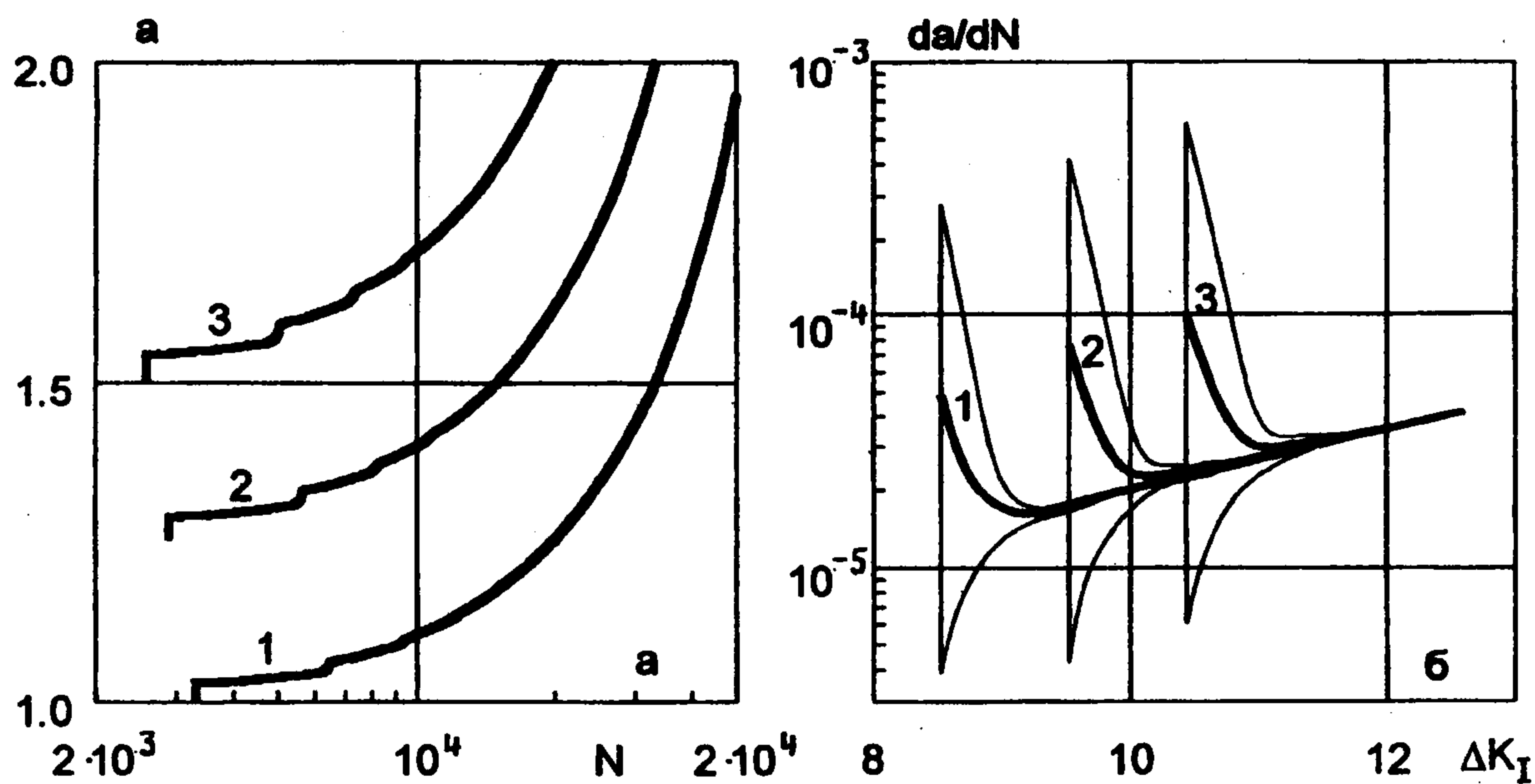


Фиг. 5

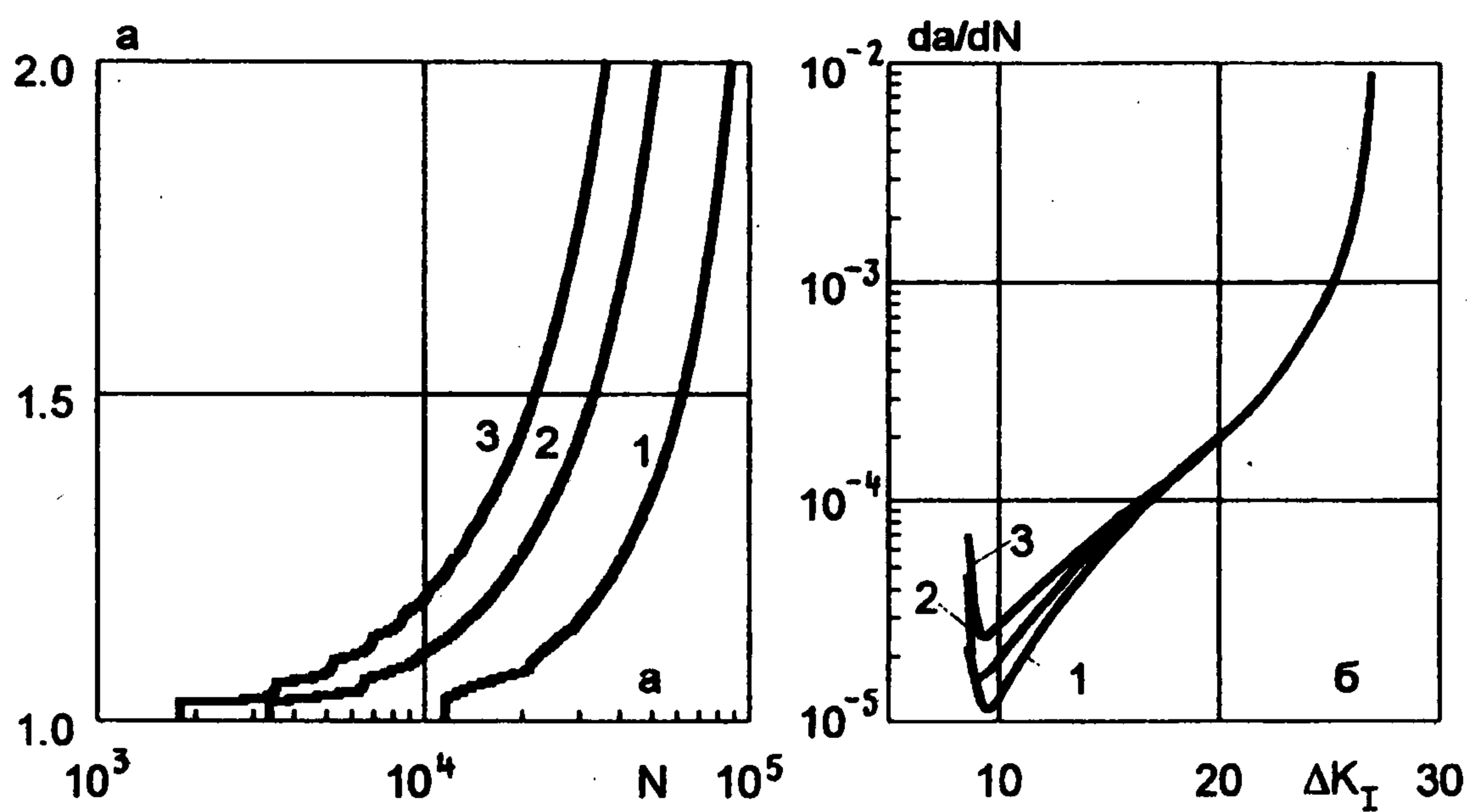
Две особенности диаграмм роста трещин должны быть отмечены. Во-первых, имеет место большой разброс скоростей на начальном участке; причем области изменения скоростей, соответствующие разным уровням нагружения, перекрываются. Во-вторых, наблюдается превышение осредненных скоростей на начальном участке по сравнению со значениями, которые можно получить, экстраполируя средний участок в область малых ΔK_I . Этот эффект был также обнаружен при численном моделировании в рамках классической модели тонкой пластической зоны [12].

Отметим, что в обсуждаемой серии численных примеров критическое значение показателя трещиностойкости для неповрежденного материала $K_{IC} = (\gamma E)^{1/2} \approx 55 \text{ МПа}\cdot\text{м}^{1/2}$. Это существенно больше значений $K_I^{\max} = \Delta K_I (1 + R)$, представленных на фиг. 3, 5 и далее. Большой разброс скорости роста трещин при относительно малых ΔK_I и аномальное поведение коротких трещин являются известным экспериментальным фактом [21]. Это было объяснено эффектом "закрывания трещин" и родственными явлениями. Из проведенного анализа следует, что особенности поведения коротких трещин можно объяснить также, учитывая накопление повреждений в пластической зоне.

Сделанный вывод подтверждается также анализом влияния начальной длины трещины на процесс продвижения ее фронта, что проиллюстрировано на фиг. 6. Кривые 1, 2 и 3 для длины и скорости роста трещины построены соответственно при начальных длинах $a_0 = 1; 1,25; 1,5 \text{ мм}$. Расчет проведен при уровне нагружения $\Delta\sigma_{\infty} = 150 \text{ МПа}$ и использованных выше характеристик материала. Отметим, что начальные размеры трещины изменяются в очень малых преде-



Фиг. 6



Фиг. 7

лах. Между тем разброс скоростей роста трещины на начальном участке весьма велик. Например, изменяя начальный размер трещины на 0,25 мм, можно получить в небольшом диапазоне ΔK_I изменение da/dN на порядок. Однако, как и в предыдущем случае, все три кривые для скорости роста трещины после установления ложатся в логарифмическом масштабе на единую прямую.

Дополнительную информацию содержит фиг. 7, где показано влияние степени циклического разупрочнения на рост усталостных трещин. Фиг. 7, а построена для начального участка роста трещины, фиг. 7, б – для всего диапазона изменения скорости продвижения фронта трещины. Вычисления выполнены при $\Delta\sigma_\infty = 150$ МПа, $R = 0,5$, $\beta = 4$ и трех значениях параметра s^* в формуле (3.6): $s^* = 0,8$ (кривая 1), $s^* = 0,5$ (кривая 2) и $s^* = 0$ (кривая 3). Последнее значение отвечает случаю, когда циклическое разупрочнение отсутствует, т.е. $s = s_0 = \text{const}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-013-16486).

ЛИТЕРАТУРА

1. Radon J.C. Elasto-plastic fatigue crack growth: mathematical models and experimental evidence // Nonlinear Fracture Mechanics / Ed. M.P. Wnuk. Wien; New York: Springer-Verlag, 1990. P. 229–292.
2. Wnuk M.P. Mathematical modelling of nonlinear phenomena in fracture mechanics // Nonlinear Fracture Mechanics / Ed. M.P. Wnuk. Wien; New York: Springer-Verlag, 1990. P. 359–451.

3. *Панасюк В.В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1968. 246 с.
4. *Сиратори М., Миеси М., Мацусита Х.* Вычислительная механика разрушения. М.: Мир, 1986. 334 с.
5. *Плювинаж Г.* Механика упругопластического разрушения. М.: Мир, 1993. 448 с.
6. *Морозов Н.Ф.* Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 255 с.
7. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985. 502 с.
8. *Болотин В.В.* Объединенные модели в механике разрушения // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 3. С. 127–137.
9. *Вакуленко А.А., Морозов Н.Ф., Проскура А.В.* Определение скорости распространения трещины // Физ.-хим. механика материалов. 1993. Т. 29. Вып. 3. С. 137–140.
10. *Болотин В.В., Ковех В.М.* Численное моделирование роста усталостных трещин в среде с микроповреждениями // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 2. С. 132–142.
11. *Болотин В.В.* Модель усталостной трещины с концевой зоной // Прикл. механика. 1987. Т. 23. № 12. С. 61–67.
12. *Болотин В.В., Лебедев В.Л.* Механика роста усталостных трещин в среде с микроповреждениями // ПММ. 1995. Т. 59. Вып. 2. С. 307–317.
13. *Иванов А.П.* Об устойчивости в системах с неустойчивыми связями. // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 5. С. 725–732.
14. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 447 с.
15. *Bolotin V.V.* Mechanics of fatigue fracture // Nonlinear Fracture Mechanics / Ed. M.P. Wnuk. Wien, New York: Springer-Verlag, 1990. P. 1–59.
16. *Bolotin V.V.* A unified approach to damage accumulation and fatigue crack growth // Engng Fracture Mech. 1985. V. 22. № 3. P. 387–398.
17. *Болотин В.В.* О динамическом распространении трещин // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 1. 150–162.
18. *Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В., Морозова Т.М.* Равновесие системы разрезов при образовании в них областей налегания и раскрытия // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 4. С. 672–678.
19. *Болотин В.В.* Об обобщенных силах в аналитической механике разрушения // Новожиловский сборник / Под. ред. Н.С. Соломенко. С.-Петербург: Судостроение, 1992. С. 161–170.
20. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
21. *The Behaviour of Short Fatigue Cracks / Eds. K.J. Miller, E.R. de los Rios.* London: Inst. Mech. Engng Publ., 1986. 560 p.

Москва

Поступила в редакцию
13.XII.1995