

УДК 532.5:533.6.011.5

© 1996 г. А.Н. Крайко

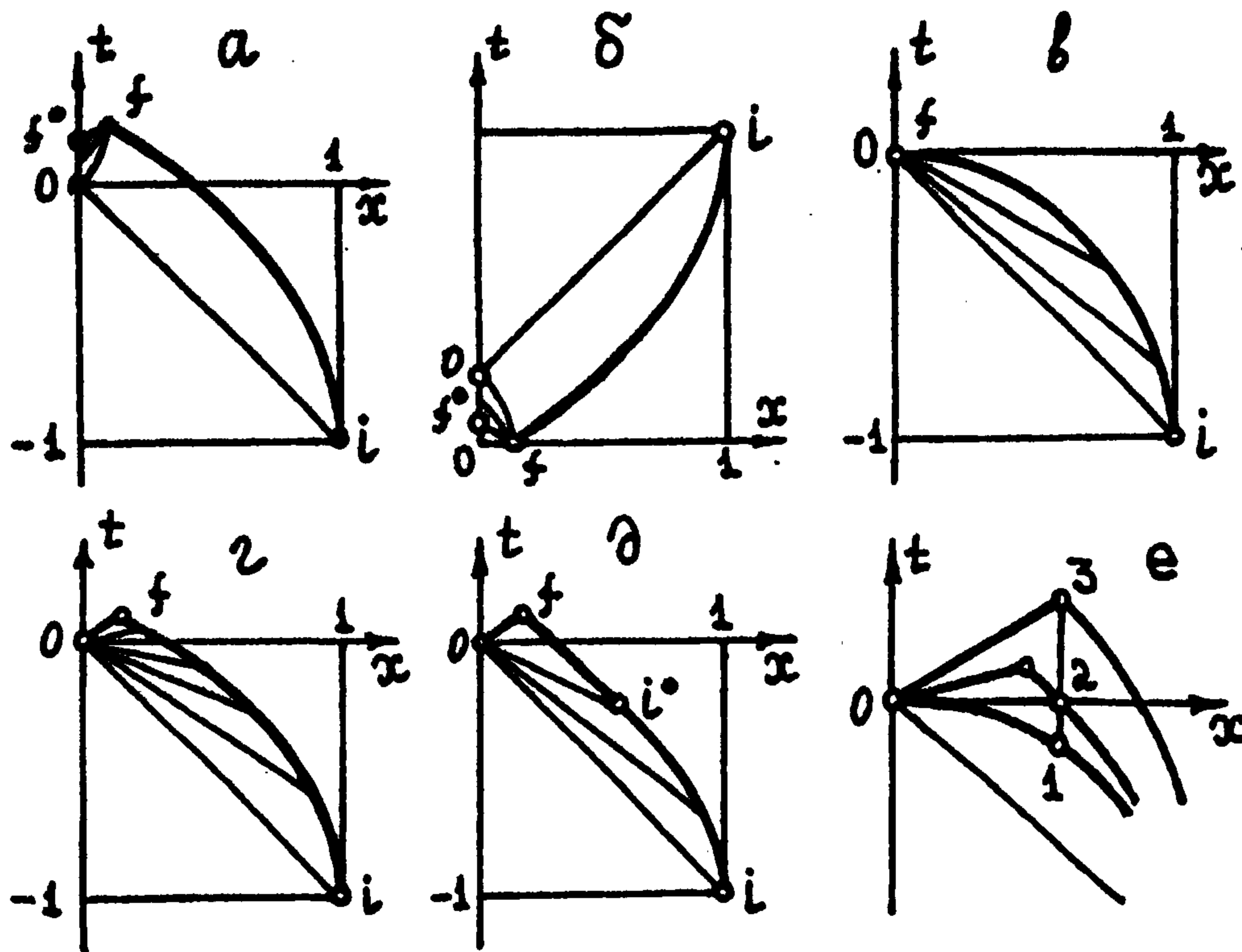
## О НЕОГРАНИЧЕННОЙ КУМУЛЯЦИИ ПРИ ОДНОМЕРНОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ СЖАТИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Рассматриваются несколько способов неограниченной кумуляции (НК) идеального (невязкого и нетеплопроводного) газа при его одномерном нестационарном сжатии плоским, цилиндрическим или сферическим поршнем. Наиболее совершенный способ НК с изэнтропическим сжатием из покоя в покой, названный "идеальным" (ИНК), сравнивается с тремя другими способами НК, которые отвечают известным автомодельным решениям об одномерном сжатии газа. Самая эффективная из них – НК с отраженной ударной волной, за которой, как и при ИНК, сжатый газ однороден и покоится. Эффективность разных способов НК оценивается отношением затрачиваемых на сжатие работ к работе при ИНК, долей внутренней энергии в полной энергии сжатого газа и степени его однородности по лагранжевой переменной. Расчеты указанных характеристик выполнены для совершенного газа с различными показателями адиабаты.

Интерес к задаче о НК при одномерном сжатии газа стимулируют многие приложения, включая проекты реализации инерционного управляемого термоядерного синтеза [1–4]. Разумеется, реально только конечное сжатие. Тем не менее, НК дает достаточно полное представление о сжатии до малых по сравнению с начальным, но отличных от нуля объемов. При теоретическом анализе естественно рассмотрение автомодельных решений. В плоском случае одно из них [5], состоящее из центрированной волны сжатия, реализует в пределе бесконечно сжатый газ с неоднородным распределением параметров по лагранжевой координате и с малой долей внутренней энергии в его полной энергии. Несмотря на то, что автомодельные аналоги этого решения для цилиндрического и сферического поршней обладают близкими свойствами, при изучении НК именно им уделяется основное внимание [2–4, 6–8]. В фазовой плоскости интегральная кривая, которая описывает этот тип НК, – сепаратрисса, заканчивающаяся в седловой особой точке.

Указанное решение и отвечающая ему НК – НК1 не исчерпывают всех возможных способов НК, описываемой автомодельными решениями. Два других автомодельных решения (точнее, две другие интегральные кривые) дают однородные состояния неограниченно сжатого газа: одно (НК2) – с бесконечной скоростью, направленной к началу координат – центру объема, другое (НК3) – с газом, остановленным отраженной от центра ударной волной. Все перечисленные способы неограниченного сжатия, включая ИНК, требуют одинакового конечного времени сжатия, равного времени пробега по несжатому газу плоской, цилиндрической или сферической звуковой волны, и бесконечной работы поршня  $A$ . При сжатии же до одинакового конечного объема работы, требующиеся при разных способах сжатия, различны. Отличны от единицы и пределы их отношений, отвечающие НК. Как уже отмечалось, самый совершенный способ неограниченного сжатия реализует ИНК. Обозначим через  $A_0$  работу поршня при ИНК, а через  $A_n$  – работу поршня при НК $n$  с  $n = N = 1, 2, 3$ . Ниже для плоского, цилиндрического и сферического поршней, сжимающих совершенный газ с разными показателями адиабаты  $\gamma$ , помимо прочего найдены отношения  $A_n/A_0$  и показано, что  $A_1/A_0 > A_2/A_0 > A_3/A_0 > 1$ .

1. Пусть  $t$  – время, а  $x$  – декартова, цилиндрическая или сферическая координата – расстояние от "центра сжатия", т.е. от плоскости, оси или центра симметрии объема,



Фиг. 1

содержащего первоначально покоящийся однородный газ (в плоском случае  $x = 0$  либо на плоскости симметрии, либо на неподвижной стенке). Движение поршня из точки  $x = x_i$  начинается в момент  $t = t_i$ . Здесь и далее, если не оговорено особо, нижние индексы приписываются параметрам в соответствующих точках. При симметричном сжатии единственная отличная от нуля составляющая скорости газа — ее  $x$ -компонента  $u \leq 0$ . Начальным параметрам газа припишем нижний индекс "нуль", за линейный масштаб возьмем начальную координату поршня  $x_i$ , а за масштаб времени  $x_i/a_0$  — время пробега по несжатому газу плоской, цилиндрической или сферической звуковой волны ( $a$  — скорость звука). Начало отсчета  $t$  выберем так, чтобы, как показано на фиг. 1, в плоскости  $xt$  в начальной точке траектории поршня  $i$  при принятых масштабах  $x_i = 1$ ,  $t_i = -1$ . В силу сказанного началу координат  $x = t = 0$  отвечает момент прихода на ось  $t$  звуковой волны ( $C^-$ -характеристики), вышедшей из начальной точки траектории поршня. В рассматриваемых далее решениях под "начальной"  $C^-$ -характеристикой:  $x = -a_0$ ,  $t = -t$  газ покоится, а его параметры постоянны и равны своим начальным значениям (в уравнении  $C^-$ -характеристики  $a_0$  исчезло в силу выбора масштабов длины и времени).

Идеальная НК получается как предел при  $x_f \rightarrow 0$  решения [9], изображенного на фиг. 1, а, где  $if$  — траектория поршня,  $io$  — начальная  $C^-$ -характеристика, а  $off^o$  — пучок волн сжатия из  $C^+$ -характеристик. Его прямолинейная замыкающая характеристика  $f^of$  ограничивает снизу область однородного сжатого газа с  $u \equiv 0$ . Возможность изэнтропического сжатия из покоя в покой за конечное время практически сразу следует из инвариантности уравнений одномерной нестационарной газовой динамики по отношению к выбору начала отсчета  $t$  и к одновременному изменению знаков  $t$  и  $u$ . В результате задача сжатия из покоя в покой получается из задачи расширения газа из покоя в покой (фиг. 1, б), а ее решение сводится к расчету пучка волн разрежения  $ff^o$  и к определению траектории поршня  $fi$  из задачи Гурса с данными на замыкающей  $C^-$ -характеристике этого пучка  $fo$  и на прямолинейной  $C^+$ -характеристике  $oi$ . На  $oi$  параметры газа постоянны, а  $u \equiv 0$ .

Обозначим через  $\rho$ ,  $e$ ,  $h$  и  $s$  плотность и удельные внутреннюю энергию, энтальпию и энтропию газа. Так как в случае фиг. 1, а параметры сжатого покоящегося газа однородны, то из законов сохранения энергии и массы с учетом изэнтропичности

процесса сжатия для работы поршня  $A$  и плотности  $\rho_f$  получаются формулы

$$\frac{A}{Me_0} = \frac{e_f}{e_0} - 1 \equiv e_f^\circ(\rho_f, \rho_0, s_0) - 1, \quad \rho_f = \rho_0 x_f^{-\nu} \quad (1.1)$$

Здесь  $M$  – масса сжимаемого газа, а  $\nu = 1, 2$  и  $3$  соответственно для плоского, цилиндрического и сферического поршня. Для совершенного газа в силу (1.1)

$$e_f^\circ \equiv e_f / e_0 = (\rho_f / \rho_0)^{\gamma-1} = x_f^{\nu(1-\gamma)} \quad (1.2)$$

Предел  $x_f \rightarrow 0$  в (1.1) и (1.2) дает отвечающие НК бесконечно растущие  $A$  и  $\rho_f$ . Также растут и отличные от  $u \equiv 0$  параметры бесконечно сжимаемого газа и скорость поршня справа от точки  $f$ . Как уже отмечалось, одновременно, согласно [10, 11], стремится к нулю  $t_f$ , а полное время сжатия приближается к единице. Для ИНК и других исследуемых далее реализаций НК неограниченный рост работы поршня есть следствие неинтегрируемой особенности в давлении  $p$  как функции  $x$  при  $x \rightarrow x_f = 0$ . Из-за нее сколь угодно малый (по приращению  $x$ ) конечной участок траектории вносит в  $A$  неограниченный вклад. Те же особенности траекторий, отвечающих разным способам НК, являются главной причиной их разной эффективности по упоминавшимся выше критериям. Для любого  $x_f > 0$  сохранение однородно сжатого покоящегося газа при  $t > t_f$  требует физически нереальной внезапной остановки поршня. Однако и при продолжении его движения достигнутое состояние сохраняется всюду под траекторией ударной волны, которая в таком случае пойдет от точки  $f$  к оси  $t$ . Данное обстоятельство важно для приложений, в которых  $x_f$  всегда отлично от нуля.

Ограничившись далее совершенным газом с постоянными теплоемкостями, при рассмотрении автомодельных решений параметры течения, согласно [12], представим в форме

$$u = \frac{x}{t} U(\tau), \quad a^2 = \left(\frac{x}{t}\right)^2 \alpha(\tau), \quad \rho = \rho_0 R(\tau) \quad (1.3)$$

$$p = \rho_0 \left(\frac{x}{t}\right)^2 P(\tau), \quad P = \frac{\alpha}{\gamma} R, \quad \tau = \frac{a_0 t}{x} = \frac{t}{x}$$

с подлежащими определению функциями  $U$ ,  $\alpha$  и  $R$  и автомодельной переменной  $\tau$ . В силу (1.3) для таких автомодельных решений все параметры постоянны на лучах  $\tau = t/x = \text{const}$ , идущих из начала координат. Диаграммы двух течений этого типа изображены на фиг. 1, в и г. Первая соответствует НК1, вторая – ограниченному сжатию из покоя в покой с ударной волной  $of$ , которая останавливает газ, движущийся к "центру". В области за ударной волной ( $\tau_f < \tau \leq \infty$ )

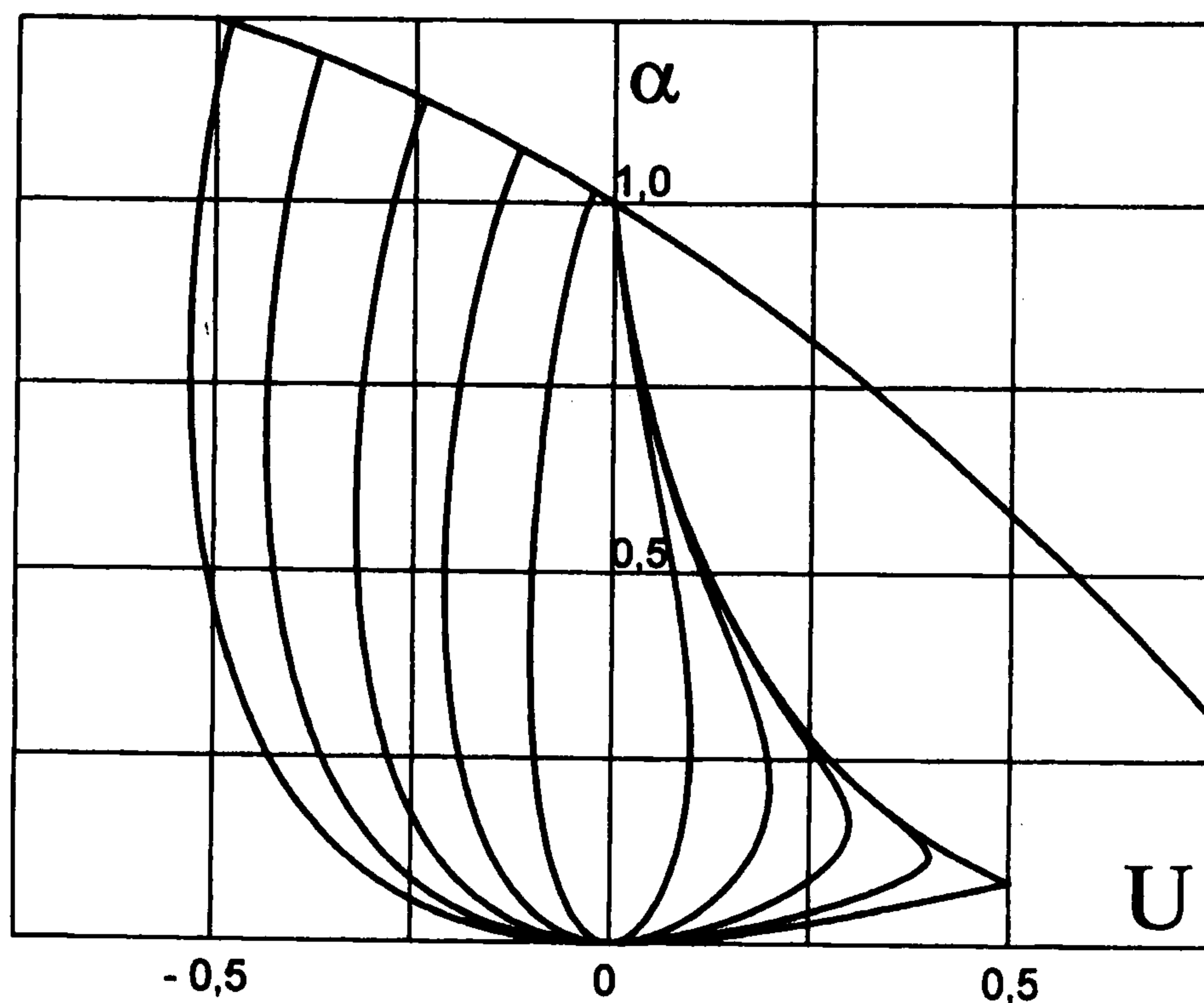
$$U \equiv 0, \quad R \equiv R_{f+}, \quad \alpha = \alpha_{f+} (\tau / \tau_f)^2$$

Здесь и далее индексы "f-" и "f+" приписываются параметрам до и после ударной волны. В обоих случаях газ покоится также под начальной  $C^-$ -характеристикой  $io$ , где  $-\infty \leq \tau \leq -1$ ,  $U \equiv 0$ ,  $R \equiv 1$  и  $\alpha = \tau^2$ . Последнее равенство – результат согласованного с введенными ранее масштабами длины и времени выбора за масштабы  $u$  и  $a$  скорости звука несжатого газа. На  $io$

$$\tau = -1, \quad U = 0, \quad \alpha = 1, \quad R = 1, \quad P = 1/\gamma \quad (1.4)$$

В случае фиг. 1, в при всех  $\tau$ , а в случае фиг. 1, г при  $\tau < \tau_f$  сжатие изэнтропическое. Поэтому при указанных  $\tau$

$$R = \left(\frac{\alpha}{\tau^2}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (1.5)$$



Фиг. 2

С учетом (1.5) построение автомодельных решений рассматриваемого типа сводится к интегрированию при начальных условиях (1.4) двух уравнений:

$$\frac{dU}{d\alpha} = \frac{U[v\alpha - (U-1)^2]}{2\alpha[\alpha - (U-1)(U-1+nU)]}, \quad \frac{d\tau}{d\alpha} = \frac{\tau[\alpha - (U-1)^2]}{2\alpha[\alpha - (U-1)(U-1+nU)]} \quad (1.6)$$

$$n = (\nu - 1)(\gamma - 1)/2$$

которые с точностью до обозначений совпадают с приведенными в [12]. Выписанные выше равенства, описывающие покоящийся газ, естественно, удовлетворяют этим уравнениям.

Первое не содержащее  $\tau$  уравнение системы (1.6) имеет три важные для дальнейшего особые точки: узел  $U = 0, \alpha = 1$ , который согласно (1.4) отвечает начальной  $C^-$ -характеристике  $i_0$ , узел  $U = \alpha = 0$  и седло

$$U = \frac{2}{2 + \nu(\gamma - 1)}, \quad \alpha = \frac{\nu(\gamma - 1)^2}{[2 + \nu(\gamma - 1)]^2} \quad (1.7)$$

Одна из сепаратрисс седла начинается в первом узле. Другая, пройдя через второй узел, достигает "линии ударной волны", которой для всех  $\nu$  является парабола [12]

$$\alpha = (1 - U) \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} U \right) \quad (1.8)$$

Эта парабола, а также найденные численно для  $\nu = 3$  и  $\gamma = 5/3$  участки сепаратрисс и несколько интегральных кривых обсуждаемого уравнения нарисованы на фиг. 2. В случае решения с ударной волной (фиг. 1,2) точки параболы (1.8) с  $U < 0$ , лежащие справа от точки ее пересечения со второй сепаратриссой, отвечают торможению газа от  $U_{f-} < 0$  перед ударной волной к покою за ней. В силу (1.3), (1.8) и соотношений на ударной волне параметры покоящегося газа сразу за ней равны

$$U_{f+} = 0, \quad \alpha_{f+} = 1 - \frac{\gamma + 1}{2} U_{f-}, \quad R_{f+} = R_{f-}(1 - U_{f-})$$

В плоском случае ( $\nu = 1, n = 0$ ) все выражения в квадратных скобках в уравнениях

(1.6) равны  $\alpha = (U - 1)^2$ . Поэтому после сокращения вместо (1.6) получается система

$$\frac{dU}{d\alpha} = \frac{U}{2\alpha}, \quad \frac{d\tau}{d\alpha} = \frac{\tau}{2\alpha} \quad (1.9)$$

интегрирование которой дает ( $k_i$  – постоянные):  $U = k_1\tau$ ,  $\alpha = k_2\tau^2$ , т.е. в силу (1.3) – однородный поток с  $u \equiv k_1$ . Сокращаемые выражения в скобках сами могут обратиться в нуль. Эта возможность дает "звуковую параболу":  $\alpha = (U - 1)^2$ , которая описывает центрированную волну сжатия с прямолинейными  $C^-$ -характеристиками, фокусирующимися в начало координат  $x = t = 0$ . В результате получается известное автомодельное решение (фиг. 1, д) с постоянными параметрами в треугольнике  $i^\circ of$  между центрированной волной сжатия и ударной волной. В центрированной волне сохраняется соответствующий инвариант Римана [5, 13], что вместе с (1.3) и уравнением звуковой параболы дает

$$\tau = \frac{\gamma - 1}{2} + \frac{\gamma + 1}{2}(U - 1), \quad \alpha = (U - 1)^2$$

Получающиеся отсюда отвечающие НК ( $u \rightarrow -\infty$ ,  $a \rightarrow \infty$ ,  $\tau \rightarrow -0$ ) значения  $U$  и  $\alpha$  совпадают с  $U$  и  $\alpha$ , которые при  $v = 1$  дают формулы (1.7). На первый взгляд, такое совпадение представляется удивительным. Действительно, при  $v = 1$  автомодельное решение в плоскости  $U\alpha$  описывается либо конечным соотношением  $\alpha = (U - 1)^2$ , либо первым дифференциальным уравнением (1.9) с единственной особой точкой – узлом  $U = \alpha = 0$ . С другой стороны, формулы (1.7) дают координаты совсем другой особой точки – седла, которого при  $v = 1$  нет. Возможное разрешение возникшего парадокса – в переходе в (1.6) от дискретного к непрерывному параметру  $v$  и в последующем устремлении  $v$  к единице. При этом первое уравнение из (1.6) имеет седло при всех  $v$ , а его координаты определяются формулами (1.7), в том числе и при  $v = 1$ . В плоском случае вторая сепаратрисса – парабола

$$\alpha = (\gamma - 1)^2 U^2 / 4$$

пересечение которой с линией ударной волны (1.8) дает

$$U_{f-} = \frac{\gamma - 3 - \sqrt{(3 - \gamma)^2 + 4(\gamma^2 - 1)}}{\gamma^2 - 1} \quad (1.10)$$

Для рассматриваемых автомодельных решений при определении работы поршня воспользуемся интегральными законами сохранения массы и энергии, которые для произвольного замкнутого контура  $\Gamma$  плоскости  $xt$  имеют вид

$$\oint_{\Gamma} \rho x^{\nu-1} (dx - u dt) = 0, \quad \oint_{\Gamma} \rho x^{\nu-1} \left[ \left( e + \frac{u^2}{2} \right) dx - \left( h + \frac{u^2}{2} \right) u dt \right] = 0 \quad (1.11)$$

$$e = \frac{a^2}{\gamma(\gamma - 1)}, \quad h = e + \frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{\gamma - 1}$$

В качестве  $\Gamma$  возьмем контур, образованный начальной характеристикой  $oi$ , на которой  $\tau = -1$ ,  $U = 0$  и  $R = \alpha = 1$ , произвольным лучом  $\tau = \text{const} > -1$  и траекторией поршня, где в силу условия непротекания  $dx/dt = u$ . Тогда из (1.11) с учетом (1.3) и того, что  $x_i = 1$ , получим

$$x^\nu R(1 - U) = x^\nu \left( \frac{\alpha}{\tau^2} \right)^{1/(\gamma-1)} (1 - U) = 1 \quad (1.12)$$

$$\frac{A}{Me_0} = \frac{2\alpha(1 - \gamma U) + \gamma(\gamma - 1)(1 - U)U^2}{2\tau^2(1 - U)} - 1$$

Здесь  $x = x(\tau)$  и  $A = A(\tau)$  – координата и работа поршня для любого  $\tau \geq -1$ , а первая формула со "вторым" выражением в левой части в случае фиг. 1,г и д справедлива только под ударной волной.

2. Выписанные выше формулы позволяют сравнивать разные способы НК. Наряду с ИНК (фиг. 1,а с  $x_f \rightarrow 0$ ) и с НК1 (фиг. 1,б) рассмотрим еще две реализации НК: НК2 и НК3. Первая из них получается как предел (при  $x_f \rightarrow 0$ ) состояний, которым на интегральных кривых фиг. 2 отвечает узел в начале координат и  $\tau = 0$ , а на фиг. 1,г и д – отрезки оси  $x$ , т.е. – однородный газ, движущийся к центру. Другая возможность неограниченного сжатия (НК3) получается как такой же (при  $x_f \rightarrow 0$ ) предел состояний газа, остановленного ударной волной  $of$  (фиг. 1,г и д). Перечисленные способы НК в первую очередь будут сравниваться по отношению работ. Сначала эти отношения находятся для сжатия до одинакового конечного  $x_f$ , затем определяются пределы при  $x_f \rightarrow 0$ . Способ сравнения поясняет фигура 1,е, на которой изображены концевые участки соответствующих траекторий поршня вместе с траекториями ударных волн и начальной характеристикой  $oi$ . Координаты  $x$  точек 1, 2 и 3 одинаковы. Для любого "автомодельного" сжатия из первой формулы (1.12)

$$\tau^2 = x^{\nu(\gamma-1)} \alpha (1-U)^{\gamma-1}$$

Отсюда, из (1.2) и из второй формулы (1.12) найдем, что при одинаковых малых  $x$  отношение работы  $A$  автомодельного сжатия к работе  $A_0$  идеального изэнтропического сжатия равно

$$\frac{A}{A_0} \approx \frac{2(1-\gamma U) + \gamma(\gamma-1)(1-U)U^2 / \alpha}{2(1-U)^\gamma}$$

При  $x_f \rightarrow 0$  данная формула становится точной. Подставив в нее  $U$  и  $\alpha$  из (1.7) для НК1,  $U(0) = 0$  и  $U^2(0)/\alpha(0) = K \neq 0$  для НК2 и выразив  $\alpha_{f-}$  через  $U_{f-}$  из (1.8) для НК3, найдем, что

$$\omega_1 \equiv \frac{A_1}{A_0} - 1 = \left[ 1 + \frac{2}{\nu(\gamma-1)} \right]^\gamma - 1, \quad \omega_2 \equiv \frac{A_2}{A_0} - 1 = \frac{\gamma}{2} (\gamma-1) K \quad (2.1)$$

$$\omega_3 \equiv \frac{A_3}{A_0} - 1 = \frac{2 - (\gamma+1)U_{f-}}{(1-U_{f-})^\gamma [2 + (\gamma-1)U_{f-}]} - 1, \quad K = \frac{U^2(0)}{\alpha(0)}$$

В плоском случае  $U_{f-}$  определяется формулой (1.10),  $K = 4/(\gamma-1)^2$  и  $\omega_2 = 2\gamma/(\gamma-1)$ . Ранее эквивалентная формула была получена в [9]. Для цилиндрического и сферического поршней  $K$  и  $U_{f-}$  находятся в процессе численного построения сепаратриссы, идущей из седла (1.7) через узел  $U = \alpha = 0$  до пересечения с линией ударной волны (1.8). Результаты расчетов, выполненных для разных  $\gamma$  и  $\nu$  собраны в табл. 1. Кроме того, явные формулы для  $\nu = 1$  и анализ численных результатов для  $\nu \neq 1$  показывают, что  $\omega_1 \rightarrow \omega_2 \rightarrow \omega_3 \rightarrow \infty$ , а  $A_1/A_2 \rightarrow A_2/A_3 \rightarrow 1$  для всех  $\nu$  и  $\gamma \rightarrow 1$ . Как следует из таблицы, а также из взаимного расположения траекторий поршня на фиг. 1,е (в точке 1 скорость поршня, а следовательно, и давление больше, чем в точке 2, и т.д.):  $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$  при любых фиксированных  $\nu$  и  $\gamma > 1$ . С ростом  $\nu$  и  $\gamma$  каждое  $\omega_i$  уменьшается. Для  $\gamma$ , не близких к единице,  $\omega_3$  в случае сферического поршня лишь слегка превосходит нуль. Поскольку при этом газ за отраженной ударной волной однороден и покоится, т.е. вся работа поршня идет на рост его внутренней энергии, сферические НК3 и ИНК в таких случаях близки по всем сравниваемым характеристикам. Подобная близость есть результат "самоторможения" движущегося к центру газа. С уменьшением  $\gamma$  и с переходом от  $\nu = 3$  к  $\nu = 2$  эффект "самоторможения" ослабевает, а при  $\nu = 1$  полностью отсутствует. Однако при всех  $\nu$  перепад давления на ударной волне конечен и уменьшается с ростом  $\nu$  и  $\gamma$ .

Таблица 1

$\gamma$	$\omega_1$			$\omega_2$			$\omega_3$		
	$v=1$	2	3	1	2	3	1	2	3
1,01	211	105	69,6	202	97,0	62,7	192	87,2	53,4
1,05	48,4	23,5	15,4	42,0	18,6	11,4	34,8	12,7	6,29
1,1	27,5	13,0	8,40	22,0	9,10	5,40	16,1	4,77	1,92
1,2	16,8	7,59	4,81	12,0	4,60	2,64	7,29	1,56	0,42
1,3	13,1	5,73	3,58	8,67	3,15	1,78	4,56	0,75	0,15
1,4	11,3	4,78	2,95	7,00	2,46	1,38	3,27	0,43	0,07
$5/3$	9,10	3,61	2,17	5,00	1,65	0,92	1,85	0,16	0,02
3	7,00	2,37	1,37	3,00	0,90	0,51	0,66	0,03	0,001

НК1 и НК2 при всех  $v$  и  $\gamma$  заметно уступает НК3, причем не только по затрачиваемой на сжатие работе. В случае НК1 сжатый газ крайне неоднороден: при сколь угодно малом  $t = t_1 < 0$  его свойства меняются от свойств несжатого газа в малой окрестности оси  $t$  до экстремально больших скоростей, плотностей, давления и т.п. вблизи поршня. Лагранжеву координату  $m$ , метящую частицы, введем равенством

$$m = \frac{1}{x_i^v \rho_0} \int_0^x \rho dx^v = \int_0^x R(\tau) dx^v$$

в котором интеграл берется на слое  $t = t_1$  и, следовательно,  $\tau = t_1/x$ . В силу закона сохранения массы газа  $0 \leq m \leq 1$ . При  $t = t_1 \rightarrow 0$  сжимаемому поршнем газу отвечает  $-1 \leq \tau < \tau_p$ , где  $\tau = \tau_p \rightarrow 0$  на траектории поршня. При этом, согласно (1.3), (1.5) и (1.7), на поршне для рассматриваемого способа сжатия

$$\frac{u_p}{a_0} \approx \frac{2}{\tau_p [2 + v(\gamma - 1)]}, \quad \frac{a_p^2}{a_0^2} \approx \frac{v(\gamma - 1)^2}{\tau_p^2 [2 + v(\gamma - 1)]^2}, \quad \frac{\rho_p}{\rho_0} = \left( \frac{a_p}{a_0} \right)^{2/(\gamma - 1)} \quad (2.2)$$

Далее можно показать, что при  $t_1$  и  $\tau_p \rightarrow 0$  почти весь газ сосредоточен вблизи поршня, где  $m$  и  $\tau$  связаны равенством

$$m = \left( \frac{\tau_p}{\tau} \right)^l, \quad l = \frac{2 + v(\gamma - 1)}{\gamma - 1} \quad (2.3)$$

а распределения параметров по частицам, т.е. зависимость свойств газа от  $m$ , дается формулами

$$\left( \frac{u}{u_p} \right)^2 \approx \left( \frac{a}{a_p} \right)^2 = \left( \frac{e}{e_p} \right)^2 = \left( \frac{\rho}{\rho_p} \right)^{(\gamma - 1)} \approx m^{2/l} \quad (2.4)$$

При  $t_1 \rightarrow 0$  формулы (2.4) становятся точными, демонстрируя неоднородность бесконечно сжатого газа при НК1.

Наконец, и для НК1, и для НК2 в отличие от ИНК и от НК3, как правило, только небольшая часть работы поршня идет на увеличение внутренней энергии сжатого газа. При НК1 в силу (2.2)–(2.4) отношение  $\eta_1$  внутренней энергии бесконечно сжатого газа к его полной энергии ("коэффициент полезного использования работы") равно

$$\eta_1 = (\gamma - 1) \left( \frac{2 + v}{v} \gamma - 1 \right)^{-1}$$

Таблица 2

$\gamma$	$\eta_1 \cdot 10^2$			$\eta_2 \cdot 10^2$		
	$\nu = 1$	2	3	1	2	3
1,01	0,49	0,98	1,46	0,49	1,02	1,57
1,05	2,33	4,50	6,67	2,33	5,11	8,10
1,1	4,35	8,33	12,0	4,35	9,87	15,6
1,2	7,69	14,3	20,0	7,69	17,9	27,5
1,3	10,3	18,7	25,7	10,3	24,1	35,9
1,4	12,5	22,2	30,0	12,5	28,9	42,0
$5/3$	16,7	28,6	37,5	16,7	37,7	52,0
3	25,0	40,0	50,0	25,0	52,6	66,3

Для НК2 при однородном, движущемся к "центру" газе аналогичный коэффициент дается формулой

$$\eta_2 = 1 / (\omega_2 + 1)$$

с  $\omega_2$  из (2.1). В случае плоского поршня  $\eta_2 = \eta_1$ .

Значения  $\eta_i \cdot 10^2$ , рассчитанные для разных  $\nu$  и  $\gamma$ , собраны в табл. 2. Кроме того,  $\eta_1 \rightarrow \eta_2 \rightarrow 0$  при  $\gamma \rightarrow 1$ . Для  $\nu \neq 1$  и всех  $\gamma$  НК2 по коэффициенту  $\eta$  несколько эффективнее НК1, хотя обе они в этом отношении всегда уступают ИНК и НК3, для которых  $\eta = 1$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-013-17514, 96-01-01825).

Автор признателен Н.И. Тилляевой и В.А. Вострецовоу за помощь в работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Nuckolls J., Wood L., Thiessen A., Zimmerman G. Laser compression of matter to super-high densities: Thermonuclear (CTR) applications // Nature. 1972. V. 239. № 5368. P. 139–142.
2. Clarke J., Fisher H.M., Mason R.J. Laser-driven implosion of spherical DT targets to thermonuclear burn conditions // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. № 3. P. 89–92.
3. Kidder R.E. Theory homogeneous isentropic compression and its application to laser fusion // Nucl. Fusion. 1974. V. 14. № 1. P. 53–60.
4. Nuckolls J.H. The feasibility of inertial – confinement fusion // Phys. Today. 1982. V. 35. № 9. P. 24–31 = УФН. 1984. Т. 143. Вып. 3. С. 467–482.
5. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гостехиздат, 1955. 804 с.
6. Каждан Я.М. К вопросу об адиабатическом сжатии газа под действием сферического поршня // ПМТФ. 1977. № 1. С. 23–30.
7. Забабахин И.Е., Симоненко В.А. Сферическая центрированная волна сжатия // ПММ. 1978. Т. 42. Вып. 3. С. 573–576.
8. Забабахин Е.И., Забабахин И.Е. Явления неограниченной кумуляции. М.: Наука, 1988. 172 с.
9. Крайко А.Н. Вариационная задача об одномерном изэнтропическом сжатии идеального газа // ПММ. 1993. Т. 57. Вып. 5. С. 35–51.
10. Крайко А.Н. О свободном нестационарном расширении идеального газа // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 155–163.
11. Крайко А.Н. Асимптотические закономерности нестационарного расширения идеального газа в пустоту // ПММ. 1994. Т. 58. Вып. 4. С. 70–80.
12. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987. 430 с.
13. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.

Москва

Поступила в редакцию  
27.III.1996