

УДК 532.5:532.135

© 1996 г. Э.Л. Аэро, Н.М. Бессонов, А.Н. Булыгин

**ДИНАМИКА МОМЕНТНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ЖИДКОСТИ**

На основе идей и принципов моментной механики сплошных сред построена динамическая модель моментной анизотропной жидкости (МАЗ). В приближении тонкого слоя выведены уравнения для смазочного слоя. Рассмотрено сдвиговое течение между параллельными поверхностями. Показано, что МАЗ проявляет размерный эффект вязкости и кинематической упорядоченности в ориентации длинных осей молекул. Разработанный подход представляется перспективным для адекватного описания реологии тонких граничных слоев, образующихся вблизи твердой поверхности и определяющих основные закономерности трения.

Эксперименты убедительно показывают, что около твердой поверхности многие жидкости образуют граничные (или приповерхностные) слои толщиной  $\sim 20\text{--}50$  нм, в которых молекулы ориентационно упорядочены. По мнению школы Б.В. Дерягина [1–4], некоторые жидкости вблизи твердой поверхности образуют новую фазу – эпитропный жидкий кристалл, причем было показано [1–4], что влияние твердой поверхности на свойства жидкости распространяются на расстояния до нескольких микрон.

Интерес к данной проблеме объясняется тем, что явления, протекающие в граничных слоях, определяют физическую сущность многих практически важных технологических процессов, таких как флотация, коагуляция, устойчивость дисперсных и коллоидных систем, трение и т.д. Последнее явление представляет самостоятельный интерес и заслуживает особого рассмотрения. Несущую способность узлов трения принято связывать с динамикой ньютоновской жидкости в клиновидном зазоре (эффект масляного клина), в котором возникает динамическое расклинивающее давление. В узких же зазорах порядка микрона и менее, в которых уравнения Навье–Стокса уже не справедливы, существенны адгезионные силы взаимодействия жидкости с твердой поверхностью. Однако проблема количественного учета их влияния на взаимодействие твердых поверхностей пока не решена.

По этой причине вновь возникает принципиальный вопрос о механизме смазочного действия масел и роли жидкокристаллоподобных структур в их микрореологии. Известно, что смектические жидкие кристаллы возникают и в веществах, которые давно используются в качестве добавок к смазочным маслам и смазкам. Это поверхностно-активные вещества, коллоидные мицеллообразующие растворы амфифильных соединений, дающие слоистые структуры. Примером могут служить соли жирных кислот.

В связи с этим актуальна разработка гидродинамической теории граничных слоев, которая позволила бы адекватно описать их реологическое поведение и кинематическую ориентацию, индуцированную твердой поверхностью. Такую теорию можно построить на основе идей и принципов моментной механики сплошной среды [5–7], в частности, модели МАЗ.

**1. Уравнения движения.** Уравнения движения моментной анизотропной жидкости (МАЗ) можно записать в виде

$$\frac{dp}{dt} = -\rho v_{k,k}, \quad \rho \frac{dv_i}{dt} = \sigma_{ik,k} + \rho f_i \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{dS_i}{dt} = \mu_{ik,k} - \sigma_{nm} \varepsilon_{inm} + \rho m_i$$

Здесь  $S_i = J_{ik} \dot{\Omega}_k$ ;  $\sigma_{ik}$  и  $\mu_{ik}$  – несимметричные тензоры силовых и моментных напряжений;  $\rho f_i$  и  $\rho m_i$  – плотности объемных сил и моментов;  $v_i, \dot{\Omega}_i$  и  $J_{ik}$  – поступательная скорость, собственная угловая скорость и момент инерции элементарного участка среды;  $\epsilon_{inm}$  – тензор Леви–Чивиты.

Носителями собственного момента количества движения  $S_i$  в моментных жидкостях, как и в жидких кристаллах, являются сами молекулы, вращающиеся вокруг собственных центров инерции. Расчеты показывают, что спиновый момент количества движения играет существенную роль лишь при сверхвысоких скоростях деформирования (высокие акустические частоты)<sup>1</sup> и оказывается пренебрежимо мал при обычных скоростях деформаций. Собственная угловая скорость  $\dot{\Omega}_i$  в МАЖ складывается из скорости вращения анизотропного направления  $\dot{\Omega}_i^+$  (локальной оси симметрии жидкости в данной точке  $L_i$ ) и скорости вращения вокруг оси анизотропии  $\dot{\Omega}_i^-$

$$\dot{\Omega}_i = \dot{\Omega}_i^+ + \dot{\Omega}_i^-, \quad \dot{\Omega}_i^+ = L_n \frac{dL_m}{dt} \epsilon_{inm}, \quad \dot{\Omega}_i^- = L_i \dot{\Psi}, \quad L_i L_i = 1 \quad (1.2)$$

Вращательные степени свободы МАЖ описываются тремя величинами – двумя компонентами вектора  $L_i$  и параметром  $\dot{\Psi}$ .

В моментной механике (модель Коссера со свободным вращением) собственная угловая скорость  $\dot{\Omega}_i$  представляет собой самостоятельную величину, независимую от  $\dot{\omega} \equiv \nabla \times v / 2$ , которая описывает вращение участка среды как целого.

Локальная деформация участка среды в моментной гидродинамике характеризуется двумя тензорными величинами

$$\dot{e}_{ik} = \frac{1}{2}(v_{i,k} + v_{k,i}), \quad \dot{r}_{ik} = \dot{\Omega}_{i,k} \quad (1.3)$$

Материальные соотношения, т.е. законы, связывающие динамические  $\sigma_{ik}, \mu_{ik}$  и кинематические  $\dot{e}_{ik}, \dot{r}_{ik}$  и  $(\dot{\Omega}_i - \dot{\omega}_i)$  величины для МАЖ можно получить аналогично тому, как это сделано для жидких кристаллов [8], на основе первого и второго законов термодинамики, принципа инвариантности к жесткому вращению, принципа Онзагера, условий материальной симметрии, а также твердо установленных экспериментальных данных относительно реологических свойств граничных слоев. Для случая малых скоростей деформирования (с точностью до линейных членов разложения по  $\dot{e}_{ik}, \dot{r}_{ik}$ ) можно записать

$$\begin{aligned} \sigma_{(ik)} &= -p\delta_{ik} + A_{(ik)(mn)} \dot{e}_{nm} + A_{(ik)j} (\dot{\Omega}_j - \dot{\omega}_j) \\ \sigma_{[ik]} &= A_{[ik](mn)} \dot{e}_{nm} + A_{[ik]j} (\dot{\Omega}_j - \dot{\omega}_j) \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\mu_{ik} = \Theta_{ikmn} \dot{r}_{mn} + L_i \mu_k$$

Здесь  $A_{[ik]j} = A_{[ik]mn} \epsilon_{nmj}$ ;  $A_{(ik)j} = A_{(ik)mn} \epsilon_{nmj}$ ;  $(ik)$  и  $[ik]$  – символы симметризации и антисимметризации;  $A_{iknm}$  и  $\Theta_{ikmn}$  – тензоры сдвиговой и моментной вязкости. Явный

<sup>1</sup> Аэро ЭЛ. Теория распространения звука в жидких кристаллах: Автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук: 15.74.03. Л., 1974. 20 с.

вид этих тензоров можно найти, если учесть материальную симметрию анизотропной жидкости.

Примем, что локально (в каждой точке) МАЖ обладает цилиндрической симметрией ( $L_i$  – орт оси симметрии) и, кроме того, имеет плоскость зеркальной симметрии, перпендикулярную оси цилиндрической симметрии. Другими словами  $L_i$  и  $-L_i$  считаем физически неразличимыми. В этом случае тензоры  $A_{ikmn}$  и  $\Theta_{ikmn}$  можно представить через диады  $L_i L_k$  и абсолютные тензоры  $\delta_{ik}$  и  $\epsilon_{mns}$ . Всего каждый тензор будет содержать восемь независимых параметров, которые можно интерпретировать как коэффициенты вязкости при определенных режимах течения. Окончательно материальные соотношения для МАЖ имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} = & -p\delta_{ik} + a_1 \dot{e}_{ik} + \frac{1}{2}(a_2 + a_6) \dot{e}_{nk} L_n L_i + \frac{1}{2}(a_2 - a_6) \dot{e}_{in} L_n L_k + \\ & + (a_3 L_i L_k + a_4 \delta_{ik}) \dot{e}_{nm} L_n L_m + (a_5 \delta_{ik} + a_4 L_i L_k) \dot{e}_{nm} + \\ & + a_7 (\dot{\Omega} - \dot{\omega})_j \epsilon_{jik} + \frac{1}{2}(a_6 + a_8) L_i N_k + \frac{1}{2}(a_6 - a_8) L_k N_i \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\sigma_{[ik]} = \frac{1}{2} a_6 (\dot{e}_{kn} L_n L_i - \dot{e}_{in} L_n L_k) + a_7 (\dot{\Omega} - \dot{\omega})_j \epsilon_{jik} + \frac{1}{2} a_8 (L_i N_k - L_k N_i)$$

$$\mu_{ik} = \Theta_1 \dot{r}_{ik} + \frac{1}{2} (\Theta_2 + \Theta_6) \dot{r}_{nk} L_n L_i + \frac{1}{2} (\Theta_2 - \Theta_6) \dot{r}_{in} L_n L_k +$$

$$+ (\Theta_3 L_i L_k + \Theta_4 \delta_{ik}) \dot{r}_{mn} L_m L_n + (\Theta_4 L_i L_k + \Theta_5 \delta_{ik}) \dot{r}_{mn} +$$

$$+ \Theta_7 (\dot{r}_{ni} L_n L_k + \dot{r}_{kn} L_n L_i) + \Theta_8 \dot{r}_{ki} + L_i \mu_k$$

$$\mu_k = (a_9 \delta_{ki} + a_{10} L_k L_i n_i)$$

$$n_i = L_j \dot{\Omega}_{j,i} - \dot{\Omega}_j L_{j,i}, \quad N_i = \frac{dL_i}{dt} + L_n \dot{\omega}_n \epsilon_{inn}$$

В силу зеркальной симметрии тензоры  $A_{ikmn}$  и  $\Theta_{ikmn}$  содержат лишь четные диады ( $L_i L_k, L_i L_k L_m L_n$ ) и не содержат нечетные ( $L_i, L_i L_k L_m$ ).

Для несжимаемых сред уравнения (1.1) совместно с материальными соотношениями (1.5) образуют замкнутую систему семи уравнений для семи величин ( $v_i, L_i, \Psi, p$ ). Для сжимаемых сред к искомым величинам добавляется плотность  $\rho$ , а к законам сохранения – уравнение состояния среды.

Полученная система уравнений, как частный случай, содержит уравнения моментной гидродинамики [6, 7]. Их можно получить, если тензоры  $A_{ikmn}$  и  $\Theta_{ikmn}$  усреднить по всем ориентациям и учесть, что

$$\langle L_i L_k \rangle = \frac{1}{3} \delta_{ik}, \quad \langle L_i L_k L_m L_n \rangle = \frac{1}{15} (\delta_{ik} \delta_{nm} + \delta_{im} \delta_{kn} + \delta_{in} \delta_{km})$$

Они также содержат уравнения анизотропной жидкости (модель Эриксона–Лесли). Действительно, если в последнем уравнении (1.1) пренебречь спиновым моментом  $S_i$ , объемным моментом  $\rho m_i$  и вязкими моментными напряжениями, т.е. считать, что

$$S_i = 0, \quad \rho m_i = 0, \quad \mu_{ik} = 0$$

то тензор силовых напряжений станет симметричным и последние два уравнения (1.1) можно записать в виде системы

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \sigma_{(ik),k} + \rho f_i$$

$$\frac{dL_i}{dt} + L_n \dot{\omega}_n \epsilon_{inn} = \lambda (L_i \dot{e}_{kn} L_k L_n - \dot{e}_{in} L_n), \quad \lambda = \frac{a_6}{2a_7 + a_8}$$

впервые предложенной Эриксоном для безмоментной анизотропной жидкости.

2. Уравнения МАЖ для смазочного слоя. Поскольку далее в первую очередь имеются в виду гидродинамические проблемы трения, то представляется целесообразным получить уравнения движения для смазочного слоя. Как видно из (1.5), учет ориентационной упорядоченности молекул жидкости приводит к нелинейным материальным соотношениям.

По этой причине даже для ползущих течений уравнения движения оказываются нелинейными и очень сложными.

Введем безразмерные координаты  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$  и время  $\bar{t}$

$$x = l\bar{x}, \quad y = \delta\bar{y}, \quad z = l\bar{z}, \quad t = \frac{\delta}{U}\bar{t} \quad (2.1)$$

а также безразмерные компоненты скорости  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$  и время  $\bar{p}$

$$u = U_1\bar{u}, \quad v = V_1\bar{v}, \quad w = U_1\bar{w}, \quad p = \frac{\rho U^2}{\text{Re}\epsilon^2}\bar{p} \quad (2.2)$$

Здесь  $l$  – средняя кривизна твердых поверхностей;  $\delta$  – толщина слоя;  $U_i$  и  $V_i$  – продольная и поперечная скорости нижней ( $i = 1$ ) и верхней ( $i = 2$ ) твердых поверхностей соответственно;  $\text{Re} = U_1\rho/\mu$  – число Рейнольдса;  $\epsilon = \delta/l$ ;  $\mu$  – характерная сдвиговая вязкость жидкости, которая может соответствовать одному из восьми коэффициентов ( $a_1, \dots, a_8$ ) или быть их комбинацией.

Можно составить безразмерное число подобия

$$A = \delta\sqrt{\mu}/\Theta \quad (2.3)$$

аналогичное числу Рейнольдса. Здесь  $\Theta$  – характерная моментная вязкость жидкости. При получении уравнений движения для смазочного слоя предполагается, что

$$\epsilon \ll 1, \quad \epsilon \approx \frac{1}{\text{Re}}, \quad \epsilon \approx \frac{1}{l}\sqrt{\frac{\Theta}{\mu}} \quad (2.4)$$

Если учесть (2.1), (2.2) и (2.4) в материальных соотношениях и уравнениях движения, то в нулевом приближении, т.е. пренебрегая слагаемыми  $O(\epsilon)$ , можно получить

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} &= \frac{\partial u}{\partial t}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} &= \frac{\partial w}{\partial t}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \mu_{xy}}{\partial y} - \sigma_1 &= 0, \quad \frac{\partial \mu_{yy}}{\partial y} - \sigma_2 = 0, \quad \frac{\partial \mu_{zy}}{\partial z} - \sigma_3 = 0 \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{4}(b_1 + b_2^+ L_1^2 + b_2^- L_2^2 + 4a_3 L_1^2 L_2^2) \frac{\partial u}{\partial y} + \\ &+ \frac{1}{4}(b_2^+ L_1 L_3 + 4a_3 L_1 L_2^2 L_3) \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} b_3 \Omega_3 + \frac{a_6}{2} \left( L_1 \frac{\partial L_2}{\partial t} + L_2 \frac{\partial L_1}{\partial t} \right) \\ \sigma_{zy} &= \frac{1}{4}(b_2^+ L_1 L_3 + 4a_3 L_1 L_2^2 L_3) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{4}(b_1 + b_2^- L_2^2 + b_2^+ L_3^2 + 4a_3 L_2^2 L_3) \frac{\partial w}{\partial y} - \\ &- \frac{1}{2} b_3 \Omega_1 + \frac{a_6}{2} \left( L_3 \frac{\partial L_2}{\partial t} + L_2 \frac{\partial L_3}{\partial t} \right) \\ \sigma_1 &= -\frac{1}{2} b_3^+ L_1 L_3 \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{2} (2a_7 + b_3^- L_2^2 + b_3^+ L_3^2) \frac{\partial w}{\partial y} + b_3 \Omega_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\sigma_2 = -\frac{b_3^-}{2} L_2 \left( L_3 \frac{\partial u}{\partial y} + L_1 \frac{\partial w}{\partial y} \right) + b_3 \Omega_2$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} (2a_7 + b_3^+ L_1^2 + b_3^- L_2^2) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} b_3^- L_1 L_3 \frac{\partial w}{\partial y} + b_3 \Omega_3$$

$$b_1 = 2a_1 + 2a_7, \quad b_2^\pm = a_2 + a_8 \pm 2a_6, \quad b_3^\pm = a_8 \pm a_6, \quad b_3 = 2a_7 + a_8$$

В уравнениях (2.5) от безразмерных величин вновь перешли к размерным, при этом для давления, компонент поступательной скорости и тензора силовых и моментных напряжений сохранили прежние обозначения. Для вектора собственной угловой скорости в приближении тонкого слоя (с точностью  $O(\epsilon)$ ) имеем

$$\dot{\Omega}_i = L_n \frac{\partial L_m}{\partial t} \epsilon_{inm} \quad (2.6)$$

**3. Краевые условия.** Для решения уравнений движения МАЖ необходимо задать краевые условия. Принимая гипотезу "прилипания", поле поступательной скорости  $v$  на твердой поверхности  $s$  можно записать, как и в обычной гидродинамике

$$v(\mathbf{r}, t)|_s = V_s \quad (3.1)$$

где  $V_s$  – поступательная скорость движения твердой поверхности  $s$ . Граничные условия для вектора  $L(\mathbf{r}, t)$  должны отражать механизм взаимодействия МАЖ с твердой поверхностью. Поскольку этот механизм в деталях далеко не ясен, то будем в первом приближении исходить из предположения о "жесткой" ориентации длинных осей молекул на твердой поверхности. В этом случае

$$L(\mathbf{r}, t)|_s = L_s \quad (3.2)$$

где  $L_s$  – вектор ориентации длинных осей молекул на твердой поверхности. Кроме того, будем считать заданными как начальное поле поступательной скорости, так и начальную ориентацию длинных осей молекул, т.е.

$$v(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = V_0(\mathbf{r}), \quad L(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = L_0(\mathbf{r}) \quad (3.3)$$

Краевые условия (3.1)–(3.3) позволяют в принципе проинтегрировать уравнения движения МАЖ и определить поле поступательной скорости  $v(\mathbf{r}, t)$  и ориентации длинных осей молекул  $L(\mathbf{r}, t)$ .

В литературе по теории жидкостей с микроструктурой делаются и другие предположения о механизме взаимодействия молекул жидкости с твердой поверхностью и сформулированы другие варианты граничных условий [9, 10].

**4. Слой МАЖ между параллельными пластинами.** В качестве иллюстрации реологических эффектов МАЖ рассмотрим ее течение между параллельными пластинами. Будем для определенности считать, что нижняя пластина неподвижна, а верхняя отстоит от нижней на расстояние  $h$  и движется вдоль оси  $x$  с постоянной скоростью  $U$ . Угол  $\Phi = \Phi(y, t)$  будем отсчитывать от оси  $y$ . Тогда, учитывая симметрию течения, можно записать

$$v = u(y)e_x, \quad L = e_x \sin \Phi + e_y \cos \Phi \quad (4.1)$$

Подставляя (4.1) в уравнения движения (2.5), заключаем, что  $p = \text{const}$ . Без потери общности можно принять, что  $p = 0$ . Введем для размерных величин масштабы:

$$[\eta] = \eta_\perp, \quad [u] = U, \quad [\theta] = \theta_\perp, \quad [y] = h, \quad [t] = h/U, \quad [\sigma] = U\eta_\perp/h$$

$$\eta_\perp = (b_1 + b_2^-)/4, \quad \eta_\parallel = (b_1 + b_2^+)/4 \quad (4.2)$$

Тогда система уравнений движения и материальные соотношения, а также граничные и начальные условия переписутся в виде

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\eta}_1 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{\eta}_2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{\theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial t} \right) + A^2 \left( \bar{\eta}_2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{\eta}_\omega \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.4)$$

$$u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=1} = 1, \quad u|_{t=0} = u(y, 0) \quad (4.5)$$

$$\Phi|_{y=0} = \Phi_0, \quad \Phi|_{y=1} = \Phi_h, \quad \Phi|_{t=0} = \Phi(y, 0)$$

Здесь

$$\bar{\theta} = \bar{\theta}_\parallel \sin^2 \Phi + \cos^2 \Phi, \quad \bar{\eta}_1 = \cos^2 \Phi + \bar{\eta}_\parallel \sin^2 \Phi + \bar{\eta}_+ \sin^2 \Phi \cos^2 \Phi$$

$$\bar{\eta}_2 = \frac{1}{2} [(\bar{\eta}_\omega - \bar{\eta}_\parallel + 1) \cos^2 \Phi + (\bar{\eta}_\omega + \bar{\eta}_\parallel - 1) \sin^2 \Phi]$$

$$\bar{\eta}_\parallel = \frac{\eta_\parallel}{\eta_\perp}, \quad \bar{\eta}_+ = \frac{\eta_+}{\eta_\perp}, \quad \bar{\eta}_\omega = \frac{\eta_\omega}{\eta_\perp}, \quad \bar{\theta}_\parallel = \frac{\theta_\parallel}{\theta_\perp}, \quad A^2 = \frac{h^2 \eta_\perp}{\theta_\perp}$$

$$\eta_+ = a_3, \quad \eta_\omega = b_3$$

Далее черту над безразмерными величинами опустим. Проинтегрировав уравнение (4.3) по  $y$ , получим

$$\eta_1 \frac{\partial u}{\partial y} - \eta_2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \tau(t) \quad (4.6)$$

где  $\tau$  зависит от времени, если длинные оси молекул "проворачиваются" относительно твердой поверхности. В случае их жесткого закрепления по условию (4.5)  $\tau$  не зависит от  $t$ .

Решая уравнение (4.6) относительно  $\partial u / \partial y$  и подставляя результат в (4.4), получим уравнение для определения  $\Phi(y, t)$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial t} \right) + A^2 \left[ \left( \frac{\eta_2^2}{\eta_1} - \eta_\omega \right) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\eta_2 \tau}{\eta_1} \right] = 0 \quad (4.7)$$

Для случая, когда

$$\eta_\parallel = 1, \quad \theta_\parallel = 1, \quad \eta_+ = 0$$

решение уравнения (4.7) можно получить в аналитическом виде

$$u = \frac{\eta_\omega}{2(2\alpha + \eta_\omega \Delta)} \left[ \frac{4\alpha y}{\eta_\omega} - \sinh(\alpha y) + \Delta(1 - \cosh(\alpha y)) \right]$$

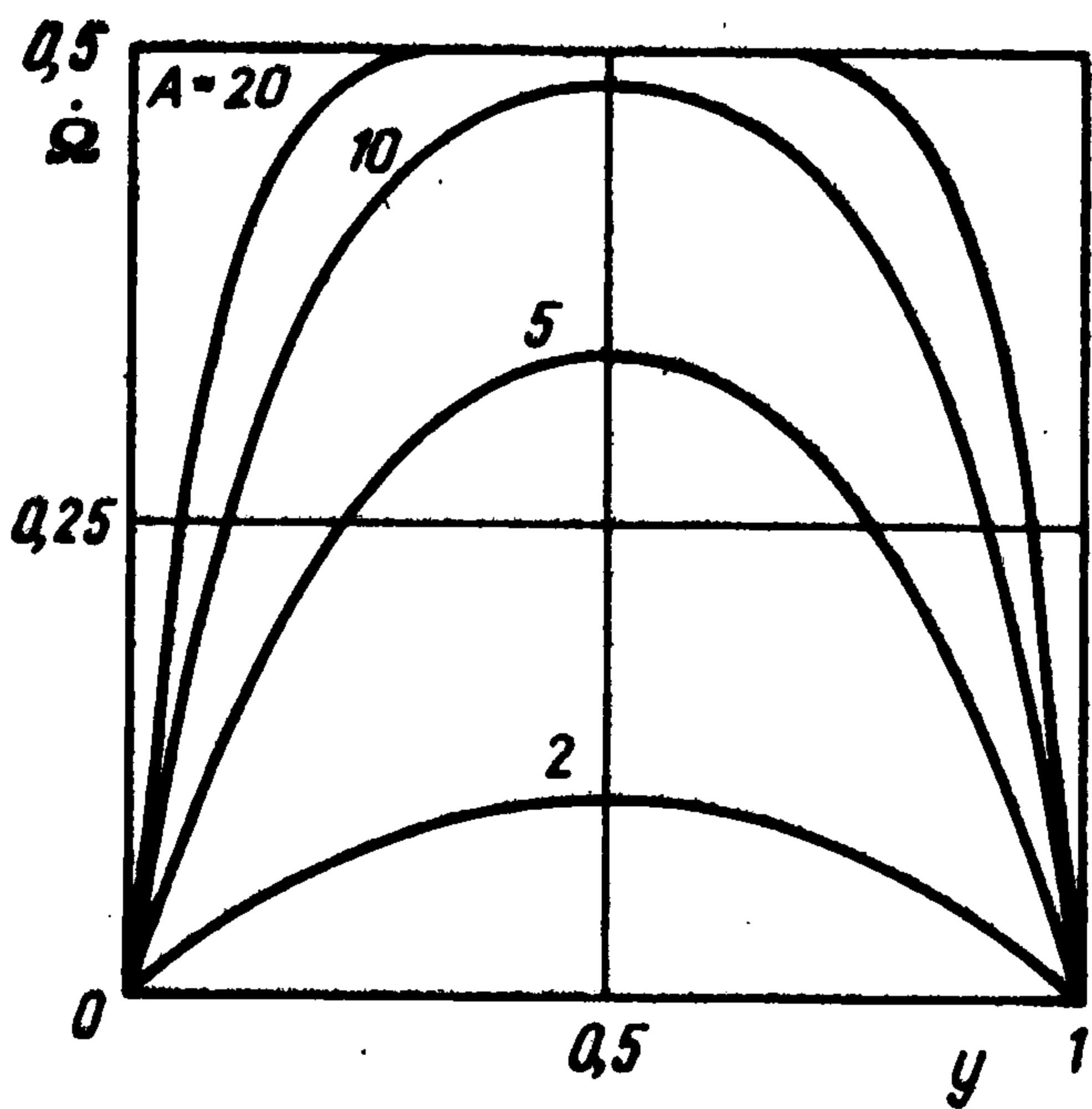
$$\Phi = \Phi(y, 0) + \frac{\alpha t}{2\alpha + \eta_\omega \Delta} [1 - \cosh(\alpha y) - \Delta \sinh(\alpha y)] \quad (4.8)$$

$$\Phi(0, 0) = \Phi_0, \quad \Phi(h, 0) = \Phi_h$$

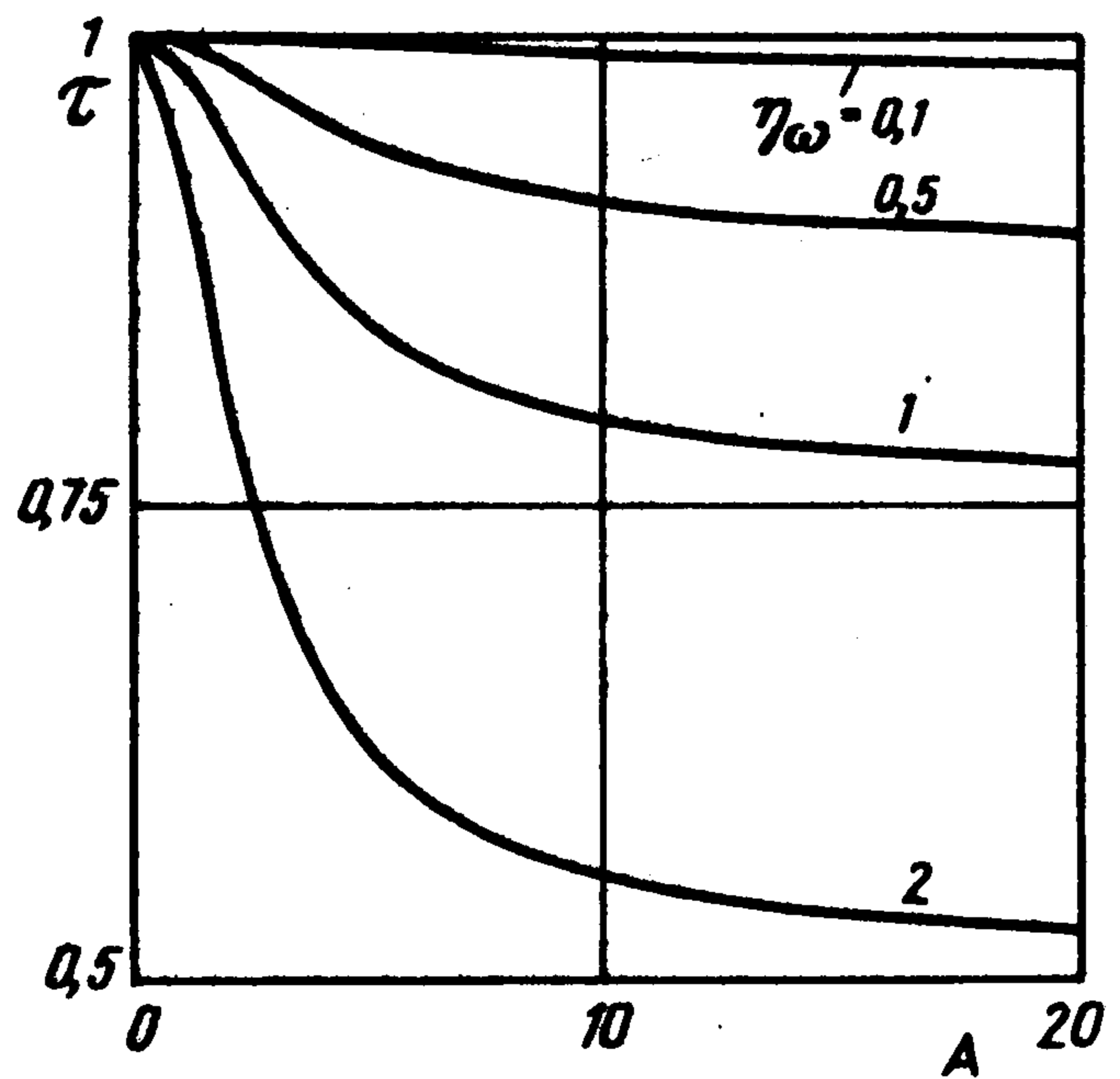
$$\sigma_{xy}|_{y=0} = \tau = \frac{1 - \eta_\omega / 4}{1 - [\eta_\omega \tanh(\alpha / 2)] / (2\alpha)}$$

$$\alpha^2 = A^2 \eta_\omega \left( 1 - \frac{\eta_\omega}{4} \right), \quad \Delta = \frac{1 - \cosh \alpha}{\sinh \alpha}$$

На фиг. 1 изображены профили собственной угловой скорости жидкости  $\dot{\Omega} = \partial \Phi / \partial t$  по сечению слоя при  $\eta_\omega = 0.5$  в зависимости от параметра  $A$ . Видно, что в толстых слоях ( $A = 20$ ) течение в ядре потока приближается к классическому случаю: частицы жидкости



Фиг. 1



Фиг. 2

вращаются с постоянной угловой скоростью, равной угловой скорости  $\dot{\omega}$  вращения участка среды как целого. Ориентационное действие твердых поверхностей проявляется при этом лишь в узком пристенном слое. Его толщину можно оценить из закона асимптотического приближения  $\dot{\Omega}$  к  $\dot{\omega}$ . Из второго равенства (4.8) следует, что

$$\dot{\Omega}_{\max} = \frac{1}{2} - \exp(-\alpha/2)$$

Если ограничиться точностью 0,1 и принять, что  $\alpha = 4$ , можно получить

$$h = 4 \sqrt{\frac{\theta_{\perp}}{\eta_{\perp} \eta_{\omega} (1 - \eta_{\omega}/4)}}$$

т.е. толщина пристенного слоя жидкости определяется ее реологическими свойствами.

По мере уменьшения толщины слоя (при уменьшении параметра  $A$ ) ориентирующее действие твердых поверхностей распространяется на всю глубину слоя – пристенные слои перекрываются, а угловые скорости вращения осей анизотропии "замораживаются",

т.е.  $\dot{\Omega} \rightarrow 0$ .

Из фиг. 1 также видно, что угловая скорость вращения частиц жидкости максимальна в середине слоя и плавно убывает по мере приближения к твердым поверхностям. Из этого, в частности, следует, что коэффициент двулучепреломления такого слоя будет плавно уменьшаться от твердой поверхности к середине слоя [11], что качественно полностью соответствует имеющимся экспериментальным данным [1–4]. В данном диапазоне параметров профиль поступательной скорости  $u$  мало отличается от классического линейного профиля.

На фиг. 2 представлены сдвиговые напряжения  $\tau = \sigma_{xy}|_{y=0}$ , действующие на твердую поверхность, при различных значениях вращательной вязкости. Эти зависимости показывают, что слой МАЖ проявляет размерный эффект: в широких зазорах, когда  $A \rightarrow \infty$ , имеем  $\mu_e \rightarrow \eta_{\perp}(1 - \eta_{\omega}/4)$ ; в узких зазорах, при  $A \rightarrow 0$ , эффективная вязкость жидкости  $\mu_e \rightarrow \eta_{\perp}$ . Размерный эффект вязкости тем больше, чем больше вращательная вязкость  $\eta_{\omega}$ .

В общем случае, т.е. при учете анизотропии сдвиговой и моментной вязкостей как собственная угловая скорость, так и поступательная скорость жидкости оказываются сложными функциями времени. Анализ их влияния на основные реологические характеристики слоя требует особого рассмотрения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (94-01-00450-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Дерягин Б.В., Алтоиз Б.А., Поповский Ю.М., Шибалева Е.Ю.* Влияние поверхности на образование и свойства граничных мезофаз // Докл. АН СССР. 1989. Т. 305. № 6. С. 1392–1395.
2. *Дерягин Б.В., Алтоиз Б.А., Никитенко И.И.* Исследование структурных характеристик эпитропных ЖК-фаз некоторых органических жидкостей // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300. № 2. С. 377–380.
3. *Derjaguin B.V.* Surface forces in thin films and disperse systems // Selected works. 1. Progress in surface science. Pergamon press. 1992. V. 40. P. 1–465.
4. *Матвеевко В.Н., Курсанов Е.А.* Ориентационная упорядоченность изотропной фазы нематогенных соединений на границе с твердым телом // Коллоидный ж. 1994. Т. 56. № 2. С. 197–200.
5. *Аэро Э.Л., Кувшинский Е.В.* Континуальная теория асимметрической упругости // Физика твердого тела. 1964. Т. 6. № 9. С. 2689–2699.
6. *Аэро Э.Л., Булыгин А.Н., Кувшинский Е.В.* Асимметричная гидродимеханика // ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 2. С. 297–308.
7. *Eringen A.C.* Simple microfluids // Intern. J. Eng. Sci. 1964. V. 2. N 2. P. 205–217.
8. *Аэро Э.Л., Булыгин А.Н.* Гидромеханика жидких кристаллов // Итоги науки и техники. сер. Гидромеханика. М.: ВИНТИ. 1973. Т. 7. С. 106–214.
9. *Migin N.P.* On hydrodynamic boundary conditions for microstructural fluids // Rheol. Acta. 1984. V. 23. N 6. P. 575–581.
10. *Bessonov N.M.* Generalized Reynolds equation for micropolar fluid with microrotations near surface and its application to journal bearing // Trans. ASME. J. Tribology. V. 116. N 3. P. 654–657.
11. *Цветков В.Н., Эскин В.Е., Френкель С.Я.* Структура макромолекул в растворах. М.: Наука, 1964. 719 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию  
30.I.1995