

УДК 533.6

© 1996 г. В.У. Набиев, С.В. Утюжников

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ СВЕРХЗВУКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ЧЕРЕЗ КРУПНОМАСШТАБНУЮ НЕОДНОРОДНОСТЬ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ

Исследуется свободное пространственное движение притупленного тела вращения через всплывающее в стратифицированной атмосфере крупномасштабное облако нагретого газа (термик). Рассматриваются удлиненные составные тела типа сфера-конус, свободное сверхзвуковое движение которых сопровождается, как правило, малыми углами атаки. Для определения траектории тела и его ориентации в пространстве предлагается высокоэффективный численный метод, являющийся обобщением на пространственный случай описанного ранее [1] метода для двумерной постановки и основанного на одновременном решении задач обтекания и движения твердого тела. На основе этого метода исследуется влияние всплывающего термика на траекторию, ориентацию тела в пространстве и устойчивость полета в трехмерной постановке. Рассматривается изменение траектории тела и его ориентации в пространстве в зависимости от положения центра масс. Показано, что наличие термика может приводить к значительному изменению траектории тела и потере устойчивости полета.

Ранее [2] аналогичная задача была рассмотрена в предположении, что траектория движения тела лежит в плоскости симметрии термика.

1. Постановка задачи. Предполагается, что в начальный момент времени в стратифицированной атмосфере Земли образовалось облако нагретого газа со следующими параметрами:

$$T(h, r) = T_a(h, r) + (T_{\max} - T_a(h)) \exp(-(lR_T^{-1})^2)$$

где $R_T = 4,8$ км, $T_{\max} = 10^4$ К, $T_a(h)$ – температура невозмущенной атмосферы на высоте h , l – расстояние от центра сферического объема. Положение максимума температуры соответствует высоте $H = 20$ км.

Под действием архимедовой силы облако всплывает, образуя вихревое кольцо. Процесс вихреобразования сопровождается интенсивным турбулентным перемешиванием холодных и горячих слоев воздуха.

Через 15 с после начала всплытия облака в него влетает тело, имеющее форму затупленного на сфере конуса с радиусом затупления $R_0 = 0,1$ м, углом полураствора $\zeta = 15^\circ$, длиной $L = 2$ м и массой 1 т. Полагается, что центр масс тела находится на расстоянии L_c от вершины. В начальный период времени (пока термик не влияет на движение тела) плоскость траектории находится на прицельном расстоянии 500 м от оси симметрии термика, которая расположена в правом полупространстве по отношению к направлению движения тела. Момент времени, когда тело находится на расстоянии 6000 м от оси симметрии термика, принимается в дальнейшем за начальный. В этот момент времени тело имеет высоту 22000 м и горизонтально движется со скоростью 2000 м/с. Угол атаки в начальный момент времени равен

нулю, что соответствует совпадению углов тангажа и наклона траектории тела, а также углов рыскания и курса.

Рассматриваются два значения $L_c = 50$ см и $L_c = 140$ см, характеризующие случаи соответственно большого и малого запасов устойчивости тела.

2. Метод решения. Численный метод расчета конвективно-диффузионного движения воздуха в области термика описан в [3]. В этой же работе исследуется движение затупленного тела по заданной прямолинейной траектории, а также особенности течения газа в ударном слое около тела.

Траектория движения центра масс тела определяется системой уравнений [4]

$$\begin{aligned} \dot{r} &= v \sin \theta, \quad \dot{\varphi} = \frac{v}{r} \cos \theta \sin \psi, \quad \dot{\lambda} = \frac{v}{r} \cos \theta \frac{\cos \psi}{\cos \varphi} \\ m\dot{v} &= F_\tau + mr\omega_3^2 (\cos \varphi \sin \theta - \sin \varphi \sin \psi \cos \theta) \cos \varphi \\ m\dot{v}\dot{\theta} &= F_n + \frac{mv^2}{r} \cos \theta + 2mv\omega_3 \cos \varphi \cos \psi + \\ &+ mr\omega_3^2 (\sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi) \cos \varphi \\ m\dot{v}\dot{\psi} \cos \theta &= F_k - \frac{mv^2}{r} \operatorname{tg} \varphi \cos^2 \theta \cos \psi - \\ &- 2mv\omega_3 (\sin \varphi \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta \sin \psi) - mr\omega_3^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \psi \end{aligned} \quad (2.1)$$

Система уравнений (2.1) записана в геоцентрической неинерциальной сферической системе координат, жестко связанной с Землей; центр системы координат совпадает с центром Земли. Здесь \mathbf{r} – радиус-вектор центра масс, $r = |\mathbf{r}|$; φ , λ – географические широта и долгота соответственно; v – модуль вектора \mathbf{v} скорости центра масс; θ – угол наклона траектории; ψ – угол курса; m – масса тела, ω_3 – угловая скорость вращения Земли; правая ортонормированная тройка векторов ($\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{n} , \mathbf{k}) представляет собой сопровождающий базис траектории центра масс тела ($\boldsymbol{\tau}$ – орт касательной, $\mathbf{v} = v \cdot \boldsymbol{\tau}$, \mathbf{n} – орт нормали, \mathbf{k} – орт бинормали к траектории); F_τ , F_n , F_k – компоненты главного вектора \mathbf{F} сил, действующих на тело, в сопровождающем базисе. Начальные значения величин φ , λ , θ и ψ полагались равными нулю.

Главный вектор сил \mathbf{F} представляется в виде: $\mathbf{F} = \mathbf{F}^a + \mathbf{F}^g$, где первое слагаемое – результирующая аэродинамических сил, действующих на тело, второе слагаемое – гравитационная сила.

Ориентация тела в пространстве определяется системой уравнений Эйлера движения твердого тела [5].

Распределение масс тела полагается осесимметричным. Предполагается, что угловая скорость вращения тела вокруг собственной оси симметрии достаточно мала, так что параллельными оси симметрии тела аэродинамическими моментами вязкостного характера можно пренебречь. Такое предположение сводится к требованию малости угловой скорости собственного вращения тела в начальный момент времени. В расчетах, результаты которых представлены ниже, угловая скорость вращения тела в начальный момент для простоты полагалась равной нулю.

Движения газа около тела описывалось полной системой уравнений пространственного вязкого ударного слоя (ПВУС) (см., например, [6, 7]). Для решения системы ПВУС применялся метод малого параметра [7], которым является угол атаки, в сочетании с методом глобальных итераций [6, 7].

В результате в следующем виде получаются: коэффициенты лобового сопротивления $C_x = C_x^{(0)}$, подъемной силы $C_y = \alpha C_y^{(1)}$ и аэродинамического момента $M_z = \alpha M_z^{(1)}$. Здесь $C_x^{(0)}$, $C_y^{(1)}$ и $M_z^{(1)}$ уже не зависят от значения угла атаки α .

В пространственной постановке задачи угол атаки является трехмерным вектором α , который определяется вектором скорости движения центра масс тела относительно среды V и единичным вектором оси симметрии тела l , направленным от центра масс тела к вершине. Модуль пространственного угла атаки

$$\alpha = \arccos(VV^{-1}, l),$$

а направление определяется вектором $[V, l]$. Таким образом, пространственный угол атаки

$$\alpha = \frac{[V, l]}{|[V, l]|} \arccos(VV^{-1}, l) \approx V^{-1}[V, l]$$

(в силу малости угла атаки).

Полная аэродинамическая сила F^a , действующая на тело, является суммой силы лобового сопротивления F^r и подъемной силы F^l , причем

$$F^r = -\frac{\rho V^2 S}{2} C_x l, \quad F^l = \frac{\rho V^2 S}{2} C_y^{(1)}[\alpha, l]$$

(ρ – плотность набегающего потока, S – площадь поперечного сечения тела у его основания).

Полный момент сил M , действующих на тело, представляет собой сумму аэродинамического момента M^a , связанного с ориентацией тела относительно набегающего потока, и демпфирующего момента M^d , возникающего вследствие вращательного движения тела относительно среды.

Аэродинамический момент сил относительно центра масс тела

$$M^a = \frac{1}{2} \rho V^2 S L M_z^{(1)} \alpha$$

При положительном знаке $M_z^{(1)}$ момент сил сонаправлен с углом атаки, что приводит к увеличению последнего. Полет в этом случае неустойчивый.

Демпфирующий момент

$$M^d = \frac{1}{2} \rho V S L^2 M_\Omega \Omega_\perp$$

где M_Ω – коэффициент демпфирующего момента, Ω_\perp – составляющая вектора угловой скорости вращения тела Ω , ортогональная оси симметрии тела. (Влиянием вращения тела вокруг собственной оси симметрии на движение газа пренебрегается.) Для учета момента демпфирования в общем случае приходится решать нестационарную задачу обтекания. В данной работе коэффициент M_Ω определялся на основе теории Ньютона [8], которая дает приемлемую оценочную точность уже при числах Маха набегающего потока $M_\infty \approx 3$. При этом в проведенных расчетах характерное отношение M^d/M^a было порядка 10^{-2} – 10^{-3} , в силу чего демпфирующим моментом в настоящей постановке практически можно было пренебречь.

Решение всей системы определяющих уравнений осуществляется следующим образом.

Запишем систему уравнений движения тела в виде

$$\frac{d}{dt} \xi = F(\xi, A, Q), \quad A = \left\| C_x^{(0)} C_y^{(1)} M_z^{(1)} \right\|^T \quad (2.2)$$

Здесь ξ – искомый вектор, полностью описывающий кинематические характеристики движения тела (координаты, скорости, углы); вектор Q имеет своими компонентами необходимые для расчета параметры термика (горизонтальная и вертикальная компоненты скорости потока в термике, плотность и температура воздуха в

рассматриваемой точке пространства и момент времени); A – вектор аэродинамических коэффициентов, причем $A = A(\xi, Q)$, $Q = Q(\xi, t)$; зависимость вектора Q от времени обусловлена движением газа в термике.

В начальный момент времени решается система уравнений вязкого ударного слоя при заданных параметрах набегающего потока. Затем в течение времени Δt_g интегрируется система уравнений баллистики по определению положения и скорости центра масс, а также ориентации тела в пространстве с фиксированными значениями C_x , $C_y^{(1)}$ и $M_z^{(1)}$ и с переменным углом атаки α . Шаг Δt_g определяется характерным временем изменения параметров набегающего потока, которое намного превосходит характерное время изменения угла атаки (тело совершает колебания около положения, соответствующего $\alpha = 0$), вследствие чего шаг интегрирования системы уравнений баллистики $\Delta t_b \ll \Delta t_g$.

Рассмотрим систему (2.2) на отрезке времени $[t^n, t^{n+1}]$, где $t^{n+1} = t^n + (\Delta t_g)^n$. Предположим, что в момент t^n известны значения и производные по времени векторов ξ и Q , полученные при интегрировании системы (2.2) на предыдущем временном интервале $[t^{n-1}, t^n]$, а также значения A^{n-1} и A^n вектора A в моменты времени t^{n-1} и t^n . Положим $\xi^n = \xi(t^n)$.

Решение системы (2.2) на интервале $[t^n, t^{n+1}]$ производится по схеме "предиктор-корректор".

На этапе "предиктор" интегрируется система

$$\frac{d}{dt} \xi_0 = F(\xi_0, U_0^n(t), G^n(t)), \quad \xi_0(t^n) = \xi^n \quad (2.3)$$

где

$$U_0^n(t) = A^n + \frac{A^n - A^{n-1}}{(\Delta t_g)^{n-1}} (t - t^n)$$

$G^n(t)$ – локальный сплайн, аппроксимирующий функцию $Q(t)$ на отрезке $[t^n, t^{n+1}]$, построенный по значениям функции $Q(t)$ и ее производных в точках t^n и t^{n+1} .

На этапе "корректор" интегрируется система

$$\frac{d}{dt} \xi = F(\xi, U^n(t), G^n(t)), \quad \xi(t^n) = \xi^n \quad (2.4)$$

где

$$U^n(t) = A^n + \frac{A_0^{n+1} - A^n}{(\Delta t_g)^n} (t - t^n)$$

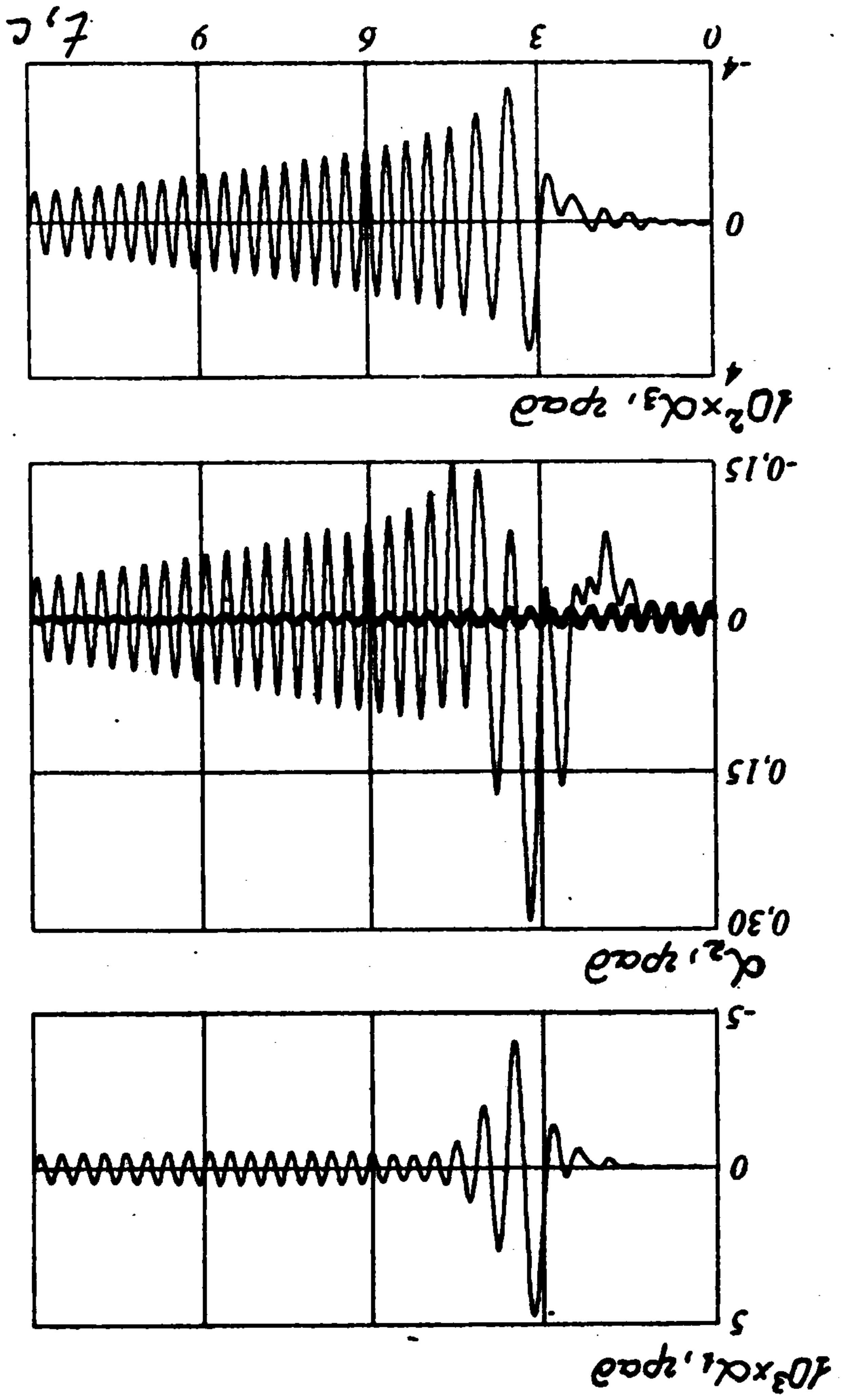
$$A_0^{n+1} = A(\xi_0^{n+1}, Q(\xi_0^{n+1}, t^{n+1}))$$

ξ_0^{n+1} – значение решения системы (2.3) при $t = t^{n+1}$; A_0^{n+1} – значение вектора A в момент $t = t^{n+1}$, которое получается из решения задачи обтекания с параметрами набегающего потока, определяемыми вектором ξ_0^{n+1} . Ввиду близости значений $A^{n+1} = A(\xi(t^{n+1}), Q(\xi(t^{n+1}), t^{n+1}))$ и A_0^{n+1} , для решения задачи на временном интервале $[t^{n+1}, t^{n+2}]$ полагается $A^{n+1} = A_0^{n+1}$.

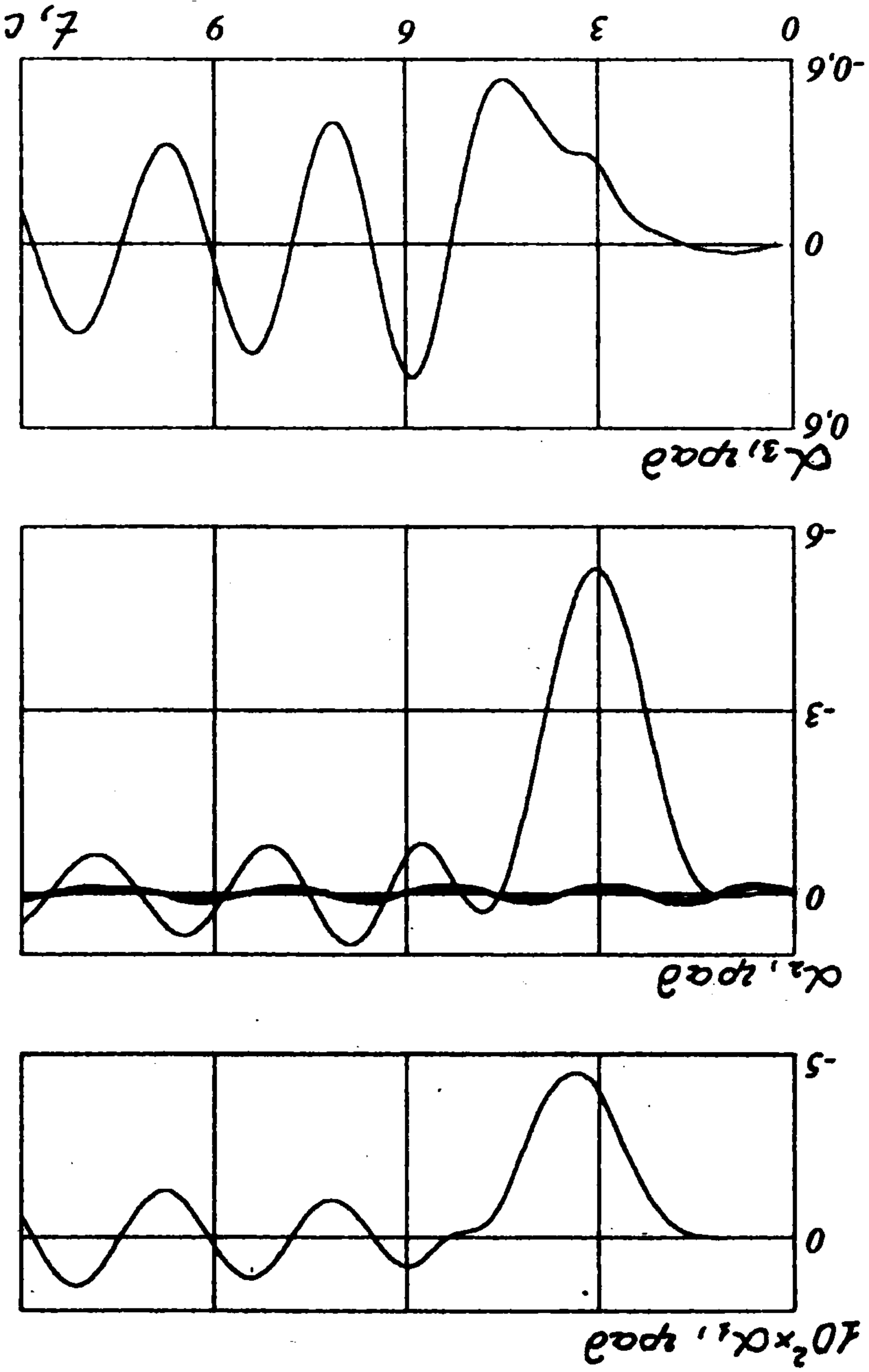
Решение систем (2.3) и (2.4) осуществляется методом последовательных приближений, который реализуется за 2–4 итерации с погрешностью менее 1%. При этом в качестве начального приближения для $G^n(t)$ на этапе "предиктор" берется функция

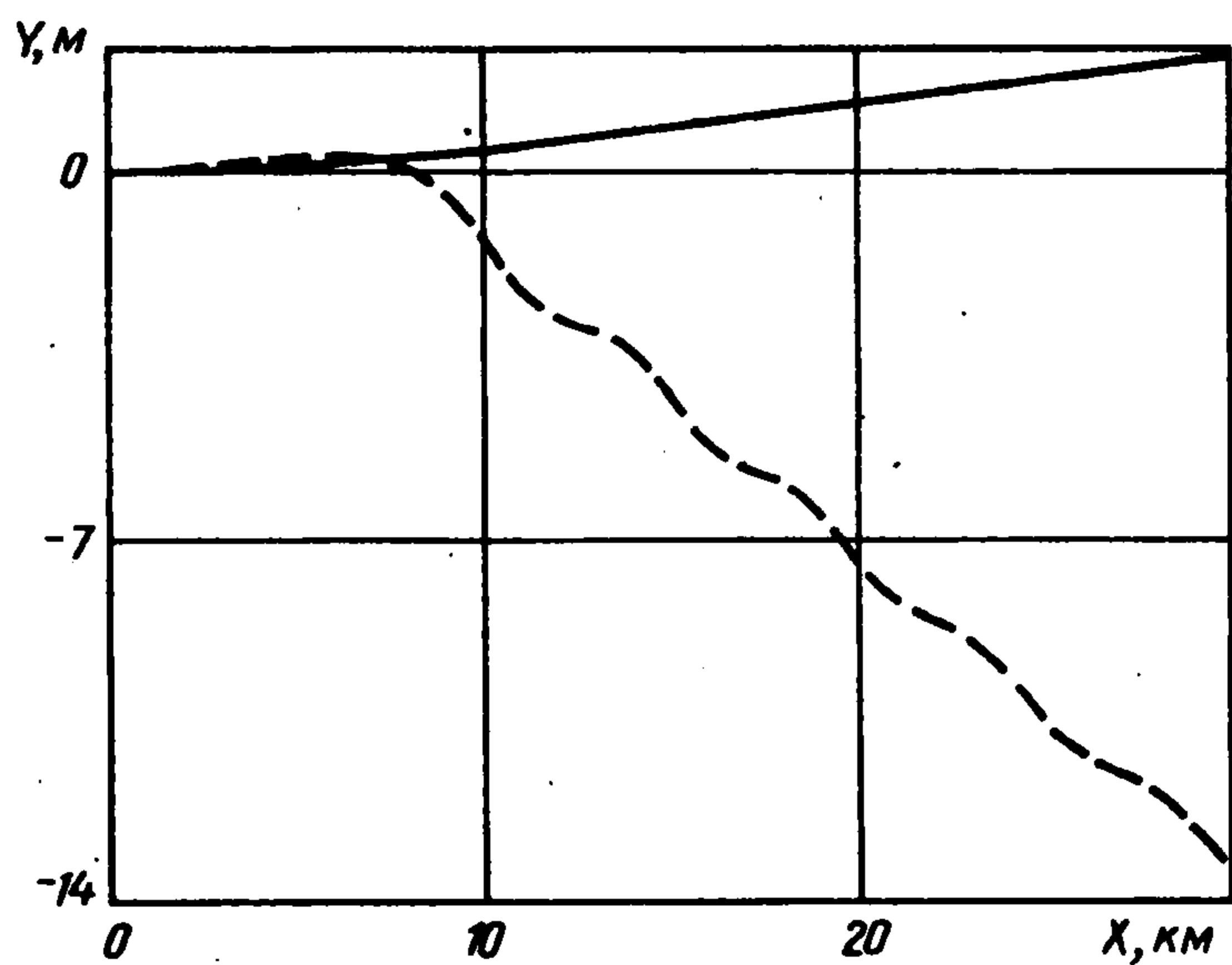
$$G_0^n(t) = Q(t^n) + \frac{d}{dt} Q(t^n)(t - t^n) + \frac{d^2}{dt^2} Q(t^n)(t - t^n)^2$$

Фиг. 1



Фиг. 2





Фиг. 3

Интегрирование системы (2.4) с точностью $O(\Delta t_g^2)$ дает решение исходной системы (2.2).

На каждой итерации метода последовательных приближений системы уравнений (2.3), (2.4) интегрировалась на основе метода Рунге–Кутты третьего порядка точности по Δt_b . Заметим, что система (2.2) является жесткой, так как характерные времена изменений искоемых величин в уравнениях по определению ориентации тела много меньше, чем в уравнениях (2.1). Однако на каждой итерации метода Рунге–Кутты, после линеаризации момента сил \mathbf{M} и

компонент вектора $\mathbf{\Omega}$ в правых частях уравнений Эйлера движения твердого тела, последние легко интегрируются аналитически, что позволяет значительно снизить требования к шагу интегрирования Δt_b .

В силу того, что при каждом последующем решении уравнений ПВУС (через промежуток времени Δt_g) использовалось хорошее начальное приближение с предыдущего решения, для сходимости требовалось всего 3–5 глобальных итераций.

Характерное отношение $\Delta t_b/\Delta t_g$ составляло 10^{-2} – 10^{-3} . Шаг по времени Δt_g принимал значения 0,2–3 с в зависимости от скорости изменения параметров набегающего потока вдоль траектории полета.

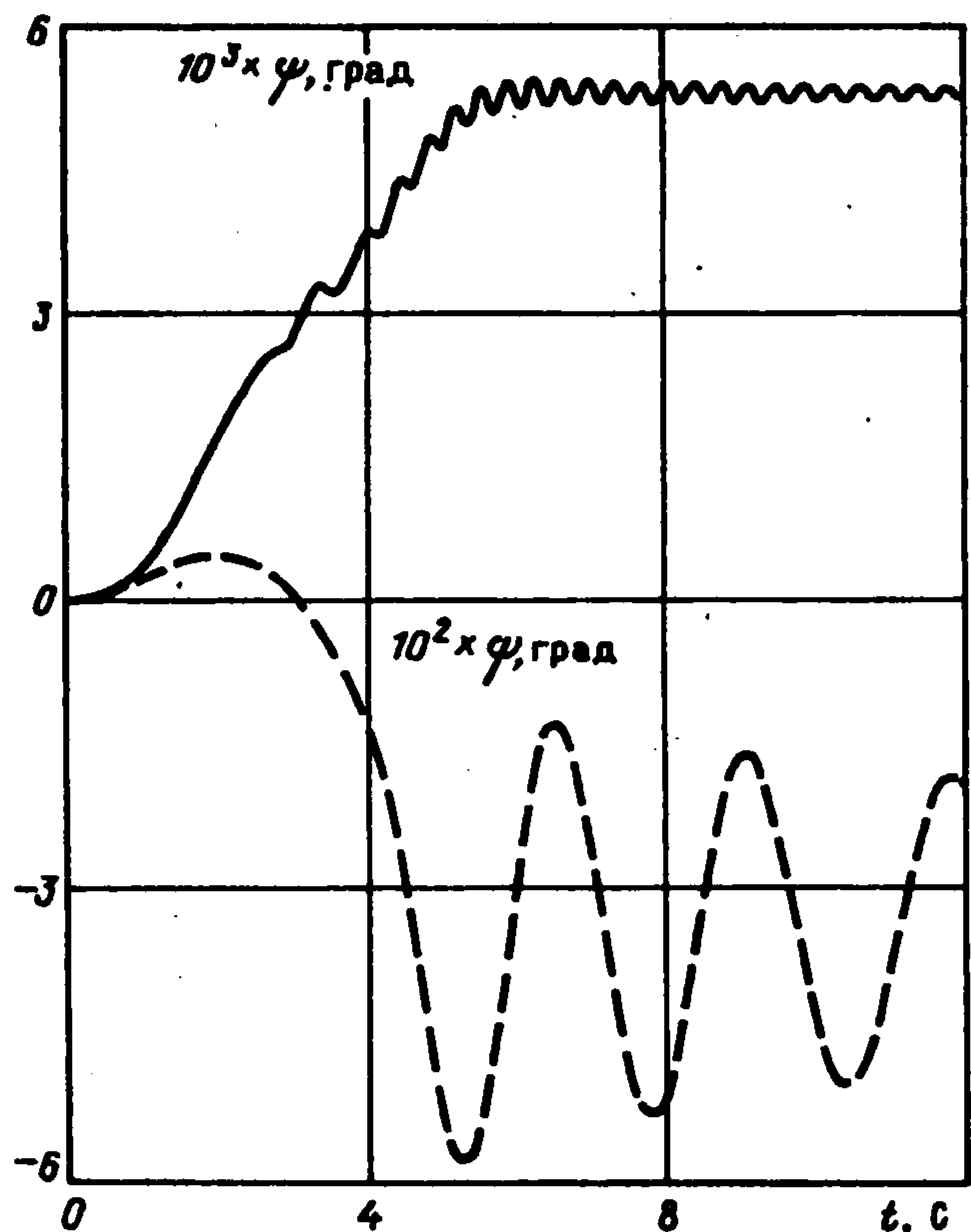
Характерное время расчета промежутка физического времени Δt_g составляло 35–40 минут на IBM 386/387.

3. Результаты. Для рассматриваемых значений L_c центр давления в невозмущенной атмосфере оказывается позади центра масс, и полет тела является статически устойчивым. При движении тела к центру термика плотность набегающего потока быстро падает, а температура растет, что приводит к уменьшению чисел Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞ .

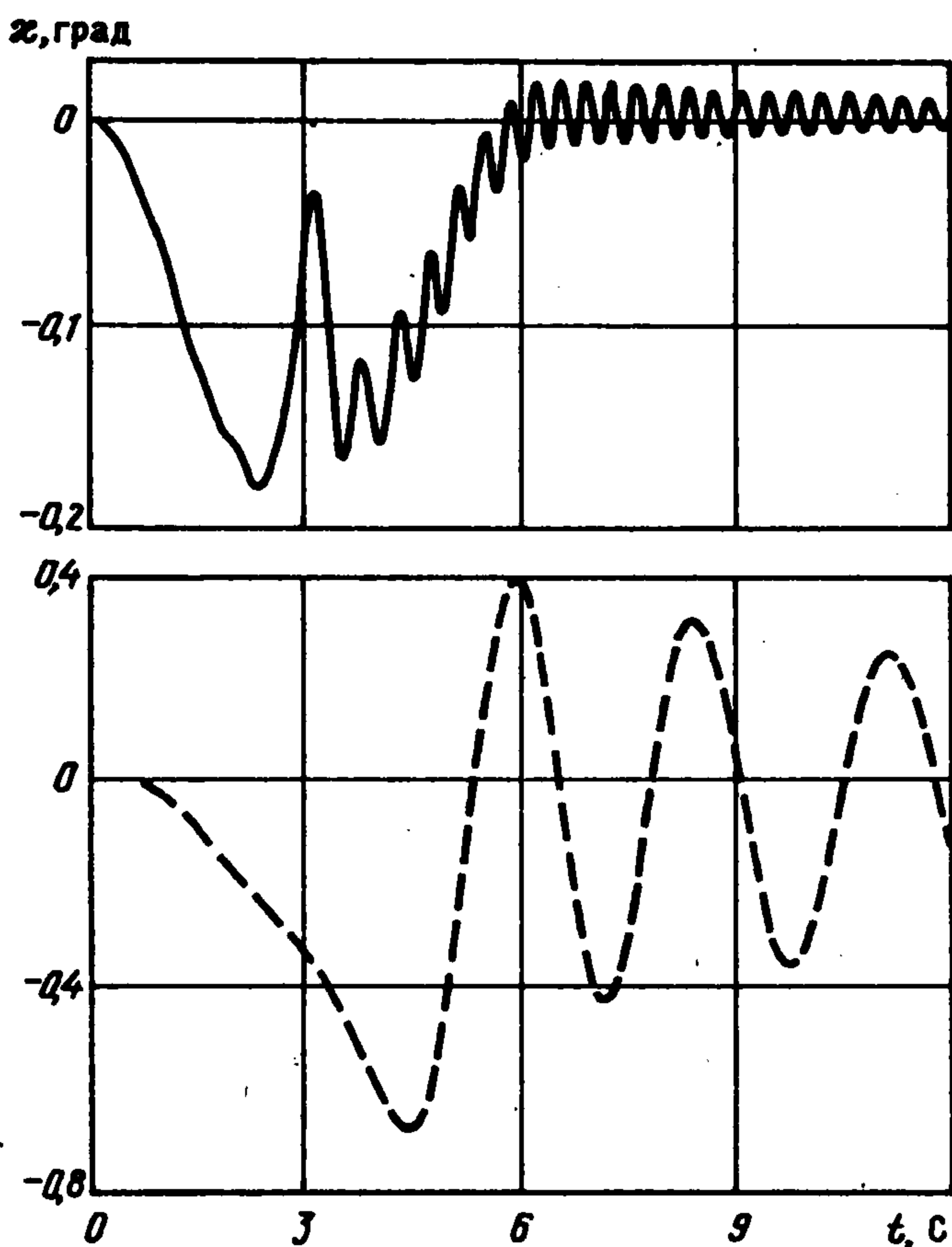
Уменьшение числа M_∞ при фиксированном числе Re_∞ должно приводить к смещению центра давления в сторону вершины конуса. В то же время, как показано в [2], уменьшение Re_∞ при фиксированном M_∞ вызывает смещение центра давления в противоположную сторону. Тем не менее суммарное влияние изменения M_∞ и Re_∞ вдоль траектории приводит к перемещению центра давления к вершине конуса, что понижает его устойчивость. При этом в окрестности центра термика центр давления оказывается впереди центра масс для $L_c = 140$ см и полет тела становится статически неустойчивым. Последнее обстоятельство может привести к перевороту тела [2].

В процессе движения тело совершает колебания около положения, соответствующего нулевому углу атаки. При этом амплитуда колебаний угла атаки определяется запасом устойчивости тела, что видно из фиг. 1, 2, где соответственно для $L_c = 50$ см и $L_c = 140$ см изображены проекции $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ вектора угла атаки α на оси локальной системы координат с базисом $(\mathbf{r}_\lambda | \mathbf{r}_\lambda^{-1}, \mathbf{r}_\phi | \mathbf{r}_\phi^{-1}, \mathbf{r}r^{-1})$ как функции времени полета. (Утолщенной линией изображены графики, соответствующие движению в невозмущенной атмосфере.) Во втором варианте, характеризующем случай малого запаса устойчивости, тело гораздо медленнее ориентируется по набегающему потоку. Возбуждение колебаний компонент α_1 и α_3 вызвано входом в область термика по траектории, не лежащей в его плоскости симметрии и является причиной изменения начального курса и бокового сноса тела.

Характер поведения угла тангажа при движении через термик, а также изменение траектории движения в вертикальной плоскости (зависимости высоты полета от уда-



Фиг. 4



Фиг. 5

ления) практически не отличаются от случая движения в плоскости симметрии термика, рассмотренного в [2].

При моделировании пространственного движения тела через термик был получен интересный эффект, связанный с возможным сильным отклонением тела от курса. Данный эффект также обусловлен сдвигом центра давления при входе в область нагретого газа. На фиг. 3 приведены проекции траектории тела на горизонтальную плоскость. Ось X направлена по проекции вектора скорости на плоскость местного горизонта в начальный момент времени, ось Z определяется вектором \mathbf{r} в начальный момент, ось Y ортогональна оси X , так что орты осей X, Y, Z образуют правую тройку. При движении тела через термик "ветер", обусловленный потоком в области термика, имеет только положительную составляющую на ось Y . При $L_c = 50$ см тело, соответственно, по направлению "ветра" слегка сносится влево набегающим потоком (сплошная линия на фиг. 3).

Принципиально другая ситуация реализуется в случае варианта $L_c = 140$ см. Здесь тело при движении через термик отклоняется вправо против внешнего потока (штриховая линия на фиг. 3). Такой, на первый взгляд, парадоксальный результат объясняется следующим образом. Из-за смещения центра давления и близости его к центру масс тело становится инертным к вращающим нагрузкам. В результате разворот тела по потоку становится значительно более медленным, чем в первом варианте.

На фиг. 4 представлены графики зависимости угла курса ψ от времени, на фиг. 5 – графики зависимости угла рыскания α (угла между проекций вектора оси симметрии тела на плоскость местного горизонта и местной параллелью) от времени полета. (Сплошная линия соответствует случаю $L_c = 50$ см, штриховая – случаю $L_c = 140$ см.)

Авторы благодарят Г.А. Тирского за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Набиев В.У., Утюжников С.В., Ямалеев Н.К. Эффективный численный метод определения баллистической траектории тел вращения, движущихся со сверхзвуковой скоростью в стратифицированной атмосфере // Докл. РАН. 1994. Т. 336. № 3. С. 357–360.

2. *Набиев В.У., Утюжников С.В., Ямалеев Н.К.* Движение тела через крупномасштабную неоднородность в стратифицированной атмосфере // ПММ. 1995. Т. 59. Вып. 3. С. 435–441.
3. *Muzafarov I.F., Tirskiy G.A., Utyuzhnikov S.V., and Yamaleev N.K.* Numerical simulation of the flow over a body flying through thermal in a stratified atmosphere // Intern. J. Computers and Fluids. 1994. V. 23. № 2. P. 295–304.
4. *Ярошевский В.А.* Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988. 335 с.
5. *Айзерман М.А.* Классическая механика. М.: Наука, 1980. 367 с.
6. *Васильевский С.А., Тирский Г.А., Утюжников С.В.* Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741–750.
7. *Tirskiy G.A., Utyuzhnikov S.V., and Yamaleev N.K.* Efficient numerical method for simulation of supersonic viscous flow past a blunted body at small angle of attack // Intern. J. Computers and Fluids. 1994. V. 23. № 1. P. 103–114.
8. *Паничкин И.А., Коршун В.И.* Газовая динамика М.: Дом техники, 1963. 525 с.

Долгопрудный

Поступила в редакцию
27.VI.1995