

УДК 532.5

© 1996 г. И.И. Липатов

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ

Анализируются нестационарные процессы распространения возмущений в двумерных пограничных слоях для режима сильного взаимодействия. Определена система характеристик и субхарактеристик, соответствующих газодинамическим волновым процессам, процессам конвекции и диффузии. Проведен анализ системы уравнений, описывающих процессы слабого взаимодействия течения в ламинарном пограничном слое с внешним гиперзвуковым потоком вблизи охлаждаемой поверхности. Для течения, описываемого автомодельной системой уравнений пограничного слоя, на основе численного решения определена скорость распространения возмущений в зависимости от температурного фактора.

Распространение возмущений в пограничных слоях связано с процессами конвекции и диффузии [1]. Анализ системы уравнений трехмерного пограничного слоя [1] показал, что характеристиками этой системы уравнений являются линии, нормальные к обтекаемой поверхности. Вид этих характеристик и условия, выполняющиеся на них, соответствуют распространению возмущений с бесконечной скоростью по нормали к поверхности. Эти эффекты связаны с процессами диффузии, которые в вырожденной по отношению к исходным уравнениям Навье – Стокса системе уравнений пограничного слоя проявляются в одном направлении и определяются старшими производными в краевой задаче. Для описания процессов распространения возмущений, связанных с конвекцией, необходимо анализировать характеристики системы уравнений пограничного слоя без старших производных (субхарактеристики). Полная система характеристик и субхарактеристик позволила качественно сформулировать условия корректности краевой задачи и определить зоны зависимости и влияния. В дальнейшем были проанализированы уравнения двумерного нестационарного пограничного слоя и также определена система характеристик и субхарактеристик [2]. Исследование характеристик и субхарактеристик в нестационарных пограничных слоях, содержащих возвратные токи, привело к выводу о возможности, с течением времени, возникновения разрывных решений [3].

Вместе с тем из-за условий прилипания на поверхности и наличия области дозвукового течения существует возможность распространения возмущений, обусловленная волновыми процессами. Результаты экспериментальных исследований эффектов распространения возмущений вверх по потоку в сверхзвуковых пограничных слоях изложены, например, в [4]. Классическая теория пограничного слоя не позволяет описывать подобные процессы, так как предполагается, что распределение давления заранее известно. Была предложена [5] математическая модель линейных процессов взаимодействия вязкого течения в пограничном слое и внешнего невязкого течения. Эффекты сильного локального вязко-невязкого взаимодействия оказались существенными при распространении возмущений вверх по потоку. Учет этих эффектов позволил описать локальные отрывные течения [6–8], а также течения в областях с большими локальными градиентами [9–11].

Анализ процессов распространения возмущений в трехмерных пограничных слоях для режима сильного взаимодействия позволил определить соответствующие субхарактеристические поверхности [12], отделяющие области докритического (дозвукового в среднем) течения и закритического (сверхзвукового в среднем) течения в гиперзвуковом пограничном слое вблизи треугольного крыла. Определение до- и закритических течений сформулировано

[13] для течений, в которых возмущения распространяются вверх по потоку на расстояния, сравнимые с толщиной пограничного слоя, или на расстояния, значительно превосходящие толщину пограничного слоя.

Ниже анализируются нестационарные течения в ламинарном пограничном слое для условий сильного взаимодействия. Источником нестационарных возмущений, приводящим к проявлению процессов вязко-невязкого взаимодействия, может быть меняющееся во времени донное давление, падение на пограничный слой ударной волны переменной интенсивности и др. Как показано при исследовании гиперзвуковых течений [14], для стационарного режима сильного взаимодействия характерным является распространение возмущений вверх по потоку вдоль всей поверхности вплоть до передней кромки. Естественно предположить, что аналогичные эффекты будут проявляться и в нестационарных течениях, изменяя как локальные, так и интегральные величины поверхностного трения, теплового потока и давления. Моделирование такого рода процессов имеет поэтому значение для решения задач практической аэродинамики.

1. Рассматривается обтекание плоской поверхности (пластины или клина), расположенной под нулевым углом атаки к набегающему гиперзвуковому потоку вязкого теплопроводного газа. Предполагается, что реализуется режим сильного взаимодействия [15], для которого характерны следующие соотношения:

$$M_\infty \rightarrow \infty, \quad M_\infty \tau \rightarrow \infty \quad (1.1)$$

где M_∞ – число Маха набегающего потока, τ – безразмерная толщина ламинарного пограничного слоя ($\tau = O(Re_0^{-1/2})$). Для декартовых координат, отсчитываемых вдоль поверхности пластины и по нормали к поверхности, времени, компонентов вектора скорости, плотности, давления, полной энтальпии, динамического коэффициента вязкости, введены следующие обозначения: $lx, ly, lz, lt/u_\infty, u_\infty u, u_\infty v, \rho_\infty \rho, \rho_\infty u_\infty^2 p, u_\infty^2 H/2, \mu_0 \mu$. Параметр l представляет собой характерную длину пластины или расстояние от передней кромки до донного среза клина. Индекс бесконечность относится к размерным параметрам невязкого потока над пограничным слоем, нулевым индексом отмечена размерная величина динамического коэффициента вязкости, вычисленного при температуре торможения. Предполагается, что число Рейнольдса $Re_0 = \rho_\infty u_\infty l / \mu_0$ велико, но не превосходит критического значения, при котором возможен переход ламинарного режима течения в турбулентный. Известно, что с ростом числа Маха число Рейнольдса перехода значительно возрастает [16].

В соответствии с теорией сильного гиперзвукового взаимодействия область возмущенного течения вблизи обтекаемой поверхности разделяется на две подобласти: 1 – невязкое течение, 2 – пограничный слой (фиг. 1).

Области 1 соответствуют следующие асимптотические представления функций течения и координат:

$$x = x_1, \quad y = \tau y_1, \quad t = t_1$$

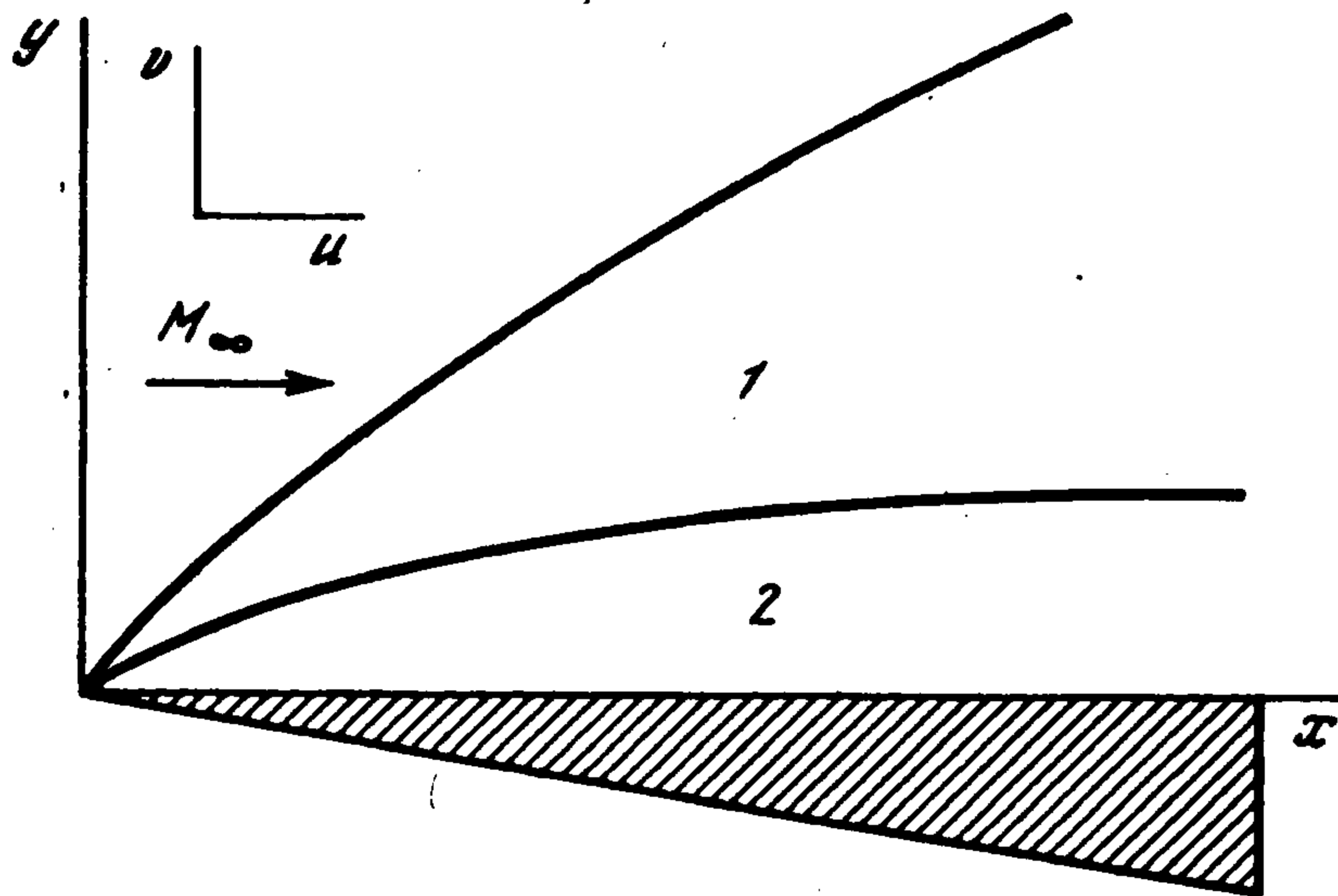
$$u(x, y, t, \tau) = 1 + \dots, \quad v(x, y, t, \tau) = \tau v_1(x_1, y_1, t_1) + \dots$$

$$p(x, t, y, \tau) = \tau^2 p_1(x_1, y_1, t_1) + \dots, \quad \rho(x, y, t, \tau) = \rho_1(x_1, y_1, t_1) + \dots \quad (1.2)$$

Подстановка разложений (1.2) в систему уравнений Навье–Стокса и предельный переход (1.1) приводят к системе уравнений вида

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t_1} + \frac{\partial \rho_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial y_1} = 0$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_1} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial y_1} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{p_1}{\rho_1^\gamma} \right) + v_1 \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{p_1}{\rho_1^\gamma} \right) = 0$$



Фиг. 1

со следующими граничными условиями на ударной волне:

$$y_1 = g_1(x_1, t_1), \quad \rho_1 = \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)}, \quad p_1 = \frac{(\gamma+1)}{2} v_1^2, \quad v_1 = \frac{2}{(\gamma+1)} \left(\frac{\partial g_1}{\partial x_1} + \frac{\partial g_1}{\partial t_1} \right)$$

и на внешней границе пограничного слоя

$$y_1 = \delta_1(x_1, t_1), \quad v_1 = \frac{2}{(\gamma+1)} \left(\frac{\partial \delta_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \delta_1}{\partial t_1} \right)$$

Для дальнейшего анализа необходимо получить связь между толщиной пограничного слоя δ_1 или вертикальной скоростью $v_1(x_1, \delta_1, t_1)$ и возмущением давления $p_1(x_1, t_1)$. Ниже использовано приближенное соотношение

$$p_1 = (\gamma+1) v_1^2 / 2 \quad (1.3)$$

которое представляет собой обобщение формулы касательного клина на нестационарный случай.

Для области 2 характерны следующие асимптотические разложения и представления координат:

$$x = x_1, \quad y = \tau y_1, \quad t = t_1 \quad (1.4)$$

$$u(x, y, t, \tau) = u_2(x_1, y_1, t_1) + \dots, \quad v(x, y, t, \tau) = \tau v_2(x_1, y_1, t_1) + \dots$$

$$p(x, y, t, \tau) = \tau^2 p_2(x_1, t_1) + \dots, \quad \rho(x, y, t, \tau) = \tau^2 \rho_2(x_1, y_1, t_1) + \dots$$

$$H(x, y, t, \tau) = H_2(x_1, y_1, t_1) + \dots$$

Подстановка разложений (1.4) в систему уравнений Навье–Стокса и предельный переход (1.1) дают систему уравнений нестационарного пограничного слоя. Замена переменных

$$X = x_1, \quad T = t_1, \quad Y = \left[\frac{2\gamma C_0}{(\gamma-1)} \right]^{-1/2} x_1^{-1/4} \int_0^{y_1} R dy_1, \quad u_2 = \frac{\partial F}{\partial Y}$$

$$p_2 = x_1^{-1/2} P, \quad \rho_2 = x_1^{-1/2} R, \quad C_0 = P_{X=0}, \quad G = H_2, \quad A = G - U^2$$

приводит соответствующую краевую задачу к виду

$$X \frac{\partial U}{\partial T} + X \left(U \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) - \frac{F}{4} \frac{\partial U}{\partial Y} + \beta \frac{(\gamma-1)}{4\gamma} A = \frac{P}{C_0} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

$$X \frac{\partial G}{\partial T} + X \left(U \frac{\partial G}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial G}{\partial Y} \right) - \frac{F}{4} \frac{\partial G}{\partial Y} = XA \frac{(\gamma-1)}{\gamma P} \frac{\partial P}{\partial T} + \frac{P}{C_0} \frac{\partial^2 G}{\partial Y^2} \quad (1.5)$$

$$\beta = -1 + \frac{2X}{P} \frac{\partial P}{\partial X}, \quad \Delta = \left[\frac{(\gamma-1)C_0}{2\gamma P^2} \right]^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty A dY, \quad P = \frac{(\gamma+1)}{2} \left[\frac{3\Delta}{4} + X \left(\frac{\partial \Delta}{\partial X} + \frac{\partial \Delta}{\partial T} \right) \right]^2$$

$$U = F = 0, \quad G = g_w, \quad Y = 0; \quad U = G = 1, \quad Y = \infty$$

$$P(1, T) = \varphi(T)$$

в которой предполагается, что динамический коэффициент вязкости линейно зависит от температуры, число Прандтля равно единице, а последнее краевое условие соответствует заданной зависимости донного перепада давлений от времени.

Определим вначале характеристические (субхарактеристические) поверхности $\Omega(X, T)$, связанные с функцией $P(X, T)$, которая не известна заранее и определяется в процессе решения.

После замены переменных

$$X, Y, T \rightarrow \Omega, Y, T \quad (1.6)$$

краевая задача (1.5) принимает вид

$$b \left(S \frac{\partial U}{\partial \Omega} - \frac{\partial F}{\partial \Omega} \frac{\partial U}{\partial Y} + CA \frac{\partial P}{\partial \Omega} \right) = B, \quad b \left(S \frac{\partial G}{\partial \Omega} - \frac{\partial F}{\partial \Omega} \frac{\partial G}{\partial Y} - 2CAa \frac{\partial P}{\partial \Omega} \right) = D \quad (1.7)$$

Здесь

$$S = U + a, \quad a = \frac{\partial \Omega}{\partial T} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial X} \right)^{-1}, \quad b = X \frac{\partial \Omega}{\partial X}, \quad B = \left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{F}{4} \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{(\gamma-1)A}{4\gamma} - X \frac{\partial U}{\partial T} \right]$$

$$C = \frac{(\gamma-1)}{2\gamma P}, \quad D = \left[\frac{\partial^2 G}{\partial Y^2} + \frac{F}{4} \frac{\partial G}{\partial Y} + 2XCA \frac{\partial P}{\partial T} - X \frac{\partial G}{\partial T} \right]$$

Условие взаимодействия, связывающее распределение давления и толщины вытеснения пограничного слоя, может быть преобразовано следующим образом:

$$b(1+a) \frac{\partial \Delta}{\partial \Omega} = c \left(c = (2P)^{\frac{1}{2}} (\gamma-1)^{-\frac{1}{2}} - 3 \frac{\Delta}{4} - X \frac{\partial \Delta}{\partial T} \right) \quad (1.8)$$

Производная в левой части равенства (1.8) может быть выражена в соответствии с приведенным выше выражением для толщины вытеснения

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \Omega} = \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{C_0}{P^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\int_0^\infty \left(\frac{\partial G}{\partial \Omega} - 2U \frac{\partial U}{\partial \Omega} \right) dY - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial \Omega} \int_0^\infty A dY \right]$$

Для вычисления производных по переменной Ω , входящих в подынтегральные выражения, можно использовать задачу (1.5), откуда следует, что

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = -\frac{S}{P} \frac{\partial P}{\partial \Omega} + \int_0^Y \frac{A}{S^2} dY + S \int_0^Y \frac{B}{S^2} dY, \quad \frac{\partial G}{\partial \Omega} = \frac{1}{S} \frac{\partial F}{\partial \Omega} \frac{\partial G}{\partial Y} + \frac{D}{S} + \frac{2CAaT}{S} \frac{\partial P}{\partial \Omega}$$

После ряда преобразований, используя соотношения (1.7)–(1.8), можно получить выражение

$$bN = \frac{\partial P}{\partial \Omega} = PM \quad (1.9)$$

$$M = \int_0^\infty B dY - S^2 \int_0^\infty \frac{B}{S^2} dY - \int_0^\infty \frac{D}{S} dY - \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} C_0 \right)^{-\frac{1}{2}} c, \quad N = \int_0^\infty \frac{A^2}{S^2} dY - \frac{2}{(\gamma-1)} \int_0^\infty A dY$$

Условие, определяющее субхарактеристическую поверхность, имеет вид

$$\frac{(\gamma-1)}{2} \int_0^{\infty} \frac{(G-U^2)^2}{(U+a)^2} dY - \int_0^{\infty} (G-U^2) dY = 0 \quad (1.10)$$

и представляет собой обобщение интеграла Пирсона [17]

$$L = \frac{(\gamma-1)}{2} \int_0^{\infty} \frac{(G-U^2)^2}{U^2} dY - \int_0^{\infty} (G-U^2) dY \quad (1.11)$$

знак которого зависит от средней величины числа Маха в пограничном слое. В среднем сверхзвуковом течении соответствует отрицательное значение интеграла, в среднем дозвуковом течении соответствует положительное значение интеграла.

Соотношение (1.10) имеет простой физический смысл. В гиперзвуковом пограничном слое существует средняя по профилю скорость потока. Тогда если средняя скорость звука больше средней скорости потока, то течение в пограничном слое докритическое и возмущения распространяются вверх по потоку. Соответственно течение будет закритическим в случае, когда средняя скорость меньше скорости звука.

Формула (1.10) может быть получена из (1.11) более простым способом. Перейдем от неподвижной системы координат X, T к подвижной X_1, T , перемещающейся вверх по потоку с постоянной скоростью $X_1 = X + aT$.

В подвижной системе координат скорость в пограничном слое становится равной $U_1 = U + a$, а разность $G_1 - U_1^2 = G - U^2$ не меняется, поскольку пропорциональна температуре газа. Подставляя выражения для функций U_1 и G_1 в формулу (1.11), получаем формулу (1.10) с точностью до замены U_1, G_1 на U, G .

В соответствии с введенными выше определениями

$$a = (\partial\Omega/\partial X)(\partial\Omega/\partial T)^{-1} = -dX/dT$$

значению $a > 0$ ($a < 0$) соответствует звуковая волна, распространяющаяся вверх (вниз) по потоку. При этом первый интеграл в (1.10) сходится при $a < 0$, так как $|a| > 1$.

В качестве примера приведем зависимости скоростей распространения волн вверх и вниз по потоку от температурного фактора, полученные для случая решения автомодельной системы уравнений, полученной из (1.5). Эти зависимости представлены на фиг. 2. Можно видеть, что при уменьшении температурного фактора скорость распространения возмущений вверх по потоку стремится к нулю, что означает переход к закритическому режиму.

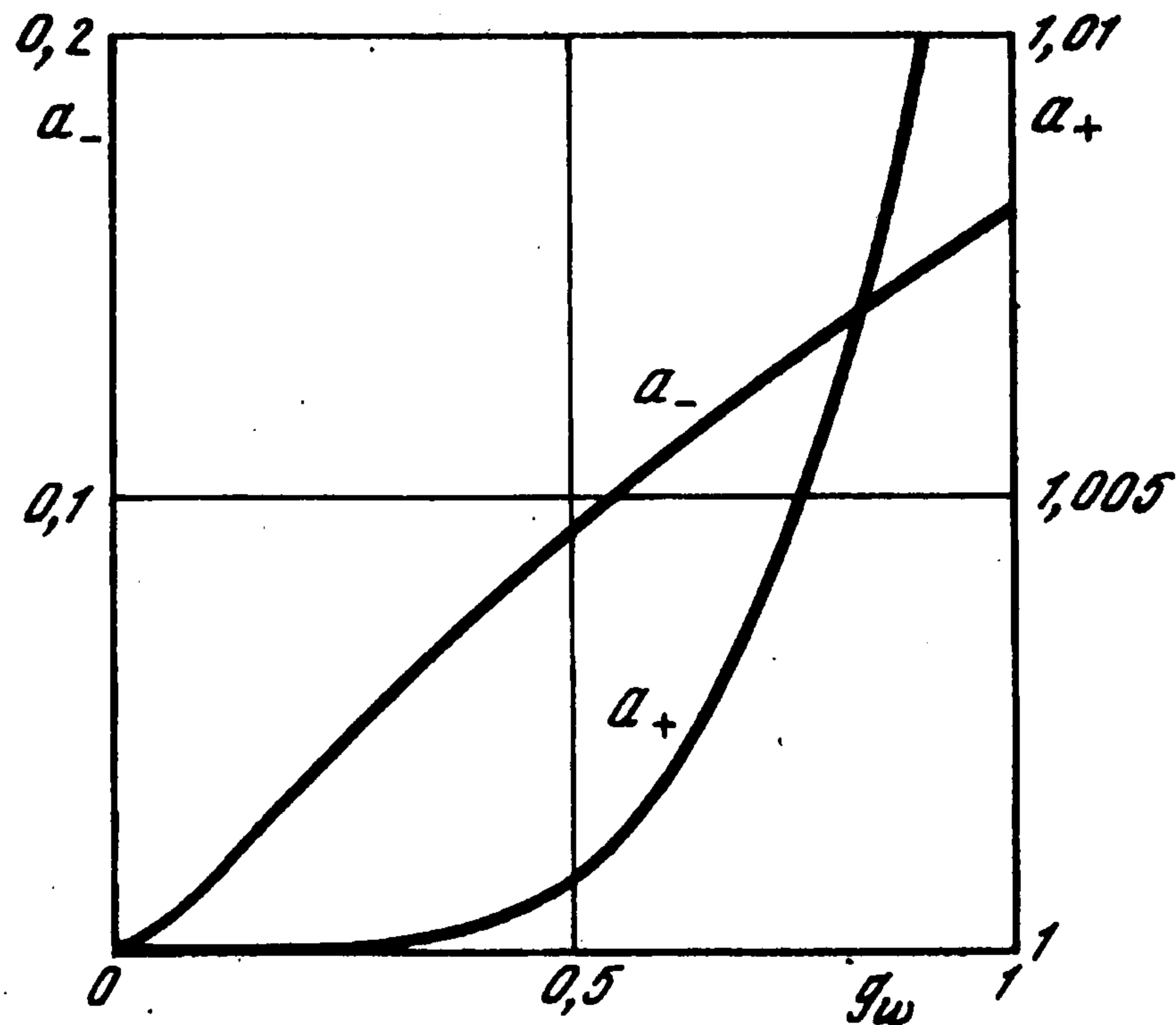
Соотношение (1.10) можно получить и для других режимов течения. Так анализ формул (1.7)–(1.9) показывает, что соотношение (1.10) справедливо также и для обобщенных локальных условий связи между индуцированным давлением и толщиной вытеснения вида $P = \Gamma(\Delta, d\Delta/dX)$, в том числе и для условия, задаваемого для течения в плоскопараллельном канале ($\Delta = \text{const}$).

Следует отметить также, что профили скорости и энтальпии, входящие в (1.10), могут соответствовать и турбулентным течениям.

2. Исследованные выше процессы взаимного влияния вязкого и невязкого течений соответствовали глобальному (сильному) взаимодействию, проявляющемуся при предельном переходе (1.1) на всей длине тела. Вместе с тем известно, что при предельном переходе вида

$$M_{\infty} \rightarrow \infty, \quad M_{\infty}\tau_1 \rightarrow 0 \quad (2.1)$$

где τ_1 – безразмерная толщина пограничного слоя ($\tau_1 = O(\epsilon_0)$, $\epsilon_0 = \rho_0 \mu_{\infty} l / \mu_0$); процессы сильного взаимодействия, возникающего, например, под влиянием изменений донного давления или других причин, имеют локальный характер и проявляются на длинах, асимптотически малых по сравнению с длиной тела. Так, при выполнении



Фиг. 2

предельного перехода (2.1) и при выполнении соотношений

$$g_w \rightarrow 0, \quad \varepsilon_0 g_w^2 M_\infty = O(1), \quad \Delta p M_\infty^{3/2} g_w^{-\omega/2} \varepsilon_0^{-1/2} = O(1)$$

(где ω – показатель в степенном законе зависимости вязкости от температуры) краевая задача, описывающая возмущенное течение, имеет вид [18, 19]

$$\frac{\partial U_0}{\partial T_0} + U_0 \frac{\partial U_0}{\partial X_0} + V_0 \frac{\partial U_0}{\partial Y_0} + \frac{\partial P_0}{\partial X_0} = \frac{\partial^2 U_0}{\partial Y_0^2}$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial X_0} + \frac{\partial V_0}{\partial Y_0} = 0, \quad P_0 = -\frac{\partial D_0}{\partial X_0} + N_0 \frac{\partial P_0}{\partial X_0}$$

$$X_0 \rightarrow -\infty, \quad U_0(X_0, Y_0, T_0) = Y_0$$

$$Y_0 \rightarrow \infty, \quad U_0(X_0, Y_0, T_0) = Y_0 + D_0(X_0, T_0) + o(1)$$

$$P_0 = \Delta p (2a_0 g_w^\omega w_0 M_\infty^{-3} (\gamma - 1)^{-1})^{-1/2} \quad (2.2)$$

$$X_0 = (x - 1) (2^3 a_0^5 g_w^{(\omega-2)} \varepsilon_0^{-3} M_\infty^{-3} (\gamma - 1)^{-3})^{1/4}$$

$$Y_0 = y (2a_0^3 g_w^{-(2+\omega)} \varepsilon_0^{-5} M_\infty^{-1} (\gamma - 1)^{-1})^{1/4}$$

$$U_0 = u (2^{-1} a_0 g_w^{(2+\omega)} \varepsilon_0 M_\infty (\gamma - 1))^{-1/4}$$

$$N_0 = (d\tau_1 / dp) (2^3 a_0^5 g_w^{(\omega-2)} \varepsilon_0^{-3} M_\infty^{-7} (\gamma - 1)^{-3})^{1/4}$$

где параметр a_0 пропорционален напряжению трения в пограничном слое перед областью взаимодействия ($a_0 = \varepsilon_0 (\partial u / \partial y)_w$).

Если в краевой задаче (2.2) перейти к новым переменным

$$X_0, Y_0, T_0 \rightarrow \Omega_0(X_0, T_0), Y_0, T_0$$

то после ряда преобразований можно получить следующее выражение:

$$\frac{\partial P_0}{\partial \Omega_0} = \frac{M_1}{N_1}, \quad M_1 = I_1 + P_0 \left(\frac{\partial \Omega_0}{\partial X_0} \right)^{-1}, \quad N_1 = N_0 + I_1$$

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{dY_0}{(a_1 + U_0)^2}, \quad a_1 = \left(\frac{\partial \Omega_0}{\partial X_0} \right) \left(\frac{\partial \Omega_0}{\partial T_0} \right)^{-1}$$

В случае возмущений малой амплитуды, когда $a_1 + U_0 \approx a_1 + Y_0$, имеем $a_1 = -1 / N_0$.

3. Рассмотрим систему характеристик и субхарактеристик для всех функций, входящих в краевую задачу (1.5). Если предположить, что давление $P(X, T)$ в этой задаче задано, то замена переменных (1.6) позволяет после ряда преобразований получить соотношение

$$A_0 \partial \Phi_0 / \partial \Omega = B_0, \quad A_0 = \text{diag}(z^2, z^2, z), \quad \Phi_0 = \text{col}(U, G, F), \quad z = \partial \Omega / \partial Y$$

В соответствии с определением характеристики из условия $\det A_0 = 0$ можно получить $(\partial \Omega / \partial Y)^5 = 0$. Таким образом, характеристиками системы уравнений нестационарного пограничного слоя являются линии $(X, T) = \text{const}$, нормальные к поверхности. Эти характеристики связаны с процессами диффузии, проявляющимися в перпендикулярном к обтекаемой поверхности направлении, которые приводят к распространению возмущений с бесконечной скоростью.

Для анализа процессов распространения возмущений в плоскостях, параллельных обтекаемой поверхности и описываемых дифференциальными операторами первого порядка, необходимо рассмотреть систему уравнений нестационарного пограничного слоя без старших производных.

Замена переменных (1.6) в соответствующей системе уравнений, полученной из системы (1.5), дает

$$A_1 \partial \Phi_1 / \partial \Omega = B_1$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} \Delta^* & 0 & c_1 \\ 0 & \Delta^* & c_1 \\ 0 & 0 & z \end{vmatrix}, \quad \Phi_1 = \begin{vmatrix} U \\ G \\ F \end{vmatrix}, \quad \Delta^* + \frac{\partial \Omega}{\partial T} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y}, \quad c_1 = - \frac{\partial \Omega}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial Y}$$

Соответствующие этой задаче характеристики или субхарактеристики исходной задачи определяются из условия

$$\Delta^{*2} \partial \Omega / \partial Y = 0 \tag{3.1}$$

Анализ аналога этого соотношения, выведенного для несжимаемого течения [2], позволил определить области зависимости и влияния. Оказалось, что локальная зона влияния на течение в окрестности линии $(X_1, T_1) = \text{const}$ ограничена поверхностями, проекции которых на плоскость $Y = 0$ определяются минимальным и максимальным значением производной $dX / dT = U(X_1, Y, T_1)$.

Рассмотрим краевую задачу (1.5), описывающую течение в нестационарном пограничном слое в условиях сильного взаимодействия. Переходя к переменным (1.6) и используя для определения производной $\partial P / \partial \Omega$ формулу (1.9), можно получить

$$A_2 = \begin{vmatrix} \Delta^* & 0 & 0 & c_2 \\ 0 & \Delta^* & 0 & c_3 \\ 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 \end{vmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{vmatrix} U \\ G \\ F \\ P \end{vmatrix}$$

$$c_2 = \frac{X(\gamma - 1)}{2\gamma P} \frac{\partial \Omega}{\partial X}, \quad c_3 = - \frac{X(\gamma - 1)(G - U^2)}{\gamma P} \frac{\partial \Omega}{\partial T}, \quad c_4 = XN \frac{\partial \Omega}{\partial X}$$

Соотношение, определяющее субхарактеристики, принимает вид

$$N \frac{\partial \Omega}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right)^2 = 0 \quad (3.2)$$

где дополнительный по отношению к выражению (3.1) член соответствует газодинамическим волновым процессам.

Приведенные выше соотношения и определяемые на их основе зоны влияния и зависимости должны учитываться как при постановке краевых задач для системы уравнений нестационарного пограничного слоя в условиях сильного взаимодействия, так и при построении соответствующих разностных схем. Формулу (3.2) можно обобщить на случай трехмерного нестационарного взаимодействующего пограничного слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93 – 013 – 16399).

ЛИТЕРАТУРА

1. Wang K.C. On the determination of the zones of influence and dependence for threedimensional boundary-layer equations // J. Fluid Mech. 1971. V. 48. Pt 2. P. 397–404.
2. Wang K.C. Aspects of "multitime initial-value problem" originating from boundary layer equations // Phys. Fluids. 1975. V. 18. N 8. P. 951–955.
3. Войткова Г.В., Лунев В.В. О разрывных решениях уравнений пограничного слоя с положительным градиентом давления // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 5. С. 53–62.
4. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1972. Т. 1. 299 с.; Т. 2. 1973. 280 с.; Т. 3. 1973. 333 с.
5. Lighthill M.J. On boundary layers and upstream influence. Pt. 2. Supersonic flows without separation // Proc. Roy. Soc. ser. A. 1953. V. 217. N 1131. P. 478–507.
6. Нейланд В.Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 53–57.
7. Stewartson K., Williams P.G. Self-induced separation // Proc. Roy. Soc. ser. A. 1969. V. 312. N 1509. P. 181–206.
8. Сычев В.В. О ламинарном отрыве // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 3. С. 47–59.
9. Mikhailov V.V., Neiland V.Ya. and Sychev V.V. The theory of viscous hypersonic flow // Annual Review of Fluid Mechanics. Palo Alto Ca: Annu. Revs Inc. 1971. V. 3. P. 371–396.
10. Нейланд В.Я. Асимптотическая теория отрыва и взаимодействия пограничного слоя со сверхзвуковым потоком газа // Успехи Механики. 1981. Т. 4. Вып. 2. С. 3–62.
11. Smith F.T. On the high Reynolds number theory of laminar flows // IMA J. Appl. Math. 1982. V. 28. N 3. P. 207–281.
12. Нейланд В.Я. К теории взаимодействия с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 1. Пространственные течения // Учен. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 2. С. 70–79.
13. Crocco L. Consideration on the shock-boundary layer interactions // Proc. Conf. High-Speed Aeron. New York. 1955. Brooklin: Polytechn. Inst., P. 75–112.
14. Нейланд В.Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 4. С. 40–49.
15. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
16. Chapman D.R., Kuehn D., Larson H. Investigation of separated flows with emphasis on the effect of transition // NASA Rept. 1958. N 1356. 40 p.
17. Pearson H., Holliday J.B., Smith S.F. A Theory of the cylindrical ejector propelling nozzle // J. Roy. Aeron. Soc. 1958. V. 62. N 574. P. 746–751.
18. Нейланд В.Я. Особенности взаимодействия и отрыва транскритического пограничного слоя // Учен. Зап. ЦАГИ. 1987. Т. 18. № 2. С. 30–45.
19. Brown S.N., Cheng H.K., Lee C.J. Inviscid-viscous interaction on triple deck scales in a hypersonic flow with strong wall cooling // J. Fluid Mech. 1990. V. 220. P. 309–337.

Жуковский

Поступила в редакцию
22.XI.1994