

УДК 531.36: 62-50

© 1996 г. Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Классическая задача стабилизации динамических систем решается методами теории оптимальных процессов. Вспомогательная задача оптимального управления включает пробное возмущение. Оптимальное управление типа обратной связи (ОС) строится для каждой обобщенной позиции с помощью программного управления, которое оптимально относительно пробного возмущения. Такое управление обобщает классическую ОС в том смысле, что последняя строится без учета прогнозируемых возмущений.

В последнее время в связи с необходимостью учета возмущений при создании стабилизаторов разрабатываются соответствующие вопросы теории устойчивости и теории управления. Можно отметить три направления: теорию устойчивости со случайными возмущениями [1], теорию линейно-квадратичной оптимизации со случайными возмущениями [2], H_∞ -теорию управления с детерминированными возмущениями [3, 4].

В данной работе для стабилизации динамических систем предлагается новый тип ОС. Прежде всего эта ОС строится для специальной задачи оптимального управления, которая не является традиционной линейно-квадратичной и содержит прямые ограничения на управление. Кроме того, вспомогательная задача содержит возмущения, чем отличается от моделей, по которым строились ОС классического типа. Наконец возмущения считаются нестохастическими, но, будучи детерминированными, учитываются не как в H_∞ -теории управления и не как в теории гарантированной оптимизации. Используемая в работе ОС занимает в некотором смысле промежуточное положение между классической ОС и ОС из H_∞ -теории управления. Частный случай излагаемого метода стабилизации, основанный на построении классической оптимальной ОС, был опубликован ранее [5].

1. Постановка задачи. Пусть динамическая система, подлежащая стабилизации, в совокупности с используемым для этого управлением описывается уравнением

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad (x \in R^n, u \in R) \quad (1.1)$$

Фактические состояния $x^*(\tau)$ системы в текущий момент τ являются результатом действия приложенного к моменту τ управления $u^*(t)$, $t \in T_0 = [0, \tau[$, и реализовавшегося возмущения $w^*(t)$, $t \in T_0$, т.е. $x^*(t)$, $t \in T_0$, – решение уравнения

$$\dot{x} = Ax + bu^*(t) + qw^*(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1.2)$$

Далее предполагается, что в каждый момент $\tau \geq 0$ имеется возможность точно измерять значения вектора состояния $x^*(\tau)$.

При формировании текущего значения $u^*(\tau)$ управления будем использовать доступную информацию о возможных реализациях возмущения, согласно которой действующие на систему возмущения $w^*(\tau)$, $\tau \geq 0$, – элементы заданного множества W . Существуют три типа используемой информации о возмущениях: 1) классический, при котором предполагается, что до текущего момента τ возмущение действует на

систему, а после τ его нет, т.е. система управления до момента τ описывается уравнением (1.2), а при $t \geq \tau$ – уравнением (1.1); 2) вероятностный, при котором множество W состоит из случайных процессов; 3) гарантированный, при котором множество W состоит из кусочно-непрерывных (или измеримых) функций со значениями из заданного ограниченного множества.

Основная идея предлагаемого подхода к стабилизации динамических систем в условиях постоянно действующих возмущений состоит в использовании пробных возмущений: в каждый текущий момент τ на базе информации о выработанном до момента τ управлении $u_\tau^*(\cdot) = (u^*(t), t \in T_0)$ и о реализовавшейся траектории $x_\tau^*(\cdot) = (x^*(t), t \in T_0)$ строится пробное возмущение $\tilde{w}_\tau(\cdot) = (\tilde{w}_\tau(t), t \in T_\tau = [\tau, \tau + \theta[)$, и решается вспомогательная задача оптимального успокоения управлением минимальной интенсивности динамической системы на конечном промежутке времени

$$\rho \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + bu + q\tilde{w}_\tau, \quad x(\tau) = x^*(\tau) \quad (1.3)$$

$$x(\tau + \theta) = 0, \quad |u(t)| \leq \rho, \quad t \in T_\tau$$

где θ – конечный горизонт управления.

Пусть $u^0(t|x^*(\tau), \tilde{w}_\tau(\cdot)), t \in T_\tau$, – оптимальное программное управление в задаче (1.3). Тогда в момент τ для стабилизации системы (1.2) используется управление $u^*(\tau) = u^0(\tau|x^*(\tau), \tilde{w}_\tau(\cdot))$. По построению $u^*(\tau)$ – функционал от $u_\tau^*(\cdot), x_\tau^*(\cdot): u^*(\tau) = u(u_\tau^*(\cdot), x_\tau^*(\cdot))$, определенный для всех пар (обобщенных состояний) $\{u_\tau^*(\cdot), x_\tau^*(\cdot)\}$, для которых задача (1.3) имеет решение.

В описываемом методе построения стабилизирующих управлений $u^*(\tau)$ не указаны правила перехода от доступной информации $\{u_\tau^*(\cdot), x_\tau^*(\cdot)\}$ к пробному возмущению $\tilde{w}_\tau(\cdot)$. Эти правила могут быть любыми, но результат стабилизации будет тем лучше, чем точнее пробный сигнал $\tilde{w}_\tau(\cdot)$ сможет аппроксимировать будущее возмущение $w^*(t), t \in T_\tau$. Понятно, что это возможно лишь для достаточно регулярных возмущений. Этим очерчиваются и границы эффективности используемого метода. Один способ использования обобщенных состояний для задач оптимального управления описан в [6].

Устройство, которое в каждом конкретном процессе способно в режиме реального времени вычислять упомянутое выше управление $u^*(\tau), \tau \geq 0$, назовем оптимальным стабилизатором (по обобщенным состояниям).

Цель данной статьи – описать алгоритм работы оптимального стабилизатора и указать некоторые вспомогательные задачи оптимального управления, которые наряду с задачей (1.3) могут быть использованы для стабилизации динамических систем в условиях постоянно действующих возмущений.

2. Алгоритм работы оптимального стабилизатора. В начальный момент $\tau = 0$ на основании априорной информации выбирается некоторый сигнал $\tilde{w}_0(t) \in W, t \in T_\theta = [0, \theta[$ и строится программное решение задачи (1.3). Оптимальное программное управление $u^0(t|x_0, \tilde{w}_0(\cdot)), t \in T_\theta$ задачи (1.3) имеет вид [7]

$$u^0(t|x_0, \tilde{w}_0(\cdot)) = \rho \operatorname{sign} \Delta_0^0(t), \quad t \in T_\theta \quad (2.1)$$

где $\Delta_0^0(t) = -y'F(\theta - t)b, t \in T_\theta$, – оптимальное коуправление; y – оптимальный n -вектор потенциалов; $F(t), t \geq 0$, – фундаментальная матрица решений системы $\dot{x} = Ax$; $\rho = y'F(\theta)x_0$ – оптимальная (минимальная) интенсивность управления.

Из (2.1) видно, что для вычисления в момент τ значения управления $u^*(\tau) = u^0(\tau | x^*(\tau), \tilde{w}_\tau(\cdot))$ необходима информация о параметрах

$$t_1(\tau), \dots, t_{p(\tau)}(\tau); \quad y(\tau); \quad \rho(\tau) \quad (2.2)$$

где $t_1(\tau) < \dots < t_{p(\tau)}(\tau)$ – точки переключения оптимального программного управления $u^0(t | x^*(\tau), \tilde{w}_\tau(\cdot))$, $t \in T_\tau$, $(\Delta_\tau^0(t_i(\tau))) = 0$, $i = \overline{1, p(\tau)}$.

Из условий оптимальности следует, что совокупность (2.2) удовлетворяет системе уравнений

$$\sum_{i=0}^{p(\tau)} \int_{t_i(\tau)}^{t_{i+1}(\tau)} F(\tau + \theta - t) b dt k_i \rho(\tau) + F(\theta) x^*(\tau) + \int_{\tau}^{\tau + \theta} F(\tau + \theta - t) q \tilde{w}_\tau(t) dt = 0$$

$$-y'(\tau) F(\tau + \theta - t_i(\tau)) b = 0, \quad i = \overline{1, p(\tau)} \quad (2.3)$$

$$y'(\tau) F(\theta) x^*(\tau) = \rho(\tau)$$

где $t_0(\tau) = \tau$, $t_{p(\tau)+1}(\tau) = \tau + \theta$, $k_i = \text{sign } \Delta_\tau^0(t_i(\tau) + 0)$, $i = \overline{0, p(\tau)}$.

Уравнения системы (2.3) назовем определяющими уравнениями оптимального стабилизатора. Совокупность $S(\tau) = \{p(\tau); k_i, i = \overline{0, p(\tau)}\}$ будем называть структурой определяющих уравнений в момент τ . Следуя [8], можно доказать, что при достаточно общих условиях матрица Якоби системы (2.3) на участках с постоянной структурой не вырождена. Для вычисления элементов (2.2) на участках с постоянной структурой в момент τ в качестве начального приближения используются значения $t_1(\tau - h), \dots, t_{p(\tau)}(\tau - h); y(\tau - h); \rho(\tau - h)$, где h – величина такта работы оптимального стабилизатора. Детали численного метода решения систем типа (2.3) в режиме реального времени на участках с постоянной структурой и правила перехода между соседними участками аналогичны приведенным в [8].

По результатам решения определяющих уравнений формируется управление $u^*(\tau) = k_0 \rho(\tau)$ и подается на вход системы (2.2).

Для исследования свойств динамической системы, стабилизируемой описанным выше способом, вычислим производную $dp/d\tau$ в случае, когда действующее на систему возмущение $w^*(t)$, $t \geq 0$, совпадает с учтенным в алгоритме стабилизации пробным сигналом $\tilde{w}_\tau(t)$, $t \geq \tau$, $\tau \geq 0$.

Согласно (3.3), $dp/d\tau = -e'_{n+p} G^{-1} \partial f / \partial \tau$, где $e'_{n+p} = (\underbrace{0, \dots, 0}_{n+p-1}, 1)$, G – матрица Якоби

системы (3.3):

$$G = \left\| \begin{array}{ccc} 2F(\tau + \theta - t_i(\tau)) b k_i \rho, & & \sum_{i=0}^{p(\tau)} \int_{t_i(\tau)}^{t_{i+1}(\tau)} F(\tau + \theta - t) b dt k_i \\ i = \overline{1, p(\tau)} & 0 & \\ \hline \text{diag}(y' F(\tau + \theta - t_i(\tau)) A b, & -b' F'(\tau + \theta - t_i(\tau)), & \\ i = \overline{1, p(\tau)} & i = \overline{1, p(\tau)} & 0 \\ \hline 0 & x^*(\tau) F'(\theta) & -1 \end{array} \right\|$$

$\partial f / \partial \tau$ – частная производная по τ левой части системы (2.3).

Можно показать, что $e'_{n+p} G^{-1} = (-y', \underbrace{0, \dots, 0}_p)$ и, следовательно, $dp/d\tau = y' b k_{p(\tau)} \rho + y' q \tilde{w}_\tau(\tau + \theta)$.

Таким образом, интенсивность $\rho = \rho(x^*(\tau))$ стабилизирующего управления $u^*(\tau), \tau \geq 0$, убывает ($d\rho/d\tau < 0$) в области

$$\{x \in R^n: \rho(x) > y'q\tilde{w}_\tau(\tau + \theta) / |\Delta_\tau^0(\tau + \theta)|\}$$

где будет уменьшаться и норма состояния $x^*(\tau), \tau \geq 0$:

$$\|x^*(\tau)\| \leq \left(\left\| F^{-1}(\theta) \sum_{i=0}^{p(\tau)} \int_{t_i(\tau)}^{t_{i+1}(\tau)} F(\tau + \theta - t) b dt \cdot k_i \right\| + \left\| F^{-1}(\theta) \int_{\tau}^{\tau + \theta} F(\tau + \theta - t) y' b k_{p(\tau)} / (y'q) dt \right\| \right) \rho(x^*(\tau))$$

Замечание. Из приведенных выкладок видно, что минимальную интенсивность $\rho(x)$ стабилизирующего управления можно рассматривать как функцию Ляпунова, удовлетворяющую условиям теоремы об асимптотической устойчивости при $w^*(t) \equiv 0, t \geq 0$ [5, 9].

3. Стабилизация с компенсацией пробных возмущений. Наряду с параметром θ введем параметр $\theta_1 > 0$, такой, что $\theta = k^* \theta_1, k^* \in N$.

В текущий момент τ рассмотрим минимальный промежуток $[l_* \theta_1, l^* \theta_1[$, покрывающий промежуток T_τ , т.е. $\tau \in [l_* \theta_1, (l_* + 1) \theta_1[$, причем

$$l^* = \begin{cases} l_* + k^*, & \text{при } \tau = l_* \theta_1 \\ l_* + k^* + 1, & \text{при } \tau > l_* \theta_1 \end{cases}$$

Используя моменты $l \theta_1, l = l_*, \dots, l^* - 1$, построим решения $u_l^0(t | \tilde{w}_*(\cdot))$, $t \in [l \theta_1, (l + 1) \theta_1[$, следующих задач компенсации пробных возмущений:

$$\begin{aligned} \rho_l \rightarrow \min, \quad \dot{x} &= Ax + bu_l + q\tilde{w}_*, \quad x(l \theta_1) = 0 \\ x((l + 1) \theta_1) &= 0, \quad |u_l(t)| \leq \rho_l \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$t \in [l \theta_1, (l + 1) \theta_1[, \quad l = l_*, \dots, l^* - 1$$

где

$$\tilde{w}_*(t) = \begin{cases} \tilde{w}_{l_* \theta_1}(t), & t \in [l_* \theta_1, \tau[\\ \tilde{w}_\tau(t), & t \geq \tau \end{cases}$$

В результате, в произвольный текущий момент τ для промежутка T_τ будет заготовлено компенсирующее управление

$$\bar{u}_\tau(t) = \begin{cases} u_{l_*}^0(t | \tilde{w}_*(\cdot)), & t \in [\tau, (l_* + 1) \theta_1[\\ u_{l_* + 1}^0(t | \tilde{w}_\tau(\cdot)), & t \in [(l_* + 1) \theta_1, (l_* + 2) \theta_1[\\ \dots \\ u_{l^* - 1}^0(t | \tilde{w}_\tau(\cdot)), & t \in [(l^* - 1) \theta_1, \tau + \theta[\end{cases}$$

Зная значения управления $\bar{u}_\tau(\cdot) = (\bar{u}_\tau(t), t \in T_\tau)$, будем строить реализацию позиционного решения $\tilde{u}(\tau) = u^0(\tau | x^*(\tau), \bar{u}_\tau(\cdot), \tilde{w}_\tau(\cdot))$ задачи оптимального успокоения

$$\rho \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + b\tilde{u} + b\bar{u} + q\tilde{w}_\tau, \quad x(\tau) = x^*(\tau) \quad (3.2)$$

$$x(\tau + \theta) = 0, \quad |\tilde{u}(t)| \leq \rho, \quad t \in [\tau, \tau + \theta[$$

В том же режиме на вход системы (2.2) в момент τ будем подавать сигнал $u^*(\tau) = \bar{u}_\tau(\tau) + \tilde{u}(\tau)$.

Замечание. Рассмотренная задача о стабилизации путем компенсации пробного сигнала является одной из упрощенных форм задачи компенсации. В полном объеме эта задача имеет вид

$$q_0 \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + bu + qw, \quad x(\tau) = x^*(\tau), \quad |x_j(t)| \leq q_0, \quad j = \overline{1, n}, \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T_\tau \quad (3.3)$$

Математически задача (3.3) существенно сложнее задачи (3.1), (3.2), ибо содержит фазовые ограничения. Хотя используемый метод можно обобщить и на задачу (3.3), выигрыш от его реализации вряд ли оправдает затраченные усилия. Поэтому было решено ограничиться задачей (3.1), (3.2), которая приближенно реализует идею компенсации, но приводит к более простым конструкциям. Задача о полной компенсации решается далее в разд. 4 для частной ситуации, когда она становится тривиальной.

4. Специальный случай задачи стабилизации. Пусть стабилизируемая система (1.1) находится под действием ограниченного скалярного возмущения $w(t)$, $t \geq 0$ и ее реальное движение описывается уравнением

$$\dot{x} = Ax + bu + bw(t), \quad x(0) = x_0 \quad (4.1)$$

Эта ситуация возникает, например, в случае, когда система управления описывается дифференциальным уравнением n -го порядка

$$x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \dots + a_n x = u + w(t)$$

В этом случае алгоритм, изложенный в разд. 3, допускает следующую модификацию.

Пусть в момент τ известно пробное возмущение $\tilde{w}_\tau(t)$, $t \in T_\theta$. Как и в разд. 3, управление $u^*(\tau)$, подаваемое на вход системы (4.1), представим в виде суммы компенсирующего и успокаивающего управлений: $u^*(\tau) = \bar{u}_\tau(\tau) + \tilde{u}(\tau)$. В момент τ полагаем $\bar{u}_\tau(\tau) = -\tilde{w}_\tau(\tau)$. Успокаивающее управление $\tilde{u}(\tau)$, $\tau \geq 0$, строим как решение задачи

$$\rho \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + b\tilde{u}, \quad x(\tau) = x^*(\tau), \quad x(\tau + \theta) = 0, \quad |\tilde{u}(t)| \leq \rho, \quad t \in T_\theta$$

считая полностью компенсированным влияние возмущения $\tilde{w}_\tau(t)$, $t \in T_\theta$.

Описанный алгоритм можно дополнить следующей процедурой. На промежутке T_θ для компенсации действия возмущения $\tilde{w}_\tau(\cdot)$, $\tau \leq \theta$, будем строить решение задачи

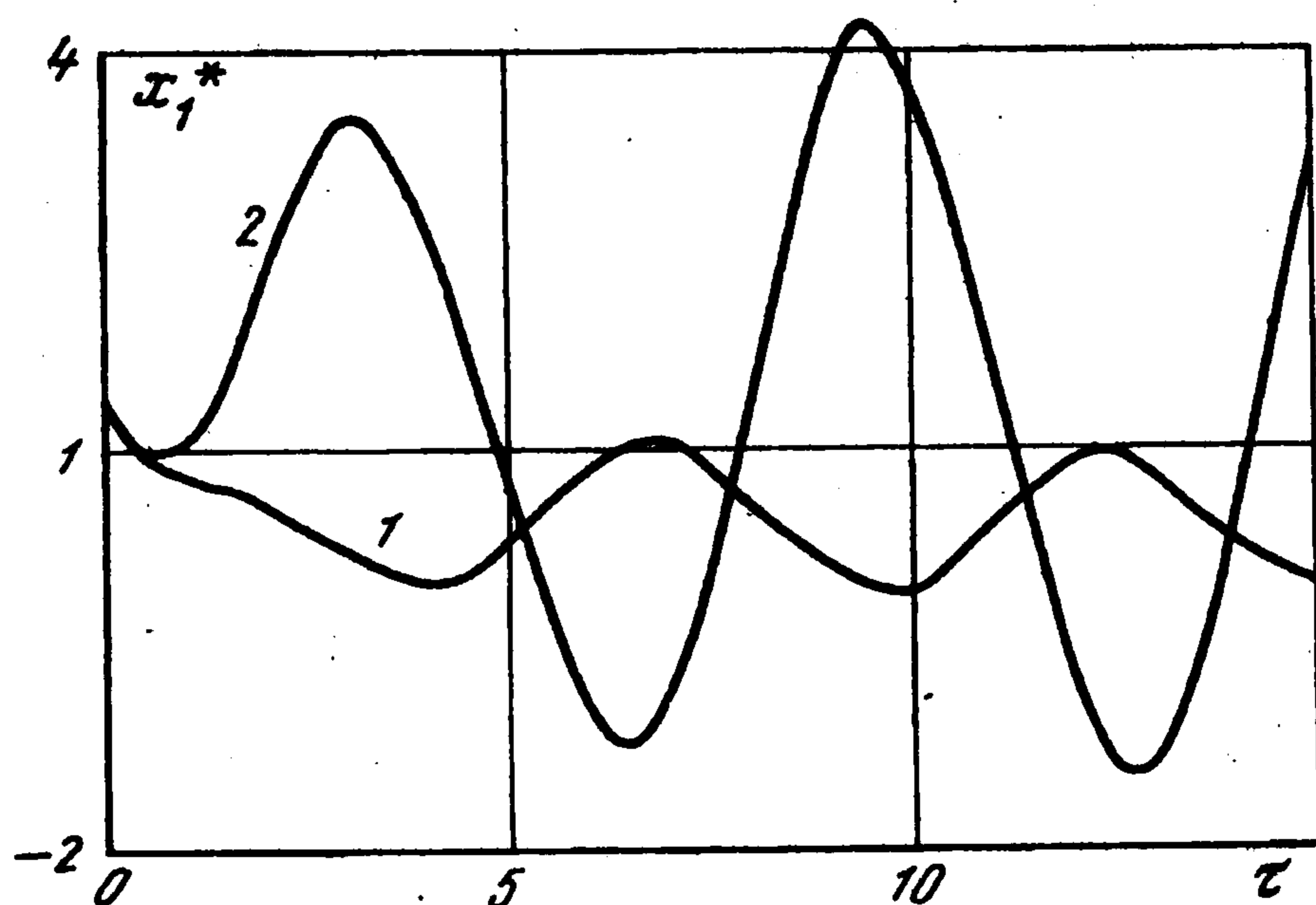
$$\rho \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + b\bar{u} + b\tilde{w}_\tau, \quad x(\tau) = x^0(\tau), \quad x(\theta) = 0, \quad |\bar{u}(t)| \leq \rho, \quad t \in [\tau, \theta[$$

где $x^0(\tau)$, $\tau \in T_\theta$, ($x^0(0) = x_0$) – модельная траектория, задаваемая управлением $\bar{u}(\tau) = \bar{u}(\tau | x^0(\tau), \tilde{w}_\tau(\cdot))$ и возмущением $\tilde{w}_\tau(\tau)$.

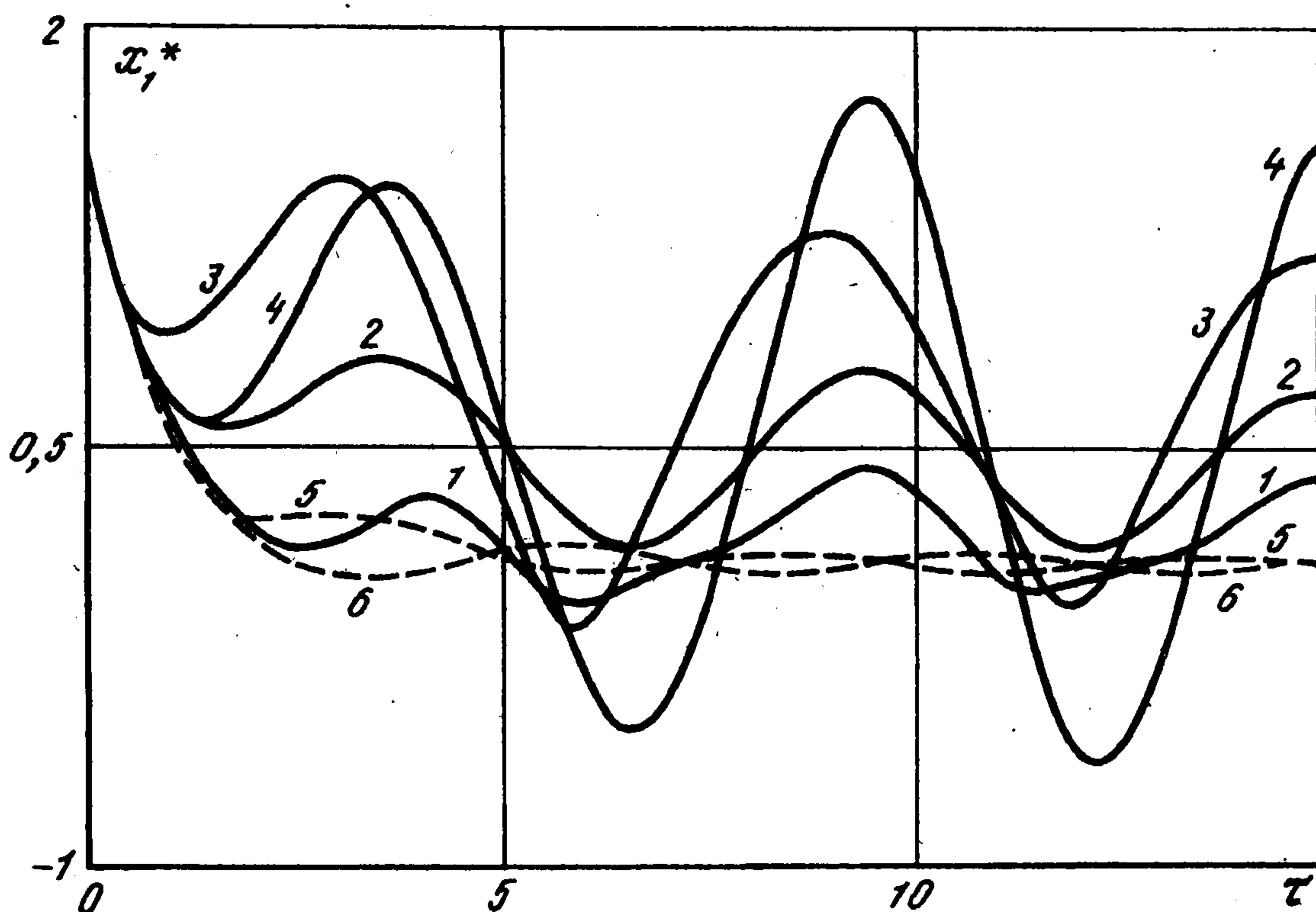
В каждый момент τ вычисляем отклонение реальной траектории $x^*(\tau)$, $\tau \in T_\theta$, системы (4.1) от модельной траектории $x^0(\tau)$: $x^*(\tau) - x^0(\tau)$. С момента $\bar{\tau} < \theta$, когда под действием неучтенных возмущений $w^*(\tau) - \tilde{w}_\tau(\tau)$, $\tau < \bar{\tau}$, станет $\|x^*(\bar{\tau}) - x^0(\bar{\tau})\| \geq \varepsilon$, начинаем решать задачу

$$\rho \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + b\tilde{u}, \quad x(\tau) = x^*(\tau) - x^0(\tau), \quad x(\tau + \theta) = 0, \quad |\tilde{u}(t)| \leq \rho, \quad t \in T_\tau, \quad \tau \in [\bar{\tau}, \theta[$$

Здесь ε – параметр, характеризующий близость реальной траектории к модельной. На вход системы (4.1) подается управление $u^*(\tau) = \bar{u}_\tau(\tau) + \tilde{u}(\tau)$. В момент $\tau = \theta$ переходим к описанному ранее в этом разделе алгоритму.



Фиг. 1



Фиг. 2

5. Примеры. Проиллюстрируем изложенные результаты на задаче стабилизации математического маятника в верхнем, неустойчивом положении равновесия моментом, приложенным к нему на оси подвеса. Этот момент вырабатывается исполнительным механизмом, который является интегрирующим звеном. Исполнительный механизм, в свою очередь, подвержен некоторому управляющему воздействию u [10].

Линеаризованное уравнение движения математического маятника имеет вид

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1 + x_3, \quad \dot{x}_3 = u$$

где $x_1 = \varphi$ – угол отклонения маятника от вертикали, $x_2 = \dot{\varphi}$ – угловая скорость, x_3 – момент, приложенный к маятнику. В качестве возмущенного начального состояния $x(0)$ возьмем точку $x_0 = (1,4; -1,25; -0,2)$.

Сначала будем считать, что при постоянно действующем возмущении $w^*(t)$, $t \geq 0$, динамическая система удовлетворяет уравнению

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1 + x_3 + w^*(t), \quad \dot{x}_3 = u, \quad x(0) = x_0 \quad (5.1)$$

Положим

$$w^*(t) = a_0(t) + a_1(t)\sin t + w_1(t), \quad t \geq 0 \quad (5.2)$$

где $a_0(t) = 0,5(1 + 0,1\sin 0,3t)$, $a_1(t) = 1 + 0,2\sin 0,2t$, $w_1(t) = 0,1 + 0,1\cos 5t$. Значение параметра θ полагали равным трем.

При стабилизации системы (5.1) с помощью успокоителя, реализующего классическую обратную связь [5], получена траектория $x_1^*(\tau)$, $\tau \geq 0$, системы (5.2), представленная на фиг. 1 (кривая 1).

В процессе стабилизации системы (5.1) по схеме разд. 2 в качестве пробного возмущения использовалась функция

$$\bar{w}_\tau(t) = a_0(\tau) + a_1(\tau)\sin t, \quad t \geq \tau, \quad \tau \geq 0 \quad (5.3)$$

На фиг. 1 представлена полученная траектория $x_1^*(\tau)$, $\tau \geq 0$, (кривая 2).

Далее рассмотрим случай, когда стабилизируемая система в условиях постоянно действующих возмущений описывается уравнением

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1 + x_3, \quad \dot{x}_3 = u + w^*(t), \quad x(0) = x_0 \quad (5.4)$$

где в качестве возмущений $w^*(t)$, $\bar{w}_\tau(t)$, $t \geq \tau$, $\tau \geq 0$, берутся соответственно функции (5.2) и (5.3).

На фиг. 2 кривая 1 представляет траекторию $x_1^*(\tau)$, $\tau \geq 0$, системы (5.4) при стабилизации по схеме разд. 3. Кривая 2 получена путем стабилизации системы (5.4) методом Калмана-Летова [10]. Кривая 3 является результатом стабилизации системы (5.4) по схеме разд. 3. Кривая 4 построена с помощью успокоителя [5]. Кривые 5 и 6 иллюстрируют стабилизацию системы (5.4) по схеме разд. 4. Кривая 5 представляет траекторию $x_1^*(\tau)$, $\tau \geq 0$, полученную в результате однофазной процедуры стабилизации, кривая 6 – в результате двухфазной процедуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда (MW3000).

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н. Об оптимальном регулировании при случайных возмущениях // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 1. С. 64–79.
2. Красовский Н.Н., Лидский Э.А. Аналитическое конструирование регуляторов в системах со случайными свойствами // Автоматика и телемеханика. 1961. Т. 22. № 9. С. 1145–1150.
3. Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses // IEEE Trans. Automat. Contr. 1981. V. AC-26. № 2. P. 301–320.
4. Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. Statespace solutions to standard H_2 and H_∞ control problems // IEEE Trans. Automat. Contr. 1989. V. 34. № 8. P. 831–846.
5. Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М. Оптимальный успокоитель динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1994. № 5. С. 3–12.
6. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И. Способ оптимального управления движением динамической системы при постоянно действующих возмущениях // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 5. С. 854–863.
7. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 2. Минск: Изд-во Университетское, 1984. 207 с.
8. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1992. № 4. С. 3–19.
9. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967. 223 с.
10. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966. 530 с.

Минск

Поступила в редакцию
30.1.1995