

УДК 539.375

© 1995 г. В.В. Болотин, В.Л. Лебедев

МЕХАНИКА РОСТА УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В СРЕДЕ С МИКРОПОВРЕЖДЕНИЯМИ

Распространение усталостных трещин при высоких уровнях напряжений рассматривается на основе модели тонкой пластической зоны с учетом микрповреждений, накапливаемых в этой зоне. Принято, что трещина растет, если нарушается условие устойчивости системы "тело с трещиной – нагрузка", интерпретируемое в терминах принципа виртуальных перемещений для систем с односторонними связями. Процесс накопления микрповреждений в пластической зоне и на ее продолжении принят зависящим от размаха напряжений отрыва. Процесс роста трещины исследуется методом вычислительного эксперимента. Получены диаграммы роста усталостных трещин, описывающие все три стадии, включая аномальное поведение коротких трещин и ускоренный рост с приближением к финальному разрушению. Показано, что в рамках данной модели угловой коэффициент в средней части диаграммы близок к двум при изменении в широких пределах параметров, характеризующих процесс накопления микрповреждений.

Рост усталостных трещин может быть рассмотрен как результат сочетания двух взаимодействующих явлений: перехода системы тело с трещинами – нагрузка из одного устойчивого состояния в соседнее устойчивое состояние и процесса накопления микрповреждений, который протекает как в концевой зоне, так и в дальнем поле. С этой точки зрения механическая модель распространения усталостных трещин основана на синтезе микро- и макромеханики разрушения [1, 2]. Если уровень циклических нагрузок достаточно высок, то рост усталостных трещин сопровождается пластическими деформациями. При этом скорость роста трещин существенно возрастает, а число циклов до финального разрушения уменьшается. В таком случае говорят о малоцикловой усталости (в отличие от классической, многоцикловой усталости). Для описания роста трещин классической усталости достаточно сочетания линейной механики разрушения с одной из моделей накопления повреждений. В случае малоцикловой усталости для описания явления на макроскопическом уровне необходимо использовать одну из моделей нелинейной механики разрушения [3–6]. В данной статье взята модель тонкой пластической зоны Леонова – Панасюка – Дагдейла.

1: Макроскопические трещины в реальных материалах, как правило, необратимы. Это позволяет трактовать систему тело с трещинами – нагрузка как механическую систему с односторонними идеальными связями, наложенными на параметры, которые характеризуют размеры трещин. Поведение таких систем естественно трактовать, используя принцип виртуальных перемещений для систем с односторонними связями [7]. При этом необходимо различать обычные обобщенные координаты Лагранжа, которые описывают поле перемещений в теле при фиксированных трещинах, и параметры трещин, названные в [1] обобщенными координатами Гриффитса. В дальнейшем для краткости используем термины L -координаты и G -координаты соответственно.

Допустим, что число G -координат a_1, \dots, a_m конечно, а их вариации, совместимые с условиями связей, удовлетворяют неравенствам

$$\delta a_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (1.1)$$

Ограничиваясь квазистатическими задачами, запишем условие равновесия системы тело с трещинами – нагрузка в виде

$$\delta A = \delta_L A + \delta_G A \leq 0 \quad (1.2)$$

где работа $\delta_L A$ произведена на вариациях L -координат, а работа $\delta_G A$ – на вариациях G -координат. По определению [1, 2], все смежные положения должны удовлетворять условию $\delta_L A \equiv 0$, так что соотношение (1.2) сводится к следующему:

$$\delta_G A \leq 0 \quad (1.3)$$

Назовем [1] состояние системы тело с трещинами – нагрузка субравновесным, если $\delta_G A < 0$ при любых допустимых $\delta a_j > 0$, и равновесным, если $\delta_G A = 0$ для части вариаций $\delta a_j > 0$ и $\delta_G A < 0$ для остальных вариаций. Равновесные состояния могут быть устойчивыми, неустойчивыми и нейтральными в зависимости от поведения системы в окрестности равновесного состояния. Если существует хотя бы одна вариация $\delta a_j > 0$, для которой $\delta_G A > 0$, состояние называется неравновесным. Очевидно, что такое состояние неустойчиво. При некоторых ограничениях соответствующие теоремы могут быть строго доказаны [8]. При $m = 1$ и потенциальных внешних силах это следует из энергетических соображений, если под вариацией размера трещины δa_j понимать действительное приращение da .

В случае циклического нагружения необходимо учитывать зависимость виртуальной работы $\delta_G A$ от предыстории нагружения, роста трещин, накопления пластических деформаций и микрповреждений. Усталостная трещина не распространяется при $\delta_G A < 0$ и растет непрерывно при $\delta_G A = 0$, $\delta_G(\delta_G A) < 0$, где второй знак вариации означает учет членов второго порядка в окрестности равновесного состояния при выполнении условий (1.1). Трещина будет расти скачкообразно, если в момент достижения равенства $\delta_G A = 0$ условие $\delta_G(\delta_G A) < 0$ не выполнено [9].

Чтобы сформулировать эти условия в терминах обобщенных сил, заметим, что работа $\delta_G A$ – линейная форма вариации δa_j :

$$\delta_G A \equiv \sum_{j=1}^m (G_j - \Gamma_j) \delta a_j \quad (1.4)$$

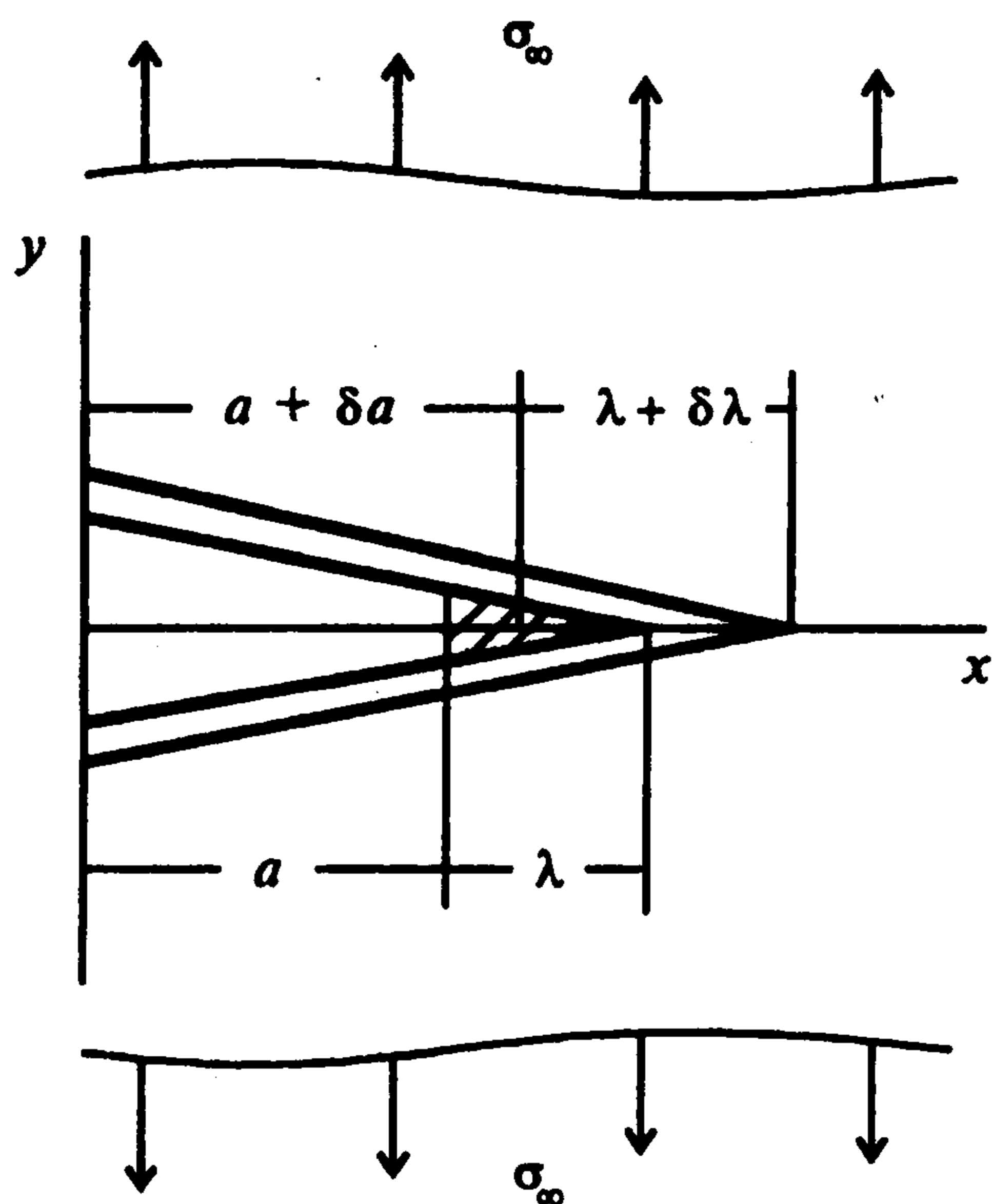
Здесь G_j – активные (движущие) обобщенные силы, Γ_j – обобщенные силы сопротивления.

Деление обобщенных сил на два класса достаточно произвольно. Как это обычно делают в механике разрушения, будем относить обобщенные силы сопротивления к работе разрушения, произведенной в концевых зонах трещин. Тогда в рамках линейной механики разрушения обобщенные силы G_j имеют смысл интенсивности высвобождения энергии, обобщенные силы Γ_j – смысл соответствующих критических значений. Усталостные трещины не растут при $G_j < \Gamma_j$, начинают расти по обобщенной координате a_k при достижении равенства $G_k = \Gamma_k$. В частности, если $m = 1$, то условия непрерывного роста трещины имеют вид

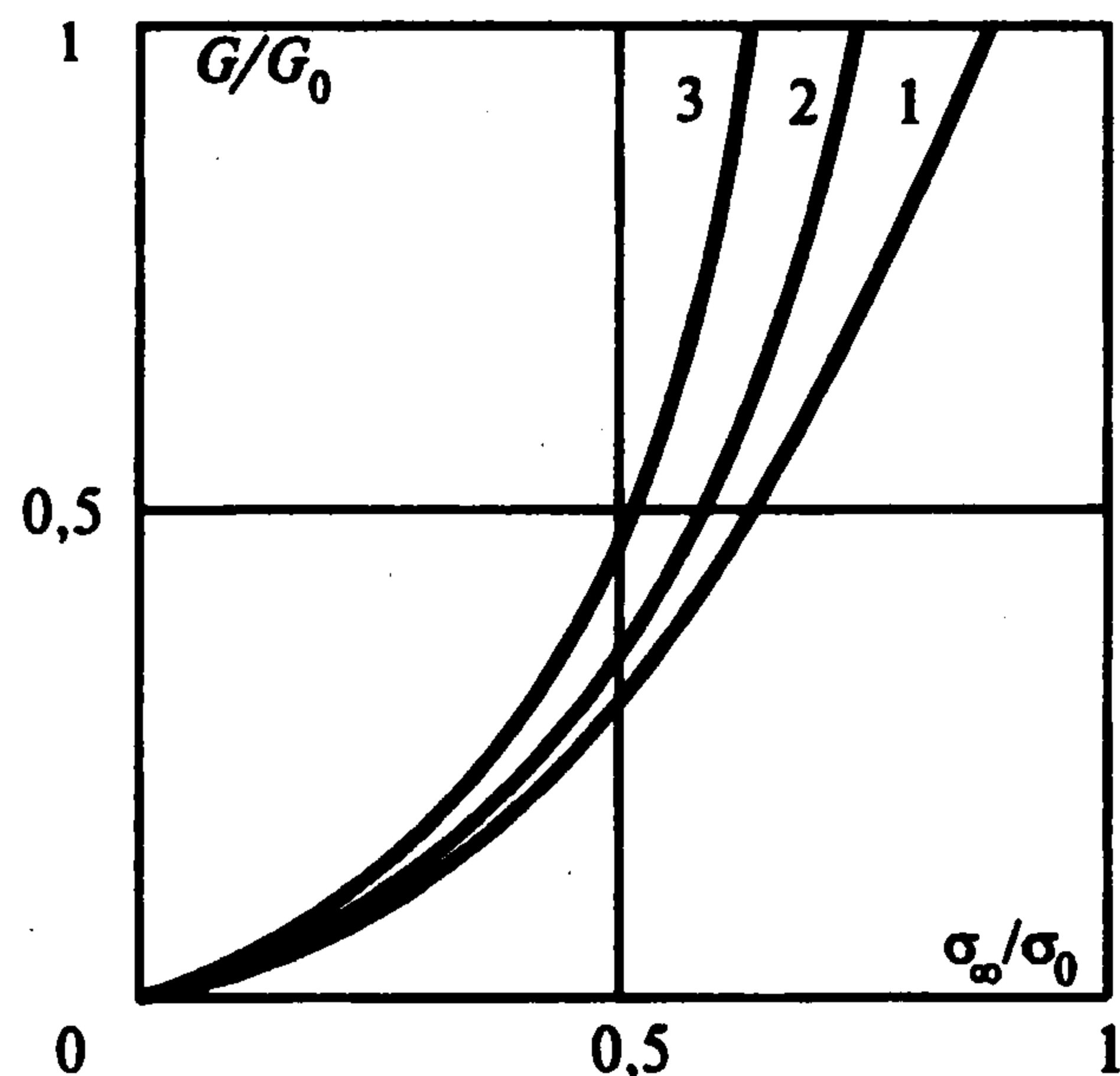
$$G = \Gamma, \quad dG/da < d\Gamma/da \quad (1.5)$$

где индексы опущены.

Если система становится неустойчивой, то происходит скачкообразное приращение трещины на Δa , после чего состояние системы вновь становится устойчивым (субравновесным). Приращение Δa может быть найдено из энергетических соображений.



Фиг. 1



Фиг. 2

Пренебрегая всеми потерями энергии, кроме той части, которая идет на работу разрушения, приходим к уравнению

$$\int_a^{a+\Delta a} G(x)dx = \int_a^{a+\Delta a} \Gamma(x)dx \quad (1.6)$$

Координата x отсчитывается по направлению предполагаемого распространения трещины.

2. Модель тонкой пластической зоны детально обсуждалась [3–5]. Рассмотрим основной вариант модели – плоскую трещину отрыва в неограниченной пластине под действием нормальных напряжений σ_∞ . Обозначим длину трещины $2a$, длину пластической зоны – λ , оси координат направим, как показано на фиг. 1. Берега трещины при $|x| < a$ свободны от напряжений. На отрезке $a < |x| < a + \lambda$ нормальные напряжения $\sigma_y(x)$ по определению равны заданной величине σ_0 , которая имеет порядок предела текучести материала при растяжении и может с ним совпадать. Вне пластической зоны, толщина которой считается пренебрежимо малой, материал является линейно упругим с модулем Юнга E . Решение смешанной задачи теории упругости приводит к формуле для длины λ пластической зоны и раскрытия δ на фронте трещины

$$\lambda = a(\sec \zeta - 1), \quad \delta = \frac{8\sigma_0 a}{\pi E} \ln \sec \zeta, \quad \zeta = \frac{\pi \sigma_\infty}{2\sigma_0} \quad (2.1)$$

Кроме того, в дальнейшем понадобится формула для нормального перемещения $v(x)$ при $a < |x| < a + \lambda$ и нормального напряжения $\sigma_y(x)$ при $|x| > a + \lambda$. В зависимости от способа получения эти формулы могут иметь различный вид. Опуская ссылку на координату y , возьмем следующие выражения ($b = a + \lambda$):

$$v(x) = \frac{b\sigma_0}{\pi E} \left[\cos \theta \ln \frac{\sin^2(\zeta - \theta)}{\sin^2(\zeta + \theta)} + \cos \zeta \ln \frac{(\sin \zeta + \sin \theta)^2}{(\sin \zeta - \sin \theta)^2} \right].$$

$$\sigma_y(x) = f(a, b, x) \quad (2.2)$$

$$\theta = \arccos \frac{x}{b}, \quad f(a, b, x) = \frac{2\sigma_0}{\pi} \operatorname{arcctg} \left[\frac{a \left(\frac{x^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right)^{1/2}}{x} \right]$$

Для определения активной обобщенной силы G используем соотношение

$$G \delta a = \delta_G A_e + \delta_G A_i \quad (2.3)$$

где $\delta_G A_e$ и $\delta_G A_i$ – соответственно виртуальные работы внешних и внутренних сил, вычисленные во всем объеме, исключая концевую зону. Поскольку вне концевой зоны материал предполагается упругим, то варьирование G -координат порождает вне концевой зоны вариации поля деформаций, которые удовлетворяют условиям, накладываемым на вариации от L -координат. Это означает [10], что границы области интегрирования могут быть перенесены непосредственно на границу концевой зоны. Но в отличие от аналогичных рассуждений в случае J -интеграла здесь необходимо учесть два обстоятельства. Во-первых, при варьировании размера трещины длина концевой зоны (2.1) также подлежит варьированию (фиг. 1). Во-вторых, границу области можно стягивать лишь до начала варьированной концевой зоны, т.е. при вычислениях необходимо учитывать работу на отрезке $a + \lambda < |x| < a + \lambda + \delta\lambda$. Таким образом, соотношение (2.3) принимает вид

$$G = 2\sigma_0 \delta a \int_a^{a+\lambda} \frac{\partial v}{\partial a} dx \quad (2.4)$$

Подставив сюда выражение для $v(x)$ из (2.2), получим

$$G = G_0 (\ln \cos \zeta + \zeta \operatorname{tg} \zeta), \quad G_0 = \frac{8\sigma_0^2 a}{\pi E} \quad (2.5)$$

Подробности вычислений были приведены [3] в контексте определения удельной работы разрушения в модели тонкой концевой зоны, т.е. обобщенной силы сопротивления Γ . Поскольку при стягивании трещины $G = \Gamma$, то правая часть формулы (2.5) совпадает с этим значением удельной работы разрушения.

Отметим, что обычная формула для J -интеграла при выборе контура интегрирования по границе концевой зоны имеет вид

$$J = -2\sigma_0 \delta a \int_a^{a+\lambda} \frac{\partial v}{\partial x} dx \quad (2.6)$$

Интервал в правой части равен $\delta/2$. Подставив сюда δ из (2.1), придем к известной формуле

$$J = G_0 \ln \sec \zeta \quad (2.7)$$

Результаты вычислений по формулам (2.5) и (2.7) значительно различаются, особенно в области немалых σ_∞/σ_0 . Это проиллюстрировано на фиг. 2, где кривая 3 построена по формуле (2.5), кривая 2 – по формуле (2.7). Различие правых частей этих формул объясняется их разным происхождением: обобщенная сила G получена из рассмотрения варьирования размера трещины, тогда как J -интеграл соответствует "надвиганию" тела на фиксированную трещину. Произведение $G \delta a$ имеет смысл виртуальной работы, в то время как произведение $J \delta a$ в общем случае не допускает такого толкования. Однако если материал тела всюду упругий (не обязательно линейно), то в формулах (2.4) и (2.6) можно сделать замену $\partial/\partial a$ на $-\partial/\partial x$ и обратно. В модели пластической зоны из-за варьирования ее размера $\partial/\partial a \neq -\partial/\partial x$. Для полноты на фиг. 2 построена кривая 1 по формуле линейной механики разрушения $J = \pi \sigma_\infty^2 a/E$.

3. При вычислении обобщенной силы необходимо учитывать неупругий характер деформирования – возникновение остаточных напряжений и деформаций как впереди фронта трещины, так и за этим фронтом, циклическое упрочнение, а также накопление микрповреждений в концевой зоне и на ее продолжении. Многие факторы оказывают противоречивое и не всегда легко предсказуемое влияние. Так, наряду с

циклическим упрочнением наблюдается разупрочнение. Микрповреждения, накопленные впереди макроскопической трещины, снижают удельную работу разрушения, но могут оказать и противоположное влияние.

Ограничимся простой аналитической моделью, согласно которой удельная работа разрушения зависит лишь от раскрытия на фронте трещины $\delta \geq 0$ и некоторой скалярной меры микрповреждений $\psi \geq 0$. Тогда

$$\Gamma = \Gamma_0 f(\delta, \psi) \quad (3.1)$$

где Γ_0 – удельная работа разрушения для "острой" трещины в неповрежденном материале, а функция $f(\delta, \psi)$ удовлетворяет условиям: $f(0,0) = 1$, $\partial f / \partial \delta \geq 0$, $\partial f / \partial \psi \leq 0$. При этих условиях формула (3.1) позволяет описать возрастание трещиностойкости вследствие пластического затупления трещины и в некоторой степени – влияние предыстории.

Так, при кратковременной перегрузке δ возрастает, что ведет к увеличению обобщенной силы Γ и задержке роста трещины. Введение зависимости от меры ψ позволяет описать снижение трещиностойкости из-за накопления микрповреждений. Для описания последних на продолжении трещины $|x| \geq a$ введем скалярную меру $\omega(x, N)$, принимающую значения из отрезка $[0, 1]$. При этом значение $\omega = 0$ отвечает неповрежденному, а $\omega = 1$ – полностью поврежденному материалу. Очевидно, что

$$\psi(N) = \omega[a(N), N] \quad (3.2)$$

Одно из простейших аналитических представлений для правой части (3.1) имеет вид

$$\Gamma = \Gamma_0 [1 + (\delta/\delta_r)^\beta] (1 - \psi^\alpha) \quad (3.3)$$

Эта формула содержит, помимо удельной работы Γ_0 для неповрежденного материала, еще три параметра, α , β , δ_r (последний имеет размерность длины). При $\beta > 0$ формула (3.3) описывает рост вязкости разрушения с продвижением фронта трещины и увеличением уровня напряжений. При этом δ вычисляется по формуле (2.1) с заменой σ_∞ на максимальное номинальное напряжение цикла σ_∞^{\max} . По условию трещина распространяется в плоскости $y = 0$, т.е. без поворотов и ветвлений, а вне пластической зоны материал остается упругим с постоянным модулем E .

Составим уравнение для меры микрповреждений $\omega(x, N)$. При этом возникает вопрос, какой из факторов является решающим в процессе накопления микрповреждений: циклическое изменение напряжений или циклическое изменение деформаций. В первом случае уравнение может быть взято в виде

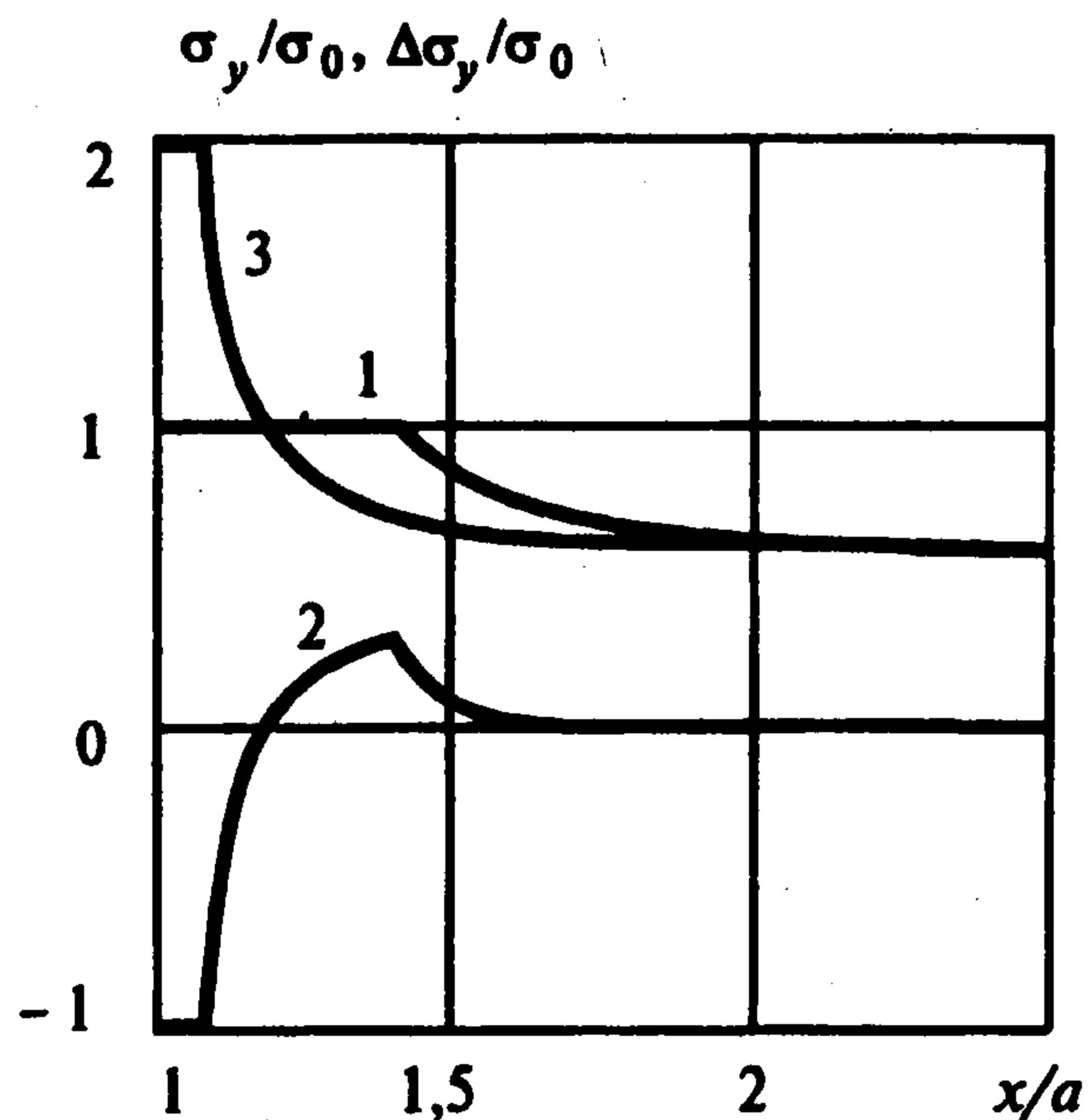
$$\partial \omega / \partial N = [(\Delta \sigma_y - \Delta \sigma_{th}) / \sigma_f]^m \quad (3.4)$$

Здесь $\Delta \sigma_\infty$ – размах напряжений отрыва при $y = 0$. Параметры материала $\sigma_f > 0$, $\sigma_{th} \geq 0$, $m > 0$ могут зависеть от температуры и других условий окружающей среды, от частоты нагружения и формы цикла, в частности, от отношения экстремальных значений напряжений $R = \sigma_\infty^{\min} / \sigma_\infty^{\max}$. Введение порогового значения $\Delta \sigma_{th}$ позволяет ввести в рассмотрение так называемый эффект закрытия трещины [11].

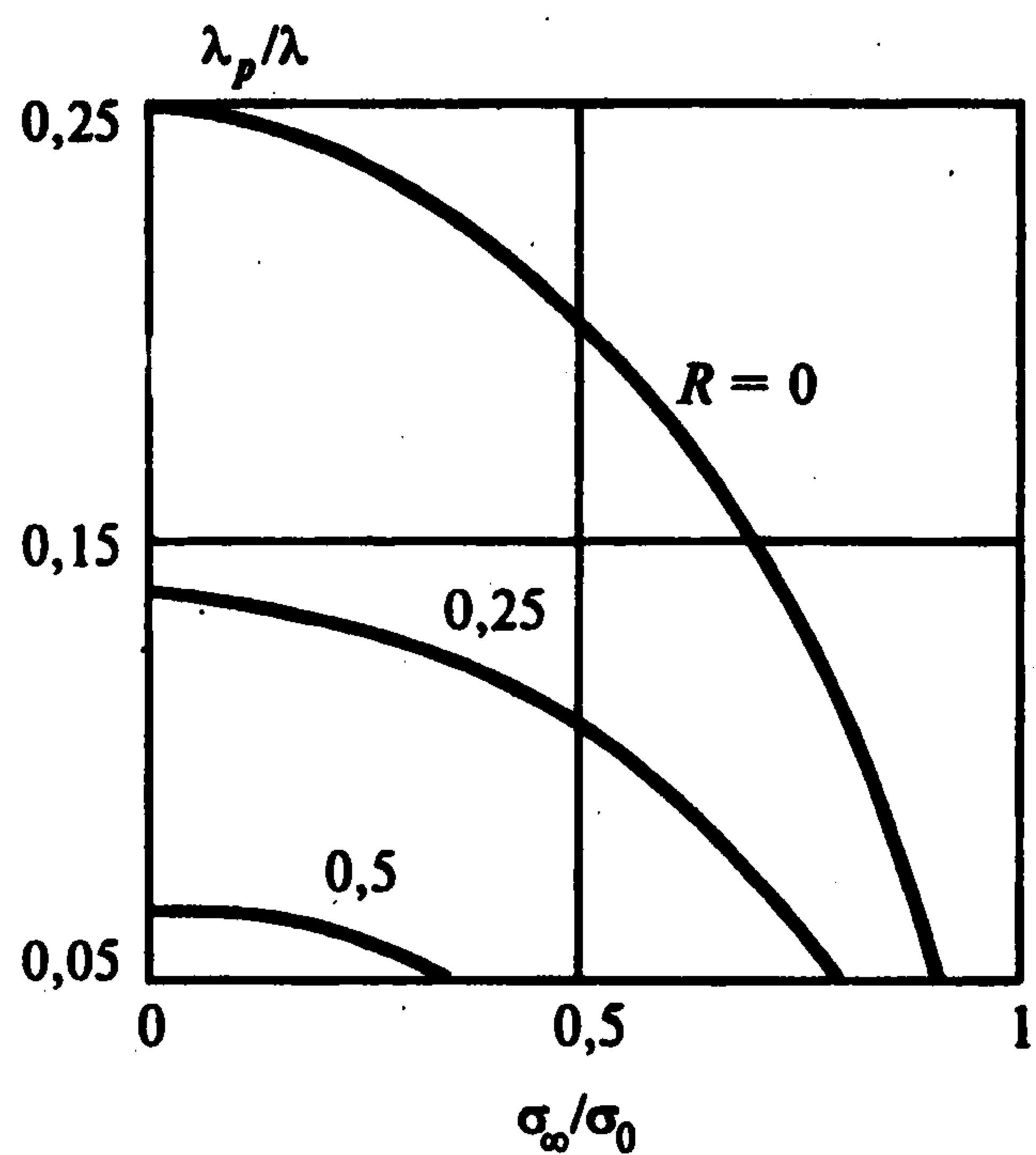
Чтобы найти размах напряжений отрыва $\Delta \sigma_y$, достаточно найти распределение напряжений отрыва при σ_∞^{\max} и σ_∞^{\min} . При $\sigma_\infty = \sigma_\infty^{\max}$ формула (2.1) и вторая формула (2.2) дают

$$\sigma_y^{\max} = \begin{cases} \sigma_0, & a \leq |x| \leq a + \lambda \\ f(a, b, x), & |x| > a + \lambda \end{cases} \quad (3.5)$$

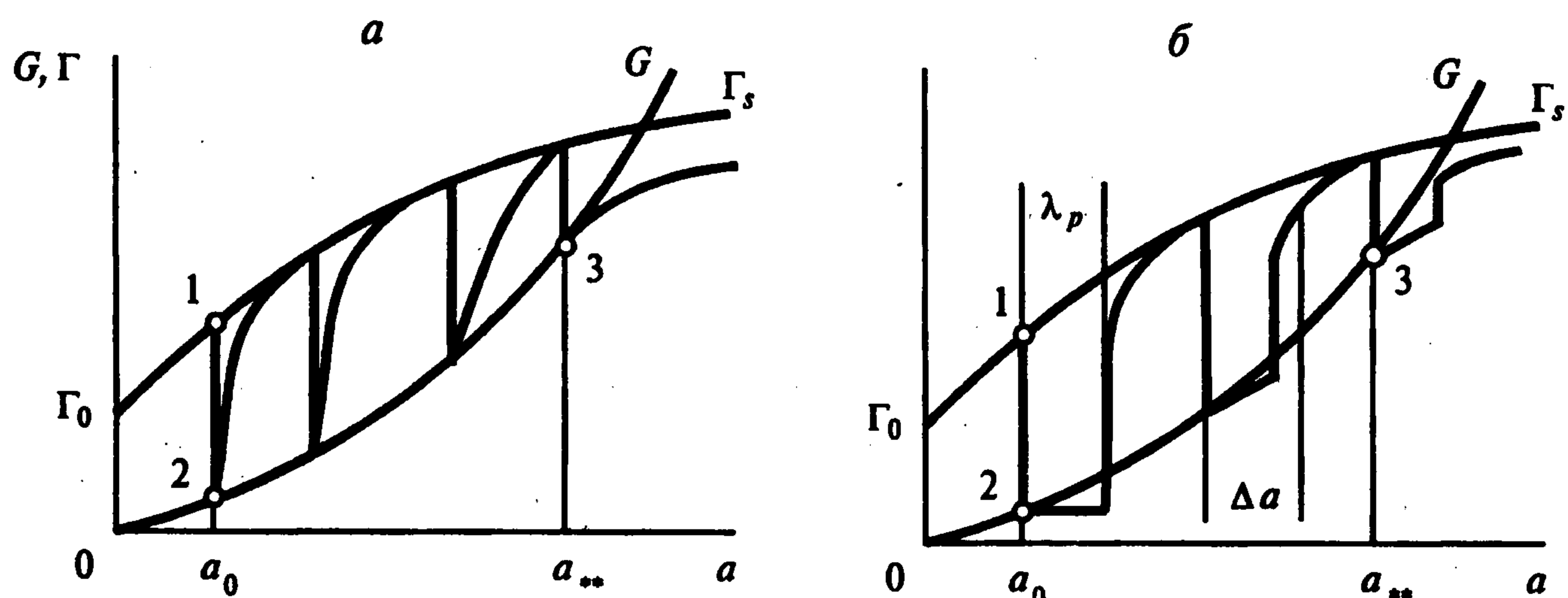
$$\lambda = a \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma_\infty}{2 \sigma_0} \right) - 1 \right]$$



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

При разгрузке до $\sigma_{\infty} = \sigma_{\infty}^{\min}$ возникают остаточные напряжения, которые получаются суммированием напряжений (3.5) с напряжением, соответствующим номинальному значению $\sigma_{\infty}^{\min} - \sigma_{\infty}^{\max}$ и предельному напряжению $2\sigma_0$. В результате размах напряжений оказывается равным

$$\Delta\sigma_y = \begin{cases} 2\sigma_0, & a \leq |x| \leq a + \lambda_p \\ 2f(a, b_p, x), & |x| > a + \lambda_p \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\lambda_p = a \left[\sec\left(\frac{\pi\Delta\sigma_{\infty}}{4\sigma_0}\right) - 1 \right], \quad b_p = a + \lambda_p$$

где $\Delta\sigma_{\infty}$ – размах номинальных напряжений.

Формулы (3.5) и (3.6) проиллюстрированы на фиг. 3. Кривая 1 соответствует напряжению $\sigma_{\infty} = \sigma_{\infty}^{\max}$, кривая 2 – остаточным напряжениям $\sigma_{\infty} = \sigma_{\infty}^{\min}$, а кривая 3 – размаху $\Delta\sigma_y$. На фиг. 4 показана зависимость отношения размера "внутренней" пластической зоны λ_p к размеру λ от размаха напряжений $\Delta\sigma_{\infty}$ и отношения $R = \sigma_{\infty}^{\min} / \sigma_{\infty}^{\max}$.

В качестве альтернативной модели накопления микрповреждений возьмем следующую:

$$\partial\omega / \partial N = \left\{ \left[(\Delta v)^{1/2} - (\Delta\delta_{th})^{1/2} \right] / \delta_f^{1/2} \right\}^m \quad (3.7)$$

Здесь Δv – размах относительного нормального перемещения на берегах пластической зоны, δ_f , $\Delta\delta_{th}$ и m – параметры материала, аналогичные параметрам из (3.4).

Все перемещения входят в уравнение (3.7) под знаком квадратного корня. Это сделано для того, чтобы при невысоком уровне напряжений, т.е. при $\sigma_\infty^{\min} \ll \sigma_0$ уравнение (3.7) можно было использовать для описания классической (многоцикловой) усталости. Действительно, при малых σ_∞/σ_0 формула (2.1) и вторая формула (2.2) дают перемещения, пропорциональные $\sigma_\infty^2 a$, т.е. квадрату коэффициента интенсивности напряжений ΔK_I . Беря в (3.7) квадратные корни, обеспечиваем пороговую зависимость скорости накопления повреждений от ΔK_I и, кстати, соответствующую уравнению накопления повреждений в формуле (3.4). Выбор между моделями, описываемыми формулами (3.4), (3.6) и (3.7) можно сделать только путем сопоставления результатов предсказания роста трещин с данными эксперимента.

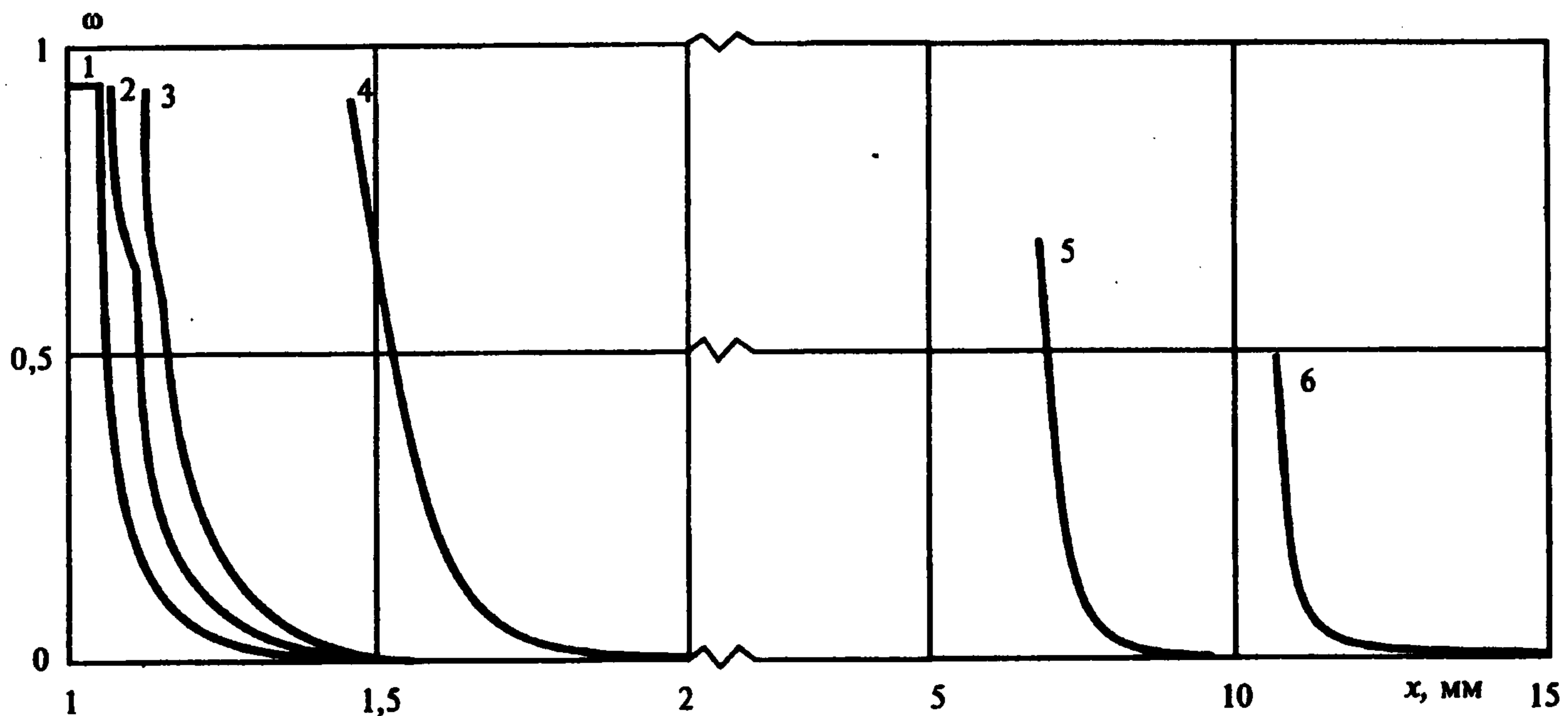
4. Для расчета роста усталостных трещин обратимся к соотношениям (1.5) и (1.6). В течение инкубационной стадии, когда происходит накопление микрповреждений на фронте неподвижной трещины, имеет место соотношение $G < \Gamma$ при $a = a_0 = \text{const}$. При некотором $N = N_*$ впервые достигается равенство $G = \Gamma$. Дальнейшее поведение трещины зависит от распределения микрповреждений в концевой зоне, а также от степени влияния пластического раскрытия трещины на сопротивление ее росту.

Две типичные ситуации приведены на фиг. 5, где показано, как изменяется в процессе роста трещины обобщенные силы G и Γ . При этом кривые Γ , соответствуют монотонному возрастанию нагрузки и размера трещины. В сущности, они являются R -кривыми [3–5]. Точка 1 на графиках отвечает началу процесса нагружения, точка 2 – страгиванию трещины при $N = N_*$, точка 3 – финальному разрушению при $N = N_{**}$. Фиг. 5,а построена в предположении, что микрповреждения на фронте быстро уменьшаются при углублении в концевую зону, так что рост трещины происходит непрерывно при выполнении обоих условий из (1.5). Фигура 5,б иллюстрирует скачкообразный рост трещины. Из-за микрповреждений, занимающих зону размером порядка λ_p , состояние системы при первом достижении равенства $G = \Gamma$ является неустойчивым: $dG/da > d\Gamma/da$. Происходит увеличение размера трещины на Δa , которое можно найти из условия (1.6). В новом положении фронта трещины $G = \Gamma$, и процесс повторяется снова. Типичная ситуация состоит в том, что при микрповреждениях, описываемых уравнением (3.4), скачкообразный рост трещины протекает в начале и, может быть, возобновляется перед финальным разрушением из-за быстрого увеличения размеров λ и λ_p . Если принять модель в форме (3.7), рост трещины становится непрерывным.

При численном анализе целесообразно провести дискретизацию по размеру трещины a с равным достаточно малым шагом Δa . Алгоритм расчета сводится к вычислению значений ψ , соответствующих достижению равенства $G = \Gamma$ при ближайшем значении $a + \Delta a$, и к интегрированию уравнения (3.4) до момента достижения равенства (3.2). Это дает искомое число циклов, после чего процедура повторяется.

Вычисления были выполнены для следующих числовых данных: $E = 200$ ГПа, $\sigma_0 = 500$ МПа, $\sigma_f = 5$ ГПа, $\Delta\sigma_{th} = 250$ ГПа, $\alpha = 1$, $\delta_a \rightarrow \infty$. Начальное значение удельной работы разрушения принято $\Gamma_0 = 18$ кДж/м², что отвечает (в рамках линейной механики разрушения) трещиностойкости $K_{IC} = 60$ МПа м^{1/2}. Расчеты показали, что в начале трещина распространяется скачкообразно. Затем начинается стадия непрерывного роста, причем с несколько замедленной скоростью. Далее скорость трещины растет по закону, близкому к

степенному с существенным ускорением при приближении к финальному разрушению. Эти особенности находятся в согласии с опытными данными. Их качественное объяснение можно дать, рассматривая распределение меры микроповреждений $\omega(x, N)$ впереди движущейся трещины (фиг. 6). Фиг. 6 построена при $a_0 = 1$ мм, $\sigma_{\infty}^{\max} = 200$ МПа, $\sigma_{\infty}^{\min} = 0$. Кривые 1–4 относятся к начальной стадии роста. Кривая 1 отвечает $N = N_* = 42$, а кривые 2–4 – числу

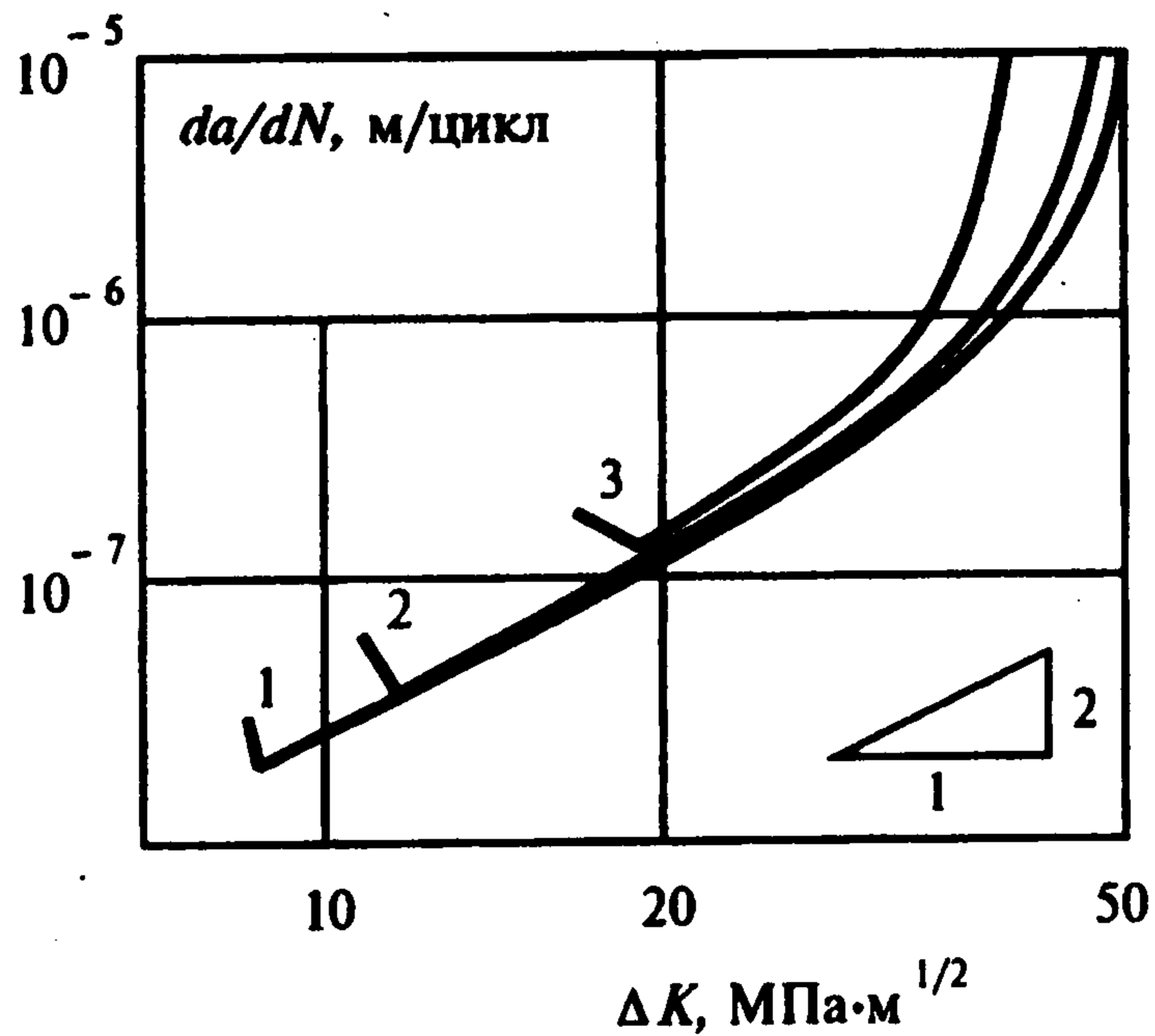


Фиг. 6

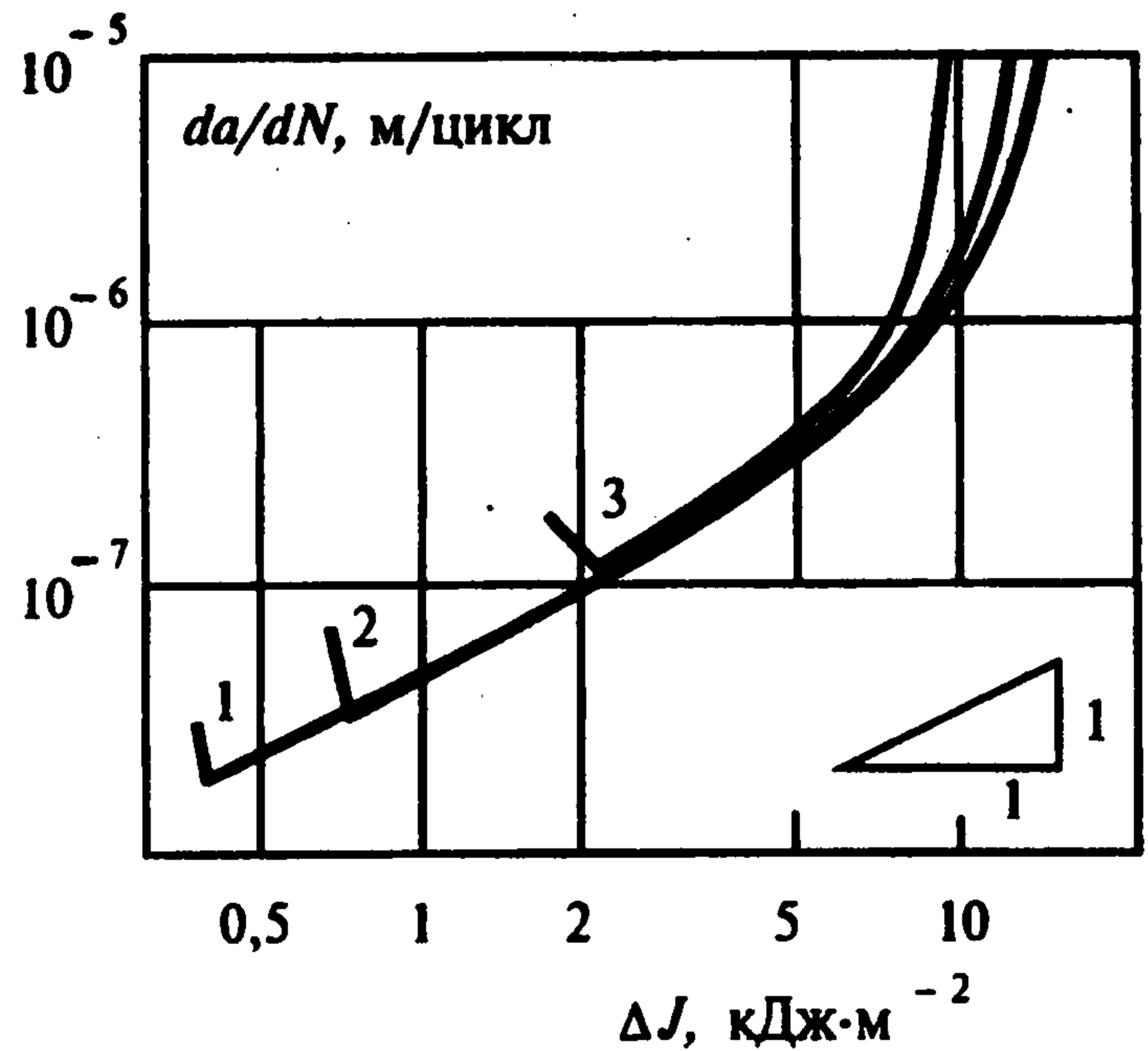
циклов $N = 65, 97, 251$. Позднему этапу роста трещины соответствуют кривые 5 ($N = 1000$) и 6 ($N = 1170$). Проекция левых точек этих кривых на горизонтальную ось указывает на текущий размер трещины $a(N)$. Пока трещина еще не начала расти, т.е. при $N < N_*$, в ее концевой зоне накопились существенные микроповреждения (кривая 1). Этим объясняется скачкообразный рост трещины с относительно высокой скоростью. В дальнейшем, из-за влияния микроповреждений, накапливаемых на предыдущих этапах нагружения и в дальнем поле, рост становится непрерывным. На заключительном этапе уровень микроповреждений на фронте трещины заметно снижается.

Наибольший прикладной интерес представляет итоговый результат – диаграмма роста усталостных трещин, на которой по оси абсцисс в логарифмическом масштабе откладывается размах параметра нагрузки, по оси ординат (тоже в логарифмическом масштабе) – скорость роста трещины da/dN . На фиг. 7–9 в качестве параметров – нагрузки выбраны соответственно размах коэффициента интенсивности напряжений ΔK_I , размах J -интеграла ΔJ и размах обобщенной силы ΔG . Графики построены при тех же данных, что и выше, за исключением показателя в уравнении (3.4): он принят $m = 4$. Кривые 1–3 построены при максимальном напряжении цикла $\sigma_{\infty}^{\max} = 150, 200, 300$ МПа.

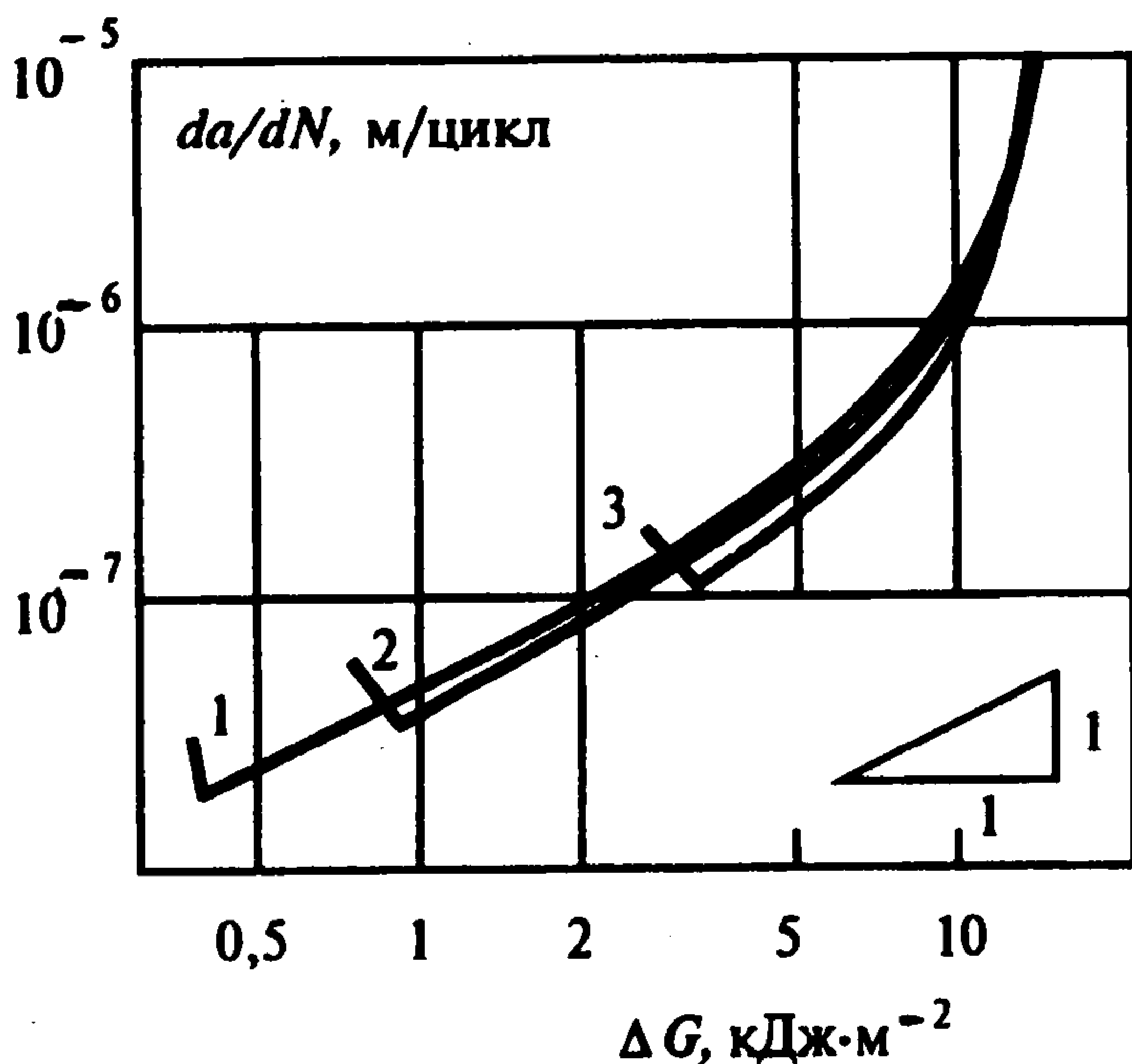
Характер кривых отвечает качественным соображениям, приведенным выше. Обращает на себя внимание аномальное поведение кривых на начальных участках, а также их расхождение по мере роста трещин. Это расхождение особенно существенно на фиг. 7, где в качестве параметра нагрузки принят, как это обычно делают, размах коэффициента интенсивности напряжений ΔK_I . С переходом от ΔK_I к ΔJ (фиг. 8) расхождение кривых уменьшается, хотя остается значительным. Наиболее компактное расположение кривых наблюдается на фиг. 9. Это служит косвенным подтверждением состоятельности предложенной модели. Другой аргумент в пользу этой модели обнаруживаем, рассматривая угол наклона кривых в их средней части. На фиг. 7 угловые коэффициенты (в двойных логарифмических координатах) равны двум (на фиг. 8 и 9 близки к единице). Это в целом согласуется с экспериментальными данными по малоцикловой усталости, в частности, с так называемым уравнением Коффина – Мэнсона и родственными полуэмпирическими уравнениями. Существенно, что эти угловые коэффициенты не зависят от показателя m в уравнении накопления микроповреждений (3.4). Это наглядно показано на диаграммах роста усталостных трещин (фиг. 10). Для всех трех кривых угловые коэффициенты в



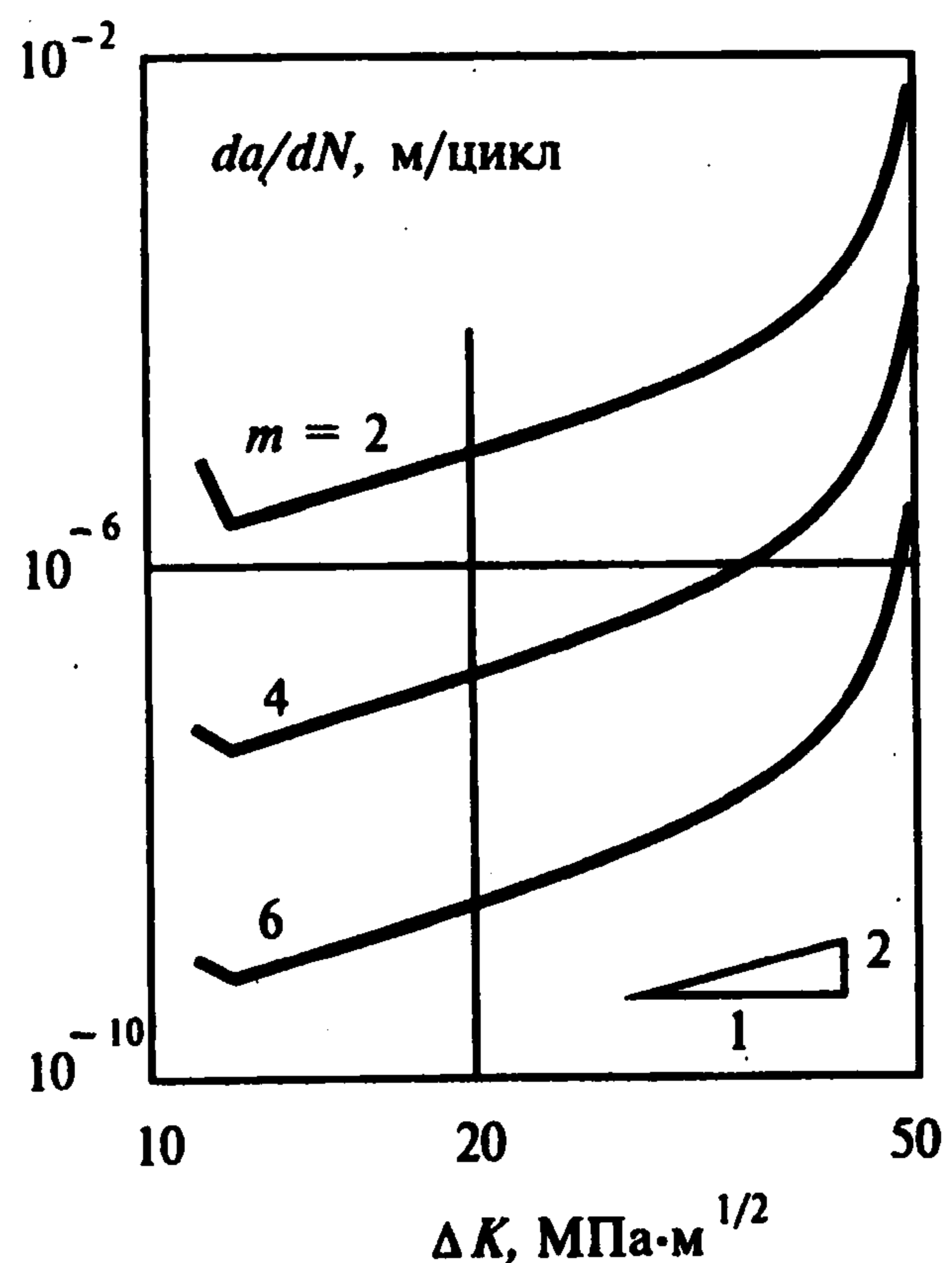
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

средней части диаграммы близки к двум, хотя скорость роста трещины изменилась на два порядка. Полученный результат может служить основанием для выбора между двумя моделями накопления микрповреждений, описываемых уравнениями (3.4) и (3.7). Во втором случае скорость роста трещины оказывается весьма чувствительной к выбору показателя m .

5. Некоторые качественные выводы, относящиеся к росту трещин на средней и заключительной стадиях, можно получить, используя квазистационарное приближение [1, 2]. Представим меру микрповреждений $\omega(x, N)$ в виде

$$\omega = \omega_{nf} + \omega_{ff} \quad (5.1)$$

Здесь $\omega_{nf}(x, N)$ – мера микрповреждений, накапливаемых в ближнем поле, точнее, во внутренней концевой зоне при $a < |x| \leq a + \lambda_p$. Мера $\omega_{ff}(x, N)$ включает микрповреждения в дальнем поле, т.е. те, которые были накоплены до того, как частица материала попала во внутреннюю концевую зону.

Пусть размер концевой зоны λ_p достаточно мал по сравнению с рассматриваемым приращением размера трещины $a - a_0$. Тогда скорость роста трещины можно принять постоянной в пределах отрезка ΔN , в течение которого фронт трещины проходит расстояние λ_p . При этом

$$\Delta N \approx \lambda_p (da / dN)^{-1} \quad (5.2)$$

В пределах $a < |x| \leq a + \lambda_p$ размах напряжений отрыва составляет $2\sigma_0$. Отсюда при учете уравнения (3.4)

$$\omega_{nf} \approx \lambda_p (da / dN)^{-1} [(2\sigma_0 - \Delta\sigma_{th}) / \sigma_f]^m \quad (5.3)$$

Подстановка формул (2.5), (3.2), (3.3), (5.1), (5.3) в условие $G = \Gamma$ дает следующее приближенное уравнение роста трещины:

$$\frac{da}{dN} \approx \lambda_p \left(\frac{2\sigma_0 - \Delta\sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^m \left[\left(1 - \frac{G}{\Gamma_s} \right)^{1/\alpha} - \omega_{ff}(N) \right]^{-1} \quad (5.4)$$

Здесь для краткости обозначено $\Gamma_s = \Gamma_0 [1 + (\delta/\delta_f)^\beta]$. Для средней стадии роста трещины $G \ll \Gamma_s$, $\omega_{ff}(x, N) \ll 1$. Учитывая, что при достаточно малых $\Delta\sigma_\infty/\sigma_0$

$$\lambda_p \approx \pi (\Delta\sigma_\infty)^2 a / (32E) \quad (5.5)$$

приходим к скорости роста da/dN , пропорциональной квадрату размаха коэффициента интенсивности ΔK_I независимо от значения показателя m в исходном уравнении (3.4). Последний множитель (5.4) в правой части уравнения описывает ускорение роста трещины на заключительной стадии.

Проведем аналогичные выкладки применительно к упрощенной версии уравнения (3.7)

$$\partial\omega / \partial N = \left\{ \left[(\Delta\delta)^{1/2} - (\Delta\delta_{th})^{1/2} \right] / \delta_f^{1/2} \right\}^m, \quad a \leq |x| \leq a + \lambda_p \quad (5.6)$$

где $\Delta\delta$ – размах пластического раскрытия трещины в пределах цикла.

Для ω_{nf} и da/dN получим выражения, аналогичные (5.3) и (5.4) при замене $[(2\sigma_0 - \Delta\sigma_{th})/\sigma_f]^m$ на величину, стоящую в правой части равенства (5.6).

С учетом формул (2.2) и (5.5) находим, что скорость da/dN при $G \ll \Gamma_s$, $\omega_{ff}(N) \ll 1$, $2\delta \gg \Delta\delta_{th}$ приблизительно пропорциональна $(\Delta K_I)^{m+2}$. Сильная зависимость скорости роста трещины от показателя m дает основание для того, чтобы из двух моделей накопления микрповреждений выбрать модель, которая описывается уравнением (3.4).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-013-1648) и Международного научного фонда (RLS000).

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Уравнения роста усталостных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 4. С. 153–160.
2. Bolotin V.V. A unified approach to damage accumulation and fatigue cracks growth // Engng Fract. Mech. 1985. V. 22. N 3. P. 387–398.
3. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985. 502 с.
4. Плювинаж Г. Механика упругопластического разрушения. М.: Мир, 1993. 448 с.
5. Wnuk M.P. Mathematical modelling of nonlinear phenomena in fracture mechanics // Nonlinear Fracture Mechanics. Wien, New York: Springer-Verlag, 1990. P. 359–451.

6. Вакуленко А.А., Морозов Н.Ф., Проскура А.В. Определение скорости распространения трещин // Физико-химическая механика материалов. 1993. Т. 29. Вып. 3. С. 137–140.
7. Болотин В.В. О динамическом распространении трещин // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 1. С. 150–162.
8. Иванов А.П. Об устойчивости в системах с неустойчивыми связями // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 5. С. 725–732.
9. Bolotin V.V. Mechanics of fatigue fracture // Nonlinear Fracture Mechanics. Wien, New York: Springer-Verlag, 1990. P. 1–59.
10. Болотин В.В. Устойчивость и рост трещин при непотенциальных внешних нагрузках // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 5. С. 148–157.
11. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В., Морозова Т.М. Равновесие системы разрезов при образовании на них областей налегания и раскрытия // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 4. С. 672–678.

Москва

Поступила в редакцию
24.II.1994