

УДК 629.7

© 1994 г. В.С. Жиров

ОПТИМИЗАЦИЯ МАССЫ КРЫЛА

Формулируется задача оптимизации массы крыла, которое строится как система перьев и может быть пронизываемым, предполагаются заданными основные характеристики внешней формы крыла. Находится приближенное решение задачи. Получаются формулы для оценки оптимальной массы крыла.

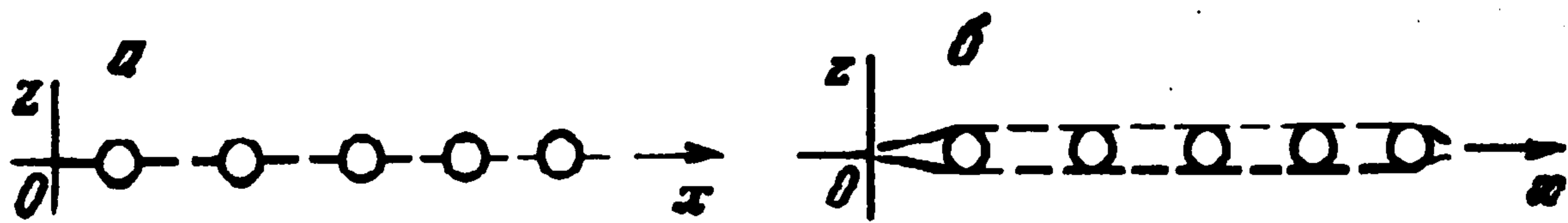
1. Используемые понятия. Пером первого порядка называется система балок, одна из которых выделена для консольного крепления к ней всех остальных балок, причем оси консольных балок принадлежат одной поверхности. Поверхность, содержащая оси консольных балок, называется поверхностью пера первого порядка, а выделенная балка, к которой крепятся консольные балки, – стержнем пера первого порядка, сами консольные балки иногда называются перьями нулевого порядка (вырожденные перья).

Для $k = 2, 3, \dots$ пером k -го порядка называется система, состоящая из балки и перьев $(k - 1)$ -го порядка, каждое из которых прикрепляется к этой балке консольно с помощью стержня так, что поверхности перьев $(k - 1)$ -го порядка совпадают. Общая поверхность перьев $(k - 1)$ -го порядка называется поверхностью пера k -го порядка, а балка, к которой крепятся перья $(k - 1)$ -го порядка, – стержнем пера k -го порядка. Субпером k -го порядка называется система, состоящая из балки и перьев $(k - 1)$ -го порядка, прикрепляемых к балке консольно с помощью стержня так, что не все поверхности перьев $(k - 1)$ -го порядка совпадают. Стержень пера (или субпера) k -го порядка иногда для краткости называется стержнем k -го порядка. Если n – наивысший порядок перьев (или субперьев), входящих в крыло, то любая поверхность этих перьев (или субперьев) называется поверхностью крыла.

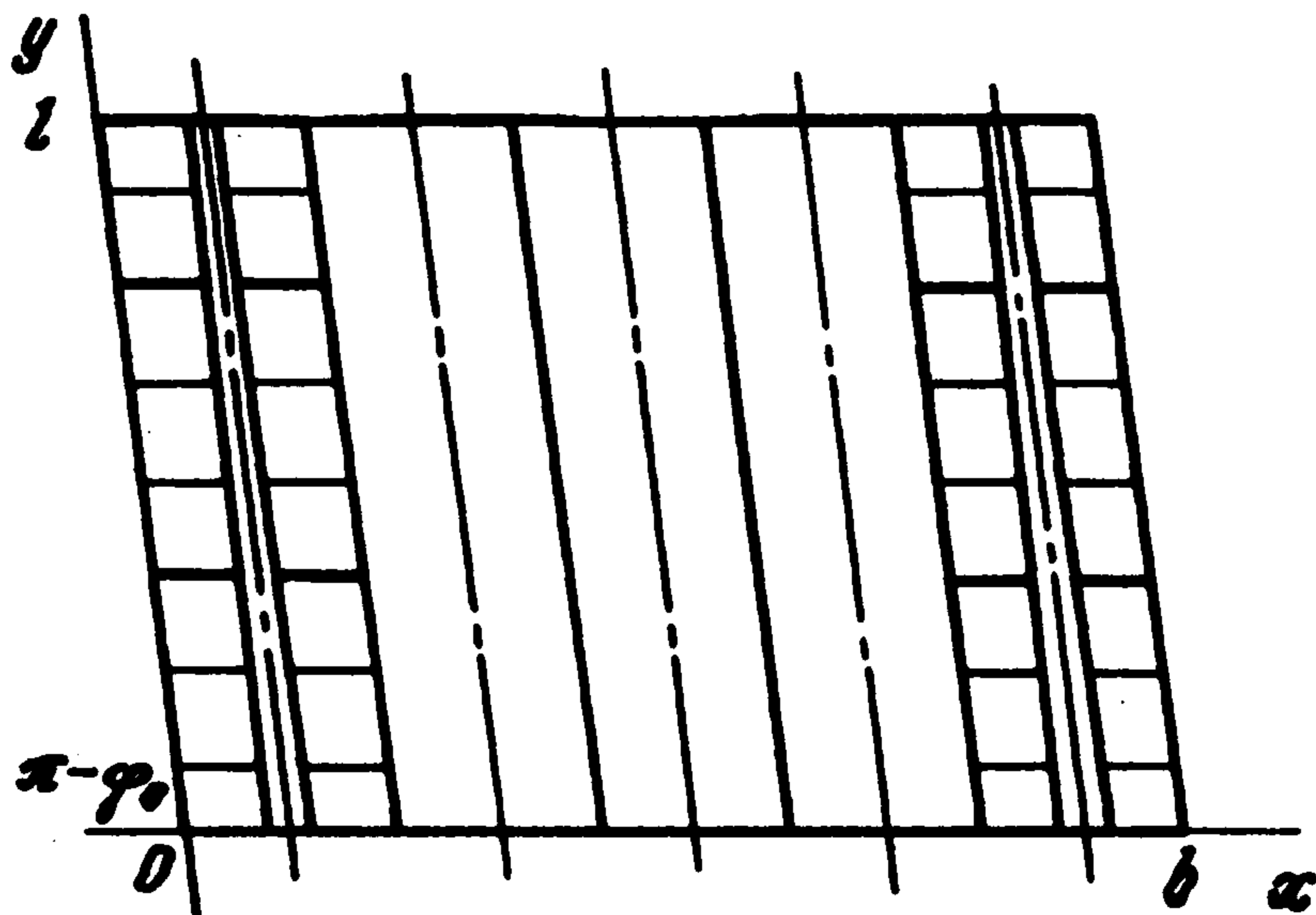
Перо (или субперо) называется симметрично нагруженным, если его стержень находится в условиях прямого поперечного изгиба [1]. Здесь рассматриваются стержни кольцевого сечения. Для расчета размеров сечения используется известное условие прочности консольного стержня, находящегося под действием распределенной поперечной нагрузки, $4MR\pi^{-1}(R^4 - r^4)^{-1} \leq \sigma$, где M – изгибающий момент, действующий в сечении стержня, R – внешний радиус сечения, r – внутренний радиус сечения, σ – разрушающее напряжение. С учетом этого наименьшая площадь сечения, соответствующая некоторым R и M , описывается функцией

$$F(R, M) = \begin{cases} \pi R^2 (1 - \sqrt{1 - 4M / (\pi \sigma R^3)}) & \text{при } \pi \sigma R^3 \geq 4M \\ \infty & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1.1)$$

2. Формулировка задачи. Чтобы описать форму крыла в плане, введем декартову косоугольную систему координат x, y с углом φ_0 между осями x и y , полагая, что $0 < \varphi_0 < \pi$. Пусть эта форма – параллелограмм, ограниченный координатными линиями: $x = 0, x = b, y = 0, y = l$, где b и l – заданные положительные числа. Крыло закрепляется вдоль стороны $y = 0$. Остановимся на двух случаях построения крыла: 1)



Фиг. 1



Фиг. 2

с одной поверхностью, общей для перьев n -го порядка, 2) с двумя поверхностями, общими для субперьев n -го порядка (n – переменная). Профили крыла в первом и втором случаях изображены соответственно на фиг. 1, а и б.

Сформулируем задачу для первого случая, приняв за поверхность крыла плоскость $z = 0$ (ось z перпендикулярна осям x и y), затем укажем особенности второго случая.

Вид крыла в плане при $n = 1$ изображен на фиг. 2. Предположим, что перепад давления при переходе через поверхность крыла в любой точке $(x, y, 0)$ этой поверхности характеризуется произведением $p_1(x)p_2(y)$ для $x \in [0, b]$, $y \in [0, l]$, где p_1 и p_2 – известные непрерывные функции, положительные внутри интервалов задания. Далее укажем, как можно учесть влияние сил тяжести, пока же считаем, что ими можно пренебречь.

Понимая под проекцией крыла (или пера) его проекцию на плоскость $z = 0$, будем рассматривать такие варианты представления крыла в виде совокупности перьев n -го порядка, которые удовлетворяют следующим ограничениям: а) проекция крыла разбивается на проекции перьев n -го порядка при помощи линий $x = \text{const}$, б) ось стержня пера k -го порядка ($k = n, n - 1, \dots, 0$) является отрезком линии: $x = \text{const}$ при $(n - k)$ четном, $y = \text{const}$ – в противном случае, положение оси выбирается так, что перо симметрично нагружено, в) каждая из подпроекций, на которые ось стержня пера k -го порядка ($k = n, n - 1, \dots, 1$) делит проекцию этого пера, разбивается на проекции перьев $(k - 1)$ -го порядка при помощи линий: $x = \text{const}$ при $(n - k)$ нечетном, $y = \text{const}$ – в противном случае, причем разбиение подпроекции при $k > 1$ осуществляется таким образом, чтобы стержни перьев $(k - 1)$ -го порядка воспринимали одинаковую нагрузку, г) внешний радиус сечения стержня n -го порядка в любой точке (x, y) оси описывается заданной функцией $f(y)$ ($y \in [0, l]$), вогнутой, положительной и убывающей, д) внешний радиус сечения стержня k -го порядка, где $0 \leq k \leq n - 1$, ограничен значением: $f(l)$ – при $1 \leq k \leq n - 1$, δ – при $k = 0$, где параметр δ задан, исходя из требований к качеству поверхности, $\delta \leq f(l)$.

Введем основные переменные. Прежде всего введем переменную m – число перьев n -го порядка в крыле, и поставим ей в соответствие массу стержней n -го порядка.

По предположению, проекция крыла разбивается на проекции перьев n -го порядка при помощи линий

$$x = x_{i_1}(m), \quad i_1 = 1, \dots, m+1 \quad (2.1)$$

где параметры будем искать из условия одинаковой нагруженности стержней:

$$\int_{x_{i_1}(m)}^{x_{i_1+1}(m)} p_1(x) dx = \frac{1}{m_0} \int_0^b p_1(x) dx, \quad i_1 = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

причем $x_1(m) = 0$. Любые соседние i_1 -я и $(i_1 + 1)$ -я из линий (2.1) вместе с линиями $y = 0$ и $y = l$ ограничивают проекцию i_1 -го пера n -го порядка. Осью стержня этого пера является отрезок линии $x = x_{i_1}^c(m)$, ограниченный линиями $y = 0$ и $y = l$, где $x_{i_1}^c(m)$ ищется из условия симметричной нагруженности пера:

$$\int_{x_{i_1}(m)}^{x_{i_1}^c(m)} p_1(x)[x_{i_1}^c(m) - x] dx = \int_{x_{i_1}^c(m)}^{x_{i_1+1}(m)} p_1(x)[x - x_{i_1}^c(m)] dx \quad (2.3)$$

Стержень крепится в сечении, где $y = 0$, поэтому в сечении, соответствующем некоторой точке $(x_{i_1}^c(m), y)$ оси, очевидно, действует изгибающий момент

$$M_{i_1}(m, y) = \sin \varphi_0 \int_{x_{i_1}(m)}^{x_{i_1+1}(m)} p_1(x) dx \int_y^l p_2(\bar{y})(\bar{y} - y) d\bar{y}$$

Соответствующая этому моменту наименьшая площадь сечения есть $F[f(y), M_{i_1}(m, y)]$, где F – функция вида (1.1). Учитывая это, заключаем, что стержень i_1 -го пера n -го порядка имеет массу

$$G_{i_1}(m) = \rho \int_0^l F[f(y), M_{i_1}(m, y)] dy$$

где ρ – плотность материала крыла. На переменную m наложим ограничение по соотношению между радиусом стержня и размерами проекции пера:

$$\sin \varphi_0 |x_{i_1}^c(m) - x_{i_1+j}(m)| > wf(0), \quad i_1 = 1, \dots, m; \quad j = 0, 1$$

где число w будем считать заданным так, что $w \geq 1$.

Итак, ввели переменную m и поставили её в соответствие массу стержней перьев n -го порядка. Теперь для $i_1 = 1, \dots, m$ введем переменную m_{i_1} – число пар перьев $(n - 1)$ -го порядка, входящих в перо n -го порядка с номером i_1 . Поставим в соответствие переменным m_{i_1} массу стержней $(n - 1)$ -го порядка.

Ось стержня i_1 -го пера n -го порядка разбивает проекцию этого пера на две подпроекции, которые занумеруем при помощи индекса j_1 . Значению $j_1 = 0$ поставим в соответствие ту подпроекцию, для точек которой $x \leq x_{i_1}^c(m)$, а значению $j_1 = 1$ – оставшуюся подпроекцию. По предположению, каждая из подпроекций разбивается на проекции перьев $(n - 1)$ -го порядка линиями

$$y = y_{i_2}(m_{i_1}), \quad i_2 = 1, \dots, m_{i_1} + 1 \quad (2.4)$$

удовлетворяющими условиям одинаковой нагруженности стержней:

$$\int_{y_{i_2}(m_{i_1})}^{y_{i_2+1}(m_{i_1})} p_2(y) dy = \frac{1}{m_{i_1}} \int_0^l p_2(y) dy, \quad i_2 = 1, \dots, m_{i_1}$$

причем $y_1(m_{i_1}) = 0$. Таким образом, любые соседние i_2 -я и $(i_2 + 1)$ -я из линий (2.4) вместе с линиями

$$x = x_{i_1+j_1}(m), \quad x = x_{i_1}^c(m) \quad (2.5)$$

ограничивают проекцию пера $(n - 1)$ -го порядка с номером (i_1, i_2, j_1) . Осью стержня этого пера служит отрезок линии $y = y_{i_2}^c(m_{i_1})$, заключенный между линиями (2.5), причем параметр оси ищется из условия симметричной нагруженности пера

$$\int_{y_{i_2}(m_{i_1})}^{y_{i_2}^c(m_{i_1})} p_2(y)[y_{i_2}^c(m_{i_1}) - y]dy = \int_{y_{i_2}^c(m_{i_1})}^{y_{i_2+1}(m_{i_1})} p_2(y)[y - y_{i_2}^c(m_{i_1})]dy$$

Условно считаем, что стержень крепится в сечении, где $x = x_{i_1}^c(m)$, так что в сечении, соответствующем любой точке $(x, y_{i_2}^c(m_{i_1}))$ оси, действует изгибающий момент

$$M_{i_1 i_2}^j(m, m_{i_1}; x) = \sin \varphi_0 \int_{x_{i_1+j_1}(m)}^x p_1(\bar{x})(x - \bar{x})d\bar{x} \int_{y_{i_2}(m_{i_1})}^{y_{i_2+1}(m_{i_1})} p_2(y)dy$$

Приняв внешний радиус сечения наибольшим допустимым $-f(l)$ (минимизирующим площадь сечения), выразим массу стержня пера, имеющего номер (i_1, i_2, j_1) , в виде

$$G_{i_1 i_2}^j(m, m_{i_1}) = (-1)^{j_1} \rho \int_{x_{i_1+j_1}(m)}^{x_{i_1}^c(m)} F[f(l), M_{i_1 i_2}^j(m, m_{i_1}; x)]dx$$

Переменная m_{i_1} должна удовлетворять ограничению по соотношению между размерами проекции пера и радиусом стержня:

$$\sin \varphi_0 |y_{i_2}^c(m_{i_1}) - y_{i_2+j}(m_{i_1})| \geq f(l), \quad i_2 = 1, \dots, m_{i_1}; \quad j = 0, 1$$

Таким образом, для перьев порядка $k = n - 1$ ввели переменные m_{i_1} ($i_1 = 1, \dots, m$), которым поставили в соответствие массу стержней этих перьев. Аналогично проведем формализацию для перьев порядка $k = n - 2, \dots, 1$. В частности, если проведена формализация для $k = n - s$, где $1 \leq s < n - 1$, то для $k = n - s - 1$ проведем ее так.

Введем переменную $m_{i(s+1)}^{j(s)}$ — число пар перьев $(n - s - 1)$ -го порядка, входящих в перо $(n - s)$ -го порядка с номером $(i(s + 1), j(s))$. Здесь и далее индексом $j(s)$ обозначаем набор индексов j_1, \dots, j_s , а индексом $i(s)$ — набор индексов i_1, \dots, i_s . У введенной переменной индексы принимают следующие значения:

$$i_1 = 1, \dots, m; \quad i_2 = 1, \dots, m_{i_1}; \quad \dots; \quad i_{s+1} = 1, \dots, m_{i(s)}^{j(s-1)}; \quad j_1 = 0, 1; \quad \dots; \quad j_s = 0, 1$$

Для упрощения записи введем следующее обозначение:

$$\mu_{i(s+1)}^{j(s)} = \begin{cases} (m, m_{i(2)}^{j(1)}, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}) & \text{при } s \text{ нечетном} \\ (m_{i_1}, m_{i(3)}^{j(2)}, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}) & \text{при } s \text{ четном} \end{cases}$$

Возможны два случая: 1) s нечетно, 2) s четно. Остановимся только на первом случае, поскольку во втором случае формулы аналогичны и отличаются, в основном, тем, что меняются местами: координаты x и y , функции $p_1(x)$ и $p_2(y)$. Ось стержня пера с номером $(i(s + 1), j(s))$, где s нечетно, разбивает проекцию этого пера на две подпроекции, которые занумеруем индексом j_{s+1} . Значению $j_{s+1} = 0$ поставим в соответствие ту подпроекцию, для точек которой $y \leq y_{i_{s+1}}^c(\mu_{i(s)}^{j(s-1)})$, а значению $j_{s+1} = 1$ — другую подпроекцию. По предположению, каждая из подпроекций разделяется на

проекция перьев $(n - s - 1)$ -го порядка линиями

$$x = x_{i_{s+2}}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}), \quad i_{s+2} = 1, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)} + 1 \quad (2.6)$$

удовлетворяющими условиям одинаковой нагруженности стержней:

$$\int_{x_{i_{s+2}}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})}^{x_{i_{s+2}+1}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})} p_1(x) dx = \int_{x_{i_s+j_s}(\mu_{i(s-1)}^{j(s-2)})}^{x_{i_s}^c(\mu_{i(s-1)}^{j(s-2)})} p_1(x) dx (-1)^{j_s} / m_{i(s+1)}^{j(s)}, \quad i_{s+2} = 1, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}$$

причем

$$x_1(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) = \begin{cases} x_{i_s}(\mu_{i(s-1)}^{j(s-2)}) & \text{при } j_s = 0 \\ x_{i_s}^c(\mu_{i(s-1)}^{j(s-2)}) & \text{при } j_s = 1 \end{cases}$$

Любые соседние из линий (2.6), имеющие номера i_{s+2} и $(i_{s+2} + 1)$, вместе с линиями

$$y = y_{i_{s+1}+j_{s+1}}(\mu_{i(s)}^{j(s-1)}), \quad y = y_{i_{s+1}}^c(\mu_{i(s)}^{j(s-1)}) \quad (2.7)$$

ограничивают проекцию пера $(n - s - 1)$ -го порядка, имеющего номер $(i(s + 2), j(s + 1))$. Ось стержня этого пера опишем как отрезок линии $x = x_{i_{s+2}}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})$, заключенный между линиями (2.7), причем параметр оси определим из условия симметричной нагруженности пера

$$\int_{x_{i_{s+2}}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})}^{x_{i_{s+2}+1}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})} p_1(x) [x_{i_{s+2}}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) - x] dx = \int_{x_{i_{s+2}}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})}^{x_{i_{s+2}+1}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})} p_1(x) [x - x_{i_{s+2}}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})] dx$$

В сечении, соответствующем любой точке $(x_{i_{s+2}}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}), y)$ оси стержня, действует изгибающий момент

$$M_{i(s+2)}^{j(s+1)}(m, m_{i_1}, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}; y) = \sin \varphi_0 \int_{x_{i_{s+2}}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})}^{x_{i_{s+2}+1}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})} p_1(x) dx \int_{y_{i_{s+1}+j_{s+1}}(\mu_{i(s)}^{j(s-1)})}^y p_2(\bar{y})(y - \bar{y}) d\bar{y} \quad (2.8)$$

Взяв внешний радиус сечения наибольшим допустимым $-f(l)$, опишем массу стержня пера с номером $(i(s + 2), j(s + 1))$ так:

$$G_{i(s+2)}^{j(s+1)}(m, m_{i_1}, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}) = (-1)^{j_{s+1}} \rho \int_{y_{i_{s+1}+j_{s+1}}(\mu_{i(s)}^{j(s-1)})}^{y_{i_{s+1}}^c(\mu_{i(s)}^{j(s-1)})} F[f(l), M_{i(s+2)}^{j(s+1)}(m, m_{i_1}, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}; y)] dy \quad (2.9)$$

Переменная $m_{i(s+1)}^{j(s)}$ должна удовлетворять ограничению

$$\sin \varphi_0 |x_{i_{s+2}}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) - x_{i_{s+2}+\gamma}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})| \geq f(l) \quad (2.10)$$

$$i_{s+2} = 1, \dots, m_{i(s+1)}^{j(s)}; \quad \gamma = 0, 1$$

Итак, провели формализацию для перьев порядка $k = n - s - 1$, где $s < n - 1$. Для $s = n - 1$, т.е. для перьев порядка $k = 0$, формализация аналогична описанной, хотя и имеет отличия. Укажем эти отличия (для случая нечетного s):

1) параметры линий (2.6) определяются из условия равенства внешних диаметров стержней, т.е. из условия

$$x_{i_{s+2}+1}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) - x_{i_{s+2}}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) = 2r(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) / \sin \varphi_0$$

где

$$r(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) = \frac{(-1)^{j_s} [x_{i_s}^c(\mu_{i(s-1)}^{j(s-2)}) - x_{i_s+j_s}(\mu_{i(s-1)}^{j(s-2)})]}{2m_{i(s+1)}^{j(s)}} \sin \varphi_0$$

– внешний радиус стержня,

2) параметр $x_{i_s+2}^c(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})$ оси стержня определяется как среднее между параметрами $x_{i_s+2+\gamma}(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})$, $\gamma = 0, 1$;

3) в формулу (2.9) вместо $f(l)$ входит $r(\mu_{i(s+1)}^{j(s)})$;

4) вместо ограничения (2.10) используется ограничение по качеству поверхности: $r(\mu_{i(s+1)}^{j(s)}) \leq \delta$.

Заканчивая формулировку, напомним критерий эффективности

$$\sum_{i=1}^m \left[G_i(m) + \sum_{j_1=0}^1 \sum_{i_2=1}^{m_{i_1(1)}} G_{i_2}^{j_1(1)}(m, m_{i_1}) + \dots + \sum_{j_1=0}^1 \sum_{i_2=1}^{m_{i_1(1)}} \dots \sum_{j_n=0}^1 \sum_{i_{n+1}=1}^{m_{i_n(n)}} G_{i_{n+1}}^{j(n)}(m, m_{i_1}, \dots, m_{i_n}^{j(n-1)}) \right]$$

Требуется минимизировать этот критерий по переменным $n, m, m_{i_1}, m_{i_2}^{j(1)}, \dots, m_{i_n}^{j(n-1)}$ при указанных ограничениях.

3. Решение задачи. Пусть $n > 2$. Сначала покажем, что для уменьшения значения критерия эффективности целесообразно увеличивать значение каждой переменной $m_{i(n-1)}^{j(n-2)}$, характеризующей число пар перьев первого порядка в перо второго порядка с номером $(i(n-1), j(n-2))$. Для этого докажем два утверждения. Первое из них позволит обосновать, что, когда растет $m_{i(n-1)}^{j(n-2)}$, то уменьшается суммарная масса стержней перьев первого порядка, входящих в перо второго порядка с номером $(i(n-1), j(n-2))$. Из второго утверждения будет следовать, что при увеличении той же переменной в ν раз ($\nu = 2, 3, \dots$) происходит уменьшение суммарной массы стержней нулевого порядка, входящих в то же перо второго порядка.

Утверждение 1. Пусть имеются два набора симметрично нагруженных перьев: Π_i^0 ($i = 1, \dots, \nu_0$) и Π_i^1 ($i = 1, \dots, \nu_1$), причем у каждого пера Π_i^k ($k = 0, 1; i = 1, \dots, \nu_k$) ось стержня описывается отрезком линии $\xi = \xi_i^k$, заключенным между линиями $\eta = 0$ и $\eta = a$, в декартовой системе координат $O\xi\eta$, $a > 0$. Пусть сечение стержня, соответствующее некоторой точке (ξ_i^k, η) оси, имеет внешний радиус $R(\eta) > 0$ ($\eta \in [0, a]$), в этом сечении действует изгибающий момент $M_i^k(\eta)$, внутренний радиус сечения выбран так, что площадь сечения является наименьшей, обеспечивающей прочность стержня.

Введем обозначение

$$\Sigma_k^s(\eta) = \sum_{i=1}^{\nu_k} [M_i^k(\eta)]^s$$

Пусть, далее, функции $R(\eta)$ и $M_i^k(\eta)$ ($\eta \in [0, a]$) непрерывны и

$$M_i^k(\eta) > 0, \quad \eta \in [0, a], \quad k = 0, 1; \quad i = 1, \dots, \nu_k \quad (3.1)$$

$$\Sigma_0^1(\eta) = \Sigma_1^1(\eta), \quad \eta \in [0, a] \quad (3.2)$$

$$M_i^k(\eta) = M_j^k(\eta), \quad \eta \in [0, a], \quad k = 0, 1; \quad i, j = 1, \dots, \nu_k \quad (3.3)$$

Тогда, если $\nu_0 < \nu_1$, то суммарная масса стержней перьев Π_i^0 ($i = 1, \dots, \nu_0$) больше суммарной массы стержней перьев Π_i^1 ($i = 1, \dots, \nu_1$).

Доказательство. Согласно условиям утверждения, площадь сечения стержня каждого пера Π_i^k ($k = 0, 1; i = 1, \dots, v_k$) описывается непрерывной функцией

$$F[R(\eta), M_i^k(\eta)] = \pi[R(\eta)]^2 [1 - \sqrt{1 - M_i^k(\eta)\alpha(\eta)}], \quad \eta \in [0, a]$$

$$\alpha(\eta) = 4(\pi\sigma)^{-1}[R(\eta)]^{-3} > 0$$

где выражение под корнем неотрицательно. Объем стержня пера Π_i^k равен интегралу от $F[R(\eta), M_i^k(\eta)]$ по интервалу $[0, a]$. Поэтому, чтобы доказать утверждение, достаточно показать, что

$$\sum_{i=1}^{v_0} F[R(\eta), M_i^0(\eta)] > \sum_{i=1}^{v_1} F[R(\eta), M_i^1(\eta)], \quad \eta \in [0, a]$$

Раскладывая функцию F в ряд, запишем это неравенство в виде

$$\frac{\alpha(\eta)}{2} \Sigma_0^1(\eta) + \frac{\alpha^2(\eta)}{2 \cdot 4} \Sigma_0^2(\eta) + \dots > \frac{\alpha(\eta)}{2} \Sigma_1^1(\eta) + \frac{\alpha^2(\eta)}{2 \cdot 4} \Sigma_1^2(\eta) + \dots \quad (3.4)$$

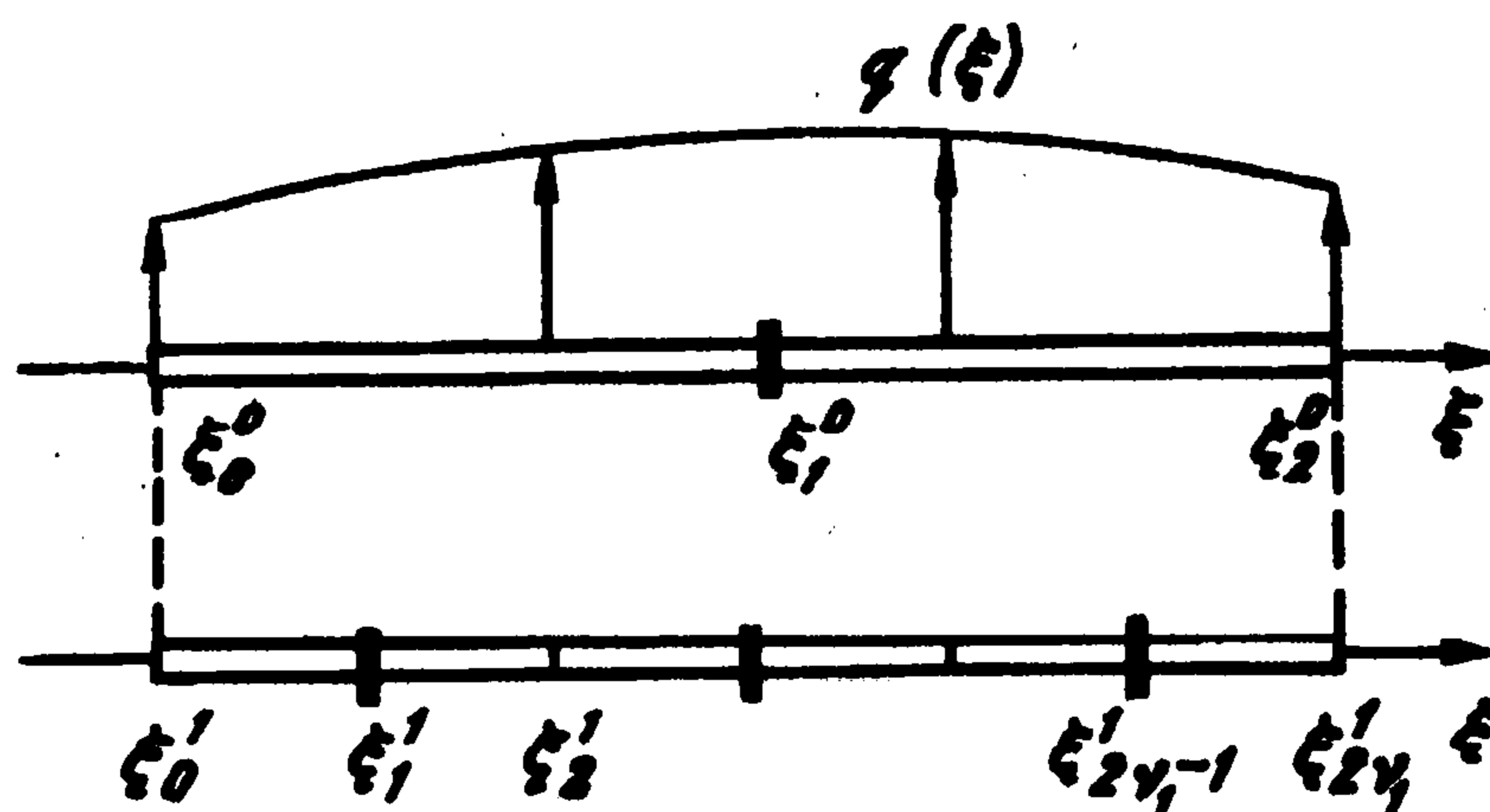
Учтем, что при $v_0 < v_1$ в силу условий (3.1)–(3.3) выполняется соотношение

$$\Sigma_0^s(\eta) > \Sigma_1^s(\eta), \quad \eta \in [0, a], \quad s = 2, 3, \dots$$

Тогда справедливость неравенства (3.4) следует из теорем о сравнении рядов.

Замечание. Если в формулировке утверждения 1 имеем $v_0 = 1$ (одно перо заменяется на v_1 перьев), то утверждение остается справедливым и без условий (3.3).

Утверждение 2. Пусть имеется пара стержней C_i^0 ($i = 1, \dots, 2v_0$) и v_1 пар стержней C_i^1 ($i = 1, \dots, 2v_1$), где $v_0 = 1 < v_1$ (фиг. 3), причем ось любого стержня C_i^k ($k = 0, 1;$



Фиг. 3

$i = 1, \dots, 2v_k$) описывается отрезком $[\xi_{i-1}^k, \xi_i^k]$ координатной оси ξ , так что

$$\xi_0^k < \xi_1^k < \dots < \xi_{2v_k}^k \quad (k = 0, 1), \quad \xi_0^0 = \xi_0^1, \quad \xi_2^0 = \xi_{2v_1}^1 \quad (3.5)$$

Кроме того, задана непрерывная функция $q(\xi)$, $\xi \in [\xi_0^0, \xi_2^0]$, сужение которой на любой интервал $[\xi_{i-1}^k, \xi_i^k]$ дает распределение поперечной нагрузки, действующей на стержень C_i^k , причем $q(\xi) > 0$ при $\xi_0^0 < \xi < \xi_2^0$. Пусть стержни C_{2s-1}^k и C_{2s}^k , где $1 \leq s \leq v_k$, закреплены в окрестности точки ξ_{2s-1}^k , причем в сечениях стержней около этой точки равны изгибающие моменты:

$$\int_{\xi_{2(s-1)}^k}^{\xi_{2s-1}^k} q(\xi)(\xi_{2s-1}^k - \xi) d\xi = \int_{\xi_{2s-1}^k}^{\xi_{2s}^k} q(\xi)(\xi - \xi_{2s-1}^k) d\xi \quad (s = 1, \dots, v_k)$$

Наконец, пусть внешний радиус сечения каждого стержня есть $R > 0$, а внутренний радиус выбран так, что площадь сечения является наименьшей, обеспечивающей прочность стержня.

Тогда масса пары стержней C_i^0 ($i = 1, 2$) больше суммарной массы v_1 пар стержней C_i^1 ($i = 1, \dots, 2v_1$).

Доказательство. Изгибающие моменты, действующие в различных сечениях стержня C_{2s-1+j}^k ($k = 0, 1$; $s = 1, \dots, v_k$; $j = 0, 1$), описываются функцией

$$M_{2s-1+j}^k(\xi) = \int_{\xi_{2(s-1+j)}^k}^{\xi} q(\bar{\xi})(\xi - \bar{\xi})d\bar{\xi}, \quad \xi \in [\xi_{2(s-1+j)}^k, \xi_{2s-1+j}^k] \quad (3.6)$$

непрерывной и монотонной (учитываются свойства q). Причем согласно условиям утверждения справедливы соотношения

$$M_i^k(\xi_i^k) = M_{i+1}^k(\xi_i^k) \quad (k = 0, 1; i = 1, \dots, 2v_k - 1) \quad (3.7)$$

Поэтому для $k = 0, 1$ можно построить непрерывную функцию

$$M^k(\xi) = M_i^k(\xi), \quad \xi \in [\xi_{i-1}^k, \xi_i^k], \quad i = 1, \dots, 2v_k \quad (3.8)$$

и выразить объем каждого набора стержней C_i^k ($i = 1, \dots, 2v_k$) как интеграл от функции

$$F(R, M^k(\xi)) = \pi R^2 [1 - \sqrt{1 - 4M^k(\xi)(\pi \sigma R^3)^{-1}}], \quad \xi \in [\xi_0^0, \xi_2^0]$$

где подкоренное выражение неотрицательно. Так как функция $F(R, M^k(\xi))$ возрастающая по $M^k(\xi)$, то, согласно свойствам интеграла, для доказательства достаточно обосновать неравенство $M^0(\xi) \geq M^1(\xi)$ при $\xi \in [\xi_0^0, \xi_2^0]$, а также показать, что это неравенство строгое на некотором интервале $[\xi', \xi'']$, где $\xi_0^0 \leq \xi' < \xi'' \leq \xi_2^0$. Для этого возьмем произвольный номер $s \in \{1, \dots, v_1\}$ и рассмотрим соотношение между $M^0(\xi)$ и $M^1(\xi)$ на интервале $[\xi_{2(s-1)}^1, \xi_{2s}^1]$.

Возможны два случая: 1) $\xi_{2s-1}^1 < \xi_1^0$, 2) $\xi_{2s-1}^1 \geq \xi_1^0$. В обоих случаях рассуждения аналогичны, поэтому остановимся только на первом из них. В этом случае, используя (3.8), (3.6), (3.5) и свойства q , имеем

$$M^0(\xi) = M_1^0(\xi) \geq M_{2s-1}^1(\xi) = M^1(\xi), \quad \xi \in [\xi_{2(s-1)}^1, \xi_{2s-1}^1] \quad (3.9)$$

Рассмотрим соотношение между $M^0(\xi)$ и $M^1(\xi)$ на интервале $(\xi_{2s-1}^1, \xi_{2s}^1]$. Возможны ситуации: а) $\xi_{2s}^1 > \xi_1^0$, б) $\xi_{2s}^1 \leq \xi_1^0$. Остановимся только на первой из них, так как во второй ситуации доказательство аналогично. В этой ситуации, предположив, что $\xi_{2s}^1 = \xi_2^0$, получим соотношение

$$M_{2s-1}^1(\xi_{2s-1}^1) < M_1^0(\xi_1^0) = M_2^0(\xi_1^0) < M_{2s}^1(\xi_{2s-1}^1)$$

противоречащее (3.7). Тогда $\xi_{2s}^1 < \xi_2^0$ и подобно (3.9) имеем

$$M^0(\xi) = M_2^0(\xi) > M_{2s}^1(\xi) = M^1(\xi), \quad \xi \in [\xi_1^0, \xi_{2s}^1]$$

Кроме того, используя (3.6)–(3.9), получаем

$$M^0(\xi) = M_1^0(\xi) > M_1^0(\xi_{2s-1}^1) \geq M_{2s-1}^1(\xi_{2s-1}^1) = M_{2s}^1(\xi_{2s-1}^1) > M_{2s}^1(\xi) = M^1(\xi), \quad \xi \in (\xi_{2s-1}^1, \xi_1^0]$$

Утверждение доказано.

Из утверждений 1 и 2 следует, что каждой переменной $m_{i(n-1)}^{j(n-2)}$ целесообразно присвоить наибольшее значение, допускаемое ограничениями (2.10), т.е. принять:

$$m_{i(n-1)}^{j(n-2)} = \bar{m}_{i(n-1)}^{j(n-2)} (\mu_{i(n-3)}^{j(n-4)}) \quad (3.10)$$

$$(i_1 = 1, \dots, m; \dots; i_{n-1} = 1, \dots, m_{i(n-2)}^{j(n-3)}; j_1 = 0, 1; \dots; j_{n-2} = 0, 1)$$

так как при этом будет минимизироваться (по указанной переменной) общая масса стержней первого порядка, кроме того, окажется близкой к минимальной общая масса стержней нулевого порядка, в то же время сохранится неизменной масса стержней порядка 2, ..., n . Из тех же утверждений вытекает, что переменным

$$m_{i(n-2)}^{j(n-3)} \quad (i_1 = 1, \dots, m; \dots; i_{n-2} = 1, \dots, m_{i(n-3)}^{j(n-4)}; j_1 = 0, 1; \dots; j_{n-3} = 0, 1)$$

тоже целесообразно придать наибольшие допустимые значения, сохранив выполненным условие (3.10). При этом будет достигнут минимум общей массы стержней второго порядка (по указанным переменным), окажется близкой к минимальной общая масса стержней первого порядка и общая масса стержней нулевого порядка, сохранится неизменной масса стержней порядка 3, ..., n . Длина всякого стержня первого порядка будет близка к значению $f(l)$ внешнего радиуса стержня второго порядка. В этом случае такие вырожденные стержни первого порядка можно исключить из состава крыла без существенных потерь в массе, т.е. можно уменьшить n на 1.

Продолжая рассуждения, придем к выводу, что для минимизации критерия эффективности целесообразно принять $n = 2$, $m = \bar{m}$, $m_{i_1} = \bar{m}_{i_1}$ ($i_1 = 1, \dots, m$), где отмечено наибольшее допустимое значение переменной. Каждой переменной $m_{i_2}^{j_1}$ ($i_1 = 1, \dots, m$; $i_2 = 1, \dots, m_{i_1}$; $j_1 = 0, 1$), характеризующей число пар стержней нулевого порядка в пере первого порядка с номером (i_1, i_2, j_1) , придадим наименьшее допустимое значение $m_{i_1}^{j_1}$, при котором максимизируется внешний радиус сечения стержня нулевого порядка и минимизируется его масса. Возможная погрешность в достижении минимума критерия эффективности при указанных значениях переменных меньше суммарной массы стержней нулевого и первого порядков.

Найдем оценку общей массы стержней каждого порядка $k = 0, 1, 2$. Сначала получим оценку при $k = 0$, приняв соответственно $s = 1$ в выражениях (2.8), (2.9), заменив $f(l)$ на $r(\mu_{i_2}^{j_1})$ в (2.9). Учтем, что чем больше значения переменных m , m_{i_1} , $m_{i_2}^{j_1}$, тем ближе между собой пределы интегрирования в каждом интеграле формулы (2.8) и тем меньше момент (2.8). Предположим этот момент настолько малым, что можно пренебречь погрешностью, возникающей при замене функции F первым членом ее разложения в ряд в (2.9). Тогда

$$G_{i_3}^{j_2}(m, m_{i_1}, m_{i_2}^{j_1}) \approx \frac{\beta}{r(\mu_{i_2}^{j_1})} \int_{x_{i_3}(\mu_{i_2}^{j_1})}^{x_{i_3+1}(\mu_{i_2}^{j_1})} p_1(x) dx (-1)^{j_2} \int_{y_{i_2+j_2}(m_{i_1})}^{y_{i_2}^c(m_{i_1})} dy \int_{y_{i_2+j_2}(m_{i_1})}^y p_2(\bar{y})(y - \bar{y}) d\bar{y} =$$

$$= \frac{\beta p_2(y_{i_2}^{j_2}) [\Delta y_{i_2}^{j_2}(m_{i_1})]^3}{6r(\mu_{i_2}^{j_1})} \int_{x_{i_3}(\mu_{i_2}^{j_1})}^{x_{i_3+1}(\mu_{i_2}^{j_1})} p_1(x) dx$$

где

$$\beta = 2\rho \sin \varphi_0 / \sigma, \quad \Delta y_{i_2}^{j_2}(m_{i_1}) = (-1)^{j_2} [y_{i_2}^c(m_{i_1}) - y_{i_2+j_2}(m_{i_1})]$$

а число $y_{i_2}^{j_2}$, обеспечивающее выполнение равенства, лежит, согласно теореме о среднем, между числами $y_{i_2+j_2}(m_{i_1})$ и $y_{i_2}^c(m_{i_1})$. Введем следующие обозначения:

$$l_*(\mu^0) = \max_{i_1, i_2, j_2} \Delta y_{i_2}^{j_2}(m_{i_1}), \quad \mu^0 = \{m_{i_1}\}$$

$$r_*(\mu^1) = \min_{i_1, i_2, j_1} r(\mu_{i_2}^{j_1}), \quad \mu^1 = \{m_{i_2}^{j_1}\}$$

Используя эти обозначения и определение интеграла, получим

$$\sum_{i_1=1}^m \sum_{j_1=0}^1 \sum_{i_2=1}^{m_{i_1}} \sum_{j_2=0}^1 \sum_{i_3=1}^{m_{i_2}^{j_1}} G_{i_3}^{j_2}(m, m_{i_1}, m_{i_2}^{j_1}) \approx$$

$$\approx \sum_{i_1, j_1} \sum_{i_2, j_2} \frac{(-1)^{j_2} \beta p_2(y_{i_2}^{j_2}) [\Delta y_{i_2}^{j_2}(m_{i_1})]^3}{6r(\mu_{i_2}^{j_1})} \int_{x_{i_3+j_1}(m)}^{x_{i_3}^c(m)} p_1(x) dx \leq$$

$$\leq \frac{\beta l_*^2(\mu^0)}{6r_*(\mu^1)} \sum_{i_1, j_1} (-1)^{j_1} \int_{x_{i_1+j_1}(m)}^{x_{i_1}^f(m)} p_1(x) dx \sum_{i_2, j_2} p_2(y_{i_2}^{j_2}) \Delta y_{i_2}^{j_2}(m_{i_1}) \approx \rho P l_*^2(\mu^0) / [3\sigma r_*(\mu^1)]$$

где

$$P = \sin \varphi_0 \int_0^b p_1(x) dx \int_0^l p_2(y) dy$$

– подъемная сила. Пусть l_0 – значение $l_*(\mu^0)$ при $m_{i_1} = \bar{m}_{i_1}$ ($i_1 = 1, \dots, \bar{m}$), а r_0 – значение $r_*(\mu^1)$ при

$$m_{i_1(2)}^{j_1(1)} = m_{i_1}^{j_1} \quad (i_1 = 1, \dots, \bar{m}; i_2 = 1, \dots, \bar{m}_{i_1}; j_1 = 0, 1).$$

Тогда имеем оценку

$$\rho P l_0^2 / (3\sigma r_0) \quad (3.11)$$

для общей массы стержней нулевого порядка (при выбранных значениях переменных). Аналогично получаем оценку

$$\rho P l_1^2 / [3\sigma f(l)] \quad (3.12)$$

для общей массы стержней первого порядка, при этом через l_1 обозначена наибольшая из длин стержней первого порядка. Наконец, аналогично выводим оценку общей массы стержней второго порядка

$$G^* = \frac{\rho \sin \varphi_0 p_2(y_2^*) l^3}{3\sigma f(y_1^*)} \int_0^b p_1(x) dx \quad (3.13)$$

где числа y_2^* и y_1^* взяты в отрезке $[0, l]$ так, что

$$\frac{p_2(y_2^*) l^3}{6f(y_1^*)} = \int_0^l \frac{dy}{f(y)} \int_y^l p_2(\bar{y})(\bar{y} - y) d\bar{y}$$

Введя число λ_p , такое, что

$$p_2(y_2^*) l = \lambda_p \int_0^l p_2(y) dy$$

можем переписать формулу (3.13) в виде

$$G^* = \rho P \lambda_p l^2 / [3\sigma f(y_1^*)] \quad (3.14)$$

Обычно исходные параметры таковы, что последовательность оценок (3.14), (3.12), (3.11) является быстро убывающей. Так как $r_0 \approx \delta$, то, когда величина δ близка к $f(l)$, можно принять $n = 1$, т.е. строить крыло как совокупность перьев первого порядка, не теряя при этом существенно в массе.

Рассмотрен случай построения крыла с одной поверхностью, причем без учета влияния сил тяжести. Если эти силы необходимо учесть, то это можно сделать за несколько итераций метода последовательных приближений. Каждая v -я итерация ($v = 1, 2, \dots$) состоит в решении задачи, когда $p_2(y)$ заменяется на $p_2^{(v)}(y) = p_2(y) - g_{v-1}(y)$, и в получении функции распределения веса по поверхности крыла в виде

$$-p_1(x) g_v(y) \quad (x \in [0, b], y \in [0, l])$$

при этом $g_0(y) \equiv 0$ и согласно (3.11)–(3.13)

$$g_v(y) = \frac{\rho g}{3\sigma} \left[\left(\frac{l_0^2}{r_0} + \frac{l_1^2}{f(l)} \right) p_2^{(v)}(y) + \frac{6}{f(y)} \int_y^l p_2^{(v)}(\bar{y})(\bar{y} - y) d\bar{y} \right]$$

где g – ускорение свободного падения.

4. Крыло с двумя поверхностями. Опишем основные особенности случая построения крыла с двумя поверхностями. Так как обычно верхняя и нижняя поверхности крыла близки по форме к плоскости $z = \text{const}$, то рассмотрим вместо поверхностей крыла плоскости $z = h$ и $z = -h$, где $0 < h < f(l)$. Будем полагать, что перепад давления при переходе через верхнюю поверхность крыла в любой точке (x, y, z^0) этой поверхности тот же, что и при переходе через плоскость $z = h$ в точке (x, y, h) , и описывается произведением $p_1^0(x)p_2^0(y)$, где $x \in [0, b]$, $y \in [0, l]$; перепад давления при переходе через нижнюю поверхность крыла в точке (x, y, z^1) тот же, что и при переходе через плоскость $z = -h$ в точке $(x, y, -h)$, и равен $p_1^1(x)p_2^1(y)$. Здесь p_1^0, p_2^0, p_1^1 и p_2^1 – известные непрерывные функции, положительные внутри интервалов задания. Пусть функции p_2^0 и p_2^1 или p_1^0 и p_1^1 линейно зависимы, вследствие чего

$$p_1^0(x)p_2^0(y) + p_1^1(x)p_2^1(y) = p_1(x)p_2(y)$$

где $p_1(x)$ и $p_2(y)$ – неотрицательные функции, $x \in [0, b]$, $y \in [0, l]$. Будем называть верхней (аналогично, нижней) проекцией крыла (или субпера) проекцию на плоскость $z = h$ (аналогично, $z = -h$).

Используя предшествующую формализацию, можно ввести переменные, характеризующие варианты представления крыла в виде совокупности субперьев n -го порядка. Прежде всего можно ввести переменную m , характеризующую число субперьев n -го порядка, предполагая, что верхняя (аналогично нижняя) проекция крыла разделяется на верхние (аналогично нижние) проекции субперьев плоскостями (2.1), удовлетворяющими условию (2.2) одинаковой нагруженности. А верхняя (аналогично нижняя) проекция любого i_1 -го субпера ($i_1 = 1, \dots, m$) разделяется на две подпроекции с номерами $j_1 = 0, 1$ линией пересечения с плоскостью $x = x_{i_1}^c(m)$, в которой лежит ось стержня субпера и которая удовлетворяет условию (2.3) симметричной нагруженности. Затем, как и в предыдущей формализации, можно ввести переменные ${}^0m_{i_1}, {}^0m_{i_1(2)}^{j(1)}$ и т.д. ($i_1 = 1, \dots, m; i_2 = 1, \dots, {}^0m_{i_1}; j_1 = 0, 1$), характеризующие разбиение j_1 -й подпроекции верхней проекции i_1 -го субпера на проекции перьев порядка $k < n$, заменив предварительно $p_1(x)$ на $p_1^0(x)$, а $p_2(y)$ на $p_2^0(y)$. Аналогично можно ввести переменные ${}^1m_{i_1}, {}^1m_{i_1(2)}^{j(1)}$ и т.д. ($i_1 = 1, \dots, m; i_2 = 1, \dots, {}^1m_{i_1}; j_1 = 0, 1$), характеризующие разбиение j_1 -й подпроекции нижней проекции i_1 -го субпера на проекции перьев порядка $k < n$, заменив $p_1(x)$ на $p_1^1(x)$, а $p_2(y)$ на $p_2^1(y)$.

Используя доказанные утверждения 1 и 2, убедимся, что для минимизации массы крыла целесообразно принять $n = 2$, переменным $m, {}^0m_{i_1}, {}^1m_{i_1}$ ($i_1 = 1, \dots, m$) целесообразно придать наибольшие допустимые значения, а переменным ${}^0m_{i_1(2)}^{j(1)}$ ($i_2 = 1, \dots, {}^0m_{i_1}; j_1 = 0, 1$) и ${}^1m_{i_1(2)}^{j(1)}$ ($i_2 = 1, \dots, {}^1m_{i_1}; j_1 = 0, 1$) – наименьшие допустимые значения. Очевидно, при таких значениях переменных общая масса стержней k -го порядка имеет прежнюю оценку: (3.14) – для $k = 2$, (3.12) – для $k = 1$, (3.11) – для $k = 0$. В частности, для $k = 1$ это следует из того, что оценка (3.12) линейно зависит от подъемной силы P . Таким образом, масса крыла с двумя поверхностями имеет ту же оценку, что и масса крыла с одной поверхностью.

5. Заключительные замечания. Результаты данной работы согласуются с общими закономерностями построения крыла птицы. Укажем две такие закономерности: 1) низкий порядок перьев, из которых составляется крыло, 2) малая ширина перьев и, как следствие, большое их количество. Эти закономерности проявляются в строении

крыльев различного назначения: 1) крыла "планирующего", предназначенного для получения подъемной силы без одновременного развития тяги, 2) крыла "машущего", предназначенного для развития силы тяги и подъемной силы. Крыло "планирующее", судя по форме хвоста птицы, можно строить с небольшим удлинением и, как следствие, малой массой.

Приведем пример оценки массы крыльев летательного аппарата. Пусть взлетная масса $G_0 = 150$ кг, коэффициент расчетной перегрузки $n_p = 5$, $p_2(y) = \text{const}$, ширина фюзеляжа $b_0 = 0,7$ м, параметры крыла следующие: $\varphi_0 = \pi/2$, $b = 1,2$ м, $l = 1,8$ м, $f(y) = 10^{-2}(4 - 3,9y/l)$ (м), $\delta = f(l)$. Пусть материалом крыла служит сплав В95Т, у которого $\sigma = 6,08 \cdot 10^8$ Н/м², $\rho = 2,85 \cdot 10^3$ кг/м³.

Расчетную нагрузку на каждое крыло подсчитаем по формуле $P = n_p G_0 g / 2$, где примем $g = 9,81$ м/сек². Затем, используя (3.13), найдем основную составляющую массы крыла:

$$G^* = \frac{\rho P l}{\sigma l_0} \int_0^l \frac{(l-y)^2}{f(y)} dy \approx \frac{\rho P l^2}{2\sigma f(0)} \approx 0,7 \text{ кг}$$

Дополнительная составляющая (3.12), если принять $p_1(x) = \text{const}$ и $w = 2,5$, даст 0,06 кг. Таким образом, масса крыльев составляет около 1% от взлетной массы, при этом удлинение $\lambda = (2l + b_0)/b \approx 3,6$, а относительная толщина $c_0 = 2f(0)/b \approx 0,067$.

Если в условиях примера взять $b = 0,85$ м и $l = 2,6$ м, сохранив значения других параметров и площадь крыла, то получим: $G^* \approx 1,46$ кг, масса крыльев – около 2% от взлетной массы, $\lambda \approx 7$ и $c_0 \approx 0,094$. Для сравнения заметим, что у известных легких самолетов при сходных n_p, λ и c_0 масса крыльев составляет около 10% от взлетной массы [2].

Отличие в массе крыльев традиционного строения и предлагаемого можно объяснить тем, что обычное крыло выполняется как единая консольная пластина или оболочка с каркасом [3]. В то же время картины изменения моментов, соответствующих различным сечениям, в единой консоли и в конструкции, составленной из примыкающих элементарных консолей и воспринимающей ту же нагрузку, что и единая консоль, обычно существенно различаются. Это, в частности, приводит к уменьшению массы, если крыло, составленное из одного пера, например первого порядка, заменяется на крыло из нескольких более узких перьев того же порядка с теми же внешними геометрическими характеристиками стержней при сохранении формы крыла в плане.

Практическая реализация крыла предлагаемого строения, в котором все стержни имеют кольцевое сечение, сложна. Однако трудности можно уменьшить, если стержни старшего порядка выполнять с тем же замкнутым кольцевым сечением, а все остальные стержни – с открытым сечением. Например, крыло можно строить из перьев (или субперьев) второго порядка, где стержни порядка $k < 2$ имеют сечение в виде прямоугольника с изменяющейся вдоль оси стержня высотой, ограниченной значением: $f(l)$ – для $k = 1$, δ – для $k = 0$. Для такой формы сечения стержней можно обосновать утверждения, сходные с доказанными, и прийти к аналогичным выводам относительно строения крыла. Практически перо (или субперо) можно построить, соединив несколько секций, каждая из которых воспроизводит участок пера (или субпера) между двумя поперечными сечениями стержня. Секцию можно реализовать, изготовив трубу переменного сечения с присоединенными к ней пластинами и затем обработав каждую пластину до получения необходимых стержней.

Крыло с профилем традиционной внешней формы может быть построено в виде ряда примыкающих субперьев (см. фиг. 1,б), каждое из которых консольно присоединено к фюзеляжу. Субперо включает в себя стержень кольцевого сечения, внешний радиус которого изменяется вдоль оси стержня так же, как изменяется полутолщина крыла по размаху, и консольно присоединенные к этому стержню перья первого или нулевого порядка, полученные, например, при обработке прикрепленных к стержню пластин. Перья первого или нулевого порядка, прикрепленные к стержню субпера, в совокупности воспроизводят часть верхней и нижней поверхности крыла и формируют его профиль.

Поскольку для минимизации массы крыла число перьев (или субперьев), прикрепляемых к фюзеляжу, целесообразно выбирать большим, постольку ширина каждого пера (или субпера) и нагрузка на него должны быть небольшими. Положение оси стержня пера (или субпера) согласно условию симметричной

нагруженности выбирается таким, чтобы в стержне отсутствовали крутящие моменты. Поэтому при случайном изменении воздушной нагрузки на крыло стержень пера (или субпера) не должен совершать изгибно-крутильные колебания, которые бывают в крыле традиционного строения и могут приводить к разрушению конструкции [3]. Чисто изгибные колебания пера (или субпера), возможные при быстром случайном изменении воздушной нагрузки, демпфируются за счет изменения подъемной силы, которое возникает вследствие перемещения элементов конструкции под действием упругих сил.

Добавим, что согласно формальному описанию параметры проекций перьев (или субперьев), присоединяемых к фюзеляжу, подбираются так, чтобы обеспечить одинаковую нагруженность стержней этих перьев (или субперьев), причем внешний радиус сечения каждого стержня, по предположению, изменяется вдоль оси согласно одной функции $f(y)$. Это обеспечивает одинаковый изгиб стержней с учетом того, что внутренний радиус сечения стержня подбирается из условия прочности. Тем самым обеспечивается сохранение профиля крыла при изгибе.

Если при формировании профиля крыла требуется использовать субперья, у каждого из которых внешний радиус сечения стержня изменяется вдоль оси по своему закону, то обеспечение одинакового изгиба стержней может потребовать некоторой избыточности массы крыла. Минимальная масса такого крыла, рассматриваемого для типовых внешних форм профиля и распределения нагрузки, обычно отличается от минимальной массы крыла, соответствующей случаю одинакового изменения внешнего радиуса сечения стержня у всех субперьев, не более, чем в 1,5 раза, при аналогичных λ , c_0 , l , P .

Отметим, что значение параметра w , ограничивающего снизу отношение ширины пера старшего порядка (или ширины субпера) к наибольшему внешнему диаметру сечения его стержня, следует выбирать, учитывая не только массу, но и некоторые другие характеристики эффективности. В частности, w можно выбирать, учитывая, помимо массы, возможность управления движением самолета путем изменения формы крыла в плане при повороте перьев (или субперьев) вокруг параллельных осей. При таком управлении каждое из двух крыльев целесообразно выполнять так, чтобы соседние перья старшего порядка (или субперья) немного перекрывали друг друга за счет частичного налегания элементов, образующих профиль крыла, а механизм управления обеспечивал возможности: 1) изменения площади крыла и, как следствие, величины подъемной силы – для управления моментом крена, 2) перемещения точки приложения подъемной силы вдоль оси фюзеляжа – для управления моментом тангажа.

Отметим, что при использовании предлагаемого крыла шасси предполагается крепить к фюзеляжу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. М.: Высш. шк., 1989. 624 с.
2. Бадягин А.А., Мухамедов Ф.А. Проектирование легких самолетов. М.: Машиностроение, 1978. 207 с.
3. Одинокоев Ю.Г. Расчет самолета на прочность. М.: Машиностроение, 1973. 392 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
22.IV.1991