

УДК 533.6.011:541.127

© 1994 г. С.В. Жлуктов, Г.А. Тирский, С.В. Утюжников

**ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫЙ ВЯЗКИЙ УДАРНЫЙ СЛОЙ  
ОКОЛО ДЛИННЫХ ПРИТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ**

Исследуются физико-химические процессы в ударном слое около длинных сферически затупленных тел, обтекаемых воздухом при больших сверхзвуковых скоростях. Рассматривается стационарное ламинарное осесимметричное течение вязкого, теплопроводного химически неравновесного частично диссоциированного и ионизованного воздуха сразу во всей области течения между телом и искомой головной ударной волной с использованием газодинамической модели, определяемой полными уравнениями вязкого ударного слоя [1]. Основное внимание уделяется неравновесной химической, ионизационной и релаксационной кинетике на больших расстояниях от передней точки торможения потока. При этом учитываются: многокомпонентная диффузия, ионизация, а также – обратное влияние реакций диссоциации – рекомбинации на релаксацию колебательных степеней свободы, т.е. эффект колебательно-диссоциационного взаимодействия (КДВ). Для описания диссоциационно-релаксационных процессов используется новая модель, учитывающая влияние как неравновесного возбуждения колебаний, так и равновесного возбуждения вращательных степеней свободы молекул на константы скоростей диссоциации [2]. Сравнение с экспериментально подтвержденными расчетами, с расчетами в рамках модели химически равновесного полного вязкого ударного слоя и аналитические оценки показали физическую адекватность реализованной модели. Проведенные расчеты позволили численно исследовать физические эффекты в неравновесном вязком ударном слое около длинных сферически притупленных конусов на больших расстояниях от критической точки.

В окрестности сферического затупления указанные эффекты и их влияние на теплопередачу к телу и сопротивление были подробно изучены в [3, 4]. Однако использованная в этих работах модель КДВ [4] содержит элемент неопределенности, связанный с неопределенностью вероятности диссоциации молекул с различных колебательных уровней при высоких температурах ( $T \geq 8000$  К), которая задавалась в экспоненциальном виде с одним подгоночным (эмпирическим) параметром (феноменологический подход [5]). Для преодоления указанной выше неопределенности при построении модели диссоциации был предложен [2] подход, основанный на квантовомеханическом рассмотрении процесса диссоциации. Этот подход используется ниже. Для интегрирования системы осесимметричных уравнений ВУС применяется блочно – маршевый метод глобальных итераций [6].

**1. Система уравнений и граничные условия.** Рассмотрим задачу гиперзвукового обтекания длинных (150–200 радиусов затупления) затупленных по сфере конусов вязким теплопроводным химически реагирующим воздухом с образованием в ударном слое девяти компонентов:  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $NO$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $NO^+$ ,  $N_2^+$ ,  $N^+$ ,  $E$  (электрон). Предполагается, что активные (поступательные и вращательные) степени свободы частиц

смеси находятся в равновесии между собой при поступательной температуре  $T$ , а колебательные квантовые состояния молекул  $i$ -го сорта имеют больцмановское распределение при некоторой колебательной температуре  $T_i^{(V)}$ . В общем случае  $T_i^{(V)} \neq T$ . Вклад возбужденных электронных состояний во внутреннюю энергию смеси не учитывается, и предполагается, что ионизация происходит из основных электронных состояний (в которых находятся все частицы смеси).

Эффекты баро- и термодиффузии не учитываются.

Из этих эффектов наибольшее влияние на характеристики течения оказывает бародиффузия, так как бародиффузионные факторы (коэффициенты) на порядок больше термодиффузионных. При этом эффект бародиффузии проявится в некотором перераспределении концентраций компонентов и изменении диффузионных потоков в окрестности головной ударной волны [7], где достигаются максимальные градиенты давления и других гидродинамических величин. На профили скорости, давления, плотности и температуры в ударном слое бародиффузия практически не оказывает влияния. Бародиффузия уменьшает тепловой поток к телу не более чем на 2%, а равновесную температуру поверхности – не более чем на 10°.

Наличием химических реакций в зоне ударной волны также можно пренебречь [7] (влияние их на тепловой поток к телу – в пределах 1%), и тем самым – отделить задачу о течении в ударном слое. Излучение при рассматриваемых далее режимах обтекания также мало изменяет структуру течения в ударном слое, и им также будем пренебрегать.

Полная система уравнений вязкого ударного слоя (ВУС) в двумерной (осесимметричной) постановке в ортогональной системе координат  $(x, y)$ , нормально связанной с телом, где  $x$  – расстояние вдоль поверхности тела, отсчитываемое от точки торможения,  $y$  – расстояние по нормали от поверхности тела до данной точки в потоке, для химически неравновесных (но термодинамически равновесных) течений представлена в работе [1]. Приведем здесь только выражение для нормальной составляющей потока энергии  $J_{Hy}$  для химически неравновесной и термодинамически равновесной смеси газов, которое потребуется в дальнейшем

$$J_{Hy} = -\frac{\lambda}{C_p} \left[ \frac{\partial H}{\partial y} - v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} - \sum_{i=1}^N h_i \frac{\partial c_i}{\partial y} \right] - v_1 \tau_{xy} + \sum_{i=1}^N h_i J_{iy} \quad (1.1)$$

где  $\lambda$  и  $C_p$  – коэффициенты теплопроводности и теплоемкость смеси,  $H$  – полная энтальпия смеси,  $v_1$  и  $v_2$  – продольная и нормальная составляющие скорости,  $h_i$  – удельные энтальпии компонентов,  $N$  – полное число компонентов,  $J_{iy}$  и  $c_i$  – нормальные составляющие диффузионных потоков и массовые концентрации компонентов,  $\tau_{xy}$  – недиагональная составляющая тензора вязких напряжений.

При наличии термодинамической неравновесности (т.е. в отсутствие равновесия между различными степенями свободы частиц смеси) система уравнений химически неравновесного ВУС должна быть дополнена уравнениями, описывающими энергетический баланс между различными квантовыми состояниями компонентов. Если вращательные степени свободы молекул находятся в равновесии с поступательными, колебательные квантовые состояния молекул  $i$ -го сорта распределены по Больцману при некоторой колебательной температуре  $T_i^{(V)} \neq T$ , и все частицы смеси находятся в основных электронных состояниях (как в рассматриваемом случае), то к исходной системе должны быть добавлены уравнения для колебательных энергий молекулярных компонентов [8]:

$$\rho \left[ \frac{v_1}{H_1} \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_i c_i) + v_2 \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_i c_i) \right] + \frac{1}{H_1 r^v} \frac{\partial}{\partial y} \left[ H_1 r^v \left( \epsilon_i J_{iy} - \mu \frac{c_i}{S_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial y} \right) \right] = W_i^{(V)} \quad (1.2)$$

$$H_1 = 1 + \frac{y}{R}, \quad r = r_w + y \cos \alpha, \quad S_i = \sum_{j=1}^N S_{ij} x_j$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $H_1$  и  $r$  – коэффициенты Ламе,  $R(x)$  – текущий радиус кривизны тела,  $R_w(x)$  – расстояние до точек обтекаемого контура от оси симметрии тела,  $r(x, y)$  – расстояние до точки в потоке от оси симметрии,  $\alpha$  – угол между касательной к телу и осью симметрии,  $\nu = 0$  для плоского течения и  $\nu = 1$  – для осесимметричного,  $S_{ij}$  – бинарные числа Шмидта,  $x_j$  – молярные концентрации компонентов,  $\epsilon_i(T_i^{(V)})$  – средняя колебательная энергия  $i$ -го сорта молекул, которая здесь вычисляется в рамках модели гармонического осциллятора, обрезанного при энергии диссоциации  $kT_{Di}$  ( $k$  – постоянная Больцмана,  $R_A$  – универсальная газовая постоянная):

$$\epsilon_i = R_A \left[ \frac{\theta_i}{\exp(\theta_i / T_i^{(V)}) - 1} - \frac{T_{Di}}{\exp(T_{Di} / T_i^{(V)})} \right] \quad (1.3)$$

где  $\theta_i$  – характеристическая колебательная температура  $i$ -го молекулярного компонента,  $W_i^{(V)}$  – источниковый член колебательной энергии, учитывающий обмен колебательной энергией  $i$ -го молекулярного компонента с энергией других степеней свободы частиц. В общем случае  $W_i^{(V)}$  включает скорость энергообмена с активными степенями свободы ( $V - T$  – обмен), с колебательными степенями свободы других молекулярных компонентов ( $V - V'$  – обмен), со свободными электронами ( $E - V$  – обмен) и потерю (приобретение) энергии колебательными квантовыми состояниями при диссоциации (рекомбинации). Членами, обусловленными  $V - V'$ - и  $E - V$ -процессами, ввиду их относительной малости для рассматриваемого класса задач, пренебрегаем. Поэтому в выражении для  $W_i^{(V)}$  остается два слагаемых:

$$W_i^{(V)} = c_i \frac{\epsilon_i(T) - \epsilon_i(T_i^{(V)})}{\tau_i} - W_{Di} \quad (1.4)$$

Для времени колебательной релаксации  $\tau_i$  используется следующее соотношение:

$$\tau_i = \{ P_{\text{atm}} \sum_r x_r \exp[18,42 - 1,16 \cdot 10^{-3} \mu_{ir}^{1/2} \theta_i (T^{-1/3} - 0,015 \mu_{ir}^{1/4})] \}^{-1} + \{ \sigma_v \langle V_i \rangle n \}^{-1}, \quad (1.5)$$

$$\mu_{ir} = m_i m_r / (m_i + m_r)$$

где  $P_{\text{atm}}$  – давление в атмосферах,  $\langle V_i \rangle$  – средняя тепловая скорость  $i$ -го компонента,  $\sigma_v$  – среднее сечение возбуждения колебаний,  $n$  – числовая концентрация частиц в рассматриваемой смеси. Суммирование производится только по тяжелым компонентам. Первый член в выражении для времени колебательной релаксации соответствует известной формуле [9]. Член  $\{ \sigma_v \langle V_i \rangle n \}^{-1}$  позволяет [10] получать более реалистичные значения для  $\tau_i$  при  $T \geq 10^4 \text{K}$ . Для  $\sigma_v$  используется следующее выражение [11]:

$$\sigma_v = 10^{-9} (5/T)^2, \text{ см}^2 \quad (1.6)$$

Влияние химических реакций на колебательную релаксацию учитывается с помощью источникового члена [12]

$$W_{Di} = \rho^2 m_i \left[ K_{Di}(T, T_i^{(V)}) \frac{c_i}{m_i} \epsilon_i(T_m) - \rho K_{Ri}(T) \frac{c_{A1}}{m_{A1}} \frac{c_{A2}}{m_{m2}} \frac{R_A T_{Di}}{2} \right] \quad (1.7)$$

$$T_m^{-1} = (T_i^{(V)})^{-1} - T^{-1} \quad (1.8)$$

Здесь  $A_1$  и  $A_2$  – атомы  $i$ -го молекулярного компонента,  $K_{Di}$  и  $K_{Ri}$  – константы скоростей диссоциации и рекомбинации,  $\epsilon_i(T_m)$  и  $R_A T_{Di}/2$  – значения средней энергии, соответственно теряемой и приобретаемой колебательными степенями свободы в результате диссоциации и рекомбинации.

Суммируя уравнения (1.2) по молекулам и полагая, что все молекулы имеют больцмановское распределение по колебательным уровням при некоторой средней колебательной температуре  $T^{(V)}$ , что правомерно для молекул воздуха, можно получить уравнение для средней колебательной температуры  $T^{(V)}$  [3].

Следует отметить, что в условиях термодинамической неравновесности выражение (1.1) для потока энергии несколько изменит свой вид: в нем необходимо заменить  $\lambda$ ,  $C_p$  и  $Pr$  на  $\lambda^{act}$ ,  $C_p^{act}$  и  $Pr^{act}$  (теплопроводность, теплоемкость и число Прандтля смеси, обусловленные активными, т.е. поступательными и вращательными, степенями свободы) и дополнить правую часть величиной

$$\frac{\partial T^{(V)}}{\partial y} \frac{\lambda^{act}}{C_p^{act}} \sum_{j=M} \epsilon'_j \frac{c_j}{m_j} \left(1 - \frac{Pr^{act}}{S_j}\right) \quad (1.9)$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование колебательной энергии  $\epsilon_i$  (см. (1.3)) по колебательной температуре  $T^{(V)}$ ; имеем также

$$h_A = h_A^0 + 2,5 \cdot R_A T / m_A, \quad h_M = h_M^0 + (3,5 \cdot R_A T + \epsilon_M(T^{(V)})) / m_M \quad (1.10)$$

где  $h_A^0$ ,  $h_M^0$  – энтальпии образования атомов и молекул.

Влияние термодинамической неравновесности ( $T^{(V)} \neq T$ ) на скорости реакций диссоциации учитывается посредством использования выражения, аппроксимирующего двухтемпературную константу скорости диссоциации  $i$ -й молекулы при столкновении с  $j$ -й частицей смеси [2]:

$$K_{Dij} = \sqrt{\frac{8R_A T}{\pi \mu_{ij}}} \sigma_{ij} \frac{1}{Z_i(T^{(V)})} \frac{1}{(kT)^2} \exp\left[-\frac{T_{Di}}{T}\right] \Phi_{ij}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{2} kT_{Di} \gamma_i (kT_{Di} \gamma_i + 2kT) \exp(-\beta_{ij} \sqrt{kT_{Di} \gamma_i}) Z_i(T_m) \quad (1.11)$$

$$\gamma_i = 1 - 0,8 \frac{\epsilon_i(T_m)}{R_A T_{Di}}, \quad \beta_{ij} = \frac{1}{h \alpha_{ij}} \sqrt{\frac{\mu_{ij}}{2N_A}}$$

$$Z_i(T^{(V)}) = [1 - \exp(-T_{Di} / T^{(V)})] / [1 - \exp(-\theta_i / T^{(V)})]$$

Здесь  $Z_i$  – колебательная статсумма  $i$ -го обрезанного осциллятора,  $\sigma_{ij}$  – газокинетическое сечение столкновения молекулы  $i$ -го сорта с  $j$ -м компонентом,  $N_A$  – число Авогадро,  $\alpha_{ij}$  ( $\text{\AA}^{-1}$ ) – параметр, определяющий дальнедействующую часть потенциала взаимодействия между  $i$ -м и  $j$ -м компонентами смеси:

$$V_{ij} = V_{ij}^0 \exp(-\alpha_{ij} r) \quad (1.12)$$

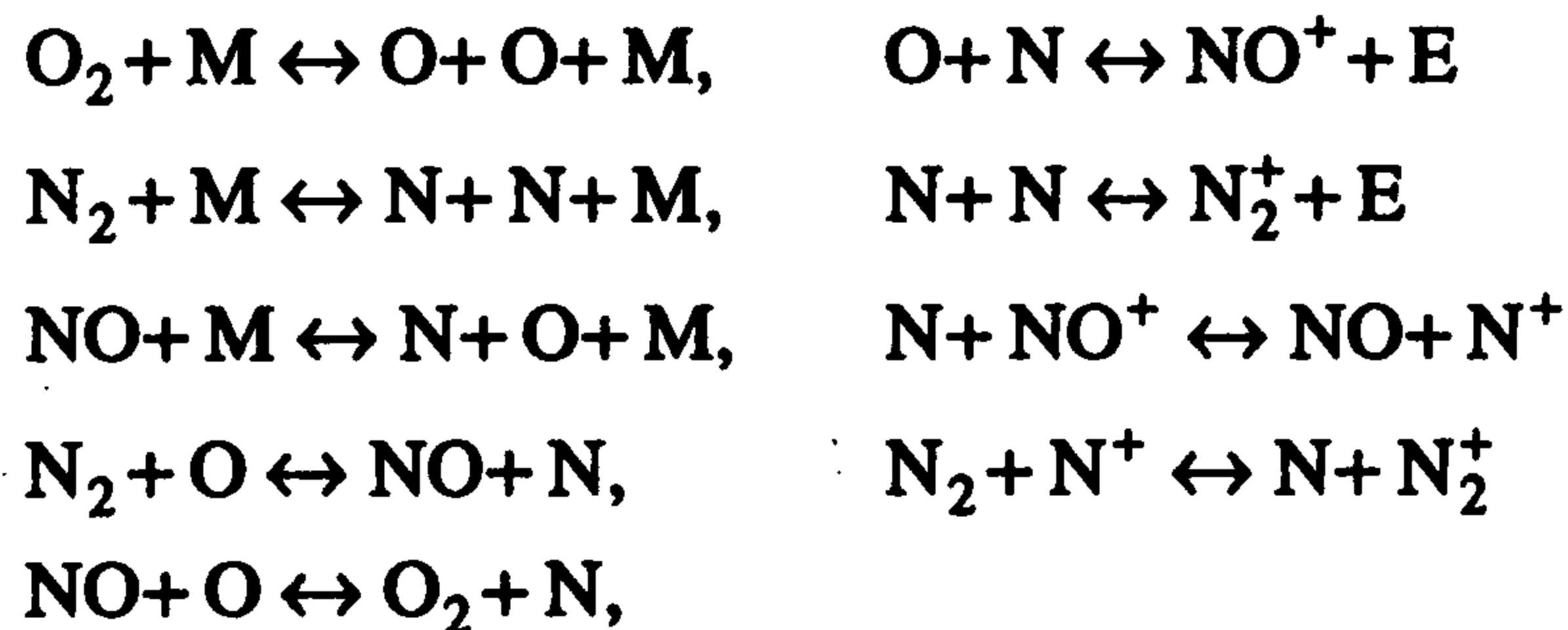
где  $r$  ( $\text{\AA}$ ) – расстояние между взаимодействующими частицами,  $h$  – постоянная Планка.

Предполагается, что только константы скоростей диссоциации молекул зависят от двух температур  $T$  и  $T^{(V)}$ . А все остальные реакции (рекомбинации, ионизации, обмена и перезарядки) определяются только температурой активных степеней свободы  $T$ . Для констант скоростей рекомбинации использовалось выражение

$$K_{Rij} = K_{Dij}(T, T) / K_{Ci}(T) \quad (1.13)$$

причем  $K_{Dij}$  вычисляется с использованием формул (1.11). Для констант равновесия  $K_{Ci}$ , скоростей обмена, ионизации и перезарядки использовались данные работы [13].

Рассматривалась следующая система химических реакций:



Для вычисления коэффициентов вязкости и "транспортной" (обусловленной только поступательными степенями свободы) теплопроводности были использованы аппроксимационные формулы работы [14], позволяющие получать значения этих коэффициентов с хорошей точностью в широком диапазоне температур и давлений. Вклад вращательных степеней свободы (а в предположении термодинамического равновесия – и колебательных квантовых состояний) в теплопроводность смеси учитывался с помощью поправки Эйкена [15].

На внутренней границе ударной волны были использованы обобщенные соотношения Рэнкина–Гюгонио [1]. Соответствующее условие для уравнения (1.2) имеет вид [3]

$$c_i \varepsilon_i|_{\infty} = c_i \varepsilon_i|_s - \frac{\cos \beta_s}{\rho_{\infty} V_{\infty} \sin \beta} \left( \varepsilon_i J_{iy} - \mu \frac{c_i}{S_i} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial y} \right) \Big|_s, \quad \beta_s = \beta - \alpha \quad (1.14)$$

Индексы  $\infty$  и  $s$  соответствуют значениям параметров непосредственно перед и за ударной волной,  $\beta$  и  $\alpha$  – углы наклона касательных к поверхностям ударной волны и тела соответственно. Рассматривались режимы течения, при которых ударная волна достаточно тонкая. Поэтому в выражении (1.14) не учитывался энергообмен между колебательными и активными модами за те несколько столкновений, которые происходят в области ударной волны.

На поверхности тела для уравнения количества движения ставились условия прилипания и непротекания. (Первое условие правомерно в случае относительно холодной стенки.) Для уравнения энергии применялось условие теплового баланса на поверхности:

$$J_{Hy}|_w = J_{qy}|_w = -\hat{\sigma} \hat{\varepsilon} T_w^4 \quad (1.15)$$

Индекс  $w$  соответствует значениям параметров на поверхности тела;  $J_{qy}$  – нормальная составляющая теплового потока,  $\hat{\sigma} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}^4$  (или  $\text{кг/с}^3 \text{ К}^4$ ) – постоянная Стефана–Больцмана,  $\hat{\varepsilon} = 0,8$  – степень черноты поверхности тела.

Для уравнений диффузии продуктов реакций граничные условия на теле могут быть записаны следующим образом:

$$J_{iy}|_w = -k_w \rho c_i|_w \quad (1.16)$$

где  $k_w$  – эффективный коэффициент каталитической активности поверхности. Были рассмотрены предельные случаи некаталитической ( $k_w = 0$ ) и идеально-каталитической ( $k_w = \infty$ , т.е.  $c_i|_w = 0$ ) поверхности для нейтральных продуктов реакций, для заряженных компонентов поверхность полагалась идеально-каталитической. Остальные граничные условия для концентраций компонентов вытекают из условий отсутствия на стенке потоков массы элементов.

Для уравнения колебательной релаксации использовалось следующее граничное условие [16]:

$$\partial T^{(v)}/\partial y|_w = 0 \quad (1.17)$$

выражающее отсутствие потока колебательной энергии

$$J_{xy}^{(v)} = \sum_{j=M} \frac{\varepsilon_j(T^{(v)})}{m_j} J_{jy} - \frac{\partial T^{(v)}}{\partial y} \mu \sum_{j=M} \varepsilon_j' \frac{c_j}{m_j S_j} \quad (1.18)$$

к некаталитической поверхности тела ( $\mu$  – динамический коэффициент вязкости). Случай термодинамически-неравновесного течения около идеально-каталитической поверхности не рассматривался, как менее чувствительный к термодинамически-неравновесным эффектам. Отметим, что выражение (1.18) непосредственно вытекает из классического представления теплового потока через градиент температуры в предположение неравновесной термодинамики:

$$\mathbf{J}_q = -\lambda^{\text{act}} \nabla T + \sum_{j=1}^N h_j \mathbf{J}_j - \mu \sum_{j=M} \nabla \varepsilon_j \frac{c_j}{m_j S_j} \quad (1.19)$$

**2. Численный метод.** Известно, что полная система уравнений ВУС обладает эллиптическими свойствами. Для решения этой системы применялся метод глобальных итераций (ГИ) [17]. Для правильного расчета характеристик течения в точке сопряжения сферы с конусом ранее были получены [6] точные соотношения на линии разрыва первых и вторых производных.

Для интегрирования исходной системы уравнений применялась неявная конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации по продольной координате и четвертого – по нормальной. Около 8 ГИ требовалось провести в области затупления и 2 – 3 – на конической части тела. На каждом шаге по маршевой переменной полная нелинейная система уравнений многокомпонентного неравновесного ВУС решалась методом Ньютона. Отметим, что использование разностной схемы четвертого порядка аппроксимации по нормальной координате в сочетании с адаптивной сеткой, которая выстраивается по решению, позволяет проводить вычисления при больших числах Рейнольдса  $Re_\infty = \rho_\infty V_\infty R(0) / \mu_\infty$  (порядка  $10^6 - 10^8$ ). При этом расчет варианта обтекания с  $Re_\infty = 10^8$  требует на 20% больше времени ЭВМ по сравнению с вариантом  $Re_\infty = 10^6$  [17]. Отметим также, что для решения полной системы ВУС не требовалось никакого сглаживания параметров вдоль или перпендикулярно поверхности тела.

**3. Результаты расчетов.** Целью работы было тестирование созданного алгоритма решения полной системы уравнений ВУС и изучение основных физико-химических эффектов, имеющих место в ударном слое на больших расстояниях от точки торможения.

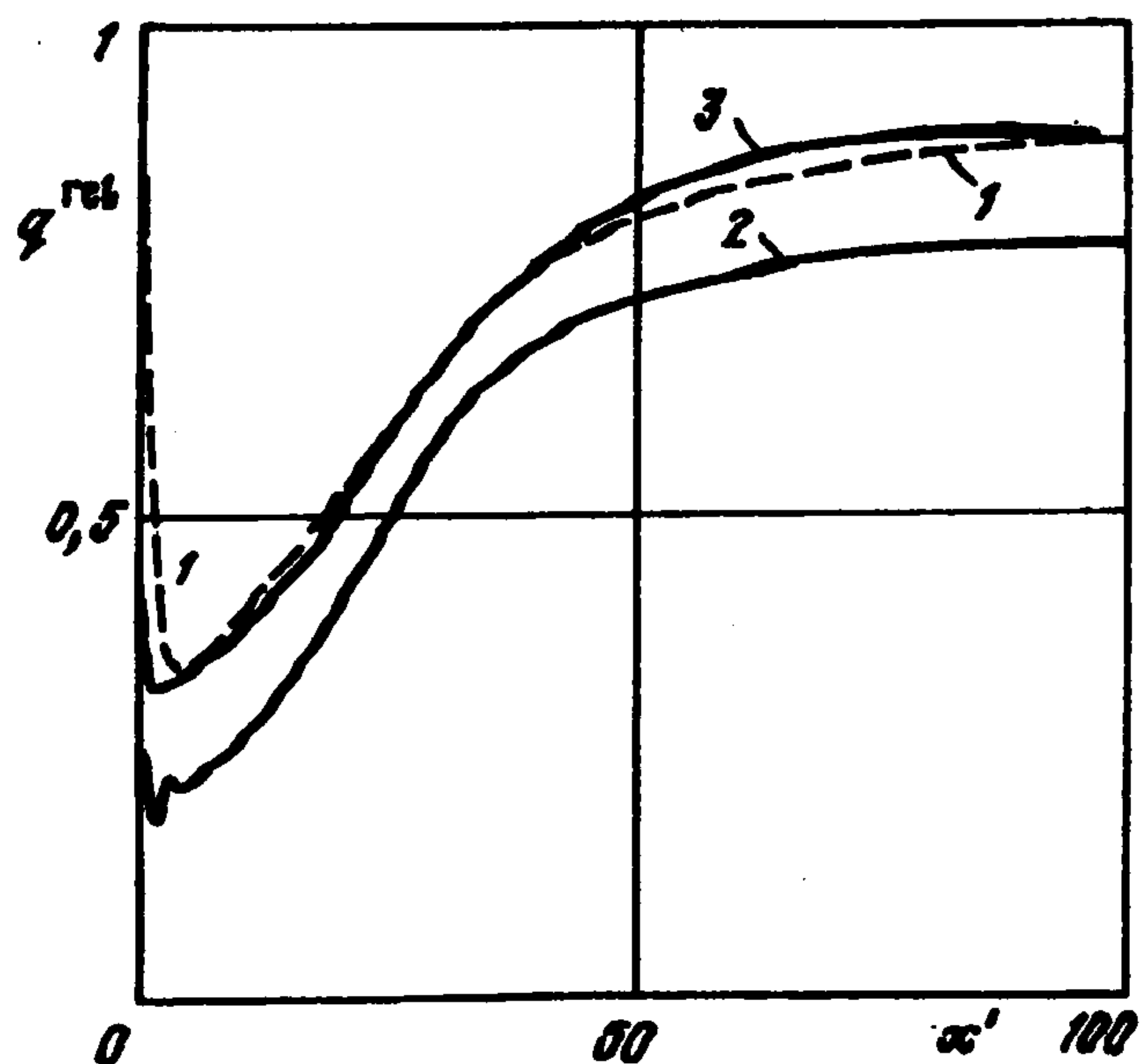
Расчеты значений теплового потока к поверхности тела в точке торможения в рамках модели многокомпонентного неравновесного полного ВУС показали хорошее совпадение с данными [18], полученными для тонкого ВУС, которые в свою очередь хорошо согласуются с экспериментом (рассматривалось [18] течение диссоциирующего азота около сферически затупленных тел).

Для сравнения были выбраны два варианта течения: 1)  $\rho_\infty = 2,33 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$ ,  $R_0 = 0,33 \text{ м}$  ( $R_0$  – радиус сферы) и 2)  $\rho_\infty = 6,99 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^3$ ,  $R_0 = 0,95 \text{ м}$  при фиксированном значении скорости набегающего потока  $V_\infty = 6490 \text{ м/с}$  и фиксированной температуре поверхности тела  $T_w = 1500 \text{ К}$ .

Отличие результатов расчета теплового потока от данных [18] составило для первого варианта 6% при  $k_w = 0$  и 5% при  $k_w = \infty$ , а для второго варианта 12% при  $k_w = 0$  и 3% при  $k_w = \infty$ .

Для сравнения значений относительного теплового потока  $q^{\text{rel}} = J_{qw}|_{k_w=0} / J_{qw}|_{k_w=\infty}$  с данными работы [19] был выбран вариант течения около сферически затупленного конуса с углом полураствора  $10^\circ$  и радиусом затупления  $R_0 = 0,228 \text{ м}$  при скорости  $V_\infty = 8170 \text{ м/с}$ , высоте  $53,2 \text{ км}$  ( $Re_\infty = 78000$ ,  $M_\infty = 25$ ) и фиксированной температуре поверхности  $T_w = 4068 \text{ К}$ .

На фиг. 1 кривая 1 (штриховая линия) – результат, представленный в работе [19], кривая 2 получена с использованием модели термодинамически равновесного (химически неравновесного) полного ВУС с фиксированной температурой поверхности  $T_w = 4068 \text{ К}$ , кривая 3 – результат решения тех же уравнений с использованием граничного условия теплового равновесия поверхности (1.15). По оси абсцисс отложено расстояние вдоль поверхности тела, отнесенное к радиусу затупления:  $x' = x / R_0$ . Видно, что расхождение в значениях  $q^{\text{rel}}$  между данными работы [19] и модели неравновесного полного ВУС (см. кривые 1 и 2) – довольно большое.



Фиг. 1

Получим аналитическую оценку значения относительного теплового потока в точке торможения. Пренебрегая отличием между теплопроводностями и теплоемкостями смеси около некаталитической и идеально-каталитической поверхностей, из выражения (1.1) для чистого азота получаем соотношение

$$q^{\text{rel}} = \frac{J_{q_w}|_{k_w=0}}{J_{q_w}|_{k_w=\infty}} = \frac{H_e - h_N^0 c_{Ne}}{H_e + (Le-1)h_N^0 c_{Ne}}, \quad (3.1)$$

$$Le = \frac{Pr}{Sm} \approx \text{const} \approx 1,4$$

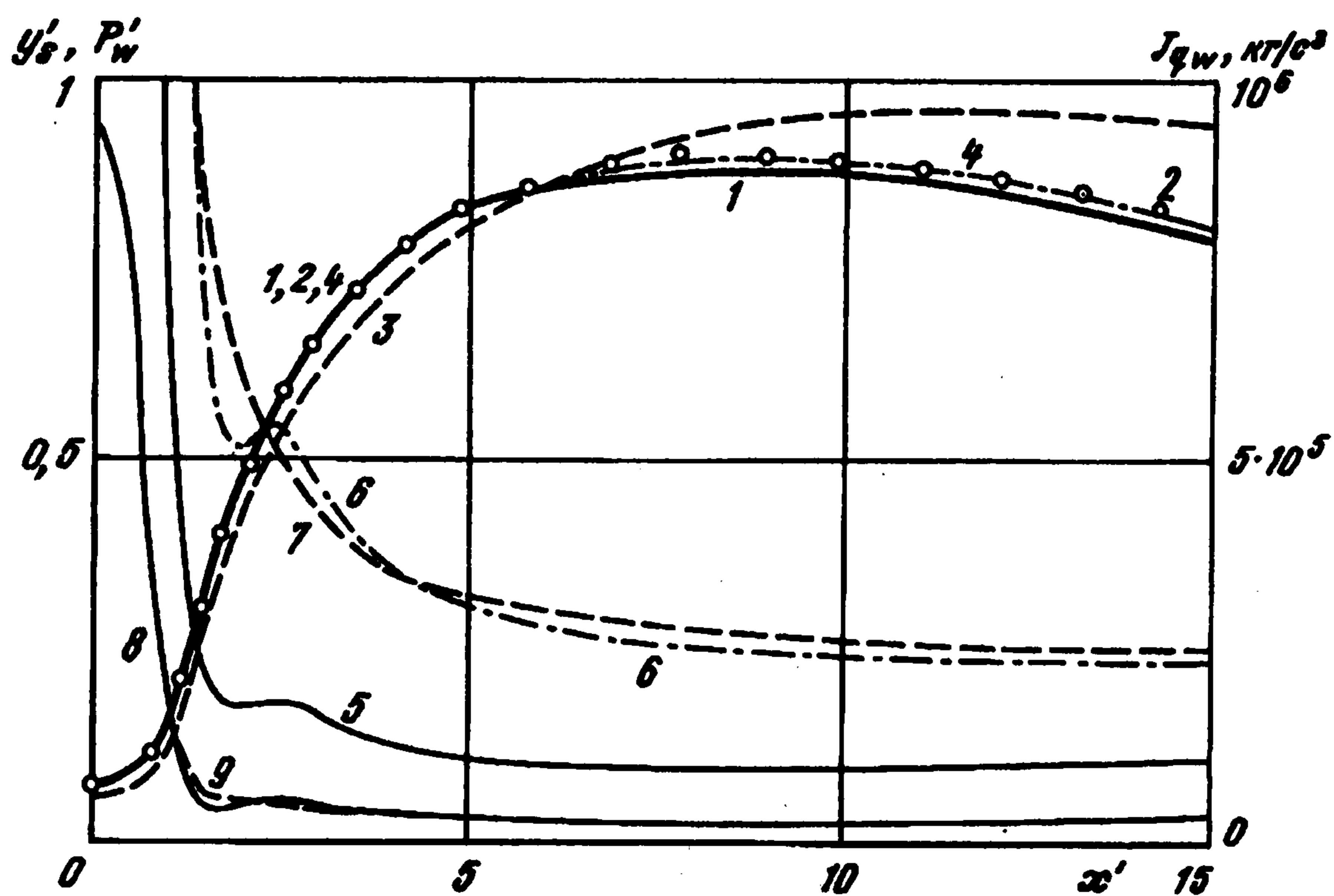
Здесь  $H_e$  – полная энтальпия на границе пограничного слоя,  $h_N^0$  – энтальпия образования

атомов азота,  $c_{Ne}$  – массовая концентрация атомов азота на границе пограничного слоя, а в случае некаталитической поверхности данное значение будет соответствовать также концентрации атомарного азота на поверхности тела, в случае идеально-каталитической поверхности концентрация атомов на поверхности равна нулю,  $Pr$  и  $Sm$  – числа Прандтля и Шмидта соответственно.

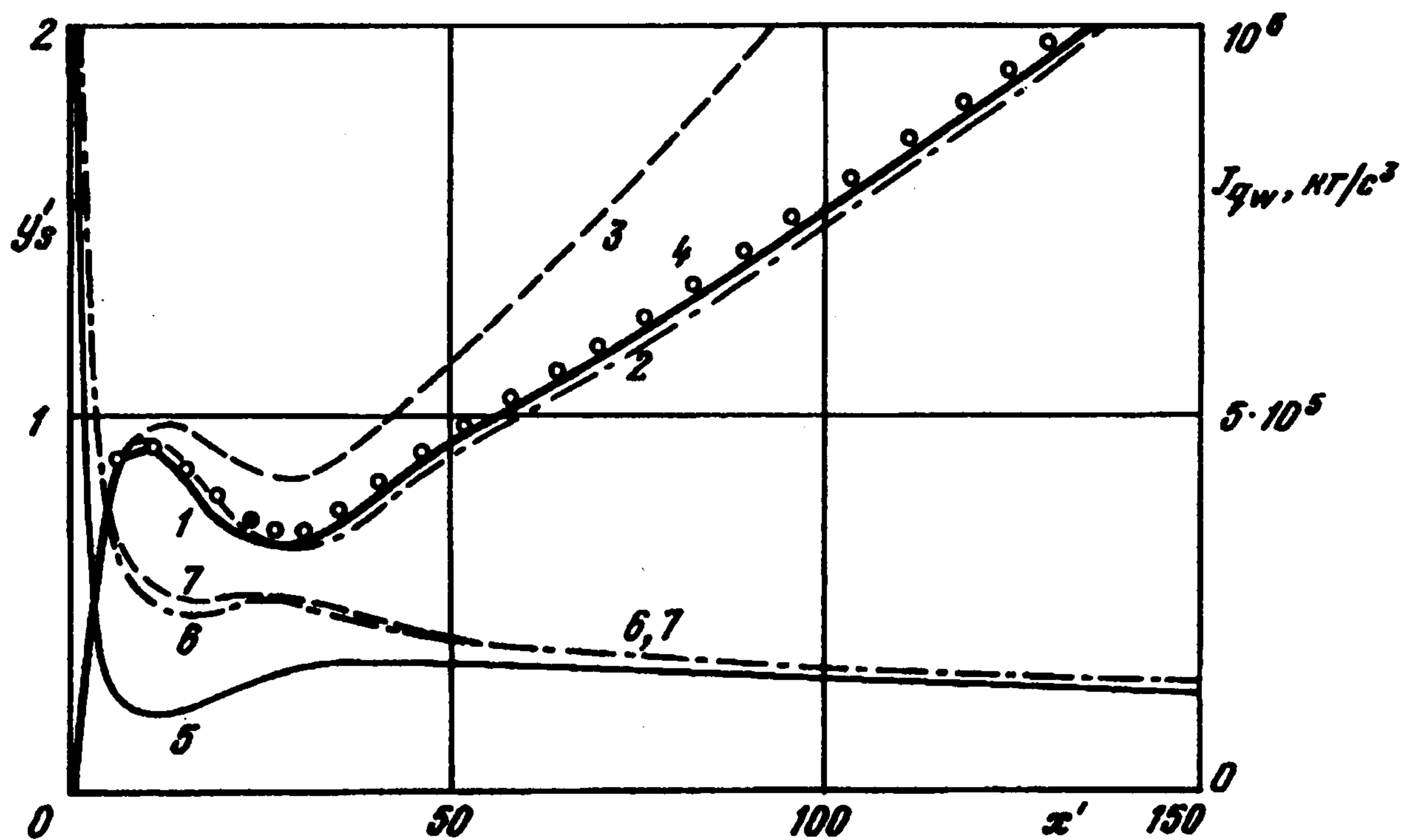
В соотношении (3.1) предполагается, что нормальные составляющие градиентов энтальпии и концентрации атомов приближенно равны разностям значений этих величин на границе пограничного слоя и на теле, деленным на толщину пограничного слоя. При этом вкладом молекул в термодинамическую энтальпию, а также температурной частью удельной энтальпии атомов пренебрегается. Для указанных условий течения  $c_{Ne} = 0,667$ ,  $H_e = V_\infty^2/2 = 3,34 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ ,  $h_N^0 = R_A T_D/(2m_N) = 3,36 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ . Таким образом, выражение (3.1) дает значение  $q^{\text{rel}} = 0,26$ , что хорошо согласуется со значением, полученным для воздуха в рамках модели неравновесного полного ВУС:  $q^{\text{rel}} = 0,244$  (фиг. 1). Таким образом, в [19] представлено нереально большое ( $\approx 0,6$ ) значение  $q^{\text{rel}}$  в точке торможения. Это может быть связано с неправильным расчетом концентраций компонентов в этой работе или с большой погрешностью аппроксимации в нормальном к поверхности тела направлении.

Величина  $q^{\text{rel}}$ , очевидно, не может отразить всего множества физических эффектов, имеющих место в гиперзвуковом ударном слое. Поэтому приведем также и другие характеристики течения, соответствующего указанным выше условиям (конус с углом полураствора  $10^\circ$ ,  $R_0 = 0,228 \text{ м}$ ,  $V_\infty = 8170 \text{ м/с}$ , высота  $53,2 \text{ км}$ ), около радиационно равновесной поверхности тела (граничное условие (1.15)).

На фиг. 2 показаны значения отхода ударной волны, отнесенного к радиусу затупления,  $y'_s = y_s / R_0$  (кривые 1–4), теплового потока к телу (кривые 5–7) и безразмерного давления на поверхности тела  $P'_w = P_w / \rho_\infty V_\infty^2$  (кривые 8, 9) вдоль поверхности тела (координата  $x'$ ) в окрестности затупления. Кривые 1, 5 и 8 (сплошные линии) – результат термодинамически равновесных, но химически неравновесных расчетов при нулевой каталитичности поверхности тела; 2 и 6 (штрих-пунктир) – то же при идеальной каталитичности поверхности. Отсюда можно видеть влияние каталитических свойств поверхности на отход ударной волны и тепловой поток. На давление каталитическая активность поверхности практически не влияет. Штриховые линии 3, 7 и 9 получены в результате химически и термодинамически равновесных расчетов, проведенных с помощью ранее созданного [17] алгоритма расчета химически равновесных и химически замороженных течений около длинных сферически затупленных конусов. Кривая 4 (точки) – результат химически и термодинамически неравновесного



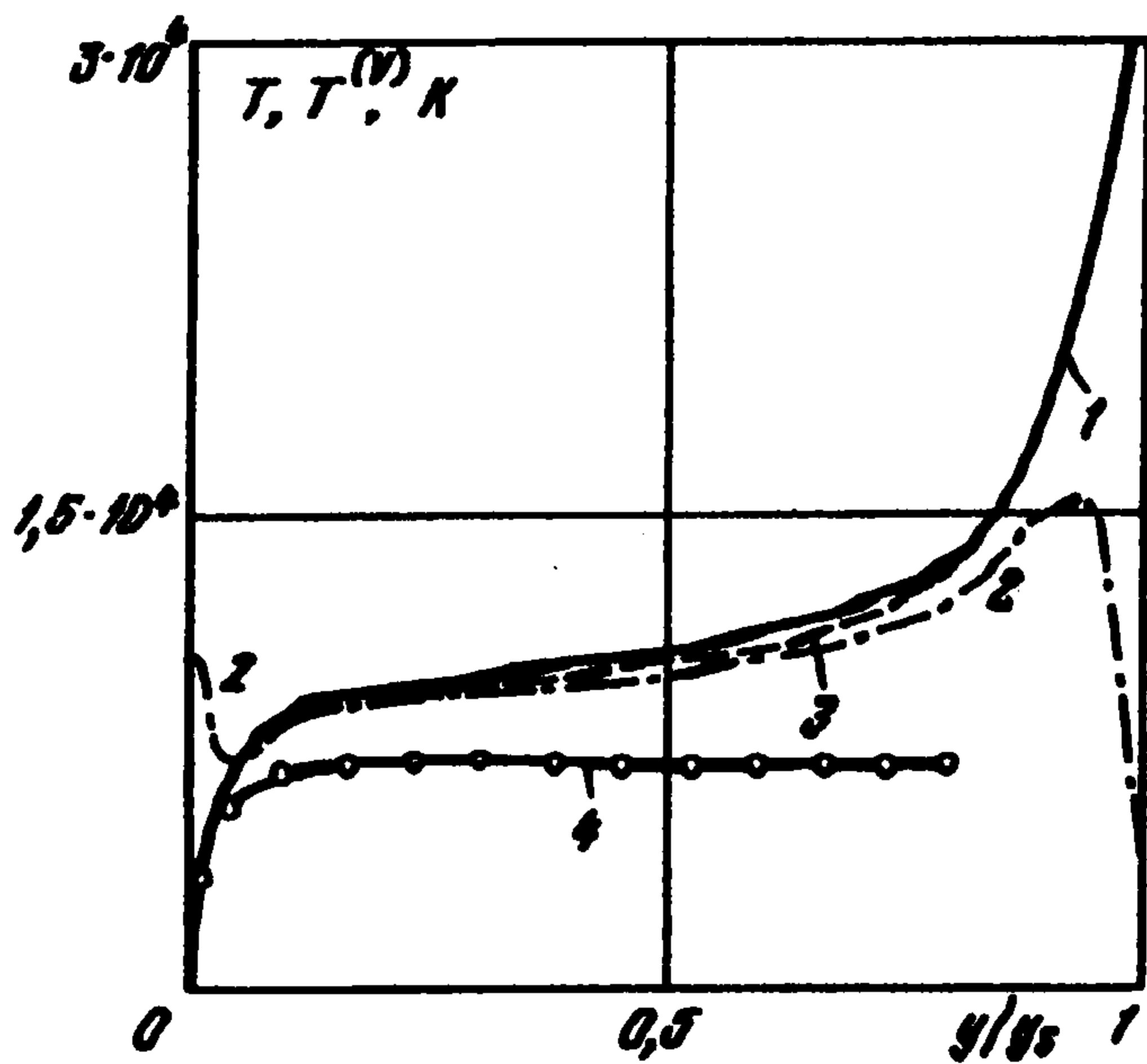
Фиг. 2



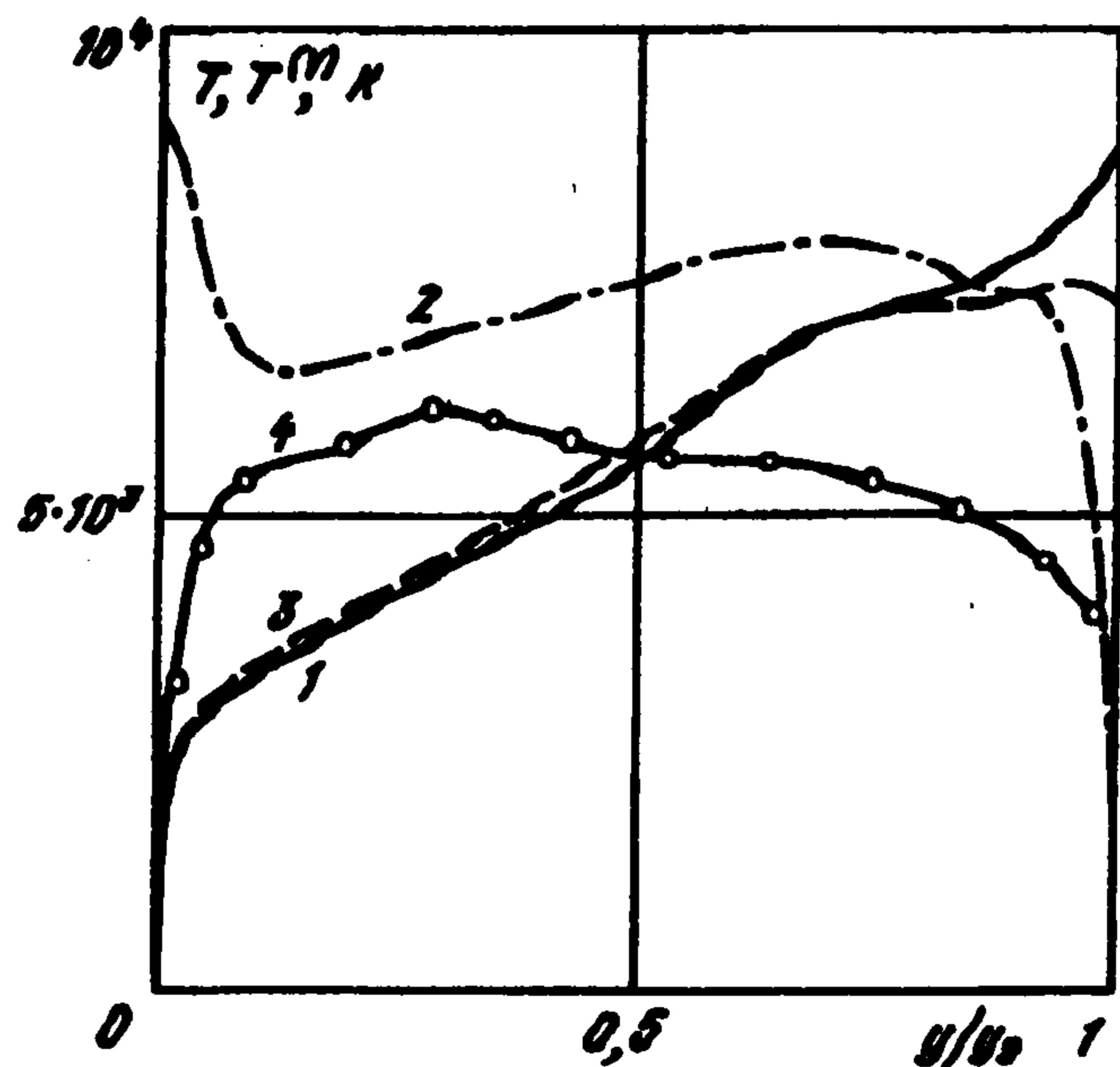
Фиг. 3

расчета значений отхода ударной волны, при этом поверхность тела полагалась некаталитической, а для уравнения колебательной релаксации на теле использовалось граничное условие (1.17). (Около идеально-каталитической поверхности эффекты, связанные с термодинамической неравновесностью, проявляются слабо [4].) Соответствующие значения теплового потока и давления графически совпадают с линиями 5 и 8.

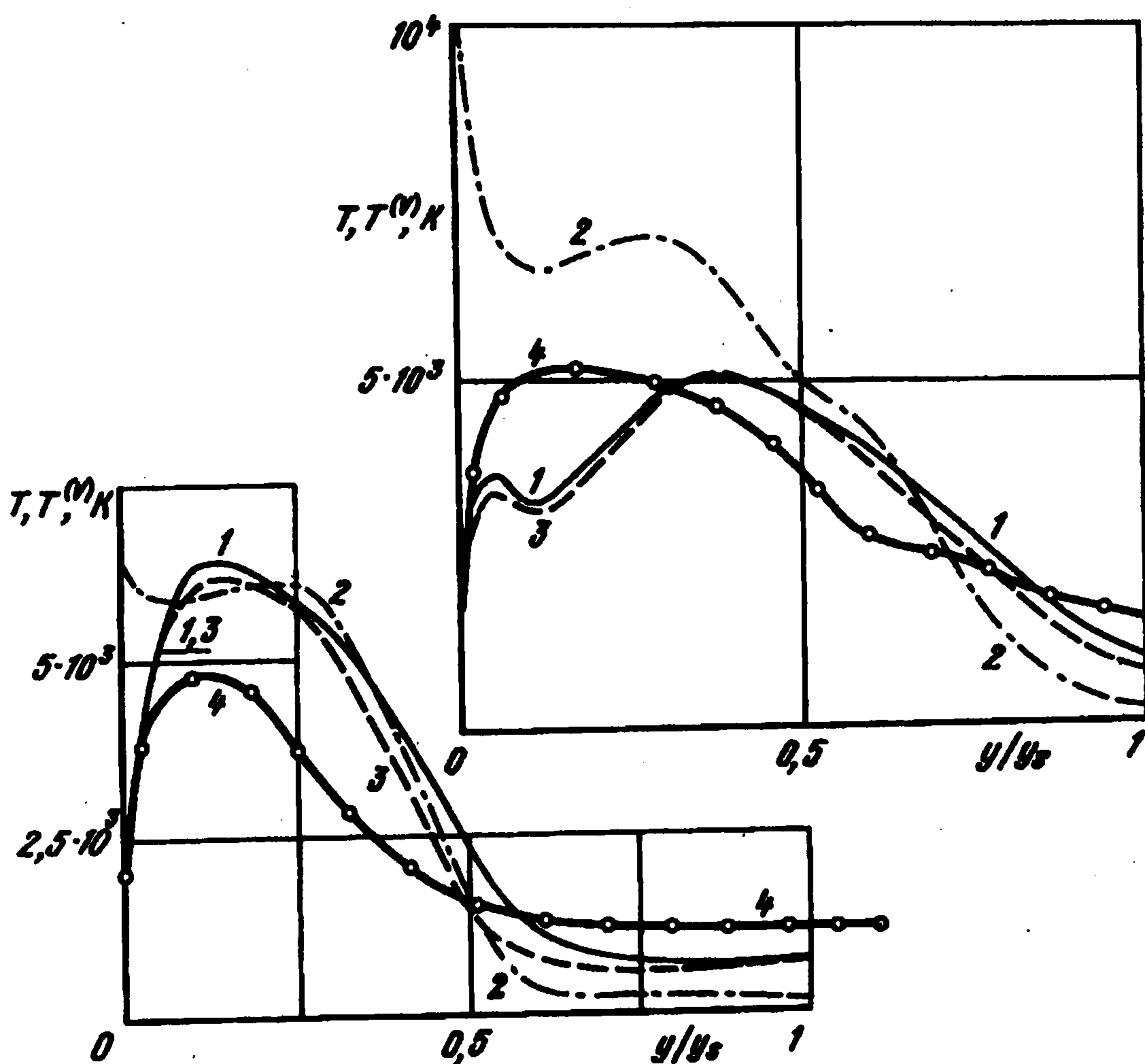
Значения теплового потока в точке торможения (на фиг. 2 не представлены) следующие: для химически и термодинамически неравновесного течения около некаталитической поверхности  $J_{q_w}|_{k_w=0} = 2,401 \cdot 10^6 \text{ кг/с}^3$ ; для химически неравновесного, термодинамически равновесного течения  $J_{q_w}|_{k_w=0} = 2,215 \cdot 10^6 \text{ кг/с}^3$ ;  $J_{q_w}|_{k_w=\infty} = 6,301 \cdot 10^6 \text{ кг/с}^3$ ; для химически и термодинамически равновесного течения



Фиг. 4



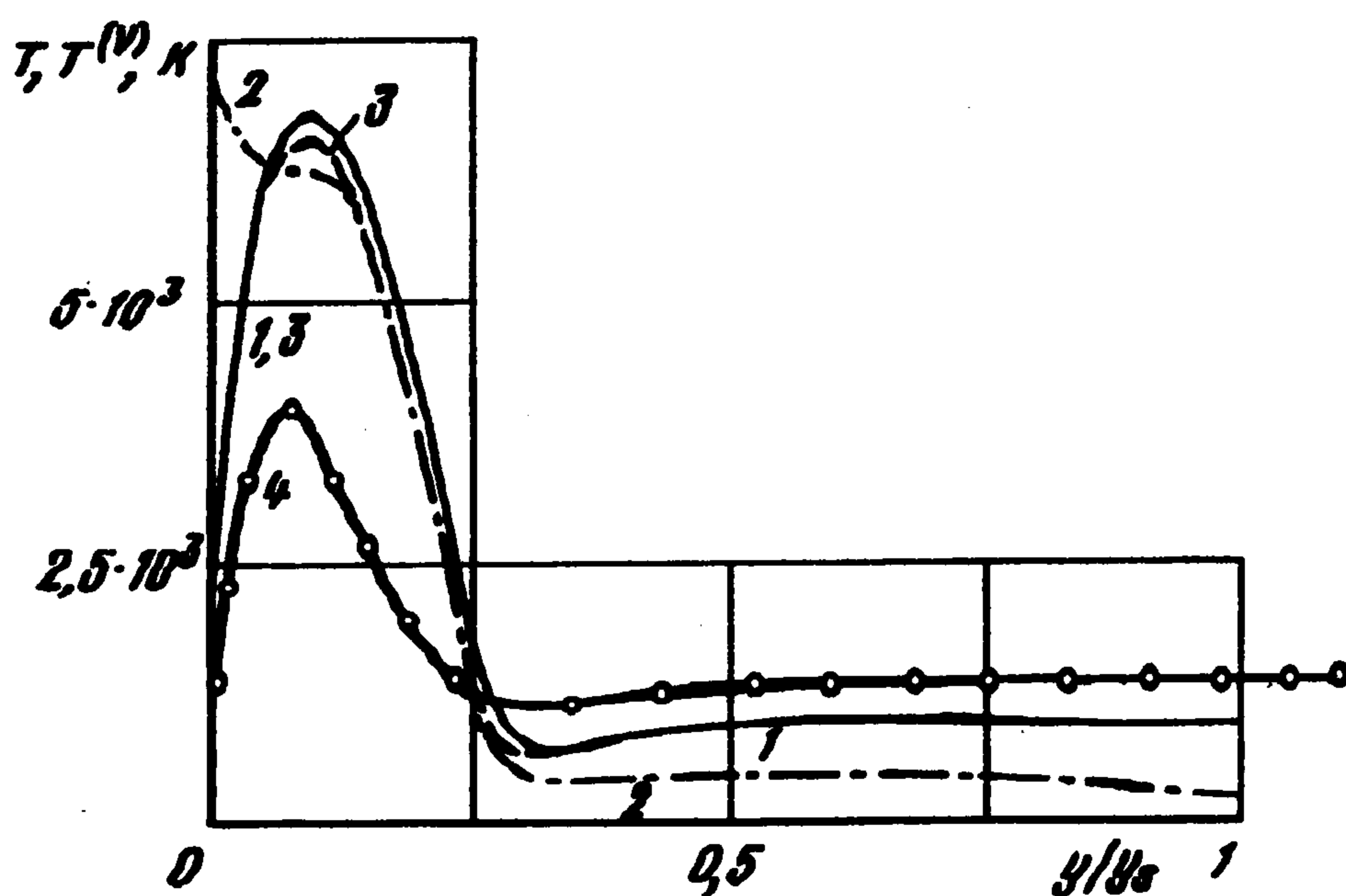
Фиг. 5



Фиг. 6

$J_{q_w} = 6,452 \cdot 10^6 \text{ кг / с}^3$ . Как видим, два первых и два последних числа находятся в хорошем соответствии между собой.

Близость термодинамически равновесного и неравновесного значений теплового потока говорит о том, что при данных условиях течения колебательная неравновесность является относительно слабым эффектом. Близость значения теплового потока к идеально-каталитической поверхности химически (и термодинамически) равновесному значению теплового потока (при указанных выше достаточно больших значениях  $M_\infty$  и  $Re_\infty$ ) еще раз подтверждает физическую адекватность используемой модели диссоциации [2] и правильность численной реализации неравновесной релаксационно-химической кинетики.



Фиг. 7

На фиг. 3 те же характеристики течения показаны в более мелком масштабе (по продольной координате) на больших расстояниях от точки торможения. На фиг. 4–7 представлены профили поступательной и колебательной температур поперек ударного слоя на различных расстояниях от точки торможения: на фиг. 4 показаны температурные профили в точке торможения ( $x' = 0$ ), на фиг. 5 – в точке сопряжения сферы с конусом ( $x' = 1,4$ ), на фиг. 6 (правой верхней и левой нижней) и фиг. 7  $x' = 7; 26,9; 60,3$  соответственно. Поверхность тела полагается некаталитической. Сплошные кривые 1 на этих рисунках соответствуют поступательной температуре при отсутствии термодинамического равновесия, штрихпунктирные кривые 2 – колебательной температуре, штриховые кривые 3 получены в результате химически неравновесных расчетов в предположении термодинамического равновесия в ударном слое, кривые 4 (светлые точки) – химически и термодинамически равновесные профили  $T$ . При построении профилей 3 и 4 нормальная координата  $y$  относилась к химически и термодинамически неравновесному отходу ударной волны.

Анализируя фиг. 2–7, можно отметить следующие физические эффекты.

1°. Близость термодинамически равновесных и неравновесных значений характеристик течения на всей длине тела.

2°. Близость химически равновесных и неравновесных значений давления на теле, а также химически равновесного теплового потока к поверхности тела и теплового потока к идеально-каталитической (равновесной) поверхности.

3°. Отход ударной волны в случае химически равновесного течения, начиная со значения  $x/R_0 \approx 10$ , оказывается существенно больше неравновесного.

Данный эффект можно объяснить следующим образом. В случае химического равновесия рекомбинация атомов азота в ударном слое (по мере продвижения газа вдоль тела) протекает более интенсивно, чем в химически неравновесном ударном слое вследствие более жесткой зависимости концентраций компонентов от давления и термодинамической энтальпии расширяющегося газа. В таблице приведены максимальные молярные концентрации атомов кислорода и азота поперек ударного слоя в различных сечениях для химически и термодинамически равновесного течения и химически неравновесного, но термодинамически равновесного течения. Более интенсивная равновесная рекомбинация приводит к более мощному энерговыделению в околосферической области, которое в свою очередь повышает температуру в ударном слое вниз по потоку. Вследствие этого уменьшается плотность газа, что в итоге ведет к увеличению отхода ударной волны на боковой поверхности конуса. Увеличение наклона ударной волны (по сравнению с неравновесным течением) приводит к увеличению нормального числа Маха за ударной волной, что дополнительно повышает температуру в ударном слое на больших расстояниях от вершины конуса.

$\frac{x}{R_0}$	Химически равновесный ВУС		Химически неравновесный ВУС	
	$x_O \times 10^3$	$x_N \times 10^3$	$x_O \times 10^3$	$x_N \times 10^3$
0	235	638	251	609
1,4	269	445	301	549
7,0	292	309	317	527
26,9	322	129	300	319
60,3	339	12,3	310	48,2

4°. Большая чувствительность неравновесного теплового потока к изменениям (вдоль тела) значений отхода ударной волны и давления.

5°. Некоторое отличие (в пределах 6%) между "некаталитическим" и "идеально-каталитическим" значениями отхода ударной волны при  $5 < x/R_0 < 100$  (фиг. 3).

6°. Для рассматриваемых условий в набегающем потоке течение в ударном слое становится качественно неизменным, начиная со значения  $x/R_0 \approx 27$ . При этом количественные изменения сводятся к уменьшению относительной толщины горячего пристенного слоя. На больших расстояниях от критической точки максимальное значение температуры поперек ударного слоя достигается именно в пристенном слое, а максимум температуры (порядка 6700 К) достигается при  $x/R_0 \approx 40$ , затем максимальная температура в слое начинает медленно убывать.

7°. В "холодной" части установившегося течения отсутствует равновесие между активными и колебательными степенями свободы.

Это связано с очень большим значением времени колебательной релаксации  $\tau_i$  (см. источник член (1.4) уравнения колебательной релаксации (1.2)) при малых значениях температуры и давления, т.е. в этой части слоя течение остается замороженным как химически, так и термодинамически. Но в горячем пристенном слое колебательные степени свободы достаточно быстро обмениваются энергией с активными. Большое расхождение между поступательной и колебательной температурами на поверхности тела при отсутствии потока колебательной энергии к телу (граничное условие (1.17)) связано, очевидно, с процессом рекомбинации, который вносит существенное количество энергии в колебательные степени свободы молекул.

Авторы благодарят С.А. Васильевского за интерес к работе и обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тирский Г.А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим многокомпонентным потоком газа при наличии вдува // Научн. тр. Ин-та механики МГУ. 1975. № 39. С. 5–38.
2. Смехов Г.Д., Жлуктов С.В. Константа скорости диссоциации двухатомных молекул в адиабатической модели // Хим. физика. 1992. Т. 11. № 9. С. 1171–1179.
3. Тирский Г.А. Термодинамически неравновесные эффекты при гиперзвуковом обтекании тел вязким газом // Модели механики неоднородных систем. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1989. С. 66–92.
4. Жлуктов С.В., Тирский Г.А. Влияние колебательно-диссоциационного взаимодействия на теплопередачу и сопротивление при гиперзвуковом обтекании тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 3. С. 141–151.
5. Marrone P.V., Treanor C.E. Chemical Relaxation with Preferential Dissociation from Excited Vibrational Levels // Phys. Fluids. 1963. V. 6. No. 9. P. 1215–1221.
6. Утюжников С.В. Численное решение полных уравнений вязкого ударного слоя в задаче гиперзвукового обтекания притупленных тел // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1986. Т. 17. № 6. С. 125–131.
7. Щербак В.Г. О влиянии многокомпонентной диффузии и бародиффузии на элементный состав при гиперзвуковом обтекании // Инж.-физич. журн. 1990. Т. 59. № 4. С. 673–674.

8. **Тирский Г.А.** Полуфеноменологический вывод уравнений гидродинамики смесей многоатомных газов с возбужденными внутренними степенями свободы // *Механика: Современные проблемы*. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 79–86.
9. **Millikan R.C., White D.R.** Systematics of Vibrational Relaxation // *J. Chem. Phys.* 1963. V. 39. No. 12. P. 3209–3213.
10. **Park Ch.** Problems of Rate Chemistry in the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles // *AIAA Paper*. 1984. No. 84–1730. 11 p.
11. **Park Ch.** Assessment of Two-Temperature Kinetic Model for Ionizing Air // *AIAA Paper*. 1987. No. 87–1574. 13 p.
12. **Treanor C.E., Marrone P.V.** Effect of Dissociation on the Rate of Vibrational Relaxation // *Phys. Fluids*. 1962. V. 5. No. 9. P. 1022–1026.
13. **Kang S.W., Dunn M.G.** Hypersonic. Viscous Shock Layer with Chemical Nonequilibrium for Spherically Blunted Cones // *AIAA Journal*. 1972. V. 10. No. 10. P. 1361–1362.
14. **Андрюатис А.В., Жлуктов С.В., Соколова И.А.** Транспортные коэффициенты смеси воздуха химически неравновесного состава // *Мат. Моделирование*. 1992. Т. 4. № 1. С. 44–64.
15. **Ферцигер Дж., Капер Г.** Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
16. **Кузнецов В.М., Кузнецов М.М.** О граничных условиях для течений многоатомных газов // *ПМТФ*. 1975. № 4. С. 93–102.
17. **Васильевский С.А., Тирский Г.А., Утюжников С.В.** Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 1987. Т. 27. № 5. С. 741–750.
18. **Колесников А.Ф., Шелин В.С.** Численный анализ точности моделирования гиперзвукового теплообмена в дозвуковых струях диссоциированного азота // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1990. № 2. С. 135–143.
19. **Zoby E.V., Lee K.P., Gupta R.N., Tomson R.A., Simmonds A.L.** Viscous Shock-Layer Solutions with Nonequilibrium Chemistry for Hypersonic Flows Past Slender Bodies // *J. Spacecraft and Rockets*. 1989. V. 26. No. 4. P. 221–228.

Москва

Поступила в редакцию  
24. IX. 1993