

УДК 533.17

© 1994 г. С.Л. Дерябин, Н.П. Чуев

СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ВАКУУМ

Рассматриваются сферически-симметричные течения идеального газа в предположении, что на массу газа действует ньютоновское тяготение. Методом характеристических рядов исследуется задача о распаде специального разрыва и строятся точные решения начально-краевых задач нелинейной интегро-дифференциальной системы в частных производных в виде сходящихся рядов. Доказывается, что частицы газа на свободной поверхности газ-вакуум движутся как частицы в поле притяжения материальной точки, помещенной в центр симметрии и имеющей массу, равную исходной массе газа. При исследовании задачи о непрерывном примыкании газа к вакууму удается доказать теорему существования и единственности решения только для рациональных показателей адиабаты и показать, что при определенных значениях газодинамических параметров газовый шар разлетается до бесконечности, в других случаях граница газ-вакуум останавливается и начинается схлопывание массы газа. Особенности решения на этой границе появляются только в момент фокусировки, который можно трактовать как момент схлопывания всей массы газа в центр симметрии.

Задачи, близкие к поставленной, но без учета гравитации, рассматривались ранее. При помощи характеристических рядов в окрестности границы Γ_1 были построены двумерные [1] и трехмерные течения идеального газа, примыкающие к области покоящегося газа. Рассмотрен [2] распад произвольного разрыва на криволинейной поверхности, когда по обе стороны от поверхности разрыва плотность газа больше нуля. На основе анализа первых членов некоторых асимптотических разложений сделан вывод [3] о том, что свободная поверхность Γ_0 некоторое время движется с постоянной скоростью. Изучено [4] течение, возникшее в результате схлопывания одномерной полости; при $1 < \gamma < 3$ решение построено в виде сходящихся характеристических рядов в области от Γ_1 до Γ_0 включительно и доказано, что поверхность Γ_0 движется некоторое время с постоянной скоростью. Этот результат обобщен на случай двумерных и трехмерных течений [5], и трехмерных течений в условиях действия внешних массовых сил [6].

В случае гравитирующего газа в большом числе работ изучались адиабатические движения с однородной деформацией, когда скорости являются линейными функциями координат. В явном виде было найдено [7] точное решение для сферически-симметричного движения гравитирующего газа с переменной плотностью. Исследована [8] динамика адиабатических движений гравитирующего газового эллипсоида.

1. Постановка задачи о распаде специального разрыва. Пусть в момент $t = 0$ сфера Γ радиуса r^0 отделяет идеальный политропный гравитирующий по закону Ньютона газ от вакуума. При этом в момент $t = 0$ известны распределения параметров газа в шаре: $u = u_0(x)$ – скорости газа; $\rho = \rho_0(x)$ – плотности газа; $S = S_0(x)$ – энтропии, где x – расстояние до центра сферы Γ , $0 \leq x < r^0$. Функции u_0, s_0, ρ_0 предполагаются аналитическими, а плотность газа всюду в шаре больше нуля, в том числе $\rho_0(x)|_{\Gamma} > 0$.

В момент $t = 0$ начинается движение газа, определяемое данными распределениями u_0, S_0, ρ_0 , и которое в дальнейшем будем называть фоновым течением. Одновременно в момент $t = 0$ поверхность Γ мгновенно разрушается и начинается разлет части

гравитирующего идеального газа в вакуум. Возмущения, возникшие в фоновом течении в результате мгновенного убирания поверхности Γ , распространяются по газу в виде волны разрежения, отделенной от фонового течения границей Γ_1 , являющейся поверхностью слабого разрыва. С другой стороны волна разрежения примыкает к вакууму: $\rho|_{\Gamma_0} = 0$, где Γ_0 – свободная поверхность, отделяющая волну разрежения от вакуума. Требуется построить как фоновое течение, так и волну разрежения, а также найти законы движения Γ_1 и Γ_0 .

Сферически-симметричные течения рассматриваемого газа описываются системой [9]

$$\rho_t + (\rho u_x + 2\rho u/x) = 0$$

$$u_t + uu_x + \frac{1}{\rho} p_x = F(x, t), \quad F(t, x) = -4\pi \frac{G}{x^2} \int_0^x r^2 \rho(r, t) dr \quad (1.1)$$

$$S_t + uS_x = 0, \quad p = S^2 \rho^\gamma / \gamma, \quad \gamma = \text{const} > 1$$

где p – давление, G – гравитационная постоянная.

Для удобства дальнейшего исследования от системы интегродифференциальных уравнений (1.1) делается переход к системе дифференциальных уравнений путем введения дополнительной неизвестной функции $F(x, t)$. Дифференцируя F по x и t , получим, учитывая уравнение неразрывности, два дифференциальных уравнения для F

$$F_x = -2x^{-1}F + 4\pi G\rho, \quad F_t = 4\pi G\rho u \quad (1.2)$$

В качестве новой неизвестной функции можно также взять $M = -x^2 G^{-1} F(t, x)$, и уравнения для M будут иметь вид

$$M_x = 4\pi x^2 \rho, \quad M_t = -4\pi x^2 \rho u \quad (1.3)$$

В задаче о распаде разрыва будем пользоваться функцией F и уравнениями (1.2). Кроме того, будут также использованы уравнения (1.3). Получившаяся система (1.1), (1.2) переопределена: пять уравнений для четырех неизвестных, однако перекрестным дифференцированием можно убедиться, что она совместна.

В качестве неизвестной функции вместо ρ удобно взять $\sigma = \rho^{(\gamma-1)/2}$. Для построения фонового течения необходимо решить задачу Коши для рассматриваемой системы с начальными данными

$$t = 0, \quad u = u_0(x), \quad S = S_0(x), \quad \sigma = \sigma_0(x) \quad (1.4)$$

$$F = F_0(x) = -4\pi \frac{G}{x^2} \int_0^x r^2 \rho_0(r) dr$$

Если $\rho_0(x)$ – аналитическая функция, то можно показать, что и $F_0(x)$ аналитическая функция, не имеющая особенностей при $x = 0$. Поскольку рассматриваемая система является системой типа Коши–Ковалевской, а начальные данные – аналитические функции, то задача Коши имеет [10] при малых t аналитическое решение, которое можно представить, например, в виде сходящихся рядов по степеням t с коэффициентами, являющимися аналитическими функциями от x . При помощи этого решения однозначно строятся (например, в виде рядов по степеням t) $x_1(t)$ и

$$\sigma|_{\Gamma_1} = \sigma^0(t), \quad u|_{\Gamma_1} = u^0(t), \quad S|_{\Gamma_1} = S^0(t) \quad (1.5)$$

Здесь $x_1(t)$ – закон движения поверхности слабого разрыва Γ_1 , являющийся звуковой характеристикой фонового течения; σ^0, u^0, S^0 – значения газодинамических параметров на ней. В дальнейшем будут предполагаться известными: фоновое

течение, поверхность Γ_1 , σ^0 , u^0 , S^0 . Для построения волны разрежения сделаем замену переменных: за независимые переменные возьмем t , σ , а за неизвестные функции x , u , S , F . Якобиан такого преобразования $J = x_\sigma$. Тогда получим систему:

$$\begin{aligned} x_t &= u + \frac{\gamma-1}{2} u_0 \sigma + (\gamma-1) x_\sigma \frac{u\sigma}{x} \\ x_\sigma u_t - \frac{\gamma-1}{2} u_\sigma^2 \sigma - (\gamma-1) x_\sigma u_\sigma \frac{u\sigma}{x} + \frac{2}{\gamma-1} S^2 \sigma + \frac{2}{\gamma} S S_\sigma \sigma^2 &= x_\sigma F \\ x_\sigma S_t + (u - x_t) S_\sigma &= 0 \\ F_t &= -2x^{-1} x_t F + 4\pi G(u - x_t) \sigma^{2/(\gamma-1)} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Течение в области между Γ_1 и Γ_0 (волну разрежения) будем строить как решение системы (1.6) с данными на характеристике Γ_1 (1.5). Поскольку Γ_1 – характеристика кратности один, то для получения единственного локально-аналитического решения необходимо задать одно дополнительное условие [11]. Если бы поверхность Γ убиралась медленно, то таким условием было бы условие непротекания на стенке. Если же поверхность Γ убирается мгновенно, этим условием в пространстве переменных (σ, t) служит [4–6] соотношение

$$x(0, \sigma) = r^0 \quad (1.7)$$

2. Построение волны разрежения. Теорема 1. При $0 < t < t_0$ в некоторой окрестности Γ_1 существует единственное локально-аналитическое решение задачи (1.5)–(1.7) о распаде разрыва.

Доказательство теоремы сводится [4–6] к соответствующему аналогу теоремы Коши–Ковалевской [11].

Для выяснения вопроса о том, входит ли поверхность Γ_0 в область применимости этого решения, разложим решение задачи (1.5)–(1.7) в ряд по степеням t

$$f(t, \sigma) = \sum f_k(\sigma) t^k / k! \quad f = \{x, u, S, F\} \quad (2.1)$$

что при малых t возможно в силу аналитичности решения задачи о распаде в некоторой окрестности Γ_1 . Здесь и далее суммирование ведется по k от нуля до бесконечности.

В системе (1.6) положим $t = 0$, и, учитывая (1.7), будем иметь

$$x_1 = -2\alpha\sigma S_0 + u_*, \quad u_0 = -\frac{2}{\gamma-1}\sigma S_0 + u_*, \quad S_0 = S_{00} = S_0(r^0)$$

$$u_* = \frac{2}{\gamma-1} S_0(r^0) \sigma_0(r^0) + u_0(r^0), \quad 2\alpha = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

$$F_1 = \frac{2}{r^0} F_0(u_* - 2\alpha S_0 \sigma) - 4\pi G S_0 \sigma^{2\alpha}$$

$$F_0 = -4\pi \frac{G}{(r^0)^2} \int_0^{\eta} r^2 \rho_0(r) dr$$

Продифференцируем систему (1.6) k раз по t , положим $t = 0$, и, учитывая соотношения (1.7) и ранее полученные выражения для $f_1(\sigma)$ ($0 \leq 1 < k$), имеем

$$x_{k+1} = u_k + \frac{\gamma-1}{2} \sigma u_{k\sigma} + G_{1k}(\sigma)$$

$$\sigma u_{k\sigma} - \alpha k u_k = G_{2k}(\sigma), \quad \sigma S_{k\sigma} - 2\alpha k S_k = G_{3k}(\sigma), \quad F_{k+1} = G_{4k}(\sigma)$$

Здесь G_{1k}, \dots, G_{4k} – функции, зависящие от $f_1(\sigma)$ ($0 \leq 1 < k$); их вид не приводится ввиду громоздкости.

Проинтегрировав второе и третье уравнение системы, будем иметь

$$\begin{aligned} u_k &= \sigma^{\alpha k} (u_{k0} + \int G_{2k}(\sigma) \sigma^{-\alpha k - 1} d\sigma) \\ S_k &= \sigma^{2\alpha k} (S_{k0} + \int G_{3k}(\sigma) \sigma^{-2\alpha k - 1} d\sigma) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Произвольные постоянные u_{k0}, S_{k0} определяются при помощи условий (1.5). Для этого $\sigma^0(t)$ подставляем в правые части выражений (2.2), а $u^0(t), S^0(t)$ – в левые части. Раскладывая получившиеся выражения по степеням t и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях, получаем соотношения, из которых однозначно находятся u_{k0}, S_{k0} .

Лемма. При $1 < \gamma < 3$ коэффициенты рядов (2.1) при $k \geq 1$ имеют вид

$$\begin{aligned} S_k &= \sigma P_{1k}(\sigma, \sigma^\lambda, \sigma \ln \sigma), & F_k &= a_k + \sigma P_{2k}(\sigma, \sigma^\lambda, \sigma \ln \sigma) \\ u_k &= a_{k-1} + \sigma P_{3k}(\sigma, \sigma^\lambda, \sigma \ln \sigma), & x_{k+1} &= a_{k-1} + \sigma P_{4k}(\sigma, \sigma^\lambda, \sigma \ln \sigma) \end{aligned}$$

где P_{1k}, \dots, P_{4k} – многочлены от указанных аргументов, $\lambda > 0, a_k = \text{const}$.

Доказательство леммы аналогично соответствующему доказательству из [4–6] и проводится индукцией по k . Сначала доказывается, что $G_{ik}(\sigma)$ обладают нужной структурой, а затем непосредственным интегрированием выясняется, что u_k обладают указанной структурой.

На основании леммы можно утверждать, что структура решения, задающего волну разрежения, следующая:

$$\begin{aligned} S &= \sigma S^1(t, \sigma), & x &= x^0(t) + \sigma x^1(t, \sigma) \\ u &= u^0(t) + \sigma u^1(t, \sigma), & F &= F^0(t) + \sigma F^1(t, \sigma) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} F^0(t) &= \sum a_k t^k / k!, & u^0(t) &= \sum a_{k+1} t^{k+1} / (k+1)! \\ x^0(t) &= \sum a_{k+2} t^{k+2} / (k+2)! \end{aligned}$$

Сходимость рядов для $F^0(t), u^0(t), x^0(t)$, как и сходимость всех рядов (2.1), устанавливается следующей теоремой.

Теорема 2. Для $1 < \gamma < 3$ при $0 < t < t_0$ область сходимости рядов (2.1), а также рядов, задающих f_t, f_σ , покрывает всю область течения от Γ_1 до Γ_0 включительно. При этом закон движения $\Gamma_0: x = x^0(t)$ определяется из решения вспомогательной задачи $x_t^0 = u^0(t), x^0(0) = r^0$

$$u_t^0 = F^0(t), \quad u^0(0) = u_* = \frac{2}{\gamma-1} S_0(r^0) \sigma_0(r^0) + u_0(r^0) \quad (2.3)$$

$$F_t^0 = -\frac{2u^0 F^0}{x^0(t)}, \quad F^0(0) = F_0 = -4\pi \frac{G}{(r^0)^2} \int_0^{r^0} r^2 \rho_0(r) dr$$

и на поверхности Γ_0 сохраняется исходное значение энтропии $S|_{\Gamma_0} = S_0(x)|_{\Gamma} = S_0(r^0)$.

Доказательство теоремы аналогично доказательству из [4–6].

Анализ коэффициентов рядов (2.1) показывает, что $x^0(t)$ можно получить и без построения всего решения задачи (1.5)–(1.7). Достаточно построить в виде формального ряда по степеням t решение вспомогательной задачи (2.3). Поскольку $x^0(0) = r^0 > 0$, задача (2.3) имеет единственное локально-аналитическое решение, что

еще раз доказывает сходимость ряда, задающего $x^0(t)$. Подробное исследование задачи (2.3) будет проведено ниже.

3. Задача о непрерывном примыкании газа к вакууму. Для того чтобы определить момент времени, до которого сохранится закон движения Γ_0 , исследуем задачу о непрерывном примыкании газа к вакууму. Имея решение задачи о распаде разрыва, т.е. зная, в частности, в момент $t = t_0 > 0$ величины $\sigma(t_0, x)$, $u(t_0, x)$, $S(t_0, x)$, \mathcal{M}_z $\sigma(t_0, x)|_{\Gamma_0} = 0$, можно для системы (1.1), (1.3) поставить задачу Коши при $t = t_0$ с этими начальными данными. Если решение этой задачи существует, то с его помощью закон движения Γ_0 определяется в неявном виде $\sigma(t, x) = 0$ при $t > t_0$. При этом, естественно, предполагается, что возмущения, возникшие от фокусировки слабого разрыва или от возможных сильных разрывов в средней части течения, еще не дошли до Γ_0 .

Пусть $x = x_0(t)$ — закон движения свободной поверхности Γ_0 , полученный из решения системы (2.3). Введем новую независимую переменную $z = x - x_0(t)$, т.е. поверхность Γ_0 возьмем за координатную ось $z = 0$. Тогда система (1.1), (1.3) переписывается в виде

$$\sigma_t + (u - x_{0t})\sigma_z + \frac{\gamma - 1}{2}u_z\sigma + (\gamma - 1)\frac{u\sigma}{z + x_0} = 0 \quad (3.1)$$

$$u_t + (u - x_{0t})u_z + \frac{2}{\gamma - 1}S^2\sigma\sigma_z + \frac{2}{\gamma}SS_z\sigma^2 + \frac{GM}{(z + x_0)^2} = 0$$

$$S_t + (u - x_{0t})S_z = 0, \quad M_z = 4\pi(z + x_0)^2\sigma^{2/(\gamma - 1)}$$

Для системы (3.1) на поверхности Γ_0 , при $z = 0$ зададим условия

$$\sigma(t, 0) = 0, \quad u(t, 0) = u^0(t), \quad S(t, 0) = S_{00}, \quad M(t, 0) = M_{00} \quad (3.2)$$

Здесь M_{00} — исходная масса газа, $S_{00} = S(r^0)$, $u^0(t)$ — скорость движения поверхности Γ_0 в задаче о распаде разрыва. Задача (3.1), (3.2) является характеристической задачей Коши и кратность характеристики $z = 0$ равна трем. Поэтому для единственности решения необходимо [11] задать начальные данные

$$\sigma(t_0, z) = \sigma^0(z), \quad u(t_0, z) = u^0(z), \quad S(t_0, z) = S^0(z) \quad (3.3)$$

согласованные в точке $t = t_0, z = 0$ с данными (3.2).

Система (3.1) не является аналитической для произвольных $\gamma > 1$, что не позволяет построить решение в окрестности Γ_0 , воспользовавшись аналогами теоремы Коши-Ковалевской. Тем не менее можно выписать и исследовать системы, описывающие поведение газодинамических параметров и их производных по переменной z при $z = 0$.

В системе (3.1) положим $z = 0$ и, учитывая (3.2), будем иметь систему

$$\begin{aligned} x_{0t} &= u_0(t), \quad x(t_0) = x_{00}; \quad u_{0t} = -GM/x_0^2(t), \quad u(t_0) = u_* \\ S_0 &= S_{00} \end{aligned} \quad (3.4)$$

эквивалентную системе (2.3) и записанную с использованием массы газа вместо F . Эта система описывает движение Γ_0 и поведение газодинамических параметров на ней. Проинтегрировав систему (3.4), с использованием начальных условий, получим

$$u_0(t) = [2GM_{00}/x_0(t) + u_{00}]^{1/2}, \quad u_{00} = u_*^2 - u_{**}^2, \quad u_{**}^2 = 2GM_{00}/x_0$$

Отсюда можно сделать вывод: если $u_*^2 \geq u_{**}^2$, то газовый шар будет расширяться до бесконечности; если $u_*^2 < u_{**}^2$, то при $t = t_*$ свободная поверхность Γ_0 остановится в точке $x_* = x_{00}[1 - (u_*/u_{**})^2]^{-1}$ и начнется схлопывание массы газа. Конкретный вид $x_0(t)$ и t_* не приводится из-за громоздкости.

Продифференцируем систему (3.1) по z и положим $z = 0$, тогда получим систему транспортных уравнений.

После замены переменной $y = \exp\left(\int_{t_0}^t u_1 dt\right)$ имеем

$$\sigma_1 = \sigma_{10} y^{-(\gamma+1)/2} x_0^{1-\gamma} \quad (3.5)$$

$$y^\gamma x_0^{2\gamma-2} \left(y_{tt} - \frac{2M_{00}}{x_0^3} y \right) = -\frac{2}{\gamma-1} S_{00}^2 \sigma_1^2(t_0) x_0^{2\gamma-2}(t_0)$$

Решение второго уравнения (3.5) ищется при начальных данных $y(t_0) = 1$, $y_t(t_0) = u_1(t_0)$.

Аналитическое исследование решений системы (3.5) вызывает большие трудности, поэтому решение искалось численными методами. В результате получилось, что как при разлете газа до бесконечности, так и при схлопывании первоначально разлетающегося газового шара, на свободной поверхности не возникают особенности, за исключением момента времени, который можно трактовать как момент схлопывания всей массы газа. Вычисления показали, что минимум производной по x от скорости газа на Γ_0 достигается позже момента остановки и обратного движения свободной поверхности (фигура).

Построение систем, описывающих поведение следующих производных по z от газодинамических параметров на Γ_0 для произвольных значений $\gamma > 1$, невозможно, поскольку в четвертом уравнении системы (3.1) после дифференцирования по z появятся отрицательные степени σ . Поэтому построение аналитического решения задачи о непрерывном примыкании газа к вакууму проведем только для рациональных значений γ . Тогда, не нарушая общности, можно считать, что $2/(\gamma-1) = m/n$, где m, n – натуральные числа.

Введем новую неизвестную функцию $C = \sigma^{1/n}$. Отсюда $\sigma = C^n$, $\sigma_t = nC^{n-1}C_t$, $\sigma_z = nC^{n-1}C_z$. Условия (3.2), (3.3) перейдут соответственно в условия

$$C(t, 0) = 0, \quad u(t, 0) = u^0(t), \quad S(t, 0) = S_{00}, \quad M(t, 0) = M_{00} \quad (3.6)$$

$$C(t_0, z) = C^0(z), \quad u(t_0, z) = u^0(z), \quad S(t_0, z) = S^0(z) \quad (3.7)$$

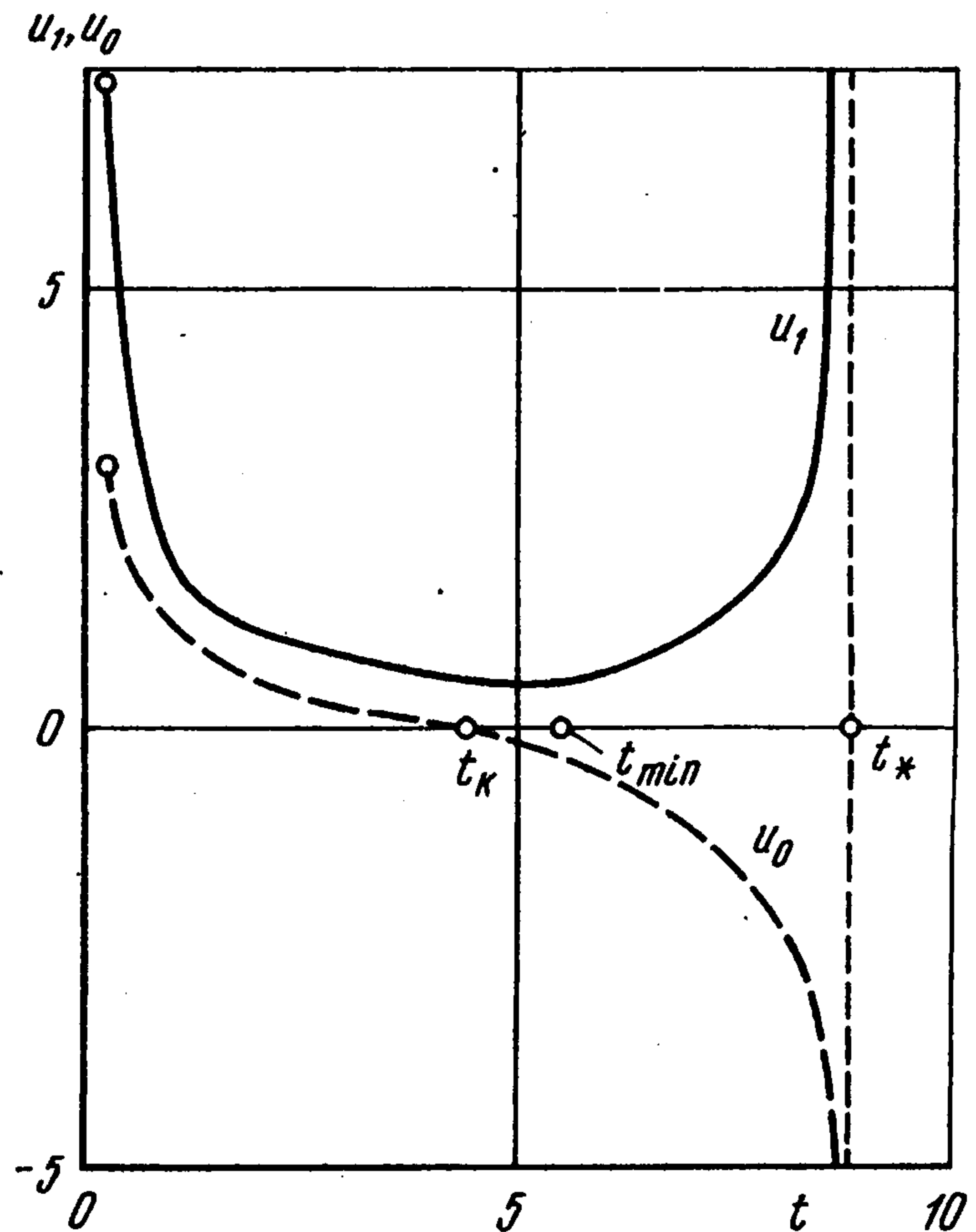
Система (3.1) перейдет в аналитическую систему

$$C_t + (u - x_{0t})C_z + \frac{1}{n}Cu_z + \frac{2}{n} \frac{Cu}{z + x_0} = 0 \quad (3.8)$$

$$u_t + (u - x_{0t})u_z + mS^2 C^{2n-1}C_z + \frac{2m}{m-2n} C^{2n}SS_z + \frac{GM}{(z+x_0)^2} = 0$$

$$S_t + (u - x_{0t})S_z = 0, \quad M_z = 4\pi(z+x_0)^2 C^m$$

для которой справедлива следующая теорема.



Теорема 3. При $t_0 < t < t_*$ Задача (3.6)–(3.8) имеет единственное локально-аналитическое решение, представимое в виде

$$g(t, z) = \sum g_k(t) z^k / k!, \quad g = \{C, u, S, M\}$$

Доказательство этой теоремы сводится к соответствующему аналогу теоремы Коши–Ковалевской [11]. Задача (3.6), (3.8) является характеристической задачей Коши с данными на характеристике кратности три, поэтому для построения единственного локально-аналитического решения надо задать три дополнительных условия. Этими условиями являются начальные данные (3.7).

Для исследования задачи (3.6)–(3.8) и нахождения моментов времени, в которые на Γ_0 возникнут особенности, рассмотрим уравнения для $g_k(t)$.

В системе (3.8) положим $z = 0$ и, учитывая условия (3.6), получим систему (3.4) для $g_0(t)$.

Продифференцируем систему (3.8) по z и положим $z = 0$. Тогда получим систему транспортных уравнений

$$\begin{aligned} C_{1t} + \left(1 + \frac{1}{n}\right) C_1 u_1 + \frac{2}{n} \frac{x_0'(t)}{x_0(t)} C_1 &= 0 \\ u_{1t} + u_1^2 = 2GM_{00} x_0^{-3}(t), \quad S_{1t} + u_1 S_1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Если ввести новую неизвестную функцию $Y = \exp\left(\int_{t_0}^t u_1 dt\right)$, то второе уравнение будет иметь вид

$$Y_{tt} = 2M_{00} x_0^{-3}(t) Y$$

Проинтегрировав его, получим

$$Y = u_0(t) \left(A + B \int_{t_0}^t \frac{dt}{u_0^2(t)} \right), \quad A, B = \text{const}$$

В момент времени $t = t_*$ интеграл имеет особенность, но сама функция $Y = Y(t)$ в этот момент времени конечна и особенностей не имеет. Поэтому можно сделать вывод, что особенности решения системы транспортных уравнений совпадают с особенностями решения системы (3.4), т.е. с моментом фокусировки поверхности Γ_0 .

Продифференцируем систему (3.8) по z k раз, положим $z = 0$ и, учитывая (3.6) и ранее полученные $g_1(\sigma)$, ($0 \leq 1 < k$), получим

$$\begin{aligned} C_{kt} + \left(1 + \frac{k}{n}\right) C_1 u_k + \left(k + \frac{1}{n}\right) C_k u_1 + \frac{2}{n} \frac{x_{0t}}{x_0} C_k &= Q_{1k}(t) \\ u_{kt} + (k+1) u_1 u_k = Q_{2k}(t), \quad S_{kt} + (k+1) u_1 S_k &= Q_{3k}(t) \\ M_{k+1} &= Q_{4k}(t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Конкретный вид правых частей уравнений ввиду громоздкости здесь не приводится.

Системы (3.10) линейны, поэтому особенности решений этих систем совпадают с особенностями решений системы (3.4). Следовательно закон движения свободной поверхности Γ_0 сохранится до момента времени, который можно трактовать как момент схлопывания всей массы газа в центр симметрии, если, конечно, не возникнут особенности в средней части течения.

Авторы благодарят А.Ф. Сидорова и С.П. Баутина за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидоров А.Ф. Приближенный метод решения некоторых задач о пространственном истечении газа в вакуум // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1976. Т. 7. № 5. С. 137–148.
2. Тешуков В.М. Распад произвольного разрыва на криволинейной поверхности // ПМТФ. 1980. № 2. С. 126–133.
3. Каждан Я.М. Сферический разлет газа к центру: Препринт № 2. Ин-т прикл. матем. 1969. 46 с.
4. Баутин С.П. Схлопывание одномерной полости // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 1. С. 50–59.
5. Баутин С.П., Дерябин С.Л. Истечение идеального газа в вакуум // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273. № 4. С. 817–820.
6. Дерябин С.Л. Трехмерное истечение в вакуум неоднородного движущегося газа в условиях действия внешних массовых сил // Динамика сплошной среды. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 1987. Вып. 83. С. 60–71.
7. Лидов М.Л. Точные решения уравнений неустановившихся движений газа с учетом сил ньютоновского тяготения // Докл. АН СССР. 1954. Т. 97. № 3. С. 409–410.
8. Богоявленский О.И. Динамика гравитирующего газового эллипсоида // ПММ. 1976. Т. 40. Вып. 2. С. 270–280.
9. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987. 430 с.
10. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 830 с.
11. Баутин С.П. Характеристическая задача Коши для квазилинейной аналитической системы // Дифференц. уравнения. 1976. Т. 12. № 11. С. 2052–2063.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
24.VI.1993