

УДК 622.831

© 1994 г. В.В. Лях, С.П. Минеев

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРОВОЗДЕЙСТВИЯ НА ГАЗОНАСЫЩЕННЫЙ УГОЛЬНЫЙ ПЛАСТ

Рассматривается задача о распространении виброволн в угольном массиве, основанная на модели трехкомпонентной гетерогенной среды. Дается оценка влияния параметров вибровоздействия на характер разупрочнения массива и распределения свободного и сорбированного газа в окрестности виброскважины.

Перераспределение напряжений в горном массиве при виброволновом воздействии до настоящего времени рассматривалось в рамках линейной теории упругости и двухкомпонентной среды, представленной упругим скелетом и свободным газом [1, 2]. Определяющее значение при установлении оптимального режима вибровоздействия имеет приближение математической модели к реальному угольному массиву, являющемуся трещиновато-пористой средой, насыщенной двухфазным газом – свободным и сорбированным. В связи с этим формулируется новая краевая задача о распространении виброволн в угольном пласте, базирующаяся на математической модели трехкомпонентной гетерогенной среды, описывающей поведение газонасыщенного горного массива, разработанная Ю.Н. Подильчуком [2, 3].

**I. Физические основы модели.** При рассмотрении элементарного макрообъема массива, придерживаясь идей работы [2], выделим три основные компоненты: деформируемый трещиновато-пористый скелет, свободный и сорбированный газ метан. Свободный газ в нарушенном горном массиве движется по трещинам и макропорам в пространство выработки или скважины, в основном в условиях ламинарной фильтрации, описываемой законом Дарси:

$$m_2 V_i^{12} = -k \mu_1^{-1} \partial P_2 / \partial x_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.1)$$

Здесь  $m_2$  – пористость скелета, равная отношению объема макропор и трещин,  $V_i^{12}$  – компоненты вектора средней скорости движения свободного газа относительно твердой составляющей,  $k$  – коэффициент газопроницаемости,  $\mu_1$  – вязкость газа,  $P_2$  – давление газа в макропорах и трещинах,  $k_i$  – макрокоординаты осредненного движения. Состояние свободного газа описывается уравнением

$$P_2 = \rho_2 ZRT \quad (1.2)$$

Здесь  $\rho_2$  – средняя плотность газа в макропорах,  $Z$  – коэффициент сжимаемости газа,  $R$  – газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура.

Одновременно с фильтрацией свободного газа в угле происходит диффузия сорбированного газа по системе микропор. Диффузионный поток описывается законом Фика

$$\rho_3 m_3 V_i^{13} = -D \partial (c_3 + a) / \partial x_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.3)$$

( $m_3$  – объемное содержание микропор в среде,  $\rho_3$  – средняя плотность газа в микропорах,  $V_i^{13}$  – компоненты вектора средней скорости движения газа по системе микропор относительно твердой компоненты,  $D$  – коэффициент диффузии,  $c_3$  и  $a$  – концентрация свободного газа и количество сорбированного газа в микропорах в единице объема среды).

Связующим элементом между фильтрационным и диффузионным потоками является переток газа из микропор в макропоры и трещины, возникающий из-за разницы давлений и концентраций газа. Он определяется концентрацией газа в макропорах  $c_2$  и микропорах  $c_3$  зависимостью

$$q = \beta(c_2 - c_3) \quad (1.4)$$

где  $\beta$  – коэффициент газоперетока.

В нетронутом горном массиве количество свободного газа значительно меньше количества сорбированного газа [4]. Следовательно, количество сорбированного газа  $a$  значительно превышает концентрацию свободного газа  $c_3$  в микропорах. Это позволяет упростить модель, пренебрегая концентрацией свободного газа в микропорах и полагая в дальнейшем  $c_3 = 0$ . С учетом этого среднюю плотность газа в микропорах можно записать в виде

$$m_3 \rho_3 = a \quad (1.5)$$

Очевидно, что  $c_2 = \rho_2$ . Тогда функция перетока газа в макропоры и трещины из системы микропор может быть определена через давление свободного газа  $P_2$  на основании соотношений (1.2) и (1.4) следующим образом:

$$q = \beta P_2 / (ZRT) \quad (1.6)$$

В процессе фильтрации газа изменяются условия газовыделения, определяемого коэффициентами газопроницаемости  $k$  и диффузии. Последние являются функциями времени и координат, а изменение пористости описывается зависимостью [5]

$$m_i = m_i^0 \exp(\alpha_i \sigma), \quad i = 2, 3 \quad (1.7)$$

Здесь  $m_2^0$ ,  $m_3^0$  – соответственно начальное объемное содержание макропор и микропор,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  – коэффициенты компрессии,  $\sigma$  – гидростатическое давление.

Экспериментальными исследованиями [6] установлена существенная зависимость набухаемости угля от количества газа, имеющая вид

$$e = KA \quad (1.8)$$

где  $e$  – объемное расширение газонасыщенной трещиновато-пористой среды,  $A$  – изменение количества газа в единице объема среды,  $K$  – коэффициент набухания или объемного расширения среды. Изменение количества газа определим следующим образом:

$$A = a - a_0 + (P_2 m_2 - P_{20} m_2^0) / (ZRT) \quad (1.9)$$

где  $a_0$ ,  $P_{20}$  – соответственно количество сорбированного газа в единице объема среды и давление свободного газа в порах ненарушенного массива или какого-либо другого начального состояния.

**2. Основные уравнения модели.** Следуя главным допущениям механики гетерогенных сред [7], для вывода уравнений напряженно-деформированного состояния нелинейной трещиновато-пористой газонасыщенной среды будем использовать

уравнения неразрывности и движения  $k$ -й компоненты

$$\frac{\partial(\rho_k m_k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_k m_k V_j^k) = q_k \quad (2.1)$$

$$\rho_k m_k \frac{d_k V_i^k}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_j} (m_k \sigma_{ij}^k) + F_i^k - V_i^k q_k = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

где  $x_j$  – макрокоординаты, используемые при составлении осредненных уравнений,  $q_k$  – средний переток массы от  $k$ -й компоненты к другим,  $m_k$  – объемное содержание,  $\rho_k$  – плотность,  $V_j^k$  – компоненты вектора средней скорости движения,  $F_i^k$  – компоненты результирующей силы обмена импульсом  $k$ -й фазы с остальными (внутри элементарного макрообъема). В уравнениях (2.1) и (2.2)  $i$  и  $j$  – соответственно фиксированный и свободный индексы ( $i, j = 1, 2, 3$ ) а величина  $\sigma_{ij}^k$  определяется как среднее фазовое напряжение на поверхности.

Подставляя в уравнение неразрывности (2.1) для второй фазы скорость, определенную законом Дарси (1.1), плотность – из уравнения состояния (1.2) и средний переток газа (1.6), получим уравнение движения газа в макропорах и трещинах

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m_2 P_2}{ZRT} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{k P_2}{\mu_1 ZRT} \frac{\partial P_2}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{m_2 P_2 V_j^1}{ZRT} \right) + \beta \left( \frac{P_2}{ZRT} - \frac{a}{k_0(a_0^0 - a)} \right) = 0 \quad (2.3)$$

Аналогично для третьей компоненты, подставляя в (2.1) выражение для скорости из закона Фика (1.3) и учитывая (1.6), получим уравнение движения газа в микропорах

$$\frac{\partial a}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} D \left( \frac{\partial a}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (a V_j^1) - \beta \left( \frac{P_2}{ZRT} - \frac{a}{k_0(a_0^0 - a)} \right) = 0 \quad (2.4)$$

Для расчета напряженного состояния газонасыщенной трещиновато-пористой среды в окрестности горных выработок и скважин необходимо записать уравнения теории упругости, описывающие процесс деформирования среды с учетом влияния газа. Для этого просуммируем уравнения движения (2.2) всех трех компонент. Получим

$$\sum_{k=1}^3 \rho_k m_k \frac{d_k V_i^k}{dt} - \frac{\partial \Gamma_{ij}}{\partial x_j} - q(V_i^2 - V_i^3) = 0 \quad (2.5)$$

Здесь учтено, что

$$F_i^1 + F_i^2 + F_i^3 = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.6)$$

и

$$\Gamma_{ij} = m_1 \sigma_{ij}^1 - (m_2 P_2 + m_3 P_3) \delta_{ij} \quad (2.7)$$

– тензор суммарных напряжений многокомпонентной среды, который можно еще представить в виде:

$$\Gamma_{ij} = G \left( \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \operatorname{div} u + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - N \delta_{ij} A \quad (2.8)$$

$$N = 2G(1+\nu)K / [3(1-2\nu)]$$

где  $u$  – вектор средних перемещений скелета,  $\nu, G$  – соответственно коэффициент

Пуассона и модуль сдвига среды,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $N$  – коэффициент напряжений, возникающих в среде из-за наличия газа. Силой тяжести твердой фазы пренебрегается.

Подставляя (1.1), (1.3), (1.6) в уравнение (2.5) при учете (2.8), получим уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ G \left( \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \operatorname{div} u + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \quad (2.9)$$

$$= m_1 \rho_1 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + N \frac{\partial A}{\partial x_i} + \beta \left( \frac{P_2}{ZRT} - \frac{a}{k_0(a_0^0 - a)} \right) \left( \frac{k}{\mu_1 m_2} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{D}{a} \frac{\partial a}{\partial x_i} \right), \quad i = 1, 2, 3$$

Коэффициенты газопроницаемости и диффузии, как отмечалось выше, зависят от напряженного состояния среды, при этом упругие характеристики зависят от газонасыщения. Это означает, что при изучении динамических процессов необходимо рассматривать указанные физические величины взаимосвязанными функциями времени и координат. Полагая все остальные коэффициенты постоянными, уравнения фильтрации (2.3), диффузии (2.4) и движения среды (2.9) можно записать соответственно в виде

$$\frac{\partial(m_2 P_2)}{\partial t} - \frac{k}{2\mu_1} \Delta P_2^2 - \frac{P_2}{\mu_1} \frac{\partial P_2}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( P_2 m_2 V_j^1 \right) + \beta \left( P_2 - \frac{a ZRT}{k_0(a_0^0 - a)} \right) = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} - D \Delta a - \frac{\partial a}{\partial x_j} \frac{\partial D}{\partial x_j} + \frac{\partial(a V_j^1)}{\partial x_j} - \frac{\beta}{ZRT} \left( P_2 - \frac{a ZRT}{k_0(a_0^0 - a)} \right) = 0 \quad (2.11)$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \operatorname{div} u + \mu \Delta u_i - \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \operatorname{div} u + \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \quad (2.12)$$

$$= m_1 \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + N \frac{\partial A}{\partial x_i} + A \frac{\partial N}{\partial x_i} + \beta \left( \frac{P_2}{ZRT} - \frac{a}{k_0(a_0^0 - a)} \right) \left( \frac{k}{\mu_1 m_2} \frac{\partial P_2}{\partial x_j} - \frac{D}{a} \frac{\partial a}{\partial x_j} \right), \quad i = 1, 2, 3$$

Здесь  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $\lambda, \mu$  – коэффициенты Ламе.

Таким образом, получена система пяти дифференциальных уравнений (2.10)–(2.12), которая состоит из уравнения фильтрации свободного газа по системе макропор и трещин, уравнения диффузии сорбированного газа в микропорах и трех уравнений теории упругости в перемещениях. Эта система является основой предлагаемой математической модели, предназначенной для изучения динамического состояния насыщенной трещиновато-пористой среды при виброволновом воздействии.

**3. Формулировка краевой задачи.** Решив вопрос выбора математической модели, необходимо решить проблему постановки граничной задачи. Очевидно, что учесть все особенности технологического процесса горных работ точной математической постановкой краевой задачи невозможно. При изучении напряженно-деформированного состояния заземленного пласта в окрестности скважины, пробуренной со стороны выработки, на поверхности которой отсутствуют какие-либо усилия, а на скважину воздействует вибратор, сделаем ряд упрощающих предположений.

Общее напряженное состояние можно представить в виде суммы напряженного состояния массива без выработки и добавочного напряженного состояния, вызванного наличием выработки и скважины. Исследование напряжений в нетронутых пластах, – основного напряженного состояния, – проводилось рядом авторов. Теоретические работы показали, что ненарушенный пласт находится в однородном напряженном состоянии, если пласт горизонтальный. В случае наклонного пласта компоненты тензора возникающих в нем напряжений являются линейными функциями декартовых

координат, которые определяются следующими функциональными соотношениями:

$$\sigma_{ij}^c = \sigma_{ij}(H, \gamma, \alpha_0, \beta_0, \nu_1, G_1, \nu_2, G_2, x, y), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

Здесь  $H$  – расстояние условного центра пласта до свободной поверхности,  $\gamma$  – средняя плотность вмещающих пород,  $\beta$  – коэффициент бокового распора,  $\alpha_0$  – угол падения наклонного пласта,  $\nu_1, G_1, \nu_2, G_2$  – коэффициенты Пуассона и модули сдвига пород и угольного пласта соответственно.

Предположим, что до проведения выработки пласт газонасыщенной трещиновато-пористой породы находился в состоянии статического равновесия. Его макропоры и трещины заполнены свободным газом под давлением  $P_2 = P_0$ , а в микропорах содержится сорбированный газ с плотностью в единице объема среды  $a = a_0$ . Эти величины связаны уравнением Лэнгмюра, которое можно записать в виде

$$a = a_0^0 k_0 P_0 / (ZRT + k_0 P_0) \quad (3.2)$$

Учтено, что в нетронутом массиве в состоянии равновесия давление свободного газа в микропорах  $P_3$  равно давлению газа в макропорах и трещинах  $P_2$ .

При анализе напряжений в окрестности выработки можно принять в рассматриваемой области основное состояние за однородное, определяемое соотношениями (3.1), так как дополнительное напряженное состояние имеет локальный характер в области соизмеримой с толщиной пласта, которая во много раз меньше пределов простираения и глубин залегания пласта  $H$ . Поэтому при исследовании дополнительного напряженного состояния в новой локальной системе координат  $x, y, z$ , граничные условия на свободной поверхности выработки  $x = 0$  можно записать в виде

$$\sigma_x = -\sigma_x^0, \quad \tau_{xz} = -\tau_{xz}^0, \quad \tau_{xy} = 0, \quad P = P_c, \quad a = a_c \quad (3.3)$$

где  $P_c, a_c$  – соответственно давление и сорбция на поверхности скважины. Здесь и далее  $m = m_2, P = P_2$ .

Изучение влияния выработки на состояние насыщенного пласта [8] показало, что изменение напряжений в массиве, распределения давления свободного газа в макропорах и трещинах, перераспределение сорбции в микропорах наблюдается в области, соизмеримой с толщиной пласта. На расстоянии, превышающем в несколько раз толщину пласта, влияние выработки практически можно не учитывать. Это означает, что при исследовании дополнительных напряжений в окрестности скважины, пробуренной в пласте со стороны выработки, граничные условия на достаточно большом расстоянии от поверхности выработки можно записать в виде

$$\sigma_r = -\sigma_r^0 = -\sigma_z^0 \cos^2 \varphi - \sigma_y^0 \sin^2 \varphi, \quad \tau_{r\varphi} = 0, \quad \tau_{rx} = 0 \quad (3.4)$$

$$P = P_c, \quad a = a_c$$

При исследовании воздействия скважинного вибратора на угольный пласт будем полагать, что вибратор с поверхностью скважины имеет идеальный контакт. Пусть на поверхности вибратора создаются радиальные перемещения, описываемые гармоническим законом

$$u = u^0 \sin \omega t \quad (3.5)$$

где  $u^0$  – амплитуда возбуждаемого перемещения,  $\omega$  – частота колебаний. Тогда граничные условия задачи по изучению дополнительного напряженно-деформи-

рованного состояния газонасыщенного угольного пласта в окрестности скважинного вибратора будут иметь вид (3.5), а характер изменения давления и сорбции на поверхности необходимо определить следующим образом:

$$P = P_c(t), \quad a = a_c(t) \quad (3.6)$$

Здесь  $P_c(t)$  и  $a_c(t)$  – граничные значения давления и сорбции, которые в общем случае зависят от времени  $t > 0$  и других технических свойств вибратора.

Основная цель настоящего исследования – постановка краевой задачи математической физики по изучению взаимовлияния двух связанных потоков газа и динамического процесса перераспределения напряжений в газонасыщенном массиве вызванных вибратором. Поэтому достаточно сформулировать следующие идеальные начальные условия.

Пусть в начальный момент времени напряжения в окрестности скважины описывается состоянием (3.4). Предположим, что характер распределения давления свободного газа и сорбции в начальный момент времени  $t = 0$  в массиве был однородным:

$$P = P_0, \quad a = a_0 \quad (3.7)$$

На основании выражений (3.4), (3.6) можно отметить, что в общем случае напряженное состояние в окрестности скважины нельзя рассматривать как осесимметричное. Однако это приведет к очень сложной математической задаче, поэтому в первой постановке примем еще одно предположение

$$\sigma_z^0 = \sigma_y^0 \quad (3.8)$$

которое позволит поля давления свободного газа, сорбции и напряжений в окрестности скважины рассматривать осесимметричными.

Таким образом, сделанные предположения позволяют записать в цилиндрической системе координат  $r\phi z$  следующие уравнения: уравнение фильтрации свободного газа по системе макропор и трещин

$$\frac{\partial(mP)}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} \left[ P \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 + \frac{P}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] \frac{P}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial k}{\partial r} + \quad (3.9)$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r P m \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \beta \left( P - \frac{a Z R T}{k_0 (a_0^0 - a)} \right) = 0$$

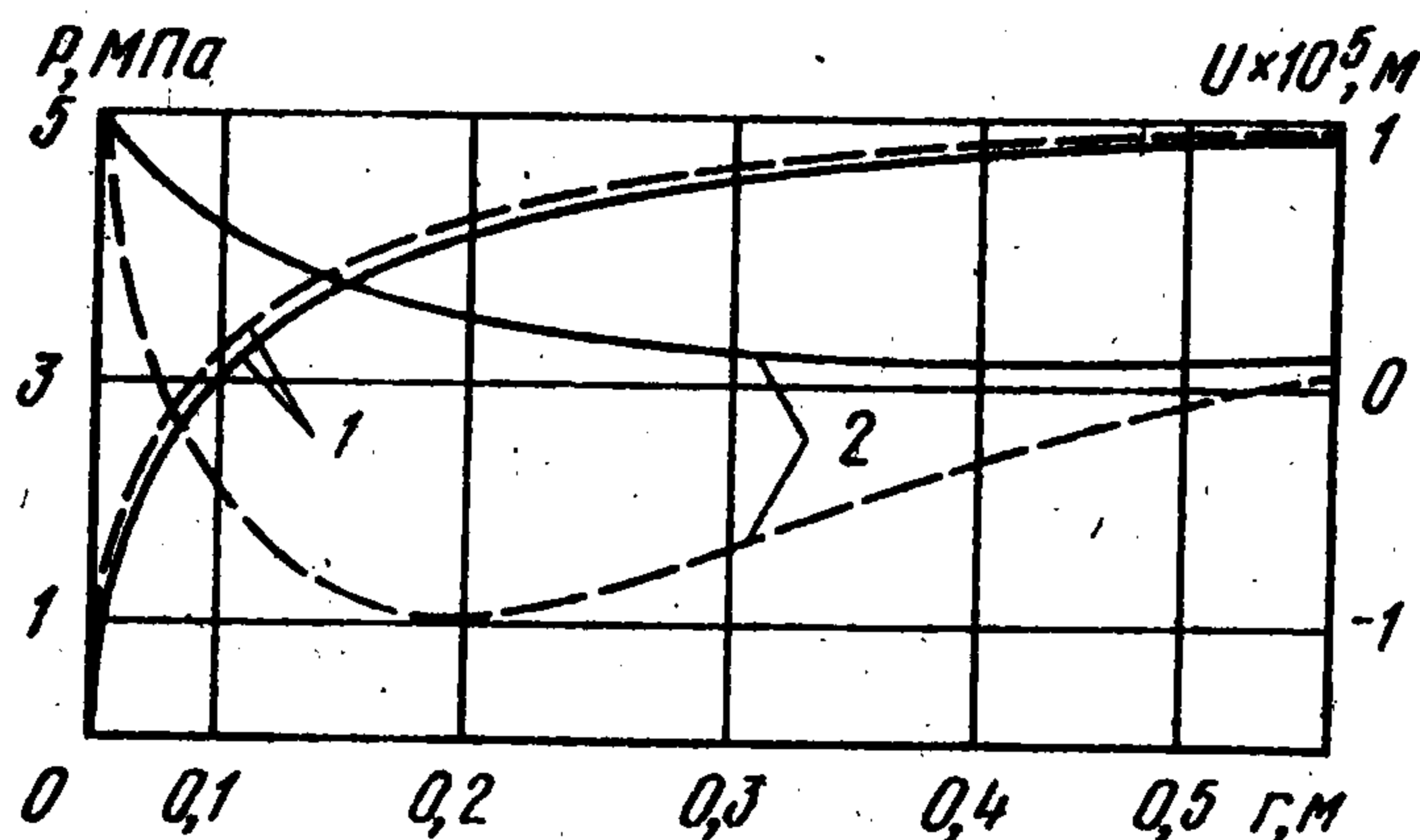
уравнение диффузии сорбированного газа по системе микропор

$$\frac{\partial a}{\partial t} - D \left( \frac{\partial^2 a}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial a}{\partial r} \right) - \frac{\partial a}{\partial r} \frac{\partial D}{\partial r} + r a \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\beta}{Z R T} \left( P - \frac{a Z R T}{k_0 (a_0^0 - a)} \right) \quad (3.10)$$

уравнения движения газонасыщенной трещиновато-пористой среды

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (2\lambda + 3\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - (\lambda + \mu) \frac{u}{r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial (\lambda + \mu)}{\partial r} = \quad (3.11)$$

$$= m_1 \rho_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + N \frac{\partial A}{\partial r} + \beta \left( \frac{P}{Z R T} - \frac{a}{k_0 (a_0^0 - a)} \right) \left( \frac{k}{\mu_1 m} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{D}{a} \frac{\partial a}{\partial r} \right)$$



Граничные условия задачи исследования дополнительного состояния, вызванного действием вибратора, на поверхности скважины можно записать в виде

$$P(r_0, t) = P_c(t), \quad a(r_0, t) = a_c(t), \quad 0 < t < \infty \quad (3.12)$$

Начальные условия согласно (3.7) можно записать

$$u(r, 0) = 0, \quad P(r, 0) = P_0, \quad a(r, 0) = a_0, \quad r_0 < r \quad (3.13)$$

Сформулированная краевая задача (3.9)–(3.13) состоит из трех нелинейных уравнений второго порядка в частных производных, описывающих динамическое состояние газонасыщенной трещиновато-пористой среды. Для ее решения необходимо привлекать численные методы.

**4. Модельная задача.** Для низкочастотных колебаний при постоянных  $\omega = 125,6 \text{ с}^{-1}$ ;  $E = 540 \text{ МПа}$ ;  $\nu = 0,35$  численно были решены две задачи: связанная и несвязанная (без учета влияния перемещений скелета на газовые потоки). Другие физические параметры были следующими:  $m_2 = 0,02$ ;  $\mu_1 = 1,2 \times 10^{-4} \text{ Па с}$ ;  $k = 10^{-14} \text{ м}^2$ ;  $Z = 0,18$ ;  $D = 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $\beta = 3,5 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ ;  $K = 0,24 \times 10^{-2} \text{ м}^3/\text{кг}$ ;  $a_0^0 = 24 \text{ кг/м}^3$ ;  $k_0 = 0,35 \text{ м}^3/\text{кг}$ ;  $R = 529 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{к})$ ;  $T = 298 \text{ }^\circ\text{К}$ .

При построении решений применялись известные подходы [8, 9].

На фигуре приведены графики распределения свободного газа (кривые 1) в окрестности скважины радиуса  $R = 0,05 \text{ м}$  в момент времени  $t = 1 \text{ с}$  (сплошные кривые соответствуют несвязанной задаче, штриховые – связанной). При этом принималось, что на поверхность скважины действует периодическая нагрузка, вызванная давлением газа  $P_c = 9,81 \cdot 10^4 (1 + 0,2 \sin \omega t) \text{ Па}$ .

Несмотря на то что за этот малый промежуток времени распределение давления и сорбции в обеих задачах практически совпадает, распределения перемещений значительно различаются (кривые 2).

Таким образом, решения упрощенных модельных задач показывают, что расчеты по усложненной математической модели, наиболее полно отражающей механизм виброволнового воздействия на газонасыщенный угольный массив, позволят более точно определять параметры вибрационной обработки, а также могут выявить новые виброэффекты в угольном пласте.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Потураев В.Н., Минеев С.П.* Использование вибрационных и волновых эффектов при отработке выбросоопасных пластов. Киев: Наук. думка, 1992. 200 с.
2. *Подильчук Ю.Н.* К теории деформирования газонасыщенных пористых сред // Прикл. механика, 1976. Т. 12. № 12. С. 42–47.
3. *Подильчук Ю.Н., Лях В.В.* Исследование напряженного состояния газонасыщенного горного массива возле эллипсоидальной выработки // Прикл. механика. 1980. Т. 16. № 9. С. 27–35.
4. *Скочинский А.А., Ходот В.В., Гмошинский В.Г. и др.* Метан в угольных пластах. М.: Углетехиздат, 1958. 256 с.
5. *Ходот В.В., Яновская М.Ф., Премыслер Ю.С. и др.* Физикохимия газодинамических явлений в шахтах. М.: Наука, 1973. 139 с.
6. *Рябченко А.С., Семенов Ю.Н., Светланов Ю.В.* Набухаемость и напряженное состояние угля в зависимости от газонасыщения // Борьба с газом и внезапными выбросами в угольных шахтах. Кемерово: 1973. С. 53–60.
7. *Низматулин Р.Н.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
8. *Лях В.В.* Исследование напряженно-деформированного состояния защемленного нарушенного пласта // Прикл. механика. 1983. Т. 19. № 11. С. 130–133.
9. *Лях В.В.* Один подход к анализу напряженного состояния наклонного газонасыщенного пласта в окрестности выработки // Прикл. механика. 1989. Т. 25. № 9. С. 51–57.

Днепропетровск

Поступила в редакцию  
25.IX.1992