

УДК 531.36

© 1994 г. В.В. Белецкий, А.В. Грушевский

ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ СПУТНИКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИССИПАТИВНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МОМЕНТА

Исследуется эволюция вращения спутника. С использованием полной формулы диссипативного аэродинамического момента выявлены качественно новые эффекты, отличные от описанных ранее [1–4]. Рассматривается также влияние раскручивающей составляющей аэродинамического момента, возникающей за счет градиента плотности атмосферы вдоль протяженного космического объекта.

Исследования влияния диссипативного аэродинамического момента (ДАМ) на эволюцию вращения спутника [1–4] основываются на неполном выражении для ДАМ, не учитывающем "раскручивающей" составляющей. Ее наличие обусловлено эффектом вращения орбитальной системы координат. Вследствие этого ДАМ обращается в нуль вместе с относительной угловой скоростью спутника, а не вместе с абсолютной угловой скоростью, как это обычно принимается при исследовании эволюции вращения [1–4].

1. Модель аэродинамического воздействия. В предположении абсолютной неупругости соударения молекул атмосферы с поверхностью спутника, выражение для диссипативного аэродинамического момента (ДАМ) имеет вид [1, 3]

$$M_2 = \int_S \rho_a V \{ [e_V \times r_n] ((\Omega - \omega_c) \times r_n, n) + (e_V, n) [((\Omega - \omega_c) \times r_n) \times r_n] \} ds \quad (1.1)$$

$$e_V = V / V, \quad \omega = \Omega - \omega_c$$

Здесь ρ_a – плотность атмосферы, V – скорость центра масс спутника, Ω – абсолютная угловая скорость, ω_c – угловая скорость вращения вектора V в орбитальной системе координат (ОСК); r_n – радиус-вектор элементарной площадки ds из центра масс спутника, n – нормаль к ds . Отметим, что для круговой орбиты ω_c совпадает с орбитальной угловой скоростью ω_0 .

Ранее [1–4] фактически предполагалось, что в (1.1) можно отбросить вектор ω_c . Для исследования динамики это предположение приемлемо при достаточно больших значениях Ω . Целесообразно учесть эффект поворота набегающего потока вместе с ОСК. Тогда в (1.1) $\omega_c \neq 0$ и ДАМ определяется вектором относительной угловой скорости ω .

Рассмотрим осесимметричный спутник. Введем полусвязанную систему координат (ПСК) с осями i, j, k с началом в центре масс спутника так, что k направлен по оси

симметрии тела, вектор V лежит в плоскости (j, k) , причем $(\hat{j}, V) \geq 0$. Пусть δ – угол

атаки: $\delta = (V, \hat{k})$. Вектор абсолютной угловой скорости вращения тела Ω и вектор относительной угловой скорости тела в ОСК $\omega = \Omega - \omega_0$ в ПСК запишем как $\Omega(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)^T$ и $\omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$.

Будем полагать, что одна из главных центральных осей инерции спутника совпадает с осью k .

Введем также связанную систему координат (ССК) с осями i', j', k – главными центральными моментами инерции спутника. В ней Ω и ω запишем как $\Omega(p, q, r)^T$ и $\omega(\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z)^T = \Omega - \omega_c e_n$, где $e_n(\beta, \beta', \beta'')^T$ – орт нормали к орбите, записанный в ССК. Тогда для тела вращения выражение (1.1) для ДАМ M_2 в ПСК примет вид [1]

$$M_2 = D\omega, \quad D = \rho_a V \begin{vmatrix} -D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -D_{22} & D_{23} \\ 0 & D_{32} & -D_{33} \end{vmatrix} \quad (1.2)$$

Здесь $D_{ij}(\delta)$ ($i, j = 1, 2, 3$) – коэффициенты, зависящие от формы спутника и его расположения относительно потока [1].

В первом приближении в (1.2) можно принять [1]

$$D_{11} = D_{22} = D_{11}^0, \quad D_{23} = D_{23}^0 \sin \delta, \quad D_{32} = D_{32}^0 \sin \delta, \quad D_{33} = D_{33}^0$$

$$D_{ij}^0 = \text{const} \quad (1.3)$$

Было отмечено [4], что аппроксимация (1.3) не описывает точно всех динамических эффектов, связанных с аэродинамической диссипацией. Например, вектор кинетического момента "гантели" (нерастяжимой связки двух точечных масс) под действием ДАМ согласно (1.3) меняет свою ориентацию только на эллиптической орбите, но не меняет на круговой. На самом деле как на эллиптической, так и на круговой орбите ориентация вектора кинетического момента L эволюционирует [4]. Следует, однако, отметить, что в пределе согласно [4] вектор L ложится на плоскость орбиты, что не верно. На финальном режиме с малым значением угловой скорости спутника уже нельзя отбрасывать раскручивающую составляющую ДАМ.

Далее будем использовать точную формулу для ДАМ в ССК при учете эффекта вращения ОСК

$$M'_2 = D'\omega, \quad D' = \rho_a V \Xi$$

$$\Xi = \begin{vmatrix} -(D_{11} \cos^2 \varphi + D_{22} \sin^2 \varphi) & (D_{11} - D_{22}) \sin \varphi \cos \varphi & D_{23} \sin \varphi \\ (D_{11} - D_{22}) \sin \varphi \cos \varphi & -D_{11} \sin^2 \varphi + D_{22} \cos^2 \varphi & D_{23} \cos \varphi \\ D_{32} \sin \varphi & D_{32} \cos \varphi & -D_{33} \end{vmatrix} \quad (1.4)$$

Здесь φ – угол поворота ССК относительно ПСК.

2. Диссипативный аэродинамический момент в связанной системе координат. Пусть $(\alpha, \alpha', \alpha'')^T$ – запись орта скорости e_v в ССК. Тогда из (1.4), учитывая соотношения

$$\cos^2 \varphi = \alpha'^2 / \sin^2 \delta, \quad \sin^2 \varphi = \alpha^2 / \sin^2 \delta$$

можно вычислить в ССК выражение для ДАМ (1.4) для конкретных тел.

Получим, например, для сферы радиуса R

$$M'_2 = D'_s \omega, \quad D'_s = \rho_a V C_1 \begin{vmatrix} -(3 - \alpha^2) & \alpha\alpha' & \alpha\alpha'' \\ \alpha\alpha' & -(3 - \alpha'^2) & \alpha'\alpha'' \\ \alpha\alpha'' & \alpha'\alpha'' & -(3 - \alpha''^2) \end{vmatrix}, \quad C_1 = \frac{\pi}{4} R_s^4 \quad (2.1)$$

Для случая спутника в виде "гантели", т.е. связки двух точечных масс m_1, m_2 дли-

ной l с ориентацией оси гантели по орту k , имеем

$$M'_2 = D'_1 \omega, \quad D'_1 = \rho_a V C_\gamma \begin{vmatrix} -(1 + \alpha'^2) & \alpha\alpha' & 0 \\ \alpha\alpha' & -(1 + \alpha^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$C_\gamma = \frac{\pi}{2} \pi l^2 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} (R_1^2 + R_2^2) \quad (2.2)$$

где R_1, R_2 можно трактовать как условные радиусы сфер на концах гантели. Для симметричной гантели $m_1 = m_2 = m, R_1 = R_2 = R$.

Для случая симметричной трехмерной гантели (тело, состоящее из трех одинаковых симметричных гантелей со взаимно пересекающимися осями, так что точечные массы расположены в вершинах октаэдра) имеем выражение, отличающееся от (2.1) лишь заменой C_1 на C_γ . Это позволяет надеяться, что ДАМ трехмерной гантели с неодинаковыми элементами хорошо аппроксимирует ДАМ для достаточно общего вида поверхности тела. Так, для "двойко-симметричной" гантели (две из трех гантелей симметричны и одинаковы, третья симметрична, но отличается от первых двух) имеем суперпозиционную формулу (соответствующие размеры $lb^{1/2}$ и l)

$$D'_{32} = \rho_a V C_\gamma \begin{vmatrix} -b(1 + \alpha'^2) - (1 + \alpha''^2) & b\alpha\alpha' & \alpha\alpha'' \\ b\alpha\alpha' & -b(1 + \alpha^2) - (1 + \alpha''^2) & \alpha'\alpha'' \\ \alpha\alpha'' & \alpha'\alpha'' & -(2 + \alpha'^2 + \alpha''^2) \end{vmatrix}, \quad (2.3)$$

$$C_\gamma = \pi / 2 R_2^2 l_2^2, \quad b = R_1^2 l_1^2 / (R_2^2 l_2^2)$$

Здесь R_2, l_2 – элементы двух "поперечных" гантелей, R_1, l_1 – элементы "осевой" гантели. Тензор (2.3) легко представить и как суперпозицию тензора для сферы с $C_\gamma = \frac{\pi}{2} R_2^2 l_2^2$ и тензора для осевой гантели с $C_\gamma = \pi / 2 R_2^2 l_2^2 (R_1^2 l_1^2 / (R_2^2 l_2^2) - 1)$.

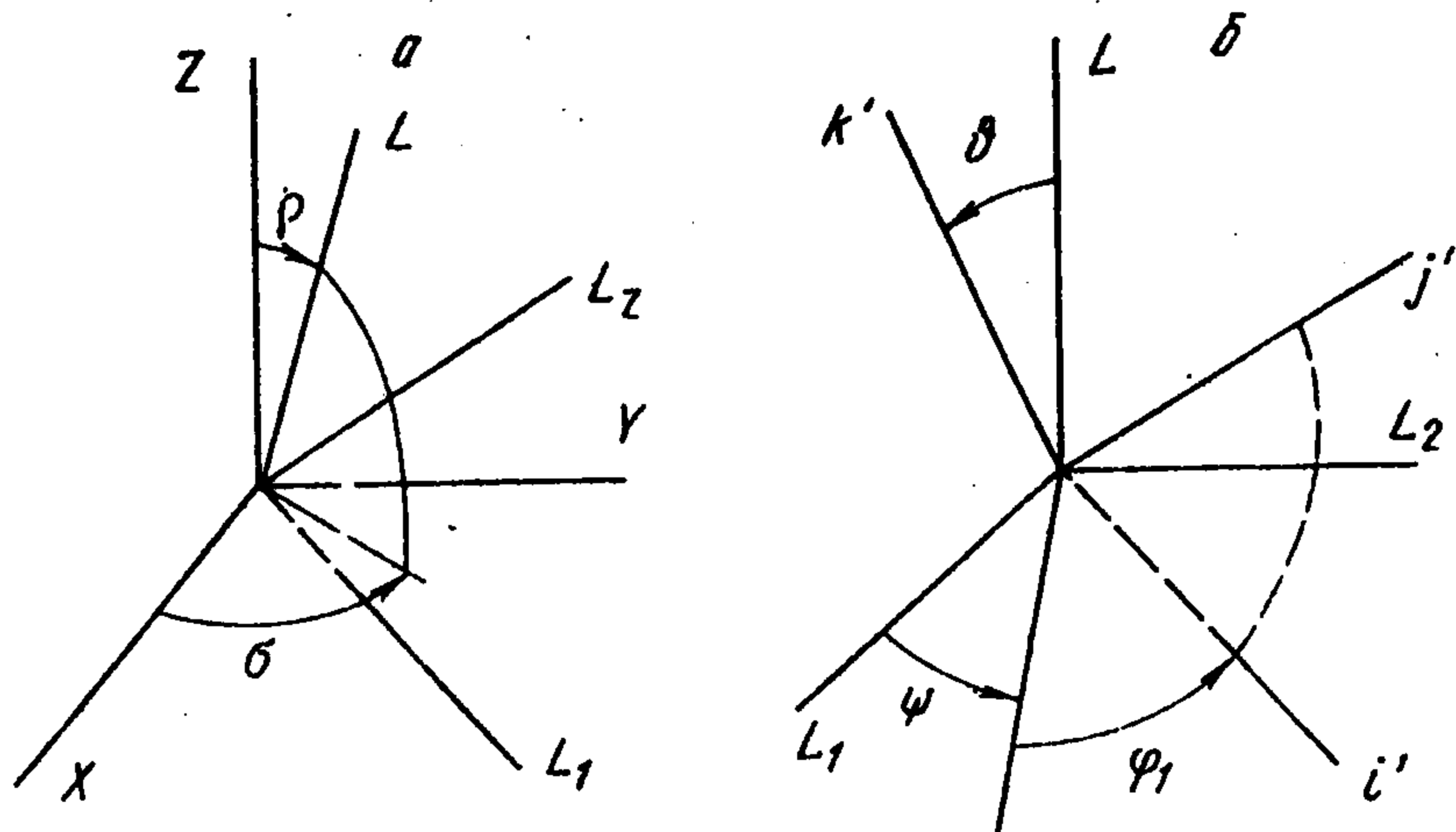
Можно надеяться, что эта суперпозиция удовлетворительно аппроксимирует ДАМ для произвольно двойкосимметричного тела: вытянутого (при $R_1 l_1 > R_2 l_2$) или сжатого (при $R_1 l_1 < R_2 l_2$).

Здесь везде $\omega = \Omega - \omega_c(\beta, \beta', \beta'')^T$.

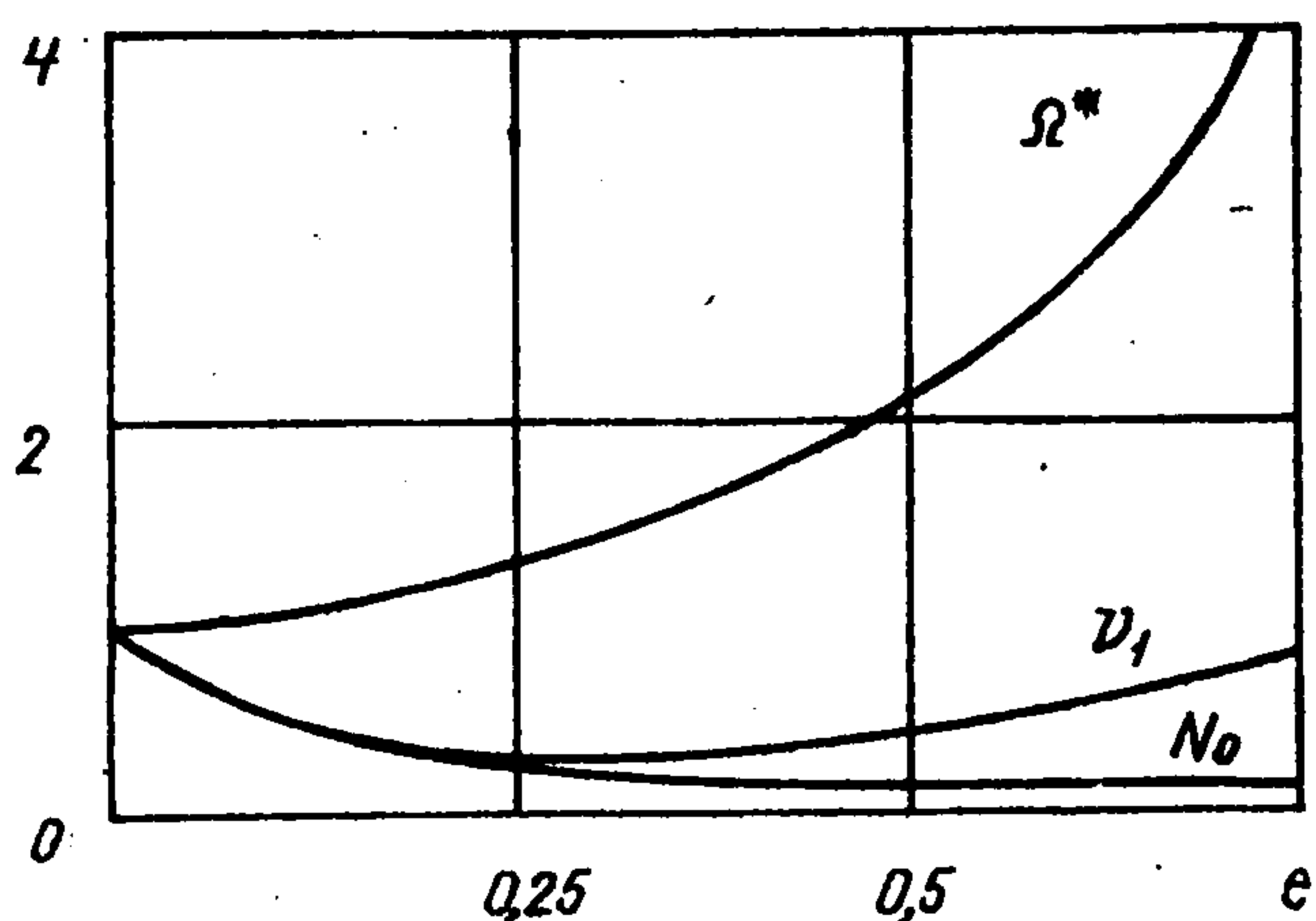
3. Эволюционные переменные. Будем описывать возмущенное движение тела относительно его центра масс в эволюционных переменных [1]: $(L, \rho, \sigma), (\varphi, \psi, \vartheta)$. Здесь L – величина вектора кинетического момента L спутника, ρ – угол между L и нормалью n к плоскости орбиты, σ – угол, между проекцией L на плоскость орбиты и перигейным радиус-вектором орбиты r_π (фиг. 1, а), $(\varphi_1, \psi, \vartheta)$ – эйлеровы переменные, описывающие ориентацию спутника относительно L , причем ϑ – угол между L и главной центральной осью инерции k (фиг. 1, б). Так как рассматривается динамически симметричный спутник (k – ось динамической симметрии), то угол φ_1 превращается в циклическую переменную. Угол прецессии ψ является "быстрой" переменной, переменные $L, \rho, \sigma, \vartheta$ – "медленные".

Процедура получения эволюционных уравнений заключается в пересчете возмущающего ДАМ из ССК в неподвижную "перигейную" систему координат $OXYZ$ (ось Y направлена по нормали к орбите, ось Z – по r_π) с последующим осреднением по быстрым переменным ψ и истинной аномалии v – углу между r_π и текущим радиус-вектором спутника.

4. Эволюционные уравнения для сферы. Обозначим: e – эксцентриситет орбиты, a –



Фиг. 1



Фиг. 2

большая полуось орбиты, P – ее фокальный параметр, $P = a(1 - e^2)$, μ – гравитационная постоянная.

Применяя указанную выше процедуру к выражению (2.1), получим следующие эволюционные уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= -A\Omega \left(\frac{\sin^2 \vartheta}{A} + \frac{\cos^2 \vartheta}{C} \right) [3N_0 - \sin^2 \rho (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma)] + 3\nu_1 \cos \rho \\ \Omega \dot{\rho} &= \frac{1}{2} A\Omega \left(\frac{\sin^2 \vartheta}{A} + \frac{\cos^2 \vartheta}{C} \right) (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma) \sin 2\rho - 3\nu_1 \sin \rho \\ \Omega \dot{\sigma} &= \frac{1}{2} A\Omega \left(\frac{\sin^2 \vartheta}{A} + \frac{\cos^2 \vartheta}{C} \right) (J_2 - J_3) \sin 2\sigma \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\dot{\vartheta} = \frac{1}{4} A \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) [5N_0 + \sin^2 \rho (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma)] \sin 2\vartheta$$

Здесь

$$\Omega = L / (A\omega_0), \quad \omega_0 = \mu^{1/2} a^{-3/2}, \quad N_0 = J_2 + J_3$$

$$J_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{\rho} (e + \cos v)^2 f_{-2, -1/2}(v) dv$$

$$J_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{\rho} \sin^2 v f_{-2, -1/2}(v) dv$$

$$\nu_3 = \frac{1}{2\pi} (1 - e^2)^{-3/2} \int_0^{2\pi} \bar{\rho} f_{1, -1/2}(v) dv$$

$$f_{n,m} = (1 + e \cos v)^n (1 + 2e \cos v + e^2)^m$$

Точка означает производную по новому безразмерному времени τ , $\bar{\rho} = \rho_a / \rho_\pi$ – безразмерная функция плотности [1], ρ_π – плотность в перигее орбиты, $d\tau = A^{-1} \rho_\pi C_1 dv$, A, C – компоненты тензора инерции спутника: $J = \text{diag}(A, A, C)$. Первые три уравнения без членов с ν_1 с точностью до обозначений совпадают с приведенными в [4]. Численно рассчитанные зависимости функционалов N_1, ν_1 от эксцентриситета для стандартной атмосферы приведены на фиг. 2.

Примем для определенности $A > C$. Тогда из последнего уравнения (4.1) следует, что $\vartheta \rightarrow \pi/2$, $\tau \rightarrow \infty$. Вращательное движение сферы стремится к чисто осевому вокруг поперечной оси. Положим $\vartheta = \pi/2$. Тогда эволюционные уравнения (4.1)

сводятся к линейной системе с разделяющимися переменными. Для этого проводится замена переменных

$$\Omega_n = \Omega \cos \rho, \quad \Omega_\pi = -\Omega \sin \rho \cos \sigma, \quad \Omega_\tau = -\Omega \sin \rho \sin \sigma$$

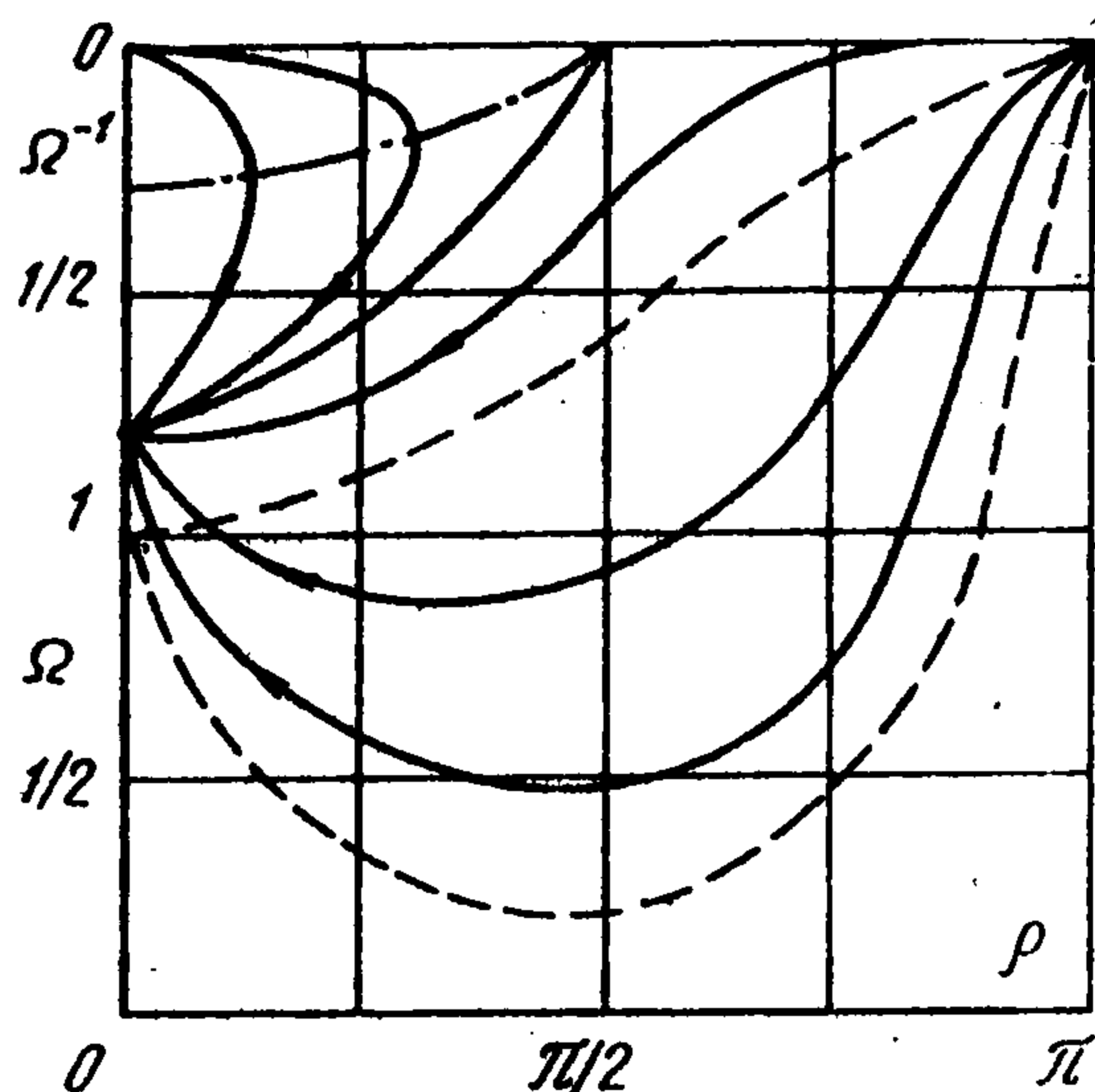
Получим

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_n &= -\alpha \Omega_n + 3\nu_1, & \dot{\Omega}_\pi &= -b \Omega_\pi, & \dot{\Omega}_\tau &= -c \Omega_\tau, \\ \alpha &= 3N_0, & b &= 3N_0 - J_3, & c &= -(3N_0 - J_0) \end{aligned} \quad (4.2)$$

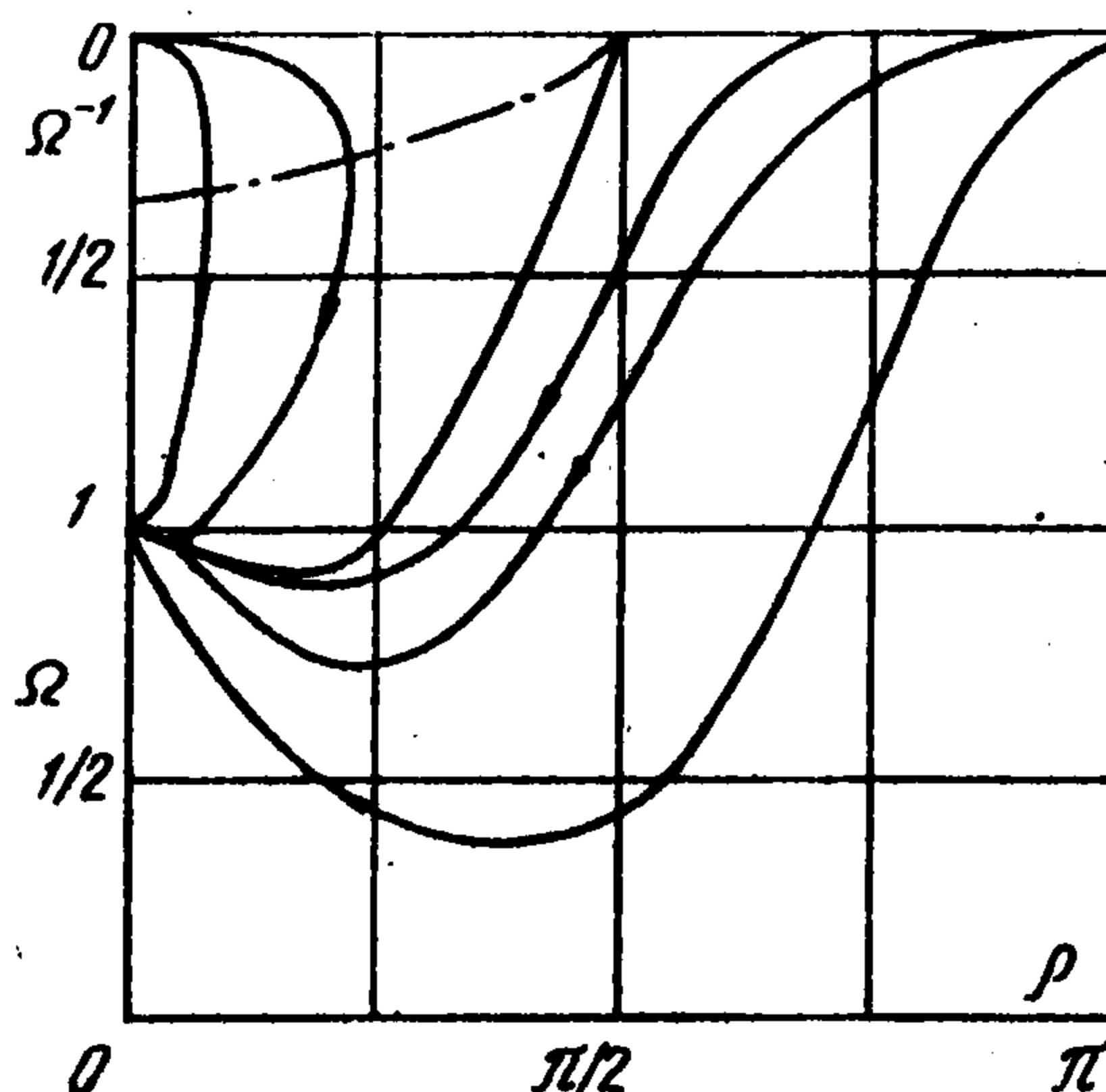
Первые интегралы системы имеют вид

$$C_{e1} = \Omega_\pi^{ab} / (\Omega_n - \nu_1 / N_0), \quad C_{e2} = \Omega_\tau^c / \Omega_\pi^b \quad (4.3)$$

Из второго интеграла (4.3) следует, что для круговой орбиты ($J_2 = J_3 = 1/2$) $\text{ctg} \sigma = C_{e2}^{2/5}$, т.е. эволюция Ω на круговой орбите проходит в постоянной плоскости (Ω, ρ) (при этом оси можно выбрать так, что $\sigma = 0$).



Фиг. 3



Фиг. 4

Интегрируя систему (4.2), получаем, что на эллиптической орбите $\text{tg} \sigma = \text{tg} \sigma_0 \exp(J_2 - J_3)\tau$. Поскольку $J_2 < J_3^1$, то $\sigma \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$. Положим $\sigma = 0$. Из сказанного ясно, что частное движение $\vartheta = \pi/2$, $\sigma = 0$ устойчиво и описывается двумя переменными Ω и ρ . Соответствующий фазовый портрет эволюции движения сферического спутника на эллиптической орбите в плоскости параметров (Ω, ρ) приведен сплошными линиями на фиг. 3. При этом по оси ординат откладывается величина Ω в интервале $0 < \Omega < 1$ и величина Ω^{-1} при $\Omega > 1$. Такая инверсия плоскости параметров [5] позволяет представить фазовый портрет системы во всей полноте.

Для частного случая круговой орбиты фазовый портрет изображен штриховыми линиями на фиг. 3. Его структура аналогична структуре фазового портрета приливной эволюции небесного тела на круговой орбите. При сохранении значения предельной точки эволюции ($\Omega^* = 1, \rho = 0$) меняется кривая экстремумов по наклонению ρ : вместо множества $\{\Omega \cos \rho = 2\}$ имеем множество $\gamma_m \{\Omega \cos \rho = 6\}$, изображенное на фиг. 3 штрихпунктиром. Видно, что предельным режимом движения является вращение вокруг оси, ортогональной плоскости орбиты с угловой скоростью вращения, равной орбитальной. Очевидно, такой режим соответствует положению относительного равновесия спутника в ОСК, что представляется физически естественным. Указанный результат отличен от приведенного ранее [4], где предельное

¹ Белецкий В.В., Грушевский А.В. Эволюция осевых вращений спутника при действии диссипативного аэродинамического момента: Препринт № 75. М.: ИПМ им. Келдыша АН СССР, 1991.

значение $\Omega^* = 0$, $\rho = \pi/2$. Различие выводов обусловлено неполнотой использованной в [1–4] модели ДАМ. Подобная неполнота оговаривалась еще в [1].

Основное отличие эволюции на эллиптической орбите (фиг. 3) от эволюции на круговой орбите состоит в увеличении значения угловой скорости вращения спутника в предельной точке эволюции: $\{\Omega^* = v_1/N_0, \rho = \theta\}$. Величина $\Omega^*(e)$ растет вместе с e , как это показано на фиг. 2.

5. Эволюция движения спутника-гантели. Для случая спутника-гантели на эллиптической орбите, используя выражение (2.2) и процедуру вывода и осреднения эволюционных уравнений, получим

$$\begin{aligned}\dot{\Omega} &= -\Omega \frac{\sin^2 \vartheta}{2} [3N_0 - \sin^2 \rho (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma)] + \frac{3}{2} v_1 \cos \rho \\ \dot{\Omega} \rho &= \Omega \left(\frac{\sin^2 \vartheta}{4} (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma) \sin 2\rho - \right. \\ &\quad \left. - \sin \rho \left[v_1 + \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta \right) (j_2 \cos^2 \sigma + j_3 \sin^2 \sigma) \right] \right) \\ \Omega \dot{\sigma} &= \Omega \frac{1}{2} \sin 2\sigma \left(\frac{1}{2} (J_2 - J_3) \sin^2 \vartheta + (j_2 - j_3) \cos \rho \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta \right) \right) \\ \dot{\vartheta} &= -\frac{1}{4} \sin 2\vartheta ([3N_0 - \sin^2 \rho (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma)] - 3v_1 \cos \rho)\end{aligned}\tag{5.1}$$

Переменная Ω и новое безразмерное время τ вводятся аналогично тому, как это сделано в (4.1). Коэффициенты $J_1, J_2, N_0 = J_1 + J_2, v_1$ имеют тот же вид (10), что и для сферы, а новые коэффициенты определяются выражениями:

$$\begin{aligned}j_2 &= \frac{1}{2\pi} (1 - e^2)^{-3/2} \int_0^{2\pi} \bar{\rho} (e + \cos v)^2 f_{1,-3/2}(v) dv \\ j_3 &= \frac{1}{2\pi} (1 - e^2)^{-3/2} \int_0^{2\pi} \bar{\rho} \sin^2 v f_{1,-3/2}(v) dv\end{aligned}$$

Очевидно, что $v_1 = j_2 + j_3$.

Для гантели уравнение для ϑ носит формальный характер, поскольку принимает нулевое значение интеграл $L \cos \vartheta = C_L = \theta$ и $\vartheta = \pi/2$. Но формальное уравнение для ϑ необходимо, например, при построении суперпозиционных уравнений для трехмерной гантели. Для непосредственно рассматриваемого случая одномерной гантели в (5.1) следует положить $\vartheta = \pi/2$ и тогда получим

$$\begin{aligned}\dot{\Omega} &= -\frac{\Omega}{2} [3N_0 - \sin^2 \rho (J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma)] + \frac{3}{2} v_1 \cos \rho \\ \dot{\Omega} \rho &= \frac{\Omega}{4} \left((J_2 \sin^2 \sigma + J_3 \cos^2 \sigma) \sin 2\rho - \frac{1}{A} \sin \rho \left[v_1 - \frac{1}{2} (j_2 \cos^2 \sigma + j_3 \sin^2 \sigma) \right] \right) \\ \Omega \dot{\sigma} &= \frac{\Omega}{4} \sin 2\sigma ((J_2 - J_3) - (j_2 - j_3) \cos \rho)\end{aligned}\tag{5.2}$$

В случае круговой орбиты ($J_2 = J_3 = j_2 = j_3 = 1/2$), очевидно, имеем

$\sigma = \text{const}$

$$\dot{\Omega} = -\frac{1}{2} \left(\left(3 - \frac{1}{2} \sin^2 \rho \right) \Omega - 3 \cos \rho \right), \quad \dot{\Omega} \rho = \frac{1}{4} \sin \rho (\Omega \cos \rho - 3)\tag{5.3}$$

Уравнения эволюции движения гантели имеют ту же структуру, что и со-

Уравнения эволюции движения гантели имеют ту же структуру, что и соответствующие уравнения для сферы (5.1). В той же мере сохраняет сходство со случаем сферы (фиг. 3) и фазовый портрет эволюции вращательных движений гантели на плоскости (Ω, ρ) (фиг. 4). Кривая максимумов по ρ для случая круговой орбиты имеет вид $\gamma_{m_2}\{\Omega \cos \rho = 3\}$ и изображена на фиг. 4 штрихпунктиром. Как и в случае сферы, предельной особой точке эволюции соответствуют $\rho^* = 0, \Omega^* = 1$ для круговой орбиты и $\rho^* = 0, \Omega^* = v_1/N_0$ для эллиптической орбиты.

Следует отметить, что уравнения (5.2) не приводятся к линейному виду подобно тому, как уравнения (4.1) приведены к виду (4.2). Соответственно для уравнений (5.2) не обнаружены первые интегралы типа (4.3).

Подчеркнем наиболее интересные эффекты, возникающие при рассмотрении эволюции вращательных движений сферического спутника и спутника-гантели при действии на них ДАМ при учете "раскручивающей" составляющей.

1°. Стремление всех (в том числе и первоначально обратных) движений к прямому вращению с нулевым наклоном. На круговой орбите предельная угловая скорость всех движений равна орбитальной.

2°. Существование траекторий с наклоном, первоначально малым, но увеличивающимся на промежуточной стадии эволюции вплоть до значений $\pi/2$.

3°. Возможное уменьшение угловой скорости вращения спутника до величины, меньшей орбитальной, но с последующим восстановлением вплоть до орбитальной.

6. Аэроградиентный эффект. Полный аэродинамический момент для гантели может быть представлен в виде суммы

$$M = M_1 + M_2$$

где M_2 – ДАМ, а M_1 – момент сил давления аэродинамического потока:

$$M = c v_0^2 l k \times e_v, \quad c = \pi(\rho_1 R_1^2/m_1 - \rho_2 R_2^2/m_2) m_1 m_2 / (m_1 + m_2)^2 \quad (6.1)$$

Здесь e_v – единичный вектор по направлению поступательной скорости центра масс гантели, k – единичный вектор вдоль оси гантели (по направлению от m_1 к m_2), m_i, R_i – массы и радиусы условных сфер на концах гантели. Введены предполагаемые, вообще говоря, различными значения плотности атмосферы ρ_1 и ρ_2 в текущих точках нахождения масс m_1 и m_2 .

При вычислении ДАН M_2 полагалось $\rho_1 = \rho_2$, и это допущение вполне оправдывается пренебрежением относительно малым эффектом взаимодействия аэродинамической диссипации и градиента плотности атмосферы. Иначе обстоит дело с моментом M_1 (6.1). Для весьма протяженных объектов, изучаемых в литературе, эффект аэроградиента может быть существенным [3, 5].

Пусть e_0 – единичный вектор по направлению радиус-вектора орбиты центра масс гантели, $r_1 = -m_1(m_1 + m_2)^{-1} l k$, $r_2 = -m_2(m_1 + m_2)^{-1} l k$ – вектора из центра масс гантели в ее концы. Положим

$$\rho_1 = \rho_0 \exp(-r_1 \bar{e}_0 / H), \quad \rho_2 = \rho_0 \exp(-r_2 \bar{e}_0 / H) \quad (6.2)$$

где ρ_0 – плотность атмосферы на уровне центра масс гантели, H – так называемая "высота однородной атмосферы". Полагая $l/H \ll 1$ и раскладывая экспоненты (6.2) по этому параметру, получим из (6.1) с точностью до первых двух членов разложения

$$M_1 = M_0 + M_H$$

$$M_0 = c_0 \rho_0 v_0^2 k \times e_v, \quad M_H = c_H \rho_0 v_0^2 (k e_0) k \times e_v \quad (6.3)$$

$$c_0 = \pi l (m_2 R_1^2 - m_1 R_2^2) / (m_1 + m_2), \quad c_H = \pi l (l/H) (m_2^2 R_1^2 + m_1^2 R_2^2) / (m_1 + m_2)^2$$

Влияние консервативного аэродинамического момента M_0 вида (6.3) на эволюцию

нем) пропорционально ось ϑ , и поэтому движение даже несимметричной гантели за счет влияния M_0 не эволюционирует (поскольку для гантели, по определению, $\cos\vartheta = 0$). Для симметричной гантели, естественно, $M_0 \equiv 0$.

Аэроградиентный момент M_H – раскручивающий и, как оказалось, в среднем дает эволюцию, качественно подобную эволюции за счет раскручивающей составляющей ДАМ (2.2). Так, для круговой орбиты вместо уравнений эволюции (5.3) получим

$$\begin{aligned}\dot{\Omega} &= -\frac{1}{2} \left(\left(3 - \frac{1}{2} \sin^2 \rho \right) \Omega - \left(3 + \kappa \frac{P}{H} \cos \rho \right) \right) \\ \Omega \dot{\rho} &= \frac{1}{4} \sin \rho \left(\Omega \cos \rho - \left(3 + \kappa \frac{P}{H} \right) \right)\end{aligned}\quad (6.4)$$

$$\Omega = \frac{L}{A\omega_0}, \quad \kappa = \frac{m_2^2 R_1^2 + m_1 R_2^2}{m_1 m_2 (R_1^2 + R_2^2)}, \quad A = l^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad dt = \frac{\rho P \pi (R_1^2 + R_2^2) \omega_0}{m_1 + m_2} dt$$

В частности, для симметричной гантели $\kappa = 1$.

Уравнения (6.4) структурно совпадают с (5.3) и дают тот же качественный вид движения, в том числе фазовый портрет на плоскости (Ω, ρ) , аналогичный изображенному на фиг. 4. Только предельная точка $\rho = 0$; $\Omega^* = 1 + \kappa P/(3H)$ отвечает существенно большей угловой скорости (напомним, что P здесь – радиус круговой орбиты центра масс гантели). Для симметричной гантели предельная угловая скорость $\Omega^* = 1 + \kappa P/(3H)$ совсем не зависит от параметров гантели и определяется только отношением радиуса орбиты к утроенной высоте однородной атмосферы (оценки предельной угловой скорости в размерном виде дают 1,5–3 град/с). Скорость эволюции, как видно из (6.4), не зависит от размера l гантели, что естественно, так как моменты действующих сил и момент инерции гантели одновременно имеют порядок l^2 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
2. Нам-Тум-По. Влияние аэродинамического торможения на движение сферического спутника относительно центра масс // Бюлл. Ин-та теорет. астрономии. 1965. Т. 10. № 5. С. 84–91.
3. Белецкий В.В., Яншин А.М. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. Киев: Наук. думка, 1984. 187 с.
4. Алпатов А.П., Белоношко П.А., Пироженко А.В., Шабохин В.А. Об эволюции ротационного движения связки двух тел на орбите // Космич. исследования. 1990. Т. 28. № 5. С. 692–701.
5. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 329 с.

Москва

Поступила в редакцию
29.VII.1992