

УДК 539.3:534.1

© 1993 г. Д. Бардзокас, Н.А. Сеник

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ СИММЕТРИЧНЫХ И АНТИСИММЕТРИЧНЫХ ВОЛН ЛЭМБА В ПЬЕЗОПОЛОСЕ

Получены решения задач о возбуждении поверхностными электродами симметричных и антисимметричных волн Лэмба в полосе из пьезоэлектрического материала. Решения задач сводятся к системам сингулярных интегральных уравнений (СИУ) относительно вспомогательных функций, пропорциональных скачку плотности зарядов на электродах. Приближенные решения систем СИУ получены методом Бубнова–Галеркина с использованием полиномов Чебышева первого рода. Приводятся результаты численных расчетов электроупругих полей для полосы из сульфида кадмия.

Ранее рассматривалась задача о возбуждении колебаний в прямоугольнике [1], исследовались [2, 3] дисперсионные соотношения антисимметричных колебаний пьезоэлектрической пластины с однородными условиями на поверхностях, изучалась [4] проблема усиления волн Лэмба, причем были определены скорости симметричных и антисимметричных волн.

1. Рассмотрим пьезоэлектрическую полосу симметрии класса бтт, занимающую область $|z| < 2h$, $|x| < \infty$, $|y| < \infty$, предполагая, что на свободных от механических нагрузок поверхностях $z = \pm h$ расположены электроды с гармонически изменяющимися во времени потенциалами, а ось симметрии среды совпадает с осью z выбранной системы координат (фиг. 1).

Уравнения электроупругости для определения амплитуд смещений u , w и потенциала электрического поля φ в случае плоской деформации представим в форме (временной фактор $\exp(-i\omega t)$ отброшен)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + l^2 u + \mu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} &= 0 \\ \mu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \mu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_4 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + l^2 w + \mu_5 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \mu_6 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= 0 \\ -\left(k_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + k_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_3 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \mu_7 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Для симметричных волн Лэмба решение системы (1.1) запишем в форме:

$$\begin{Bmatrix} u(x, z) \\ w(x, z), \varphi(x, z) \end{Bmatrix} = 2 \int \begin{Bmatrix} U(p) \\ W(p), \Phi(p) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \operatorname{ch}(\lambda p h) \\ \operatorname{sh}(\lambda p h) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(px) \\ \sin(px) \end{Bmatrix} dp \quad (1.2)$$

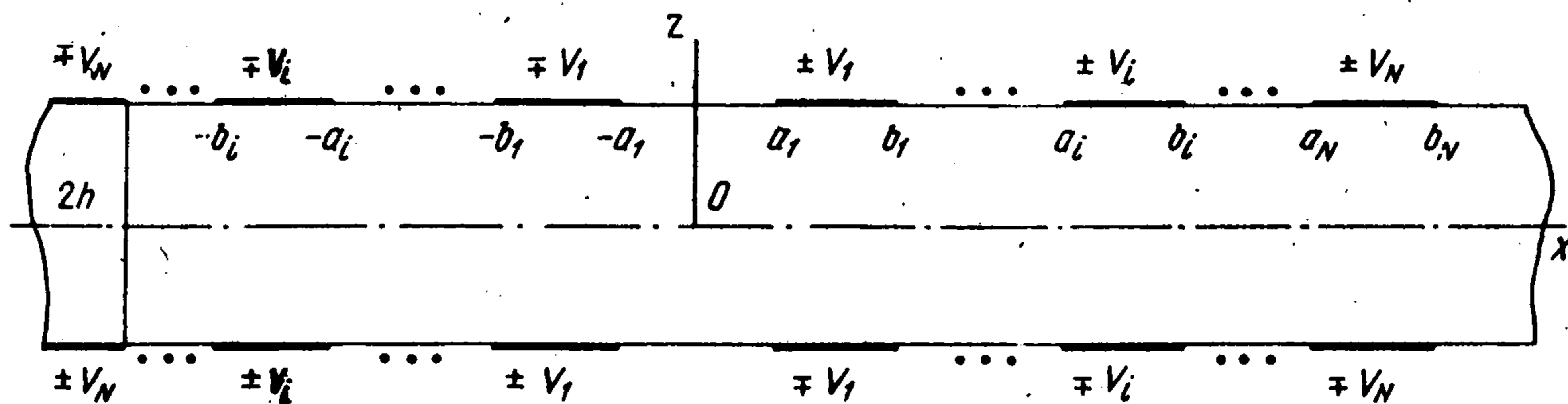
$$\mu_1 = \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E}, \quad \mu_2 = \frac{c_{13}^E + c_{44}^E}{c_{11}^E}, \quad \mu_4 = \frac{c_{33}^E}{c_{11}^E}, \quad \mu_5 = \frac{e_{33}}{e_{31} + e_{15}}, \quad \mu_6 = \frac{e_{15}}{e_{31} + e_{15}}$$

$$\mu_7^2 = \frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_{33}^S}, \quad k_1^2 = \frac{(e_{31} + e_{15})^2}{c_{11}^E \epsilon_{33}^S}, \quad k_2 = \mu_6 k_1^2, \quad k_3 = \mu_5 k_1^2, \quad l = \frac{\omega L}{V_x}, \quad V_x^2 = \frac{c_{11}^E}{\rho}$$

$$x_* = \frac{x}{L}, \quad z_* = \frac{z}{L}, \quad u_* = \frac{u}{L}, \quad w_* = \frac{w}{L}, \quad \varphi_* = \frac{\varphi}{L}, \quad \gamma_0 = \frac{c_{11}^E L}{e_{31} + e_{15}}$$

Звездочки далее опустим, L – характерный линейный размер задачи (например, ширина электрода или толщина полосы), $c_{ij}^E, \epsilon_{ij}^S, e_{ij}, \rho$ – характеристики материала полосы.

При возбуждении антисимметричных колебаний в формулах (1.2) необходимо поменять местами $\text{ch}(\lambda pz)$ и $\text{sh}(\lambda pz)$.



Фиг. 1

Подставляя выражения (1.2) в систему (1.1), для неизвестных функций U, W, φ получим однородную систему линейных алгебраических уравнений, ненулевое решение которой существует при условии, что λ удовлетворяет характеристическому уравнению

$$\det \| a_{ij} \| = 0 \quad (1.3)$$

$$a_{11} = 1 - \mu_1 \lambda^2 - v^2, \quad a_{12} = a_{21} = -\mu_2 \lambda, \quad a_{13} = -\lambda, \quad a_{22} = -\mu_1 + \mu_4 \lambda^2 + v^2$$

$$a_{23} = \mu_5 \lambda^2 - \mu_6, \quad a_{31} = k_1^2 \lambda, \quad a_{32} = k_2 - k_3 \lambda^2, \quad a_{33} = \lambda^2 - \mu_7^2, \quad v = l/p$$

Уравнение (1.3) является бикубическим, и его свойства исследованы [5]. Учитывая эти результаты и симметрию электроупругих полей по переменной z , для смещений и потенциала имеем:

$$u(x, z) = 2 \int \sum_j \alpha_j \text{ch}(\lambda_j pz) U_j(p) \cos(px) dp$$

$$w(x, z) = 2 \int \sum_j \beta_j \text{sh}(\lambda_j pz) U_j(p) \sin(px) dp \quad (1.4)$$

$$\varphi(x, z) = 2 \int \sum_j \gamma_j \text{sh}(\lambda_j pz) U_j(p) \sin(px) dp$$

$$\alpha_j = \alpha_j(\lambda_j) = a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22}, \quad \beta_j = \beta_j(\lambda_j) = a_{21} a_{13} - a_{11} a_{23},$$

$$\gamma_j = \gamma_j(\lambda_j) = a_{11} a_{22} - a_{12}^2$$

Здесь и всюду далее интегрирование по p ведется от 0 до ∞ , суммирование по j – от $j = 1$ до $j = 3$.

Потенциал электрического поля φ_0 в области вакуума $z < -h$ с диэлектрической проницаемостью ϵ определим выражением

$$\bar{\varphi} = 2 \int \bar{\Phi}(p) \exp(pz) \sin(px) dp, \quad \bar{\varphi} = \frac{\Phi_0}{\gamma_0} \quad (1.5)$$

В соответствии с уравнениями состояния [6] определим компоненты механических напряжений по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 2c_{11}^E \int p \sum_j t_j^* U_j(p) \operatorname{ch}(\lambda_j pz) \sin(px) dp \\ \sigma_{zz} &= 2c_{33}^E \int p \sum_j m_j^* U_j(p) \operatorname{ch}(\lambda_j pz) \sin(px) dp\end{aligned}\quad (1.6)$$

$$\sigma_{xz} = 2c_{44}^E \int p \sum_j n_j^* U_j(p) \operatorname{sh}(\lambda_j pz) \cos(px) dp$$

$$t_j^* = -\alpha_j + (\mu_2 - \mu_1)\beta_j \lambda_j + (1 - \mu_6)\gamma_j \lambda_j, \quad n_j^* = \alpha_j \lambda_j + \beta_j + (\mu_6 / \mu_1)\gamma_j$$

$$m_j^* = -\mu_8 \alpha_j + (\mu_5 / \mu_4)\gamma_j \lambda_j + \beta_j \lambda_j, \quad \mu_8 = c_{13}^E / c_{33}^E$$

Граничные условия $\sigma_{zz}(x, -h) = \sigma_{xz}(x, -h) = 0$ будут выполнены при

$$U_j(p) = \Delta_j(p) U_0(p) \quad (j = 1, 2, 3) \quad (1.7)$$

$$\Delta_1 = m_2 n_3 - m_3 n_2, \quad \Delta_2 = m_3 n_1 - m_1 n_3, \quad \Delta_3 = m_2 n_2 - m_2 n_1$$

$$m_j = m_j^* \operatorname{ch}(\lambda_j ph), \quad n_j = n_j^* \operatorname{sh}(\lambda_j ph)$$

При учете соотношений (1.4), (1.5), (1.7) и условия непрерывности потенциала электрического поля при $z = -h$ имеем

$$\bar{\Phi}(p) = -\sum_j \gamma_j^* \Delta_j U_0(p) \exp(ph), \quad \gamma_j^* = \gamma_j \operatorname{sh}(\lambda_j ph) \quad (1.8)$$

Прежде чем приступить к решению исходной задачи, рассмотрим вспомогательную задачу, в которой на поверхности $z = -h$ распределен заданный скачок плотности зарядов $\sigma(x)$:

$$D_z - \bar{D}_z = \sigma(x) \quad (1.9)$$

Определяя составляющие D_z, \bar{D}_z векторов электрической индукции в пьезо-среде и вакууме соотношениями:

$$D_z = 2 \int p \sum_j q_j \Delta_j \operatorname{ch}(\lambda_j pz) U_0(p) \sin(px) dp \quad (1.10)$$

$$\bar{D}_z = 2 \int p \sum_j \gamma_j^* \Delta_j U_0(p) \exp(z+h) \sin(px) dp$$

из условия (1.9) для $U_0(p)$ получим

$$pR_{21}(p)U_0(p) = \mu_9 \int \sigma(x) \sin(px) dx \quad (1.11)$$

$$R_{21}(p) = R_2(p) - \epsilon_0 R_1(p), \quad \{R_1(p), R_2(p)\} = \sum_j \{\gamma_j^*, q_j^*\} \Delta_j, \quad \epsilon_0 = \frac{\epsilon}{\epsilon_{33}^S}$$

$$q_j = -\gamma_j \lambda_j - e_{31} \mu_9 \alpha_j + e_{33} \mu_9 \beta_j \lambda_j, \quad q_j^* = q_j \operatorname{ch}(\lambda_j ph), \quad \mu_9 = \frac{e_{31} + e_{15}}{c_{11}^E \epsilon_{33}^S}$$

Учитывая соотношения (1.4), (1.7) и (1.11), для потенциала электрического поля на границе $z = -h$ получим

$$p\phi(x, -h) = -\mu_9 \int \sigma(t) K(t, x) dt \quad (1.12)$$

$$K(t, x) = 2 \int \frac{R_1(p)}{pR_{21}(p)} \sin(pt) \sin(px) dp$$

Так как в рассматриваемой задаче (фиг. 1) на неэлектропроводных участках $\sigma(x) = 0$, а на электродах известно значение потенциала, то из (1.12) для определения скачка плотности зарядов на каждом электроде имеем систему интегральных уравнений

$$\sum_{k=1}^N \int_{a_k}^{b_k} \sigma_k(t) K(t, x) dt = \pi e_i \quad (a_i < x < b_i, \quad i = 1, 2, \dots, N), \quad e_i = -V_i \epsilon_{33}^S / L \quad (1.13)$$

2. Ядро $K(t, x)$ содержит логарифмическую особенность, которая может быть выделена при учете установленных [5] асимптотических свойств корней уравнения (1.3). Не останавливаясь на деталях вычислений, заметим, что при $p \rightarrow \infty$:

$$\begin{Bmatrix} R_1(p) \\ R_2(p) \end{Bmatrix} \sim \begin{Bmatrix} -i\gamma \\ iq \end{Bmatrix} \exp[-(\lambda_1 + 2\lambda)ph] (m_{21}^* n_{22}^* - m_{22}^* n_{21}^*) / 4 \quad (2.1)$$

где λ_1 — отрицательный вещественный корень, а λ — действительная часть (отрицательная) комплексно-сопряженного корня уравнения (1.3).

Соотношения (2.1) позволяют преобразовать систему (1.13) к виду

$$\sum_{k=1}^N \int_{a_k}^{b_k} \sigma_k(t) \ln \left| \frac{x+t}{x-t} \right| dt + \sum_{k=1}^N \int_{a_k}^{b_k} \sigma_k(t) K_*(t, x) dt = \pi v_i^* \quad (2.2)$$

$$(a_i < x < b_i, \quad i = 1, 2, \dots, N), \quad v_i^* = -e_i (q_1^\infty + \epsilon_0 \gamma_1^\infty) / \gamma_1^\infty,$$

$$\{q_1^\infty, \gamma_1^\infty\} = \lim_{p \rightarrow \infty} \{\gamma_1(p), q_1(p)\}$$

$$K_*(t, x) = -2 \int \frac{q_1^\infty R_1(p) + \gamma_1^\infty R_2(p)}{\gamma_1^\infty R_{21}(p) p} \sin(pt) \sin(px) dp$$

Представляя плотность зарядов на произвольном электроде в форме рядов по полиномам Чебышева первого рода

$$\sigma_k(\tau) = \frac{v_i^*}{\sqrt{1-\tau^2}} \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(k)} \frac{T_m(\tau)}{\xi_{1k}} \quad (2.3)$$

и выполняя процедуру Бубнова–Галеркина, из системы (2.2) для определения коэффициентов $A_m^{(k)}$ получим N бесконечных систем уравнений

$$\sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(k)} (\alpha_{ms}^{(ki)} + \gamma_{ms}^{(ki)}) = v_i^{(0)} \delta_s, \quad v_i^{(0)} = \frac{v_i^*}{v_1^*} \quad (2.4)$$

$$(s = 0, 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, N)$$

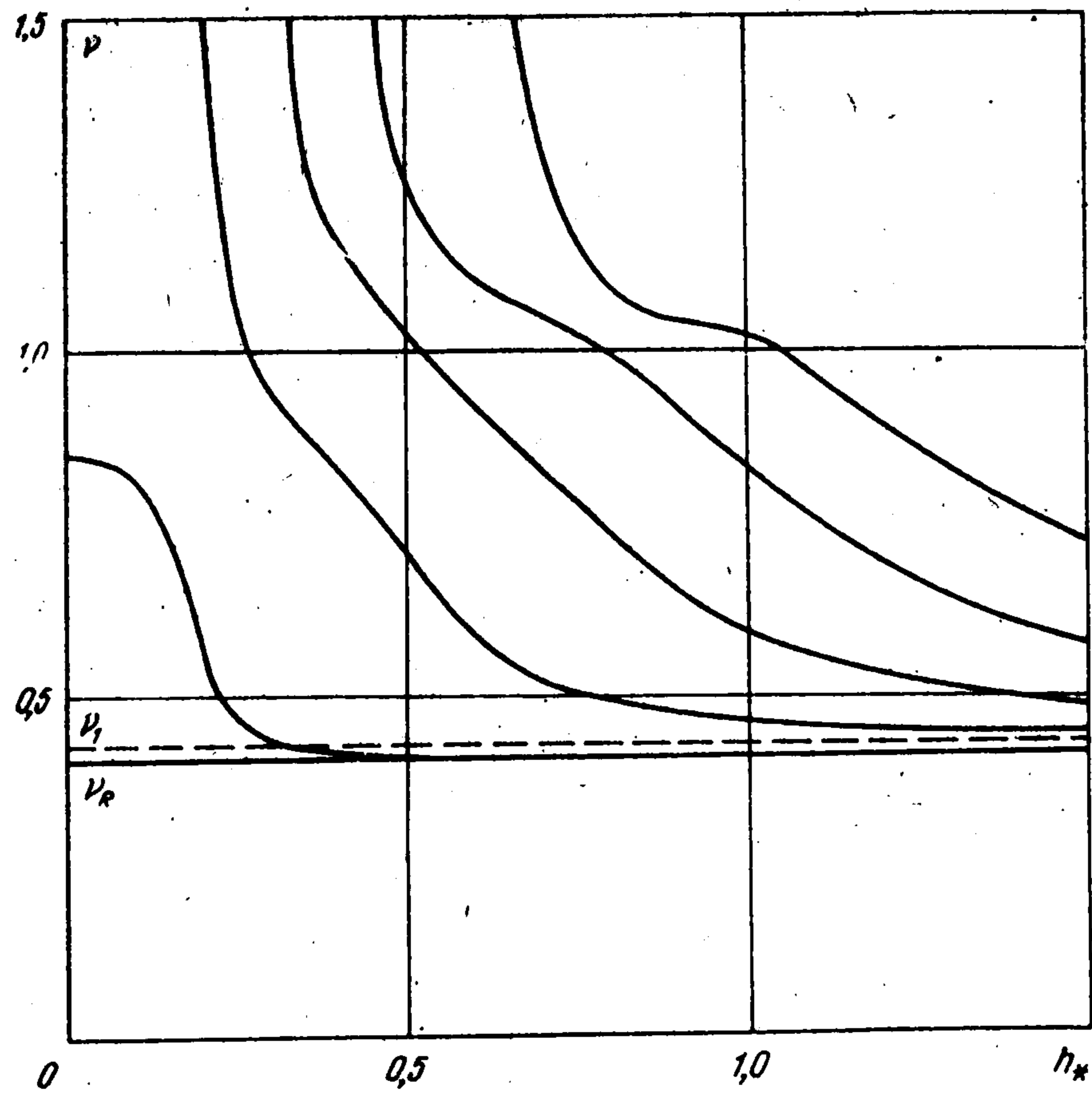
Коэффициенты системы (2.4) определяются формулами

$$\alpha_{ms}^{(ki)} = \frac{2}{\pi^2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{T_m(\tau) T_s(\eta)}{\sqrt{1-\tau^2} \sqrt{1-\eta^2}} \ln \left| \frac{\xi_{1i}\eta + \xi_{1k}\tau + \xi_{2i} + \xi_{2k}}{\xi_{1i}\eta - \xi_{1k}\tau + \xi_{2i} - \xi_{2k}} \right| d\tau d\eta \quad (2.5)$$

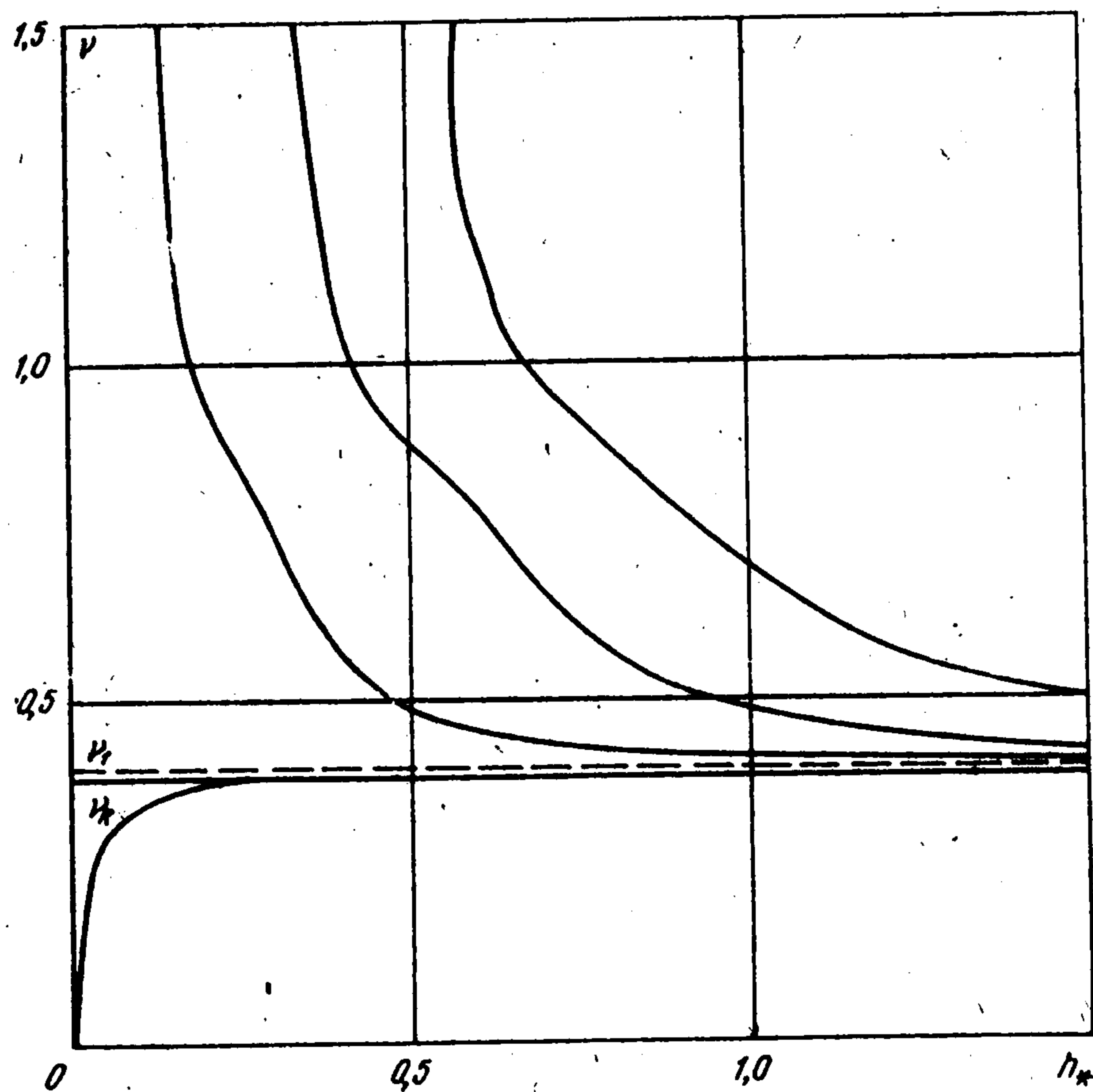
$$\gamma_{ms}^{(ki)} = - \int \frac{q_1^\infty R_1(p) + \gamma_1^\infty R_2(p)}{\gamma_1^\infty R_{21}(p) p} S_m(\xi_{2k} p) S_s(\xi_{2i} p) J_m(\xi_{1k} p) J_s(\xi_{1i} p) dp$$

$\delta_s = 2\delta_{s0}$, $\delta_{00} = 1$, $\delta_{s0} = 0$ ($s > 0$), $J_m(\cdot)$ — функции Бесселя

$$S_m(\cdot) = [(1 - (-1)^m)(-1)^{(m-1)/2} \cos(\cdot) + (1 + (-1)^m)(-1)^{m/2} \sin(\cdot)]$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Переменные τ, η в (2.4) связаны с t, x соотношениями
 $t = \xi_{1k}\tau + \xi_{2k}, \quad x = \xi_{1i}\eta + \xi_{2i}, \quad 3\xi_{1k} = b_k + a_k, \quad 2\xi_{2k} = b_k - a_k$ (2.6)

Существенное значение для дальнейшего имеет исследование корней уравнения

$$R_{21}(p) = 0 \quad (2.7)$$

нули которого – полюсы ядра $K(t, x)$.

На фиг. 2 представлено поведение первых пяти корней уравнения (2.7), не

совпадающих с корнями уравнения $R_1(p) = 0$, в зависимости от параметра $h_* = h / \lambda_x$ ($\lambda_x = 2\pi V_x / \omega$, $V_x^2 = c_{11}^E / \rho$) для полосы из сульфида кадмия [7]. Численные расчеты показали, что при увеличении h_* наименьший корень уравнения (2.7) стремится к значению $v = v_R = 0,3993$, определяющему скорость волны Релея, а последующие корни – к значению $v = v_1 = 0,414$, соответствующему скорости объемной сдвиговой волны.

Так как уравнение (2.7) при любом h_* имеет конечное число нулей, то при вычислении интегралов в (2.5) необходимо учитывать вклад полюсов, а интегралы понимать в смысле главного значения.

После решения системы (2.4) все характеристики электроупругого поля в полосе могут быть определены. В частности, при учете соотношений (1.4), (1.7), (1.11), (2.3) для смещений и потенциала получим

$$\begin{Bmatrix} u(x, z) \\ w(x, z) \\ \varphi(x, z) \end{Bmatrix} = \Gamma_0 \begin{Bmatrix} E_0 \\ E_0 \\ V_1 \end{Bmatrix} \int \sum_j \Delta_j \begin{Bmatrix} \alpha_j \operatorname{ch}(\lambda_j pz) \\ \beta_j \operatorname{sh}(\lambda_j pz) \\ \gamma_j \operatorname{sh}(\lambda_j pz) \end{Bmatrix} \frac{Q(p) \sin(px)}{pR_{21}(p)} dp \quad (2.8)$$

$$Q(p) = \sum_{k=1}^N Q^{(k)}(p), \quad Q^{(k)}(p) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(k)} S_m(\xi_{2k} p) J_m(\xi_{1k} p)$$

$$E_0 = (e_{31} + e_{15})(c_{11}^E L)^{-1} V_1, \quad \Gamma_0 = (q_1^{\infty} + \varepsilon_0 \gamma_1^{\infty}) / \gamma_1^{\infty}$$

При вычислении интегралов в (2.8) необходимо учесть все полюса подынтегральных функций. Учитывая временной вектор $\exp(-i\omega t)$, на основании вычислений, аналогичных [5–7], из (2.8) получим

$$2 \begin{Bmatrix} u(x, z, t) \\ w(x, z, t) \\ \varphi(x, z, t) \end{Bmatrix} = \Gamma_0 \begin{Bmatrix} E_0 \\ -iE_0 \\ -iV_1 \end{Bmatrix} V \cdot p \cdot \int \sum_j \Delta_j \begin{Bmatrix} \alpha_j \operatorname{ch}(\lambda_j pz) \\ \beta_j \operatorname{sh}(\lambda_j pz) \\ \gamma_j \operatorname{sh}(\lambda_j pz) \end{Bmatrix} \frac{Q(p) H(px, t)}{pR_{21}(p)} dp + \begin{Bmatrix} u_L \\ w_L \\ \varphi_L \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

$$H(\cdot) = H^+(\cdot) + H^-(\cdot), \quad H^{\pm} = \exp(\mp i(px \mp \omega t))$$

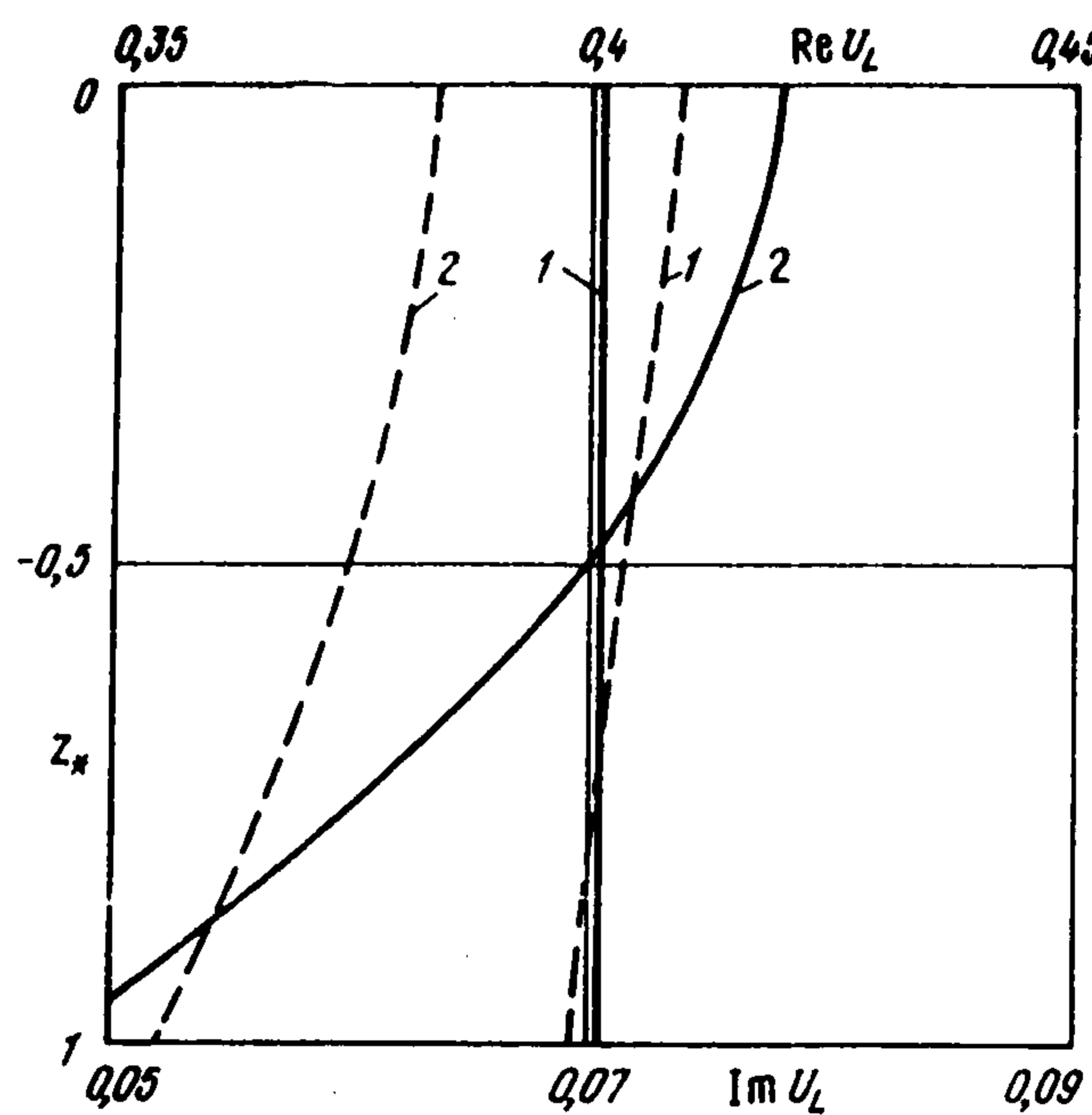
Функции u_L , w_L , φ_L в (2.9) представляют распространяющиеся в положительном и отрицательном направлениях оси x электроупругие волны Лэмба и вычисляются по формулам

$$2 \begin{Bmatrix} u_L \\ w_L \\ \varphi_L \end{Bmatrix} = \pi \Gamma_0 \begin{Bmatrix} iE_0 \\ E_0 \\ V_1 \end{Bmatrix} \sum_{r=1}^P \sum_j \Delta_{jr} \begin{Bmatrix} \alpha_{jr} \operatorname{ch}(\lambda_{jr} p_r z) \\ \beta_{jr} \operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z) \\ \gamma_{jr} \operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z) \end{Bmatrix} \frac{Q_r(p_r) H(p_r x, t)}{p_r R'_{21}(p_r)} \quad (2.10)$$

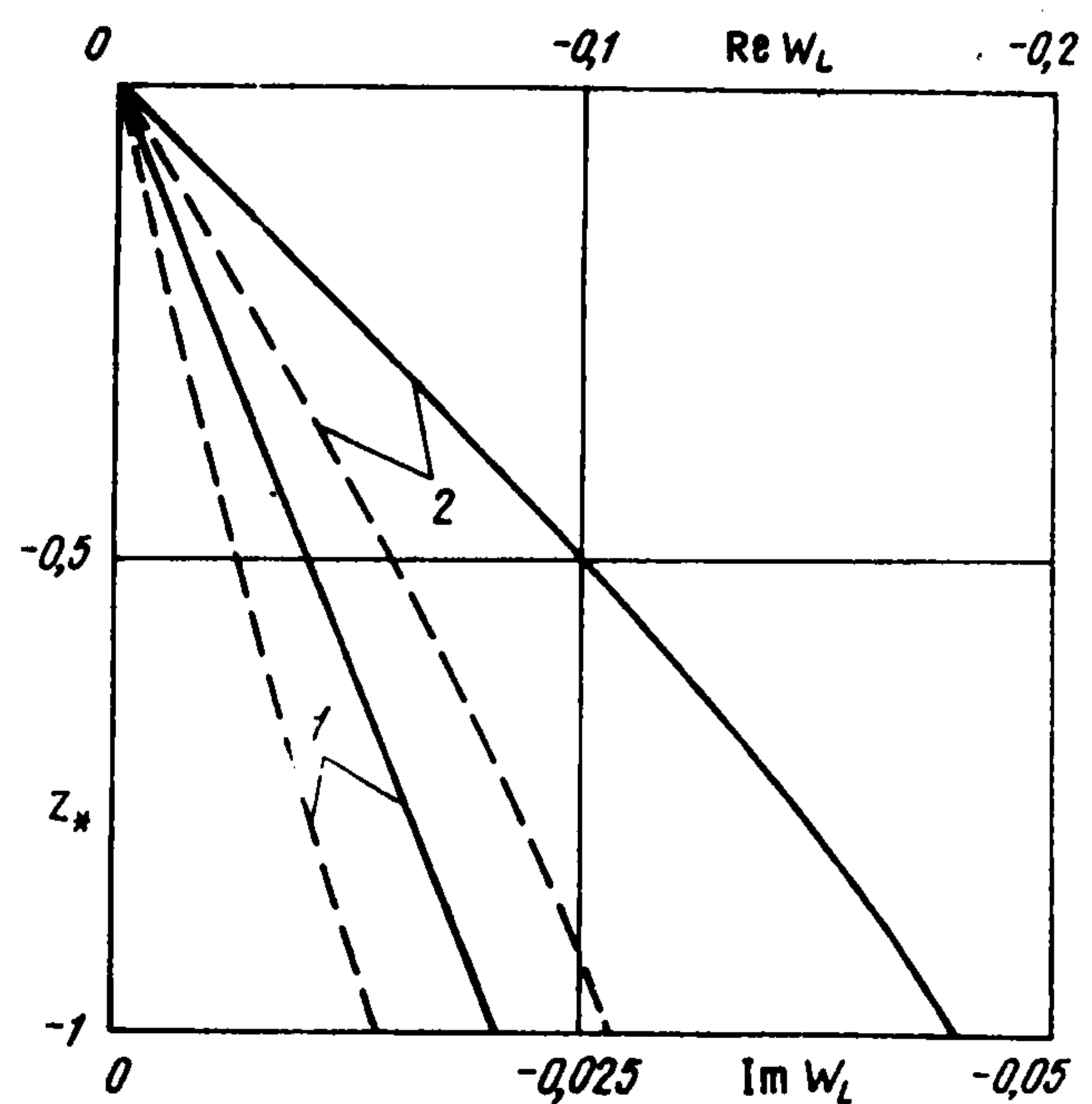
Аналогично могут быть определены другие компоненты сопряженного электроупругого поля. Например, для напряжений σ_{xx} , σ_{xz} , связанных с волнами Лэмба, будем иметь

$$2 \begin{Bmatrix} \sigma_{xxL} \\ \sigma_{xzL} \end{Bmatrix} = \pi \Gamma_0 \begin{Bmatrix} E_0 \\ -iE_0 \end{Bmatrix} \sum_{r=1}^P \sum_j \Delta_{jr} \begin{Bmatrix} t_{jr}^* \operatorname{ch}(\lambda_{jr} p_r z) \\ n_{jr}^* \operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z) \end{Bmatrix} \frac{Q_r(p_r) H(p_r x, t)}{R'_{21}(p_r)} \quad (2.11)$$

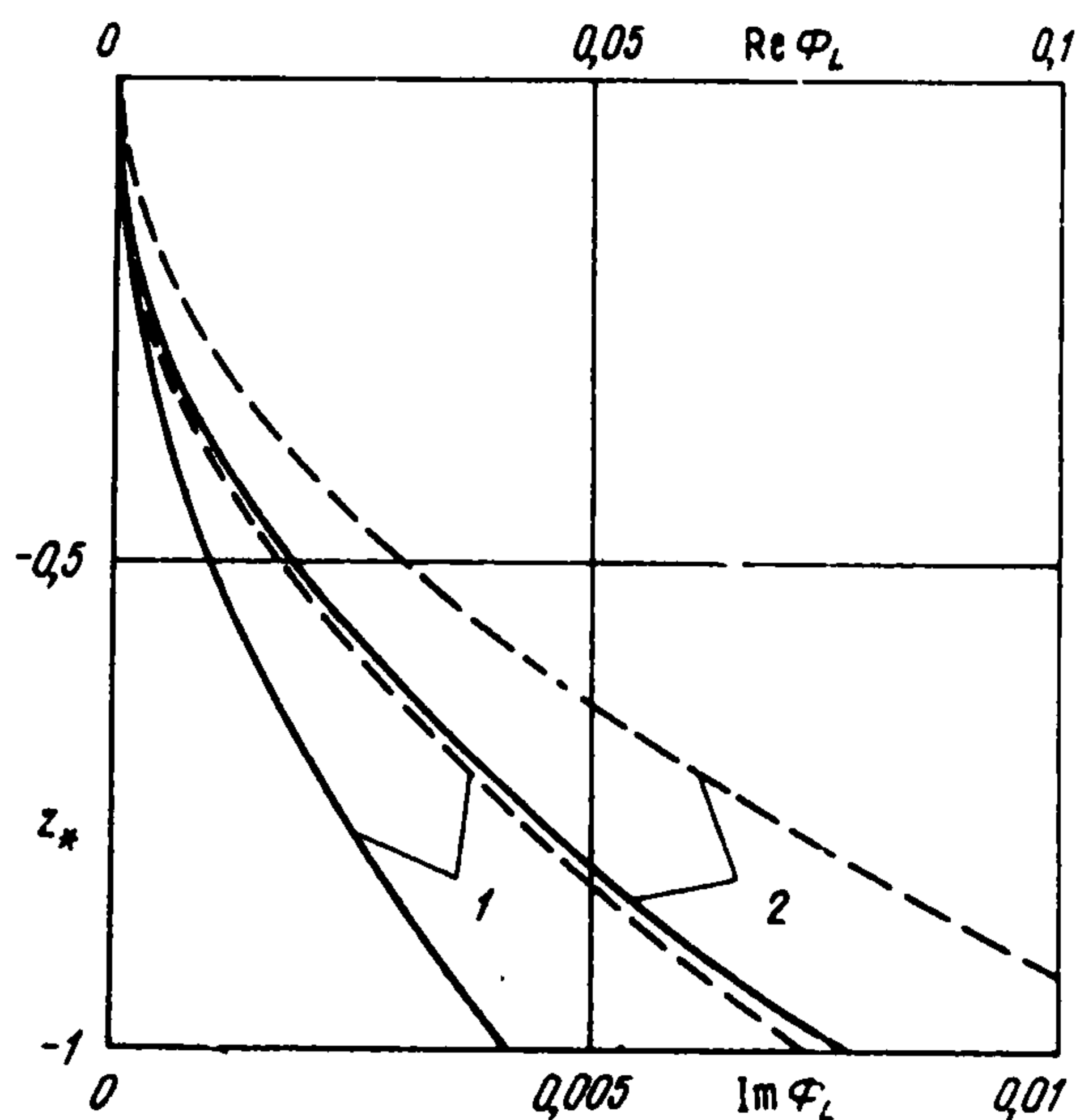
$$R'_{21} = \left. \frac{dR_{21}(p)}{dp} \right|_{p=p_r}$$



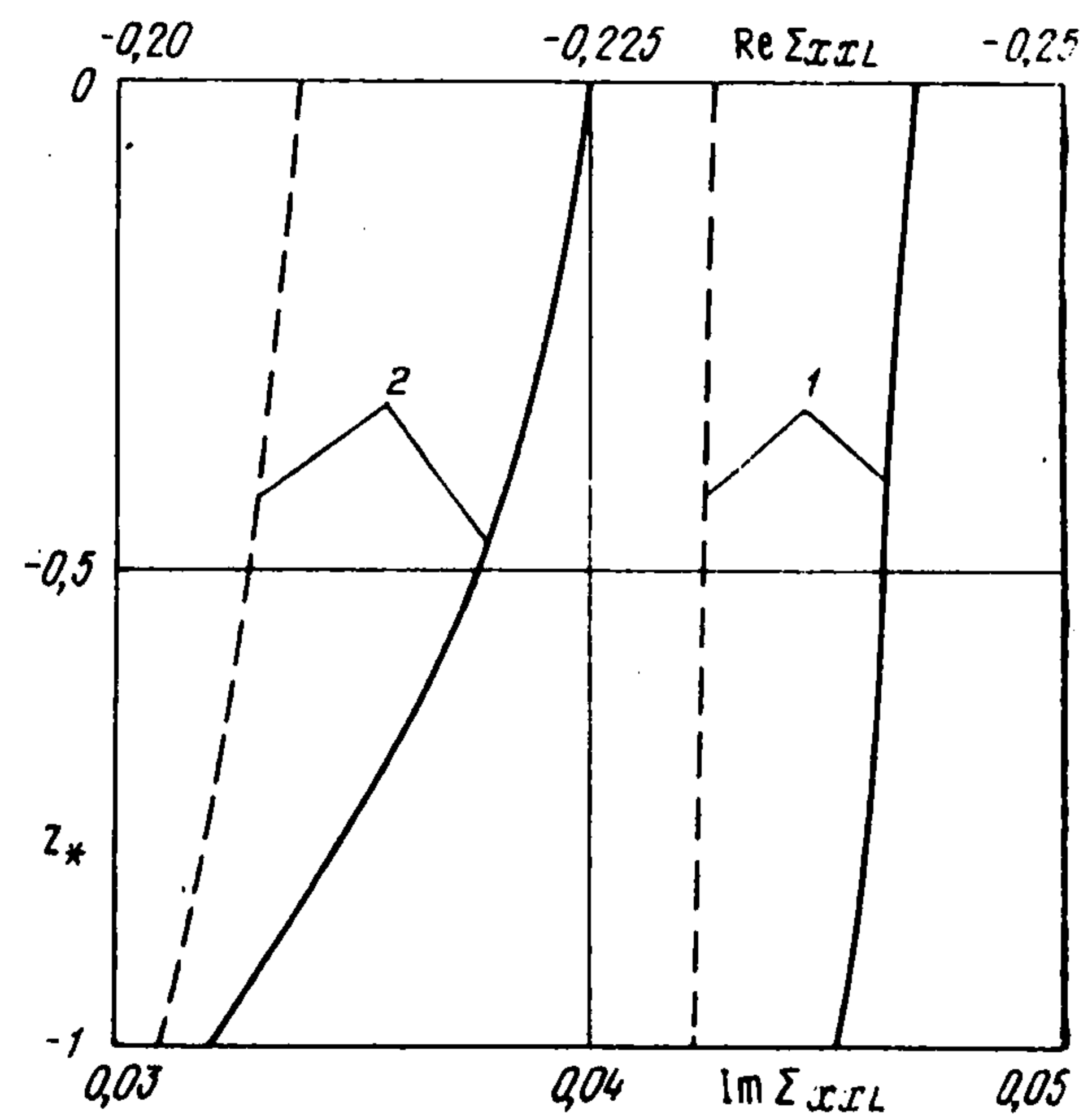
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

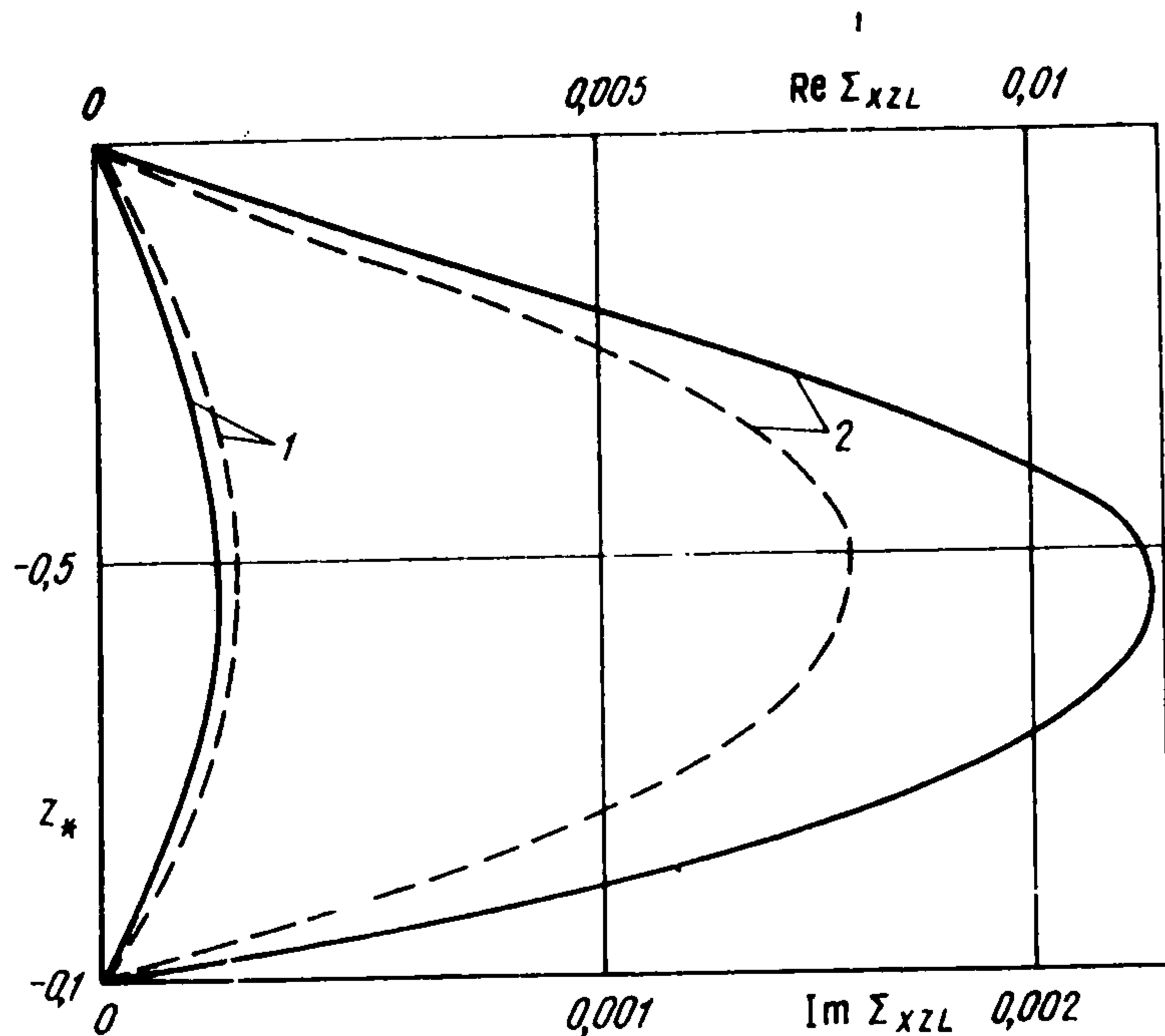
В соотношениях (2.10), (2.11) через P обозначено число полюсов, нижний индекс r у величин $\Delta_{jr}, \alpha_{jr}, \dots, n_{jr}^*$ указывает, что эти величины вычислены при $p = p_r$ (p_r – корень уравнения (2.7)).

3. Решение задачи об антисимметричных волнах Лэмба строится аналогично рассмотренному выше случаю, при этом функции $R_1(p), R_2(p)$ определяются формулами

$$\begin{Bmatrix} R_1(p) \\ R_2(p) \end{Bmatrix} = \sum_j \begin{Bmatrix} \gamma_j^* \\ q_j^* \end{Bmatrix} \Delta_j, \quad \gamma_j^* = \gamma_j \operatorname{ch}(\lambda_j ph), \quad q_j^* = q_j \operatorname{sh}(\lambda_j ph) \quad (3.1)$$

где λ_j – корни характеристического уравнения (1.3).

Скорости распространяющихся в полосе антисимметричных волн Лэмба определяются корнями уравнения (2.7), в котором функции $R_1(p), R_2(p)$ определены формулами (3.1). Зависимость первых четырех корней этого уравнения от параметра h_* приведена на фиг. 3 для полосы из CdS [3].



Фиг. 8

На фиг. 4–8 даны расчетные значения действительных (сплошные линии) и мнимых (штриховые линии) частей функций

$$\begin{Bmatrix} U_L \\ W_L \\ \Phi_L \end{Bmatrix} = \sum_{r=1}^P \sum_j \Delta_{jr} \begin{Bmatrix} \alpha_{jr} \operatorname{ch}(\lambda_{jr} p_r z) \\ \beta_{jr} \operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z) \\ \gamma_{jr} \operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z) \end{Bmatrix} \frac{Q(p_r)}{p_r R'_{21}(p_r)}$$

$$\begin{Bmatrix} \Sigma_{xx} \\ \Sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \sum_{r=1}^P \sum_j \Delta_{jr} \begin{Bmatrix} t_{jr}^* \operatorname{ch}(\lambda_{jr} p_r z) \\ n_{jr}^* \operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z) \end{Bmatrix} \frac{Q(p_r)}{R'_{21}(p_r)}$$

по толщине полосы $z_* = z/h$, причем кривые, отмеченные цифрой "1", относятся к случаю $h_* = h/\lambda_x = 0,05$ цифрой "2" – $h_* = 0,1$ при $\lambda_x = 10^{-3}$ м.

При проведении расчетов в (2.5) ограничивались системой 3×3 , предполагалось, что $N = 1$ (два разноименно заряженных электрода на каждой поверхности полосы).

Представленные численные данные свидетельствуют о том, что при малых h_* распределение механических полей в дальней зоне согласуется с гипотезами Кирхгоффа–Лява.

Распределение потенциала электрического поля и компоненты D_x по толщине пластины близко к линейному, а компоненты D_z – к равномерному.

С увеличением параметра h_* распределение электроупругих полей по толщине полосы становится существенно неравномерным.

Аналогичные вычисления проводились при симметричном подключении электродов, когда в полосе возбуждаются антисимметричные волны Лэмба. В результате численных расчетов при $h_* < 0,05$ установлено, что распределение смещения W_L близко к равномерному, а U_L , Σ_{xx} – к линейному. Необходимо отметить, что в этом случае распределение функции Σ_{xz} , пропорциональной сдвиговому напряжению σ_{xz} , по толщине полосы описывается полиномом второй степени от переменной z , причем максимум сдвигового напряжения достигается на оси полосы и существенно превосходит максимальное значение напряжения σ_{xx} , достигаемое на гранях $z = \pm h$ полосы.

Авторы благодарят Б.А. Кудрявцева и В.З. Партонна за дискуссии и обсуждение результатов.

Электроупругие поля, связанные с распространяющимися в полосе симметричными волнами Лэмба, могут быть получены из формул (2.10), (2.11) формальной заменой $\operatorname{ch}(\lambda_{jr} p_r z)$ на $-\operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z)$ и $\operatorname{sh}(\lambda_{jr} p_r z)$ на $-\operatorname{ch}(\lambda_{jr} p_r z)$.

4. Полученные результаты использовались при численном исследовании распределения характеристик электроупругого поля по координате $z_* = z/h$. Расчеты проводились для полосы из CdS.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев А.Н. О влиянии размера электродированной области на собственные частоты пьезокерамического тела прямоугольного сечения // Прикл. механика. 1984. Т. 20. № 9. С. 69–76.
2. Мадорский В.В., Устинов Ю.А. Построение системы однородных решений и анализ корней дисперсионного уравнения антисимметричных колебаний пьезоэлектрической пластины // ПМТФ. 1976. № 6. С. 138–145.
3. Мадорский В.В., Устинов Ю.А. Симметричные колебания пьезоэлектрических пластин // Изв. АН Арм. ССР. Механика. 1976. Т. 29. № 5. С. 51–58.
4. Коцаренко Н.Я., Кучеров И.Я., Островский И.В., Протопопов Л.Ф., Федорченко А.М. Электронное затухание и усиление волн Лэмба в пьезополупроводниках // Укр. физ. журн. 1971. Т. 16. № 10. С. 1707–1716.
5. Сенник Н.А. Волны Релея в пьезоэлектрическом полупространстве с парой поверхностных электродов // Изв. АН СССР. МГТ. 1992. № 4. С. 106–115.
6. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1988. 472 с.
7. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах: применение для обработки сигналов. М.: Наука, 1982. 424 с.

Афины, Москва

Поступила в редакцию
31.III.1992