ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА. Том 57, Вып. 6, 1993

УДК 62-50

© 1993 г. Н.Н. Петров

КВАЗИЛИНЕЙНЫЕ КОНФЛИКТНО-УПРАВЛЯЕМЫЕ ПРОЦЕССЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Рассматривается класс конфликтно-управляемых процессов [1–3] с дополнительными (типа "фазовых") ограничениями на состояния убегающего. Без ограничений подобная задача рассматривалась в [4]. В отличие от [5, 6] граница "фазовых" ограничений не является "линией смерти" для убегающего. Получены достаточные условия разрешимости задач преследования и убегания, которые дополняют ряд известных результатов [5–10][1].

1. Движение конфликтно-управляемого объекта $z = (z_1,..., z_n)$ в конечномерном пространстве R^ν описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\dot{z}_i = A_i z_i + \varphi_i(u_i, \upsilon), \quad z_i(0) = z_i^0 \tag{1.1}$$

$$z_i \in R^{n_i}, \quad u_i \in U_i, \quad \upsilon \in V$$

Здесь A_i – заданная квадратная матрица порядка n_i, U_i, V – непустые компакты соответственно пространств R^{m_i} и R^m, функция φ_i: $U_i \times V \to R^{n_i}$ непрерывна по совокупности переменных. Здесь и всюду далее $i = 1, 2,..., n$; $j = 1, 2,..., r$.

Терминальное множество M состоит из множеств M_i, каждое из которых представимо в виде

$$M_i = M_i^1 + M_i^2 \tag{1.2}$$

где M_i^1 – линейное подпространство пространства R^{n_i}, а M_i^2 – выпуклый компакт, принадлежащий L_i^1 – ортогональному дополнению к M_i^1 в R^{n_i}. Данный конфликтно-управляемый процесс описывает дифференциальную игру между группой преследователей $P_1,..., P_n$ и убегающим E.

Будем полагать, что в пространстве R^m заданы L – линейное подпространство R^m, система вида

$$\dot{y} = Ay + \upsilon, \quad y(0) = y^0, \quad \upsilon \in V \tag{1.3}$$

множество

$$D = \{y | y \in R^m, \langle p_j, \pi y\rangle \leqslant \mu_j\} \tag{1.4}$$

где A – заданная квадратная матрица порядка m, $y^0 \in D$ – заданный вектор,

[1] См. также: *Петров Н.Н.* Простое преследование при наличии фазовых ограничений. Л., 1984. 16 с. – Деп. в ВИНИТИ 27.03.84, № 1682–84.

$p_1, \ldots, p_r$ – единичные векторы, π: $R^m \to L$ – оператор ортогонального проектирования, $\mu_1, \ldots, \mu_r$ – вещественные числа, такие, что $\mathrm{Int} D \neq \varnothing$.

Пусть $T > 0$ – произвольное число и σ – некоторое конечное раз ние $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_s < t_{s+1} = T$ интервала $[0, T]$.

Определение 1. Кусочно-программной стратегией Q убегающего E, заданной на $[0, T]$, соответствующей разбиению σ, будем называть семейство отображений b^e, $e = 0, 1, \ldots, s$, ставящих в соответствие величинам

$$(t_e, z_1(t_e), \ldots, z_n(t_e), y(t_e)) \tag{1.5}$$

измеримую функцию $\upsilon_e(t)$, определенную для $t \in [t_e, t_{e+1})$ и такую, что $\upsilon_e(t) \in V$, $y(t) \in D$, $t \in [t_e, t_{e+1})$.

Определение 2. Кусочно-программной контстратегией Q_i игрока P_i, соответствующей разбиению σ, будем называть семейство отображений c_i^e, $e = 0, 1, \ldots, s$, ставящих в соответствие величинам (1.5) и управлению $\upsilon_e(t)$, $t \in [t_e, t_{e+1})$ измеримую функцию $u_e^i(t)$, определенную для $t \in [t_e, t_{e+1})$, и такую, что $u_e^i(t) \in U_i$, $t \in [t_e, t_{e+1})$.

Обозначим данную игру $\Gamma = \Gamma(z^0, D)$.

Определение 3. Будем говорить, что в игре Γ происходит поимка, если существует $T > 0$ и для любого разбиения σ интервала $[0, T]$, любой стратегии Q игрока E, соответствующей разбиению σ, существуют кусочно-программные контрстратегии Q_i игроков P_i, соответствующие разбиению σ, существуют момент $\tau \in [0, T]$ и номер g, такие, что $z_g(\tau) \in M_g$.

Определение 4. Будем говорить, что в игре Γ происходит уклонение от встречи, если для любого $T > 0$ существуют разбиение σ интервала $[0, T]$, стратегия Q ирока E, соответствующая разбиению σ, такие, что для любых контрстратегй Q_i игроков P_i имеет место $z_i(t) \notin M_i$, $t \in [0, T]$.

2. Перейдем к описанию схемы преследования. Обозначим через π_i оператор ортогонального проектирования из R^{n_i} на L_i^1.

Условие 1. Для точки $z^0 = (z_1^0, \ldots, z_n^0)$, такой, что $\pi_i \exp(tA_i) z_i^0 \notin M_l^2$ при $t \geqslant 0$, справедливы следующие соотношения:

$$-\overline{\mathrm{con}}(\pi_i \exp(tA_i) z_i^0 - M_i^2) \cap \pi_i \exp((t-\tau)A_i)\varphi_i(U_i, \upsilon) \neq \varnothing \tag{2.1}$$

для всех $0 \leqslant \tau \leqslant t < +\infty$, $\upsilon \in V$.

Пусть для точки z^0 выполнено условие 1. Введем в рассмотрение функции

$$\alpha_i(t, \tau, \upsilon) = \max\{\alpha \mid \alpha \geqslant 0,\ -\alpha(\pi_i \exp(tA_i) z_i^0 - M_i^2) \cap$$

$$\cap\ \pi_i \exp((t-\tau)A_i)\varphi_i(U_i, \upsilon) \neq \varnothing,\ 0 \leqslant \tau \leqslant t < +\infty,\ \upsilon \in V\} \tag{2.2}$$

Пусть

$$\Omega(t) = \{\upsilon(\cdot) \mid \upsilon:\ [0, t] \to V,\ y(\tau) \in D,\ \tau \in [0, t]\}$$

Условие 2. Существует момент T_0, такой, что

$$\inf_{\upsilon(\cdot) \in \Omega(T_0)} \max_i \int_0^{T_0} \alpha_i(T_0, \tau, \upsilon(\tau)) d\tau \geqslant 1$$

Теорема 1. Пусть точка $z^0 = (\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_n)$ такова, что выполнены условия 1, 2. Тогда в игре Г происходит поимка не позднее момента T_0.

Доказательство проводится аналогично доказательству теоремы из ([7], с. 95).

Условие 3. Существуют p, $\|p\| = 1$, $\mu \in R^1$, такие, что для множества $D_1 = \{y \mid y \in R^m, \langle p, \pi y\rangle \leqslant \mu\}$ справедливо $D \subset D_1$.

Обозначим

$$d = \max\{\|\upsilon\| \mid \upsilon \in V\}, \quad I(g) = \{1, 2, ..., n + g\}$$

$$\alpha_{n+1}(t, \tau, \upsilon) = \langle \pi \exp((t - \tau)A)\upsilon, p\rangle$$

Условие 4. Существуют непрерывные функции $\alpha_i^1(t, \upsilon)$, $\beta(t, \upsilon)$, непрерывные неотрицательные функции $g_i(t, \tau)$, $g(t, \tau)$, такие, что

$$\alpha_i(t, \tau, \upsilon) = g_i(t, \tau)\alpha_i^1(t, \upsilon), \quad \alpha_{n+1}(t, \tau, \upsilon) = g(t, \tau)\beta(t, \upsilon)$$

Пусть

$$\alpha_{n+1}^1(t, \upsilon) = \beta(t, \upsilon) + a\mu, \quad f(t) = \int_0^t g(t, \tau)d\tau$$

$$\delta(t) = \min_{\upsilon \in V} \max_{e \in I(1)} \alpha_e^1(t, \upsilon), \quad R(t) = d + \delta(t) - a\mu$$

Условие 5. Существуют постоянные a, c_1, c_2, c_3, такие, что

1) $a\mu \leqslant 0$, $\|\pi \exp(tA)y^0\| \leqslant c_1$ для всех $t \geqslant 0$;

2) для любого $t > 0$ существует измеримое множество $E(t) \subset [0, t]$, такое, что

$$\mu(E(t)) \leqslant c_2, \quad \int_{E(t)} g(t, \tau)d\tau \leqslant c_3, \quad \min_i g_i(t, \tau) \geqslant g(t, \tau) \forall \tau \in [0, t] \setminus E(t)$$

3) функция $\delta(t)$ ограничена на $[0, +\infty)$ и выполнено одно из следующих двух условий при $t \to +\infty$:

а) $f(t)\delta^2(t) \to +\infty$ при $a\mu = 0$, б) $f(t)\delta(t) \to +\infty$ при $a\mu < 0$.

Теорема 2. Пусть для точки $z^0 = (\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_n)$ выполнены условия 1, 3, 4, 5. Тогда в игре Г происходит поимка.

Доказательство. Так как $D \subset D_1$, то теорему достаточно доказать для игры $\Gamma_1 = \Gamma(z^0, D_1)$. Предположим, что утверждение теоремы не верно. Тогда для любого $T > 0$ существует стратегия Q игрока E (соответствующая некоторому разбиению σ), такая, что для любых контрстратегий Q_i игроков P_i имеет место $\pi_i z_i(t) \notin M_i^2$ для всех $0 \leqslant t \leqslant T$. В силу условия 1 и леммы Филиппова–Кастена [11] для любого i существуют измеримые функции $m_i(\tau) \in M_i^2$, $u_i(\tau) \in U_i$, $0 \leqslant \tau \leqslant T$, являющиеся при любом фиксированном $\tau \in [0, T]$ решением уравнения

$$-\alpha_i(T, \tau, \upsilon(\tau))(\pi_i \exp(TA_i)\overset{0}{z}_i - m_i(\tau)) = \pi_i \exp((T - \tau)A_i)\varphi_i(u_i(\tau), \upsilon(\tau)) \tag{2.3}$$

В момент τ полагаем значение управления $u_i(\tau)$ (определяющее контрстратегию Q_i) равным лексикографическому минимуму среди всех точек u_i, для которых имеет место равенство (2.3).

Из формулы Коши, равенства (2.3) и условия 4 получаем

$$\pi_k z_k(T) = \pi_k \exp(TA_k) z_k^0 + \int_0^T \pi_k \exp((T-\tau)A_k)\varphi_k(u_k(\tau), \upsilon(\tau))d\tau =$$

$$= \pi_k \exp(TA_k) z_k^0 \left(1 - \int_0^T g_k(T,\tau)\alpha_k^1(T,\upsilon(\tau)\right) d\tau + \int_0^T \alpha_k^1(T,\upsilon(\tau)) g_k(T,\tau) m_k(\tau) d\tau) \quad (2.4)$$

Так как стратегия Q допустима, то $\langle p, \pi y(t)\rangle \leqslant \mu$ для всех $\iota \geqslant 0$. Из системы (1.3) и условия 4 следует, что

$$\int_0^t g(t,\tau)\beta(t,\upsilon(\tau))d\tau \leqslant \mu - \langle p, \pi \exp(tA) y^0\rangle = \mu_1(t)$$

Пусть $T_1(t)$, $T_2(t)$ – два подмножества интервала $[0, t]$, такие, что

$T_1(t) = \{\tau | \ \tau \in [0, t], \beta(t, \upsilon(\tau)) < \delta(t) - a\mu\}$

$T_2(t) = \{\tau | \ \tau \in [0, t], \beta(t, \upsilon(\tau)) \leqslant \delta(t) - a\mu\}$

Тогда

$(\delta(t) - a\mu)G_2 - dG_1 \leqslant \mu_1(t)$, $G_2 + G_1 = f(t)$

$$\left(G_{1,2} = \int_{T_{1,2}(t)} g(t,\tau)d\tau \right)$$

Из последних двух соотношений следует, что

$$G_1 \geqslant [f(t)(\delta(t) - a\mu) - \mu_1(t)]/R(t) \quad (2.5)$$

Рассмотрим функции

$$h_i(t) = 1 - \int_0^t g_i(t,\tau)\alpha_i^1(t,\tau,\upsilon(\tau))d\tau$$

Они непрерывны, $h_i(0) = 1$ и

$$\sum_i h_i(T) \leqslant n - \delta(T) \int_{T_1(T)} \min_i g_i(t,\tau)d\tau$$

Из условия 5 и неравенства (2.5) получаем

$$\sum_i h_i(T) \leqslant n + c_3\delta(T) - \delta(T)[f(T)(\delta(T) - a\mu) - \mu_1(T)] / R(T) \quad (2.6)$$

Из п. 3 условия 5 и неравенства (2.6) следует, что существует момент T_0 и номер g, такие, что функции h_g обратится в 0 в момент $T = T_0$. Поэтому в силу (2.4) заключаем, что при $T = T_0$

$$\pi_g z_g(T_0) = \int_0^{T_0} g_g(T_0,\tau)\alpha_g^1(T_0,\upsilon(\tau)) m_g(\upsilon(\tau))d\tau \in M_g^2$$

Полученное противоречие и доказывает теорему.

Замечание. Теорема 2 остается справедливой, если п. 3 условия 5 заменить требованием, чтобы правая часть неравенства (2.6) обращалась в нуль при некотором $T = T_0$.

3. *Пример* 1. Преследователи и убегающий движутся согласно уравнениям

$$\dot{x}_i = ax_i + u_i, \quad \|u_i\| \leq 1, \quad x_i(0) = x_i^0, \quad x_i \in R^m,$$

$$\dot{y} = ay + \upsilon, \quad \|\upsilon\| \leq 1, \quad y(0) = y^0, \quad y \in R^m, \quad a < 0$$

Множество M_i состоит из таких точек $\{x_i, y\}$, что $x_i = y$. Ограничения на координаты убегающего

$$D = \{y|\ y \in R^m, \langle p_j, y\rangle \leq 0\}$$

Утверждение 1 [10]. Пусть $\overset{0}{z}_i = \overset{0}{x}_i - y^0 \neq 0$, $n \geq m$, $0 \in \operatorname{Intco}\{\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_n, p_1, ..., p_r\}$. Тогда в игре Г происходит поимка.

Утверждение 2 [10]. Пусть $\overset{0}{z}_i \neq 0$ и $0 \notin \operatorname{Intco}\{\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_n, p_1, ..., p_r\}$.

Тогда в игре Г происходит уклонение от встречи.

Пример 2 (Контрольный пример Л.С. Понтрягина с равными коэффициентами трения). Движения преследователей и убегающего описываются уравнениями

$$\dot{x}_{1i} = x_{2i}, \quad \dot{x}_{2i} = ax_{2i} + u_i, \quad x_{1i}, x_{2i} \in R^m, \quad m \geq 2, \quad \|u_i\| \leq 1$$

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = ay_2 + \upsilon, \quad y_1, y_2 \in R^m, \quad \|\upsilon\| \leq 1, \quad a < 0$$

Множество M_i состоит из пар $\{x_{1i}, y\}$, таких; что $x_{1i} = y$. Ограничения на геометрические координаты y_1 убегающего имеют вид

$$D = \{y_1|\ y_1 \in R^m, \langle p_j, y_1\rangle \leq \mu_j\}$$

Положим

$$z_{1i} = x_{1i} - y_1, \quad z_{2i} = x_{2i} - y_2, \quad e(t) = a^{-1}(\exp(at) - 1)$$

$$\xi_i(t, \overset{0}{z}_i) = \overset{0}{z}_{1i} + e(t)\overset{0}{z}_{2i}$$

Тогда

$$\alpha_i(t,\tau,\upsilon) = e(t-\tau)\alpha_i^1(\xi_i(t,z_i^0),\upsilon), \quad \alpha_{n+j}(t,\tau,\upsilon) = e(t-\tau),\langle p_j,\upsilon\rangle\alpha_i^1(\xi_i,\upsilon) =$$

$$= \|\xi_i\|^{-2}(\langle\xi_i,\upsilon\rangle + [\langle\xi_i,\upsilon\rangle^2 + \|\xi_i\|^2(1 - \|\upsilon\|^2)]^{1/2})$$

$$g_i(t,\tau) = g(t,\tau) = e(t-\tau), \quad f(t) = \int_0^t e(t-\tau)d\tau, \quad E(t) = \varnothing$$

Обозначим

$$z_i^* = z_{1i}^0 - z_{2i}^0 | a = \lim_{t\to\infty} \xi_i(t, z_i^0)$$

Утверждение 3. Пусть $\overset{*}{z}_i \neq 0$, $0 \in \operatorname{Intco}\{\overset{*}{z}_1, ..., \overset{*}{z}_n, p_1, ..., p_r\}$ и $n \geq m$. Тогда в игре Г происходит поимка.

Примеры 1, 2 представляют собой решения задач "крыса в углу", "лев и человек" [12] в данной постановке.

4. Рассмотрим подробнее конфликтно-управляемый процесс (1.1)–(1.3) в случае, когда A_i, A – нулевые квадратные матрицы. Итак, конфликтно-управляемый процесс типа простого движения с перемешанными управлениями игроков описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{z}_i = \varphi_i(u_i, \upsilon), \quad z_i \in R^{n_i}, \quad u_i \in U_i, \quad \upsilon \in V, \quad z_i(0) = z_i^0 \tag{4.1}$$

Здесь U_i, V – непустые компакты соответственно пространств R^{m_i} и R^m, функция $\varphi_i(u_i, \upsilon)$ непрерывна по совокупности переменных. Терминальное множество M состоит из множеств M_i каждое из которых представимо в виде (1.2).

Ограничения для убегающего имеют вид

$$\dot y = \upsilon, \quad y \in R^m, \quad \upsilon \in V, \quad y(0) = y^0 \tag{4.2}$$

$$D = \{y \mid y \in R^m, \langle p_j, \pi y\rangle \leqslant \mu_j\}$$

π: $R^m \to L$ оператор ортогонального проектирования на линейное подпространство $L \subset R^m$.

Образуем многозначные отображения

$$W_i(z_i^0, \upsilon) = -\overline{\mathrm{con}}(\pi_i z_i^0 - M_i^2) \cap \pi_i \varphi_i(U_i, \upsilon)$$

$$\overline{W}_i(z_i^0, \upsilon) = -\overline{\mathrm{con}}(\pi_i z_i^0 - M_i^2) \cap \mathrm{co}\, \pi_i \varphi_i(U_i, \upsilon)$$

Условие 6. Для точки $z^0 = (z_1^0, \ldots, z_n^0) \in R^\nu \setminus M$ справедливы соотношения $W_i(z_i^0, \upsilon) \neq \varnothing$ при любом $\upsilon \in V$.

Условие 7. Для точки $z^0 = (z_1^0, \ldots, z_n^0)$ справедливы соотношения $\overline{W}_i(z_i^0, \upsilon) \neq \varnothing$ при любом $\upsilon \in V$.

Зафиксируем точку z^0, для которой выполнено условие 6 (соответственно 7), и введем функции

$$\alpha_i(\upsilon) = \max\{\alpha \mid \alpha \geqslant 0, -\alpha(\pi_i z_i^0 - M_i^2) \cap \pi_i \varphi_i(U_i, \upsilon) \neq \varnothing \tag{4.3}$$

$$\overline{\alpha}_i(\upsilon) = \max\{\alpha \mid \alpha \geqslant 0, -\alpha(\pi_i z_i^0 - M_i^2) \cap \mathrm{co}\, \pi_i \varphi_i(U_i, \upsilon) \neq \varnothing \tag{4.4}$$

$$\alpha_{n+j}(\upsilon) = \overline{\alpha}_{n+j}(\upsilon) = \langle p_j, \pi\upsilon\rangle$$

Обозначим

$$\delta = \inf_{\upsilon} \max_{e \in I(r)} \alpha_e(\upsilon), \qquad \delta_1 = \inf_{\upsilon} \max_{e \in I(r)} \overline{\alpha}_e(\upsilon)$$

$$V_1 = \{\upsilon \mid \alpha_i(\upsilon) = 0, \; i = 1, 2, \ldots, n\}$$

Теорема 3. Пусть точка $z^0 = (z_1^0, \ldots, z_n^0)$ удовлетворяет условию 6, $\delta > 0$ и выполнено хотя бы одно из следующих двух условий:

а) $r = 1$, б) $0 \notin \overline{\mathrm{co}\, V_1}$, $\mathrm{co}\, V_1 \subset \mathrm{con}\, V_1$

Тогда в игре Г происходит поимка.

Доказательство. При выполнении условия а теоремы выполнены условия 1, 3–5 теоремы 2, откуда следует утверждение теоремы. Пусть выполнено условие б теоремы. Тогда $\max_j \langle p_j, \pi\upsilon\rangle > 0$ для всех $\upsilon \in \overline{\mathrm{co}\, V_1}$. Поэтому по теореме Боннебласта, Карлина, Шепли ([13], с. 33) существуют

$\gamma_j \geqslant 0, \gamma_1 + ... + \gamma_r = 1$, такие, что

$$\min_{\upsilon \in co V_1} \sum_{j=1}^{r} \gamma_j \langle p_j, \pi\upsilon \rangle > 0$$

Полагая

$$p = \gamma_1 p_1 + ... + \gamma_r p_r, \quad \mu = \gamma_1 \mu_1 + ... + \gamma_r \mu_r$$

$$D_1 = \{y | \; y \in R^m, \langle p, \pi y \rangle \leqslant \mu\}$$

получаем, что $D \subset D_1$, $\inf_{\upsilon} \max_{e \in I(1)} \alpha_e(\upsilon) > 0$, где $\alpha_{n+1}(\upsilon) = \langle p, \pi\upsilon \rangle$. Тем самым теорема доказана.

Теорема 4. Пусть точка $z^0 = (\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_n)$ удовлетворяет условию 7, $\delta_1 \leqslant 0$, причем существует вектор $\upsilon_0 \in V$, такой, что

$$\delta_1 = \max_{e \in I(r)} \overline{\alpha}_r(\upsilon_0)$$

Тогда в игре Г происходит уклонение от встречи.

Доказательство данной теоремы проводится аналогично доказательству теоремы 3 из [4].

Пример 1 (см. статью, цитированную в сноске). Пусть $n_i = m$, $M_i = \{0\}$, $\varphi_i(u_i, \upsilon) = u_i - \upsilon$, $U_i = V = D_1(0)$. В этом случае $\alpha_i(\upsilon) = 0$ тогда и только тогда, когда $\|\upsilon\| = 1$ и $\langle \overset{0}{z}_i, \upsilon \rangle \leqslant 0$. Если $n \geqslant m$, то можно считать, что векторы $\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_m$ линейно независимы, и тогда при условии $\delta > 0$ условие 6 теоремы 3 будет выполнено. Получаем, что в игре Г происходит поимка, если $n \geqslant m$ и

$$0 \in \operatorname{Intco}\{\overset{0}{z}_1, ..., \overset{0}{z}_n, p_1, ..., p_r\}$$

Пример 2 [9]. Пусть $n_i = m$, $\varphi_i(u_i, \upsilon) = u_i - \upsilon$, $M_i = \{0\}$, $U_i = V = D_1(0)$, D – многогранник. В этом случае из теорем 3.4 следует, что если $n \geqslant m$, то в игре Г происходит поимка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. *Субботин А.И., Ченцов А.Г.* Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 287 с.
3. *Понтрягин Л.С.* Линейные дифференциальные игры преследования // Мат. сб. 1980. Т. 112. № 3. С. 307–330.
4. *Прокопович П.В., Чикрий А.А.* Квазилинейные конфликтно-управляемые процессы с нефиксированным временем // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 1. С. 63–71.
5. *Чикрий А.А.* Групповое преследование при ограниченных координатах убегающего // ПММ. 1982. Т. 26. Вып. 6. С. 906–913.
6. *Чикрий А.А., Раппопорт И.С.* Групповое преследование для управляемых объектов с различной инерционностью // Докл. АН СССР. 1991. Т. 321. № 3. С. 486–490.
7. *Григоренко Н.Л.* Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: Изд-во МГУ, 1990. 196 с.

8. *Пшеничный Б.Н.* Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. 1976. № 3. С. 145–146.
9. *Иванов Р.П.* Простое преследование – убегание на компакте // Докл. АН СССР. 1980. Т. 254. № 6. С. 1318–1321.
10. *Петров Н.Н.* Одна задача группового преследования с фазовыми ограничениями // Нелинейные колебания и теория управления. Ижевск: Удмурт. ун-т, 1987. С. 24–33.
11. *Варга Дж.* Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. М.: Наука, 1977. 623 с.
12. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 479 с.
13. *Партхасарати Т., Рагхаван Т.* Некоторые вопросы теории игр двух лиц. М.: Мир, 1974. 295 с.

Ижевск

Поступила в редакцию
22.VI.1992