

УДК 539.374

© 1993 г. И.В. Симонов

КАВИТАЦИОННОЕ ПРОНИКАНИЕ ТЕЛ МИНИМАЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В ПРОЧНУЮ СРЕДУ

Развивается приближенный подход к описанию глубинного проникания удлиненных тел в пластическую среду [1]. Результаты [2–5] обобщаются на иную геометрию и более широкий диапазон скоростей с разбиением на интервалы. Делается попытка осредненного описания движения в каждом из интервалов в предположении квазистационарности, дан анализ формулы для глубины внедрения. Идея М.А. Лаврентьева о близости полей скоростей и напряжений при высокоскоростных движениях тел в твердой среде и в жидкости, переведенная на язык асимптотических представлений [5], нашла развитие в гипотезе о близости конфигураций тел минимального сопротивления в прочной среде и в жидкости при условии малости отношения силы прочностного (лобового) сопротивления к силе гидродинамического сопротивления. Указывается выигрыш по массе и по глубине проникания трубчатых тел по сравнению со сплошными телами. Оцениваются границы предельных глубин проникания.

1. Абсолютно жесткое удлиненное сплошное или тонкостенное тело вращения (проникатель, пенетратор) длины L внедряется по нормали в однородное изотропное упругопластическое полупространство. Определим зависимость глубины проникания H_0 от начальной скорости тела v_0 и других параметров задачи. Основными отличиями от предыдущих теоретических исследований [4, 5] являются более широкий диапазон скоростей, включающий сверхзвуковые скорости, и учет отрыва потока среды вблизи носовой части тела. Более того, явление отрыва потока существенно используется в целях оптимизации процесса проникания при выборе конфигурации, близкой к форме тела минимального сопротивления. Поскольку ни аналитическими, ни численными методами получить удовлетворительное решение столь сложной многопараметрической существенно нелинейной задачи не представляется возможным, воспользуемся известным приемом суммирования асимптотик, косвенно обоснованный теоретически [4, 5] и экспериментально [3].

Среда характеризуется плотностью ρ_0 , скоростью распространения продольной упругой волны c и пределом текучести Мизеса τ ; модуль Юнга E используем в целях нормировки вместо более точного по смыслу модуля сжатия из соображения удобства использования справочного материала и оценочного характера получаемых результатов. Имея в виду приложения к террадинамике, по отношению к рыхлому грунту считаем, что на удалении от тела произошла упаковка, и ρ_0 – плотность в упакованном состоянии. Кроме того, форма и распределение массы по длине проникателя таковы, что он движется прямолинейно, устойчиво и без вращений, а его высокая средняя плотность $\rho_1 \gg \rho_0$ и скорость, а также его удлиненность (1.1) обеспечивают глубокое проникание ($H_0 \gg L$). Само тело считаем тонким и затупленным, а имен-

но геометрия его поверхности вне головной части длины l_0 слабо профилирована:

$$R'(x), h'(x) \ll 1, l_0 < x < L; h \ll R, l_0 \ll L \quad (1.1)$$

где R, h – внешний радиус и толщина стенок.

Дополнительно примем следующие гипотезы.

1°. Движение тела в среде можно рассматривать как квазистационарный процесс. Удлиненность и относительно большая плотность проникателя способствуют уменьшению ускорений, а при обработке экспериментальных данных [3] отмечалась незначительность присоединенной массы для подобных конфигураций, которой ниже пренебрегаем.

2°. Начальный участок входа (влияние свободной поверхности), равно как и другие переходные процессы, не учитываются.

3°. Будем опираться на известную гипотезу о близости полей скоростей и напряжений к аналогичным гидродинамическим полям.

Было показано [4, 5], что эта близость асимптотическая и вычислены поправки за счет прочности к интегральным характеристикам стационарного обтекания затупленных и заостренных гладких тел упругопластическим потоком (соответственно межзвуковым и дозвуковым). Кроме того, силы сопротивления в первом приближении описываются формулой типа формулы Понселе [2], коэффициенты в которой не тривиальным образом связаны с постоянными материала среды и формой тела. Исходя из асимптотического подхода, естественно выдвинуть предположение, что и конфигурация тела минимального сопротивления в прочной среде будет близка (в асимптотическом смысле) к профилю такого же тела в жидкости. Как известно из гидродинамики, тело, вписанное в расширяющуюся каверну за диском, минимизирует силу сопротивления [6]. Ряд опытов указывает на близость законов расширения каверн в жидкости и в твердом теле (например, [7]). Прочность, естественно, уменьшает скорость расширения каверны и, кроме того, формирует застойную зону впереди затупленной головной части проникателя, истончающуюся по мере увеличения скорости. Поэтому необходима корректировка контура при переходе от гидро- к террадинамике с целью минимизации сил сопротивления, и прежде всего следует учесть образование более узкой каверны за телом в прочной среде по сравнению с жидкостью.

Итак, считаем, что тело имеет оптимальный профиль в том смысле, что на значительном участке пути движения тела при значениях безразмерной скорости (числа Маха) $M_* < M < M_0$, $M = v/c$, v – текущая скорость, M_* – критическое (условное) значение числа Маха, при котором происходит смена режимов, происходит срыв потока среды с поверхности тела в сечении $x = x_*(R = R_*, h = h_*)$ он не соприкасается с поверхностью на протяжении $x_* < x < L$ при $M > M_*$. При $M < M_*$ пенетратор движется в режиме сплошного (квазистатического) обтекания. Подчеркнем, что цель работы – дать описание интегральных характеристик движения тел минимального сопротивления в земной среде с указанием некоторых общих принципов конструирования оптимальных конфигураций. Поиск конкретного профиля, зависящего от многих факторов, следует проводить, опираясь на пробный эксперимент в сочетании с корректировочным расчетом.

4°. Для трубы примем гипотезу изолированного элемента в виде узкой меридиональной полости, вырезанной из трубы, длины дуги a такой, что $h \ll a \ll R$. Другими словами, реализуем априорное предположение о близости (в асимптотическом смысле (1.1)) полей напряжений и скоростей около стенок трубы к аналогичным полям при обтекании плоского тела профиля, тождественного профилю меридионального сечения трубы. Влиянием различий в этих

полях, возникающих при разделении потока на внешний и внутренний, на интегральные силовые характеристики пренебрегается.

Из экспериментов со сплошными осесимметричными телами ($R \leq R_0$) следует, что влияние внешней границы мишени радиуса R_+ (заземленная, открытая) практически отсутствует, если $R_+ > 5R_0$. Экстраполируя эту грубую оценку на случай трубы (мысленно располагая эффективную границу при $R_- = \frac{1}{2}R_0$), получим, что при $h \leq h_0 < 0,1R_0$, формы каверн снаружи и внутри будут мало различаться. Подчеркнем, что в прочной малопористой среде, как и в жидкости, каверна формируется за счет сдвигов. Так, частица жидкости в форме куба на оси впереди обтекаемого тела через некоторый промежуток времени принимает причудливую форму: ее средняя линия только приблизится к точке торможения, а точки, принадлежащие верхней и нижней грани, двигаясь вдоль линий тока, обогнут фигуру и окажутся далеко вниз по потоку – деформации около оси сингулярны.

Оптимизация контура означает, что торец заточен так, чтобы обеспечить максимум расширения свободных поверхностей за точками срыва потоков, в пространство между которыми оптимальным образом вписывается изолированный элемент, и одновременно минимум значений коэффициентов гидродинамического сопротивления $C(M)$ (в математическом смысле – минимум нормы функций $C(M)$ в некотором классе функций). Компромисс между этими двумя противоречащими друг другу требованиями достигается, впрочем как и для стержнеобразных конфигураций, в зависимости от конкретного случая и возможностей, которыми располагает исследователь. Обязательна при этом минимизация поперечных сил и моментов, непременно возникающих из-за несимметрии потока относительно срединной поверхности трубы.

5°. Закон постоянного пластического трения на смачиваемых границах традиционно принимался при обработке экспериментальных данных [3, 7] и в теоретических работах [4, 5]. Обобщая этот закон, введем эффективное среднее (по пространственной и временной координате) напряжение трения $\tau^0 \leq \tau$ так же и в случае, если формируется тонкий вязкий пограничный слой.

2. Исходя из этих предположений, силу сопротивления, действующую на тело со стороны среды, представим в виде суммы слагаемых. Одно из них – гидродинамическое сопротивление, другие определяют зависимость от прочности среды [1–4]:

$$F = \frac{1}{2} C \rho_0 v^2 s + B s + \tau^0 s_{\perp}; \quad s = \pi R_*^2, \quad 2\pi R_* h_* \quad (2.1)$$

где s и s_{\perp} – текущие значения миделева сечения смоченной части тела и площадь проекций смоченных поверхностей на направление движения; B – постоянная. Формула (2.1) нашла подтверждения в теоретических и экспериментальных исследованиях [3–5]. Масштабный эффект при $v_0 \sim (10 - 10^3)$ м/с не был обнаружен для глинистых и песчаных грунтов [3, 7]. Поэтому предполагалось, что среда подчиняется определяющим соотношениям упругопластичности Мизеса. Лобовое сопротивление тогда пропорционально постоянному пределу текучести [3–5] $B = b\tau$.

Правая часть (2.1) может рассматриваться как суперпозиция двух асимптотик: при $v_0 \rightarrow \infty$ (прочностные силы пренебрежимо малы) и $v_0 \rightarrow 0$ (квазистатика). Прочностные силы исчезают при предельном переходе к жидкости $\tau \rightarrow 0$. При $M_0 = v_0 / c < 0,5$ сжимаемостью среды можно пренебречь, а величину C считать не зависящей от скорости. При околосвуковых скоростях эта зависимость уже существенна. Здесь она не конкретизируется, однако границы изменения C известны: $0 < C < 2$.

Дальнейшие упрощения связаны с заменой функций $C(M)$, $s(M)$, $s_{\perp}(M)$,... на

их осредненные значения в интервалах $M > 1$ и $M_* < M < 1$, считая, что вариации этих величин внутри сверхзвукового и гидродинамического (дозвукового) интервалов движения невелики. Тогда интеграл обыкновенного дифференциального уравнения движения тела $F = mH''(t)$ (t – время, m – масса) с начальными условиями $H(0) = 0$, $H'(0) = v_0$ берется в конечном виде, а зависимость конечной глубины проникания от скорости входа сводится к формуле:

$$H = \frac{H_0}{l} = \rho \sum_{i=1}^3 \frac{k_i}{C_i} \ln \frac{1 + A_i M_{i-1}^2}{1 + A_i M_i^2} =$$

$$= \zeta_1 + \rho \frac{k_2}{C_2} \ln \frac{1 + A_2}{1 + n_*} \quad (M_0 > 1), \quad H = \zeta_2 \quad (M_2 < M_0 < 1)$$

$$H = \frac{\rho}{C_3} \ln(1 + A_3 M_0^2) \quad (M_0 < M_2) \quad (2.2)$$

$$\zeta_i = \rho \frac{k_i}{C_i} \ln \frac{1 + A_i M_0^2}{1 + A_i M_i^2} + \frac{\rho}{C_3} \ln \left(1 + n_* \frac{b_2 C_3}{b_3 C_2} \right)$$

$$M_1 = 1, \quad M_2 = M_*, \quad k_3 = 1, \quad n_* = A_2 M_*^2$$

$$\rho = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \quad A_i = \frac{C_i}{\delta b_i}, \quad b_i = b + \frac{s_{\perp i} \tau_i^0}{s_i \tau}, \quad \delta = \frac{2\tau}{E}$$

$$\langle C \rangle = C_i, \quad \langle h_* \rangle = h_i, \quad \langle x_* \rangle = l_i, \quad \langle s_{\perp} \rangle = s_{\perp i}, \quad \langle \tau^0 \rangle = \tau_i^0 \quad (M_{i-1} < M < M_i)$$

$$k_i = h_0 / h_i, \quad m = 2\pi R_0 h_0 l \rho_1, \quad s_i \approx 2\pi R_0 h_i - \text{труба}$$

$$k_i = S / s_i, \quad m = S l \rho_1, \quad s_i = \pi R^2(l_i) - \text{стержень}$$

где R_0 , h_0 , l , $S = \pi R_0^2$ – максимальные радиус и толщина трубы, приведенная длина и мидель. При выводе были использованы гипотезы 1°–5° и указанные выше выражения для массы тела m через его плотность ρ_1 . С целью оценки величины M_* введено число n_* , равное отношению гидродинамической силы сопротивления к соответствующим прочностным силам в условный момент перехода от гидродинамического режима к режиму сплошного обтекания ($n_* \sim 10$). Очевидно, формула (2.2) остается в силе при произвольном числе участков разбиения интервала $(0, M_0)$. При фиксированных массе и скорости входа варьируемыми параметрами остаются ρ , k_i , C , δ . Из формулы (2.2) сразу следуют асимптотики:

$$H \sim \rho, \quad k_i \quad \text{при} \quad k_i, \quad \rho \rightarrow \infty \quad (2.3)$$

указывающие на характер зависимости от существенных параметров.

Оптимальные наборы C_i не сильно деформируются, и можно указать иную систему основных безразмерных величин

$$\rho, \quad k_i, \quad n_0; \quad n_0 = \rho_0 v_0^2 / (2b_1 \tau) \quad (M_0 > 1)$$

где n_0 – отношение начальной гидродинамической силы сопротивления к прочностному сопротивлению среды.

Для проведения расчетов по формуле (2.2) выберем значения $k_1 = k_2 = k$ и ρ из следующих физических соображений. Плотность типичных грунтов колеблется в небольших пределах ($\rho_0 = (1,5 - 3) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$). Наиболее подходящими материалами для изготовления глубоко проникающих в земную среду пенетраторов являются вольфрамовые сплавы (высокие динамическая прочность, температура плавления, плотность и жаростойкость). Поэтому для оценок можно принять $\rho = 7,5$. Какие-либо исследования каверн при сверхзвуковых скоростях (жидкость, прочная среда) неизвестны, кроме нескольких опытов в песках и глинистых средах (в последних фотографировались разрезы остаточных каверн), где особых изменений в кавернообразовании при переходе через скорость звука замечено не было (частное сообщение Ю.К. Бивина). Поэтому будем ориентироваться на известные эксперименты и результаты расчетов стационарных каверн в несжимаемой жидкости [8].

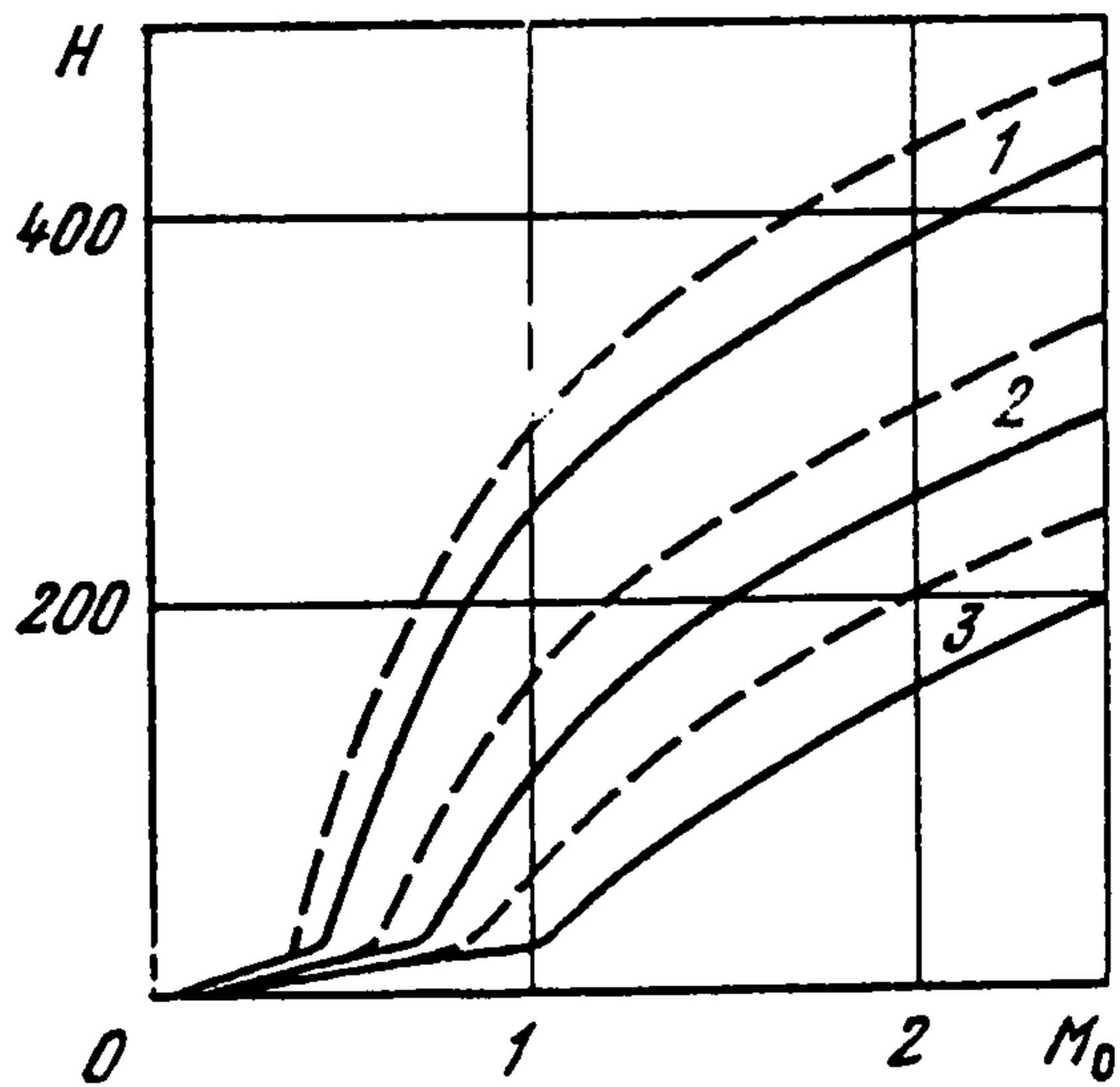
Известно, что нестационарные каверны (торможение) шире стационарных. То же самое можно сказать о кавернах в пористой жидкости. Сжимаемость, начальные напряжения и прочность вносят свои коррективы и делают задачу расчета каверн совсем не простой. Однако ясно, что если параметр n_0 достаточно велик, то и законы развития каверны в прочной среде и в жидкости будут близкими; затем по мере уменьшения скорости и возрастания роли прочностных сил, каверна в твердой среде будет сужаться. В несжимаемой жидкости при числе кавитации, равном нулю, каверна расширяется до бесконечности, и теоретически параметр k может быть сколь угодно большим.

Для расчета возьмем удлинение $L/2R_0 = 5$ (по отношению к среднему диаметру рассматриваемого ниже проникателя удлинение будет около восьми). Тогда для тела, вписанного в каверну за диском в жидкости, $R_0/R_* \approx 8$ [8]. Для грубых прикидок глубин проникания в прочную среду уменьшим это отношение вдвое ($R_0/R_* = 4$).

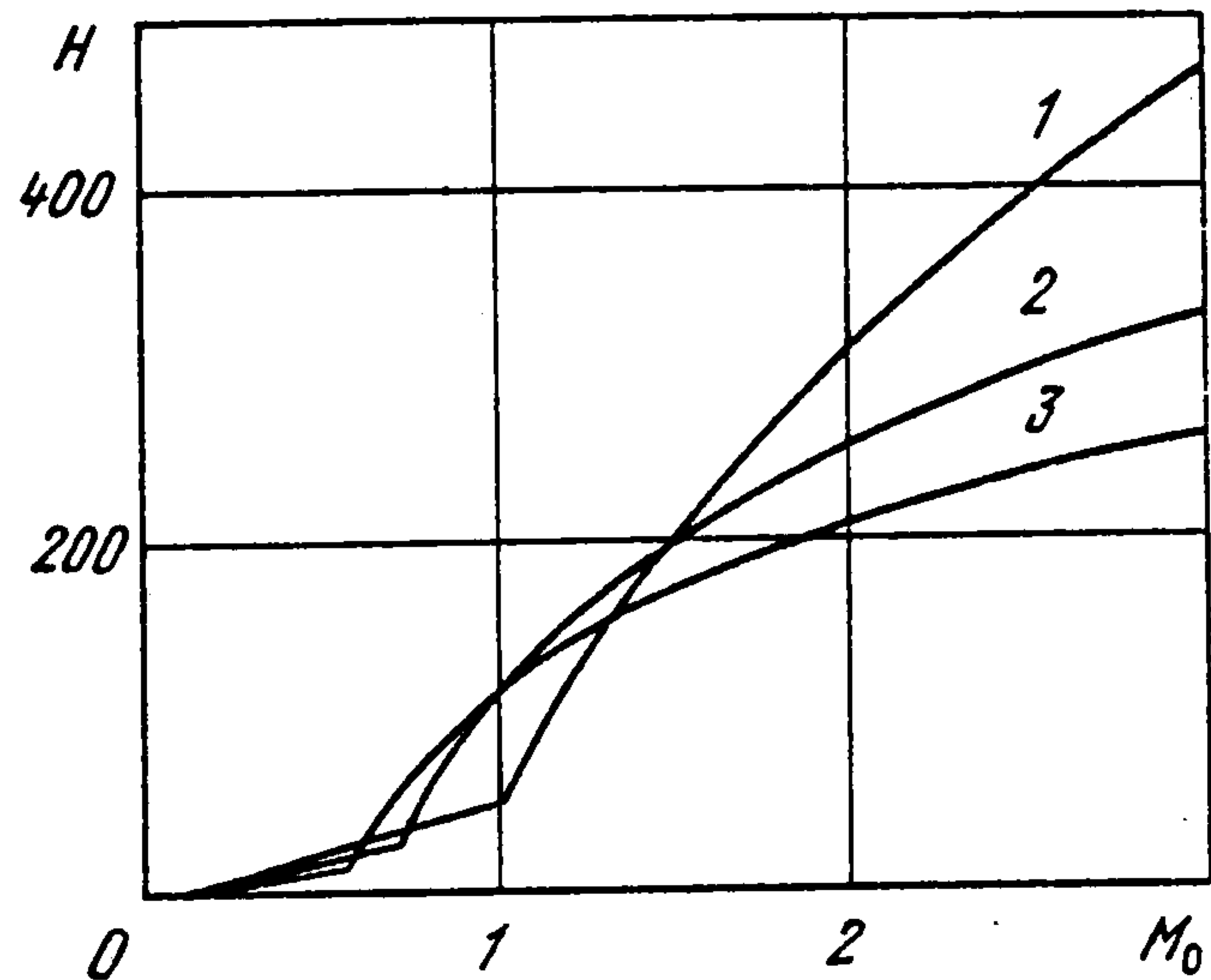
Выбор этого числа не совсем произволен. На близкое значение косвенно указывают отмеченные выше эксперименты. Кроме того, решение модельной задачи о расширяющемся и движущемся цилиндре в уплотняющейся пластической среде [9] при срачивании с асимптотикой развития каверны вблизи края диска, как в жидкости [8], дает именно такую нижнюю оценку радиуса каверны ($n_0 \gg 1$). Тогда $k = 16$. Обратим внимание на то, что $k = 1$ для цилиндра, движущегося вдоль своей оси, и это значение минимальное, так как $S \geq s$.

Введем понятие эквивалентного цилиндра – плотность (масса), приведенная длина и мидель такие же, как у проникателя с криволинейной образующей. Параметру k можно придать физический смысл отношения силы сопротивления цилиндра, эквивалентного проникателю с дискообразным наконечником, к силе сопротивления этого проникателя при кавитационном режиме обтекания, когда тело вписывается в каверну, не касаясь ее сводов. Как видно из оценок, величина k может быть довольно большой. Это, а также высокое значение относительной плотности ρ , согласно асимптотике (2.3) обуславливает существенное увеличение глубины проникания (уменьшение силы сопротивления) по сравнению с аналогичными характеристиками для тел "неоптимальной формы". Будем называть далее параметр k числом оптимальности формы тела.

Плоские каверны, как это ни странно, мало отличаются по рисунку от осесимметричных каверн [8, 10]. Соответственно для трубы примем $k = 5$ из того соображения, что поток далеко от места срыва расширится примерно так же, как и в случае стержня (несмотря на значительно большее удлинение линейного элемента), вследствие его стабилизации на некотором расстоянии от точки отрыва из-за влияния прочности среды. Обработка опытов по внедрению конусов с углами полураствора $15^\circ - 90^\circ$ в пластилин (инженерная модель глинистой среды) со скоростями $1 - 400 \text{ м/с}$ ($\tau = \tau^0$) показала, что величина $B + s_1 \tau / s$ близка к постоянной $5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ при значении $\tau \approx 2,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ и обе эти величины слабо зависят от угла конуса в широком диапазоне скоростей [3, 7]. Отсюда следует, что $b_{2,3} \approx 22$. Это значение используем при более высоких значениях скоростей, поскольку при высоких скоростях ($M > M_*$) из-за срыва потока замена τ^0 на τ не существенна, а в условиях квазистастики $\tau \approx \tau^0$. Кроме того,



Фиг. 1



Фиг. 2

данная оценка согласуется с теоретическим результатом [5]. Для глинистых, песчаных и скальных пород величина δ за некоторыми исключениями колеблется в пределах от 10^{-3} до 5×10^{-3} .

Результаты расчетов по формулам (2.2) при выборе ориентировочных средних значений коэффициентов $C_1 = 1,2$, $C_2 = 0,8$, $C_3 = 0,5$ (при учете тенденции их роста с увеличением числа Маха) для значений $\delta = 10^{-3}$ (кривые 1), $\delta = 2,5 \times 10^{-3}$ (кривые 2), $\delta = 5 \times 10^{-3}$ (кривые 3) показаны на фиг. 1 (штриховыми линиями для $n_* = 5$ и сплошными линиями для $n_* = 7,5$). На графиках можно выделить участки малых глубин проникания ($M_0 < M_*$), где выполнено большинство экспериментов, зоны быстрого и затем логарифмического роста глубины с числом Маха. Начальные участки медленного роста, где функции $H(M_0)$ аппроксимируются линейной зависимостью, соответствуют квазистатическому режиму. При увеличении относительной прочности δ или уменьшении коэффициента C_2 (фиг. 2) они заметно расширяются. Максимальная глубина H_* , достигаемая в квазистатическом режиме, инвариантна к характеристикам среды τ, E и для принятых значений параметров (сплошные линии на фиг. 1) равна ≈ 25 . Относительная прочность δ влияет логарифмически. Основная часть графика $H = H(M_0)$ сдвигается на $\approx K \times 50$ единиц вниз или вверх при уменьшении или увеличении δ в K раз. Увеличение параметра n_* в полтора раза привело к параллельному переносу области графиков $H > H_*$ вниз на ≈ 50 единиц. Из физических соображений значение $n_* = 7,5$ более реалистично (подтверждение можно будет получить при обработке соответствующих опытов). На фиг. 2 при $n_* = 7,5$ и $\delta = 2,5 \times 10^{-3}$ показаны результаты при варьировании параметров C_i : при равномерном уменьшении всех прежних значений (кривая 2) вдвое (кривая 1) и их увеличении в полтора раза (кривая 3). Можно выделить области малой вариации функции $H(M_0)$: вблизи точки $M_0 = 0$, где гидродинамическое сопротивление не существенно, и что интересно, — в зоне $1,2 < M_0 < 1,7$. Это связано с вариацией параметра M_* при изменении коэффициента C и соответственно затягивании квазистатического режима движения в сторону больших значений M_0 при уменьшении C . При этом кривые пересекаются в точках $M_0 = 1; 1,3$. Если увеличивать только коэффициент C_1 , то кривые совпадают с кривой 2 на интервале $0 < M_0 < 1$, а при $M_0 > 1$ располагаются между кривыми 2 и 3 ($1,2 \leq C_1 \leq 1,8$) или чуть ниже кривой 3 ($1,8 < C_1 \leq 2$).

Знание зависимостей $C = C(M)$ и параметров задачи в конкретных ситуациях позволит более точно прогнозировать результат. Проведенный анализ дает

возможность заключить, что при оптимизации формы и материала пенетратора реально достижимы относительные глубины $H \approx 120$ при $M_0 \approx 1$ в грунтах средней относительной прочности и $H \approx 250$ при $M_0 \approx 2$. Вариация $10^{-3} < \delta < 5 \times 10^{-3}$ приводит к следующему разбросу значений: $25 < H(M_0 = 1) < 250$ и $160 < H(M_0 = 2) < 390$.

3. При указанных значениях числа k и ρ , δ , $M_0 = \text{const}$ безразмерные глубины проникания трубы будут примерно в 3 раза меньше глубины проникания стержня. Более точная связь дается формулой (2.4), где вычитается приращение глубины H_k в квазистатическом режиме, поскольку для трубы этим приращением можно пренебречь

$$H_T \approx \frac{1}{3} H_c (1 - \alpha), \quad \alpha = H_k / H_c \quad (H_k \approx 15 + 25) \quad (2.4)$$

Благодаря оценке (2.4) результаты (фиг. 1, 2) переносятся на случаи проникания тел трубчатой формы. С другой стороны, если взять отношение абсолютных глубин, учесть приближенное равенство логарифмических слагаемых, положить $k_1 = k_2$, $C_1 = C_2$ в формуле (2.2), то получить

$$\frac{H_T}{H_c} \approx \kappa \frac{m_T}{m_c}, \quad \kappa = \frac{k_T R_0 / h_0}{k_c 2(1 + \alpha)}$$

При одинаковых массах и радиусах трубы и стержня $H_T / H_c \approx \kappa$, и даже для относительно толстостенных труб $R_0 / h_0 = 15$ будет приблизительно двойной выигрыш по глубине. Наоборот, при одинаковых глубинах проникания отношение масс равно $m_c / m_T \approx \kappa$.

Для иллюстрации возьмем двухметровую трубу из вольфрамовых сплавов ($m \approx 60$ кг, $h_0 = 5$ мм, $R_0 = 5$ см). Относительные глубины проникания такой трубы в зависимости от прочности грунта и начальной скорости внедрения оцениваются величинами

$\tau \cdot 10^{-5}$ Па	10		30			100		500		
v_0 , км/с	0,5	1	1,5	1	1,5	2	2	3	2	3
H	22	72	102	32	61	83	38	68	0	10

а максимальное нормальное напряжение, сила и перегрузка согласно формуле (2.1) таковы:

$$\sigma_m \approx 10^9 v_0^2 \text{ Па}, \quad F_m \approx 1,6 \cdot 10^5 v_0^2 H, \quad F_m / mg = 260 v_0^2$$

(v_0 – в км/с). Оценки строились в предположении $H \gg 1$; $\tau < 10$ – это рыхлые грунты, влажные глины и суглинки; $\tau < 30$ – пески, супеси, сухие глины и суглинки, мерзлые грунты, лед; $\tau < 100$ – выветренные, трещиноватые, пористые (водонасыщенные) песчаники, известняки, туфы,....; $\tau < 500$ – каменные соли, сланцы, прочные известняки, песчаники, туфы,.... Правильнее считать, что в формулах (2.1), (2.2) τ – параметр процесса, а не среды, из-за его непостоянства как параметра среды и ввиду отсутствия удовлетворительного описания поведения земной среды в широком диапазоне скоростей нагружения и величин деформаций.

В принятой модели не учтена зависимость параметров от глубины. Помимо неоднородности влияние оказывает геостатическое напряженно-деформированное состояние, иногда весьма сложное и не всегда со сжимающими напряжениями в горизонтальной плоскости. В то же время последнее заметно увеличивает силу сопротивления из-за упрочнения пород [11]. Кроме того, из опытов [3, 7] следует, что динамическая прочность τ превышает статическую в два-три раза для глинистых сред. По-видимому, для сильноповрежденных скальных и неводонасыщенных пород следует принять во внимание тот же коэффициент, для водонасыщенных или малодефектных прочных пород он будет меньше: 1 + 1,5. Существенное влияние на положение поверхности текучести оказывают предыстория, скорость нагружения и температура.

Около удлиненного проникателя одна из компонент нормальных напряжений близка к нулю. Этим объясняется небольшое по сравнению с опытами на всестороннее сжатие упрочнение среды при обтекании жесткого тела. С другой стороны, явление разупрочнения среды на волне давления (например, разжижение грунтов, разрушение структуры при наличии пористости) приводит к резкому падению величин τ и δ , а значит – к существенному поднятию графиков функции $H(M_0)$ вверх. Гидродинамический режим захватит широкую область скоростей, а penetrator будет двигаться преимущественно с минимальным сопротивлением.

Известные натурные испытания проводились с penetratorами, как правило, оживальной формы. Так, снаряд массой 145 кг, калибром 0,152 м, длиной эквивалентного цилиндра (из вольфрамового сплава) $l = 0,42$ м при начальной скорости 706 м/с заглубился в дно высохшего озера на 67 м [12]. Следовательно, относительная глубина $H = 160$. Пересчитаем глубины на другие массу, скорость и форму. Так, снаряд в q раз больше массы ($S = \text{const}$) проникнет в такую же (по осредненным характеристикам) среду примерно в q раз глубже. Увеличение скорости вдвое и усовершенствование формы снаряда, судя по графикам фиг. 1, дополнительно изменят глубину приблизительно вдвое. Значит, снаряд весом около тонны со скоростью



Фиг. 3

$v_0 \approx 1,4$ км/с пройдет расстояние около 2200 м в указанной среде. Безусловно, неоднородность, начальные напряжения, прочность значительно снизят эту величину, но и тогда она останется внушительной. Опыты [13] показали, что такие снаряды выдерживают удар по среде типа песчаника без разрушения со скоростями 2,1 км/с и еще имеется резерв.

Из теории обтекания тонких тел упругой средой при сверхрелеевских скоростях следует образование расширяющихся каверн за телом [14]. Кавитационные следы – каналы сечением $S_k \geq S$ апостериори наблюдались во всем исследуемом диапазоне скоростей (до $M_0 \sim 1$) при заметном увеличении среднего сечения канала с ростом уровня скоростей и не только во влажных глинах [7] (фиг. 3), но и в песчаниках, сухих глинах, мерзлых грунтах, во льду (частное сообщение автора этих экспериментов Ю.К. Бивина). Каналы, естественно, не остаются в песках. Однако возможны простые технические решения по укреплению стенок каверны в процессе движения пенетратора. Тогда весьма перспективной становится разработка террадинамических технологий, связанных с глубоким прониканием и формированием устойчивого канала – скважины. На некоторые из них указывали американские исследователи [15].

4. Итак, на основе ряда физических гипотез, допускающих теоретическое обоснование и экспериментальную проверку, предложены формулы для интегральных характеристик проникания жестких удлиненных, затупленных тел в пластическую среду. Ключевая идея – предположение М.А. Лаврентьева о пренебрежимой малости прочностных эффектов при высокоскоростных процессах нашла отражение при описании "нулевого приближения" к форме тела минимального сопротивления. Подчеркнем, что контур "оптимального penetrателя", вообще говоря, не игольчатый, как это может показаться с первого взгляда: удлинение обычной швейной иглки $\lesssim 50$, в то время как у описанного в разд. 2 тела оно около десяти. Результаты могут служить основой при оценке эффективности процесса проникания, при подборе оптимального режима движения и конфигурации. Метание массивных пенетраторов современными средствами разгона может проводиться с различными прикладными и научно-исследо-

вательскими целями [15] вплоть до изучения физико-химических свойств геологических разрезов на других планетах.

Оценки подтверждают интуитивные соображения об энергетически более выгодном метании полых тел по сравнению со сплошными. Однако подчеркнем следующий факт. Числа оптимальности k плоских и осесимметричных контуров пропорциональны соответственно первой степени и квадрату отношения линейных размеров миделева сечения и сечения тела в месте отрыва, а поскольку расширение каверн в том и другом случаях почти идентично, то эти числа существенно различаются. Значит оптимальное плоское тело проникнет в среду на гораздо меньшую глубину, чем осесимметричное тех же характерных размеров и плотности. Поэтому попытки оптимизации плоских тел гораздо менее успешны, чем тел вращения, а рассчитанное в приближении плоского элемента движение трубы при сопоставлении со случаем стержня дает более скромный выигрыш, чем можно было ожидать. Отсюда следует вывод, что пространственные удлиненные формы, которые можно разбить на системы плоских элементов и тел вращения, будут уступать в эффективности осесимметричным контурам. Иной вывод о преимуществе пространственных (звездообразных) форм небольшого удлинения сделан, исходя из асимптотики решения при $M \rightarrow \infty$ в газовой динамике [16] и в жидкости [17]. Тогда основную роль играет волновое сопротивление.

Подчеркнем, что проведенное выше рассмотрение относится к случаю $M \sim 1$. В жидкости при $M \sim 1$ минимум силы сопротивления достигается у "звездочек" (а не у эквивалентных конусов) только при достаточной тонкости лепестков с большими углами при вершине [17]. В прочной среде трение внесет свои коррективы. Кроме того, удлиненные тела обладают большей инерционностью по сравнению с короткими, а значит пространственные конфигурации не представляются перспективными для достижения максимальных глубин в прочных средах. В условиях квазистатики и преобладания прочностных сил, а также при оценке эффективности разрушения преград (пробивание) важным фактором становится неоднородность напряженного состояния около проникателя. Пространственные (полигранные, поликлинные) формы, как неоднократно отмечалось, обладают лучшими потенциальными возможностями в этом смысле и оптимум, вполне вероятно, иногда располагается среди этих конфигураций.

Автор благодарит Ю.К. Бивина за обсуждения и предоставленную информацию.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 16525.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бивин Ю.К., Симонов И.В. Оценки глубин проникания жестких тел в грунтовые среды при сверхзвуковых скоростях входа // Докл. АН РАН. 1993. Т. 328. № 4. С. 447–450.
2. Poncelet J. Rapport sur un Mémoire de MM Piobert et Morin, concernant les expériences faites à Metz en 1834, sur la penetration des projectiles dans divers milieux resistants et sur la rupture de corps par le choc. 1835 // Mem. Acad. sci. Paris. 1838. Т. 15. Р. 55–91.
3. Бивин Ю.К., Колесников В.А., Флитман Л.М. Определение механических свойств среды методом динамического внедрения // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 5. С. 181–185.
4. Флитман Л.М. Дозвуковое осесимметричное обтекание тонких заостренных тел вращения упругопластическим потоком // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 4. С. 155–164.
5. Флитман Л.М. Безотрывное обтекание затупленного тела высокоскоростным упругопластическим потоком // ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 4. С. 642–651.

6. Гонор А.Л., Забутная В.И. Вариационная задача о кавитационном сопротивлении тела вращения // Математическое моделирование нестационарных задач механики сплошных сред. М.: Изд-е Всесоюз. заоч. машиностроит. ин-та, 1985. С. 7–14.
7. Бивин Ю.К., Викторов В.В., Коваленко Б.Я. Определение динамических характеристик грунтов методом пенетрации // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 3. С. 105–110.
8. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 215 с.
9. Флитман Л.М. О пограничном слое в некоторых задачах динамики пластической среды // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 1. С. 131–137.
10. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.
11. Справочник физических констант горных пород / Под ред. С. Кларка М.: Мир, 1969. 543 с.
12. Yanklevsky D.Z. Nose shape effect on high velocity soil penetration // Intern. J. Mech. Sci. 1980. V. 22. № 5. P. 297–311.
13. Forrestal M.J., Lee L.M., Jenrette B.D. Laboratory – scale penetration experiments into geological targets up to impact velocities of 2,1 km/s. // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1986. V. 53. № 2. P. 317–320.
14. Симонов И.В. Трансзвуковое обтекание тонкого твердого тела упругой средой // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 1. С. 114–122.
15. Byers R.K., Yarrington P., Chabai A.J. Dynamic penetration of soil media by slender projectiles. // Intern. J. Engng. Sci. 1978. V. 16. № 11. P. 835–844.
16. Гонор А.Л., Крайко А.Н. Некоторые результаты исследования оптимальных форм при сверх- и гиперзвуковых скоростях // Теория оптимальных аэродинамических форм / Под ред. А. Миеле. М.: Мир, 1969. С. 455–492.
17. Гонор А.Л., Поручиков В.Б. Проникание тел звездообразной формы в сжимаемую жидкость // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 3. С. 405–412.

Москва

Поступила в редакцию
15.III.1993