УДК 62-50

© 1993 г. В.А. Иванов, А.М. Тарасьев, В.Н. Ушаков, А.П. Хрипунов

ЗАДАЧА ТОРЕАДОРА

Рассматривается задача сближения в условиях информационных помех. Система состоит из трех объектов, движение которых происходит на плоскости. Неподвижный объект создает информационную помеху, формируя смещенную оценку собственных координат. Эта смещенная оценка трактуется в задаче как второй (убегающий) объект. Третий объект (преследователь) формирует закон наведения по заданному правилу. Задача первого объекта, используя свои возможности по формированию смещенной оценки собственных координат (второго объекта), не допустить третий объект в заданную область истинного положения первого объекта.

Система рассматривается на фиксированном промежутке времени. Предполагается, что смещенная оценка координат со временем стремится к истинному состоянию первого объекта, что может, например, объясняться возможностью уточнения преследователем (третьим объектом) истинного состояния первого объекта за счет накопления информации в процессе наблюдения. Считается, что второй объект является управляемым и заданы геометрические ограничения по интенсивности управления (на ресурсы управления). Третий объект в рассматриваемой задаче реализует метод прямой погони с заданной интенсивностью.

Данная задача эквивалентна ситуации неподвижно стоящего тореадора (первого объекта) с плащом (второго объекта) и нападающего быка (третьего объекта).

Для решения задачи используются методы теории дифференциальных игр [1, 2]. Основу методов составляет позиционная экстремальная конструкция. Суть этой конструкции заключается в построении так называемого множества позиционного поглощения (максимального стабильного моста). Это множество обладает свойством стабильности, которое обеспечивает удержание движений управляемой системы внутри стабильного моста. Для приближенного построения стабильного моста используются алгоритмы [3-10], родственные процедурам динамического программирования [3-8]. Для построения разрешающих позиционных процедур управления применяются две конструкции. Первая конструкция (процедура управления с поводырем) использует информацию только об одном стабильном множестве. Управление, ведущее движение по мосту, строится по правилу экстремального прицеливания на движение вспомогательной системы (поводыря), идущего по мосту. Вторая конструкция (процедура "максимального увода") использует информацию о системе стабильных множеств (множествах Лебега функции оптимального гарантированного результата). Разрешающее управление строится по правилу экстремального прицеливания на ближайшую к текущей позиции точку из системы стабильных мостов, не содержащих текущей позиции.

1. Постановка задачи. На плоскости рассматриваются три объекта. Первый объект является неподвижным и расположен в начале координат. Второй объект трактуется в задаче как мнимый образ первого объекта, формируемый действием информационной помехи. Его положение задается вектором $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$. Третий объект способен получать информацию лишь о положении второго объекта и преследует его по правилу простой погони. Динамика третьего объекта описывается вектором $y(t) = (y_1(t), y_2(t))$. Система из трех объектов рассматривается на промежутке времени $[0, T]$, $T > 0$. Поведение второго (преследуемого) объекта моделируется эвристически дифференциальным уравнением второго порядка, качественно описывающим информационно-динамические процессы в системе управления:

$$\dot{x}(t) = -(A(t) + D(t))x(t), \quad x(0) = x_0 \tag{1.1}$$

Здесь $A(t)$ и $D(t)$ – квадратные диагональные матрицы второго порядка с диагональными элементами $t^2 + t + 1$ и $(t^2 + t + 1)^{-1}$ соответственно. Матрица $A(t)$ описывает процесс уточнения истинного состояния первого объекта при накоплении информации по результатам наблюдения с течением времени. Ее диагональные элементы моделируют нелинейность динамических характеристик информационного звена системы управления. Процессу уточнения препятствует действие помех на информационное звено. Это воздействие в (1.1) задается матрицей $D(t)$. Ее диагональные элементы моделируют нелинейность характеристик воздействия помех на информационное звено.

Таким образом, динамика $x(t)$ второго объекта, описываемая уравнением (1.1), характеризует смещенную оценку координат первого объекта, которая стремится с ростом времени к началу координат – истинному положению первого объекта.

Поведение третьего (преследующего) объекта описывается векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{y}(t) = -\mu(T - t)(y(t) - x(t))/\|y(t) - x(t)\| + u(t) \tag{1.2}$$

$$y(0) = y_0$$

Первое слагаемое в правой части этого уравнения означает, что преследующий объект $y(t)$ осуществляет наведение на объект $x(t)$ по правилу простого преследования с интенсивностью $\mu(T - t)$. Второе слагаемое характеризует возможности первого объекта по управлению положением своего мнимого образа (второго объекта). Считается, что управление $u(t)$ стеснено геометрическими ограничениями $\| u(t) \| < \nu$.

Задача формулируется следующим образом. Первый объект неподвижен и находится в начале координат. Второй объект $x(t)$ (преследуемый) движется из начальной точки x_0 к началу координат в силу уравнения (1.1). Третий объект $y(t)$ (преследователь) наводится на преследуемый объект $x(t)$ по правилу простой погони. Задача заключается в нахождении множества всех начальных позиций y_0 преследователя, для которых существует позиционное управление $u = u(t, x, y)$, отводящее движение преследователя $y(t)$ на отрезке времени $[0, T]$ от первого объекта, заданного кругом радиуса R с центром в начале координат. Другими словами, требуется решить задачу синтеза – определить начальные позиции y_0 и найти такое управление $u = u(t, x, y)$, которое удерживало бы движение $y(t)$ системы (1.2) с начальным условием $y(t_0) = y_0$ в дополнении до заданного круга. Данную задачу можно классифицировать как задачу позиционного управления нелинейной системой с невыпуклыми фазовыми ограничениями.

2. Построение стабильных мостов. В основе метода решения задачи лежат алгоритмы численного решения нелинейных задач управления и дифференциальных игр [9, 10] в рамках теории позиционных дифференциальных игр [1, 2]. Идею алгоритмов составляет позиционная экстремальная конструкция, в основе которой лежит понятие стабильного моста. Для численного построения стабильного моста используется попятная процедура [2, 9, 10].

На каждом шаге попятной процедуры необходимо выполнять сложные в вычислительном плане операции объединения и пересечения множеств. В настоящее время в Институте математики и механики УрО разработаны программы, реализующие эти операции на плоскости. С помощью этих программ решен ряд нелинейных игровых задач и задач управления. В частности, получила решение задача, рассматриваемая в данной работе.

Приведем строгое определение стабильности множеств.

Пусть задана управляемая система на интервале $[0, T]$

$$\dot{z} = f(t, z, u, \upsilon), \quad z(0) = z_0 \tag{2.1}$$

$$f(t, z, u, \upsilon) = \varphi(t, z) + B(t, z)u + C(t, z)\upsilon$$

$$z \in R^n, \quad u \in P \subset R^p, \quad \upsilon \in Q \subset R^q.$$

Здесь z – фазовый вектор системы, u – вектор управляющих воздействий, υ – вектор помехи, P и Q – выпуклые компакты.

Считается, что функция f: $[0, T] \times R^n \times P \times Q \to R^n$ – непрерывна, удовлетворяет условию Липшица по фазовому вектору и такова, что решения системы (2.1) продолжимы на промежуток времени $[0, T]$.

В фазовом пространстве R^n задано замкнутое множество M, а в пространстве позиций $[0, T] \times R^n$ задано замкнутое множество N.

Требуется построить позиционный способ управления $U = U(t, z)$, гарантирующий приведение движений системы (2.1) на целевое множество M и не нарушающий фазовых ограничений N: $x(t) \in M$ при некотором $t \in [0, T]$, $x(\tau) \in N$ для всех $\tau \in [0, T]$. Помеха $\upsilon \in Q$ при этом может быть самой неблагоприятной.

Определение. Замкнутое множество $W \subset [0, T] \times R^n$ называется u-стабильным мостом, если выполнены следующие условия: 1) $W \subseteq N$, 2) $W(T) \subseteq M$, 3) для любых позиций $(t_*, x_*) \in W$, моментов $t^* \in (t_*, T]$ и векторов $\upsilon \in Q$ выполнено хотя бы одно из двух соотношений

$$X_\upsilon(\tau, t_*, x_*) \cap M \neq \emptyset \text{ при некотором } \tau \in [t_*, t^*]$$

$$X_\upsilon(t^*, t_*, x_*) \cap W(t^*) \neq \emptyset$$

Множество $W(t)$ определяется формулой

$$W(t) = \{w \in R^n : (t, w) \in W\}$$

а $X_\upsilon(s, t_*, x_*)$ – область достижимости в момент s дифференциального включения

$$\dot{x} \in F_\upsilon(t, x), \quad x(t_*) = x_*$$

$$F_\upsilon(t, x) = co\{f(t, x, u, \upsilon): u \in P\}$$

Известно, что если начальная позиция $(t_*, x_*) \in W$, то существует процедура управления с поводырем U, которая решает задачу сближения с целевым множеством M при сохранении движений во множестве N. Смысл этой процедуры заключается в том, что наряду с движением (2.1) организуется вспомогательное движение поводыря, идущее внутри моста W. Параллельно реализуется управление $u \in P$, нацеливающее движение системы на поводыря. Свойства *1–3* моста W обеспечивают приведение движения системы (2.1) вместе с поводырем на цель M, удерживая при этом движения в фазовых ограничениях N. Основная тяжесть в реализации этой процедуры ложится на построение стабильного моста, который, как правило, можно вычислить лишь приближенно. Алгоритм, позволяющий реализовать на ЭВМ приближенное построение моста, представляет собой попятную дискретную схему. Процедура построения управления с поводырем разворачивается в прямом времени с учетом информации о построенном мосте W.

Приведем краткое описание алгоритмов.

Пусть $\Gamma = \{t_0 = 0, t_1,..., t_N = T\}$ – разбиение отрезка $[0, T]$, M^α – многогранник, аппроксимирующий целевое множество M, а $N^\alpha(t_i)$ – многогранник, аппроксимирующий фазовые ограничения $N(t_i)$, $t_i \in \Gamma$.

Попятная процедура построения системы множеств $\{W^\alpha(t_i): t_i \in \Gamma\}$, аппроксимирующий мост W, определяется следующими формулами:

$$W^\alpha(t_N) = M^\alpha \cap N^\alpha(t_N) \tag{2.2}$$

$$W^\alpha(t_i) = \pi(t_i, t_{i+1}, W^\alpha(t_{i+1})) \cup M^\alpha \cap N^\alpha(t_i)$$

$$\pi(t_i, t_{i+1}, W^\alpha(t_{i+1})) = \bigcap_j \bigcap_k Y^\alpha_{j,k}(t_i, t_{i+1}, W^\alpha(t_{i+1}))$$

Здесь $Y^\alpha_{j,k}(t_i, t_{i+1}, W^\alpha(t_{i+1}))$ – многогранная аппроксимация множества

$$X^\alpha_{j,k}(t_i, t_{i+1}, W^\alpha(t_{i+1})) = \{w \in R^n: w + (t_{i+1} - t_i) f^{j,k} \in W^\alpha(t_{i+1})\} \tag{2.3}$$

$$f^{j,k} = \varphi(t_i, w) + B(t_i, w)u^k + C(t_i, w)\upsilon^j$$

u^k, υ^j – вершины многогранников P^α и Q^α соответственно, аппроксимирующих компакты P и Q.

Оператор $\pi(\cdot)$, определенный последней формулой (2.2), аппроксимационно выражает последнее свойство стабильности и называется оператором стабильного поглощения [10].

В реализации соотношений (2.2) основной объем вычислений занимают операции объединения и пересечения многогранников в R^n со сложной структурой. В настоящее время алгоритмы объединения и пересечения реализованы на плоскости R^2. Поэтому попятная процедура (2.2) аппроксимационного построения стабильного моста может быть применена к двумерной нелинейной управляемой системе (1.2), движение которой необходимо удержать в дополнении до круга радиуса R с центром в начале координат.

Приведем вид попятной процедуры (2.2) для рассматриваемой задачи тореадора. В управляемой системе (1.2) роль нелинейной функции φ из (2.1) выполняет первое слагаемое в правой части, где $x(t)$ – решение (1.1). Роль матрицы B выполняет единичная матрица E второго порядка. Множество P есть круг $B(0, \nu)$ радиуса ν с центром в начале координат. Вектор помехи υ в управляемой системе (1.1) отсутствует. Для определенности полагаем, что матрица C – единичная, а множество Q состоит из единственного нулевого вектора $Q = 0$. Целевое множество M в рассматриваемой задаче не фигурирует. Для определенности полагаем, что множество M совпадает с плоскостью R^2. Множество N, задающее фазовые ограничения, есть прямое произведение отрезка времени $[0, T]$ на замкнутое дополнение $\overline{B}(0,R)$ до круга $B(0, R)$ радиуса R с центром в начале координат.

При учете введенных обозначений формулы для попятной процедуры построения системы множеств $\{W^{\alpha}(t_i): t_i \in \Gamma\}$, аппроксимирующей стабильный мост W в задаче тореодора, записывается в виде

$$W^{\alpha}(t_N) = \overline{B}(0,R) \tag{2.4}$$

$$W^{\alpha}(t_i) = \pi(t_i, t_{i+1}, W^{\alpha}(t_{i+1})) \cup \overline{B}(0,R)$$

$$\pi(t_i, t_{i+1}, W^{\alpha}(t_{i+1})) = \bigcap_k Y_k^{\alpha}(t_i, t_{i+1}, W^{\alpha}(t_{i+1}))$$

Здесь $Y_k^{\alpha}(t_i, t_{i+1}, W^{\alpha}(t_{i+1}))$ – многогранная аппроксимация множества $X_k^{\alpha}(t_i, t_{i+1}, W^{\alpha}(t_{i+1}))$, аналогичного множеству (2.3) при замене индекса j, k на k, причем

$$f^k = -\mu(T - t_i)(w - x(t_i))/\|w - x(t_i)\| + u^k,$$

$x(t_i)$ – положение в момент t_i движения $x(t)$ уравнения (1.1), u^k – вершины многогранника P^{α}, аппроксимирующего геометрический ресурс управления P – круг $B(0, \nu)$ радиуса ν с центром в начале координат.

3. Разрешающая процедура управления с поводырем. Опишем процедуру управления движением $y(t)$ системы (1.2) с поводырем $y^*(t)$ при помощи рекуррентных соотношений. Эта процедура управления основана на свойстве стабильности системы множеств $\{W^{\alpha}(t_i): t_i \in \Gamma\}$, аппроксимирующей стабильный мост W.

Полагаем

$$y^*(t_0) = y(t_0) \in W^{\alpha}(t_0) \tag{3.1}$$

На отрезке $[t_i, t_{i+1}]$ поводырь $y^*(t)$ и движение $y(t)$ системы (1.2) строятся по следующему правилу. Вычисляются векторы

$$s(t_i) = y^*(t_i) - y(t_i)$$

$$u^*(t_i) = argmax_{u^k \in P^{\alpha}} \left\langle s(t_i), u^k \right\rangle \tag{3.2}$$

Положение поводыря $y^*(t_{i+1})$ определяется из условия

$$y^*(t_{i+1}) \in \{y^*(t_i) + (t_{i+1} - t_i)F(t_i, y^*(t_i))\} \cap W^{\alpha}(t_{i+1}) \neq \emptyset$$

$$F(t_i, y^*(t_i)) = \{f \in R^2 : f = \mu(T - t_i)(y^*(t_i) - x(t_i))/\|y^*(t_i) - x(t_i)\| + u, \quad u \in P^{\alpha}\} \tag{3.3}$$

Непустота пересечения в (3.4) гарантируется последним соотношением (2.4), которое выражает свойство стабильности системы множеств $\{W^{\alpha}(t_i): t_i \in \Gamma\}$.

Движение $y(t)$ системы (1.2) на отрезке $[t_i, t_{i+1}]$ вычисляется по формуле

$$y(t) = y(t_i) + (t - t_i)(-\mu(T - t_i)(y(t_i) - x(t_i))/\|y(t_i) - x(t_i)\| + u^*(t_i)), \quad t \in [t_i, t_{i+1}] \tag{3.4}$$

Процедура управления с поводырем (3.1)–(3.4) удерживает движение $y(t)$ системы (1.2) согласно последнему соотношению (2.4) в ε-окрестности аппроксимирующей системы множеств $\{W^\alpha(t_i): t_i \in \Gamma\}$ и, следовательно, в силу первых двух соотношений (2.4), в ε-окрестности фазовых ограничений $N = [0, T] \times \overline{B}(0,R)$, причем ε стремится к нулю при диаметре $\Delta = \max_i(t_{i+1} - t_i)$, стремящемся к нулю. Такая процедура управления решает задачу удержания движения $y(t)$ нелинейной системы (1.2) в фазовых ограничениях N.

4. Экстремальное прицеливание на систему стабильных мостов. Рассмотрим задачу построения стабильного моста для системы (1.2) с фазовыми ограничениями $N = [0, T] \times \overline{B}(0,R)$, в которой будем варьировать радиус R фазовых ограничений N.

Зададимся отрезком $[R_0, R_L]$, $R_L > R_0$ и разбиением $\Gamma_R = \{R_0, R_1, \ldots, R_L\}$ отрезка $[R_0, R_L]$. Для каждого радиуса R_l из разбиения Γ_R построим систему множеств $\{W^\alpha(t_i, R_l): t_i \in \Gamma\}$, аппроксимирующую стабильный мост W. Получим систему аппроксимационных стабильных мостов $\{W^\alpha(t_i, R_l): t_i \in \Gamma, R_l \in \Gamma_R\}$.

Определим процедуру управления следующим образом. Предположим, что движение $y(t)$ системы (1.2) в момент времени t_i удовлетворяет соотношениям

$$y(t_i) \in W^\alpha(t_i, R_l), \qquad y(t_i) \notin W^\alpha(t_i, R_{l+1}) \tag{4.1}$$
$$R_{l+1} > R_l$$

Найдем точку $w^*(t_i) \in W^\alpha(t_i, R_{l+1})$, ближайшую к точке $y(t_i)$:

$$w^*(t_i) = argmin_{w \in W^\alpha(t_i, R_{l+1})} \| w - y(t_i) \| \tag{4.2}$$

Составим прицеливающий вектор

$$s(t_i) = w^*(t_i) - y(t_i) \tag{4.3}$$

Разрешающее управление $u^*(t_i)$ в момент времени t_i определяется соотношением

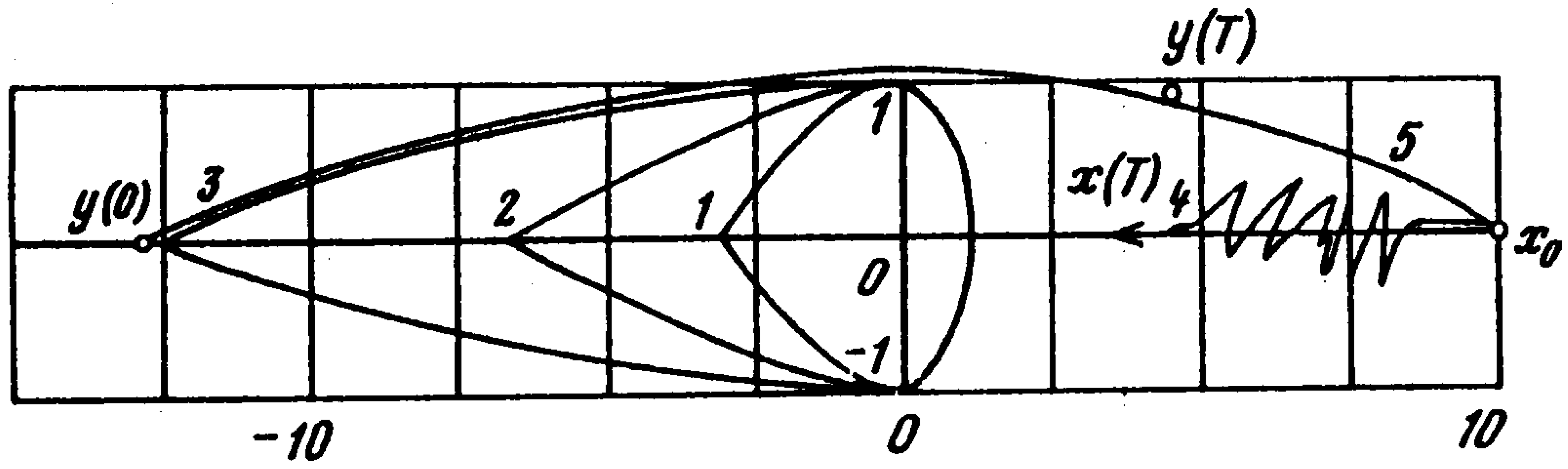
$$u^*(t_i) = argmax_{u^k \in P^\alpha} \left\langle s(t_i), u^k \right\rangle \tag{4.4}$$

Движение $y(t)$ системы (1.2) на отрезке $[t_i, t_{i+1}]$ вычисляется по формуле

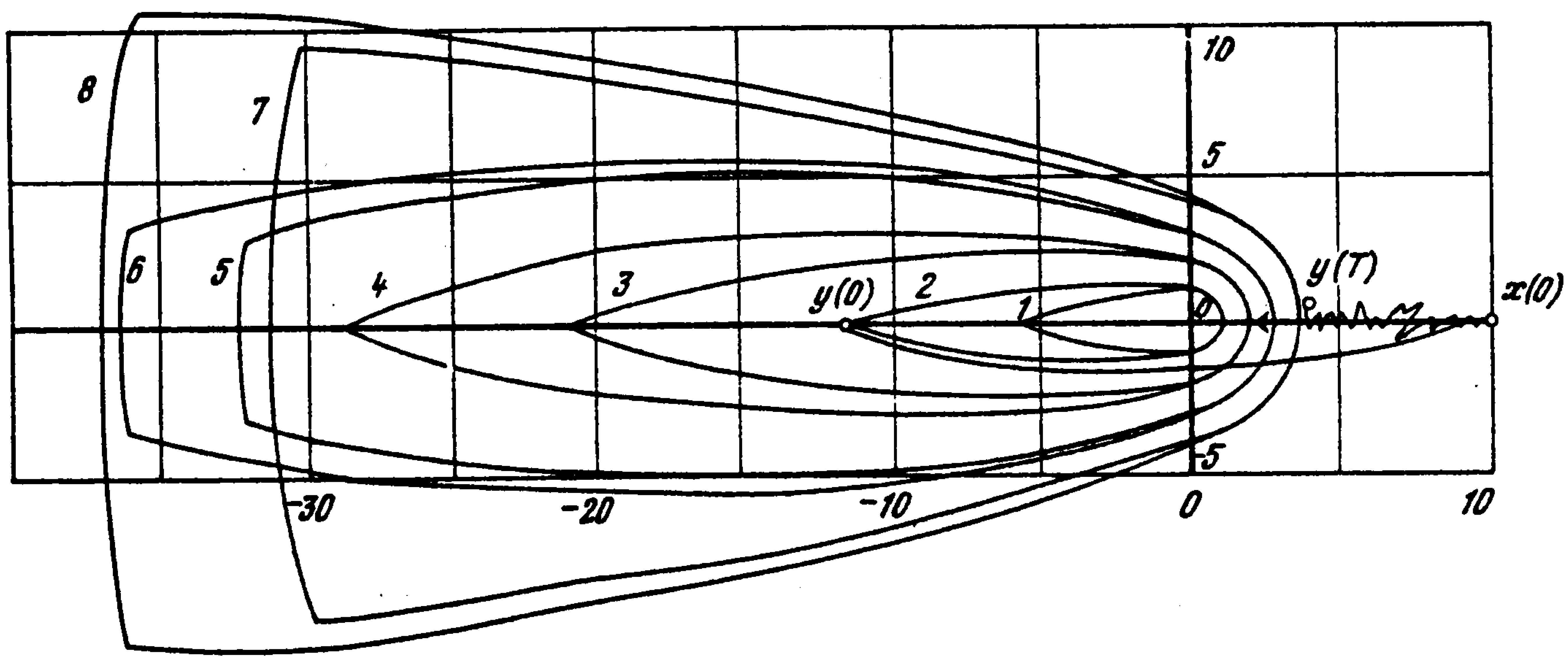
$$y(t) = y(t_i) + (t - t_i)(-\mu(T - t_i)(y(t_i) - x(t_i))/\| y(t_i) - x(t_i) \| + u^*(t_i), \tag{4.5}$$
$$t \in [t_i, t_{i+1}]$$

Описанная процедура строит разрешающее управление $u^*(t_i)$ на основе информации о всей системе вложенных стабильных мостов $\{W^\alpha(t_i, R_l): t_i \in \Gamma, R_l \in \Gamma_R\}$. В каждый момент времени t_i ищется ближайшая к текущей позиции $y(t_i)$ точка $w^*(t_i) \in W^\alpha(t_i, R_{l+1})$ из системы тех стабильных мостов, которые не содержат в силу (4.1) текущей позиции $y(t_i)$. Так как выполняется условие $R_{l+1} > R_l$, $l = 0, \ldots$ $\ldots, L - 1$, то процедуру управления (4.1)–(4.5) можно назвать процедурой "максимального увода" движения $y(t)$ третьего объекта от положения первого объекта – начала координат.

Если начальная позиция $y(t_0)$ движения $y(t)$ удовлетворяла включению $y(t_0) \in$ $\in W^\alpha(t_i, R_s)$ для некоторого $R_s \in \Gamma_R$, то движение $y(t)$ системы (1.2) процедурой



Фиг. 1



Фиг. 2

управления (4.1)–(4.5) будет удерживаться в ε-окрестности аппроксимирующей системы множеств $\{W^{\alpha}(t_i, R_s): t_i \in \Gamma\}$ и, следовательно, в силу соотношений (2.4) в ε-окрестности фазовых ограничений $N = [0, T] \times \overline{B}(0, R_s)$. Причем ε стремится к нулю при диаметре Δ разбиения Γ, стремящемся к нулю. Такая процедура управления решает задачу удержания движения $y(t)$ системы (1.2) в фазовых ограничениях $N = [0, T] \times \overline{B}(0, R_S)$.

5. Результаты моделирования на ЭВМ. Построение системы множеств $\{W^{\alpha}(t_i): t_i \in \Gamma\}$, аппроксимирующих стабильный мост W в задаче удержания движений системы (1.2) в фазовых ограничениях $N = [0, T] \times \overline{B}(0, R_s)$, проводилось, в частности, для следующих значений параметров:

$$T = 1, \ \Delta = 0{,}01, \ \mu = 100, \ \nu = 10, \ R = 1, \ x(0) = (10; 0)$$

$$y(0) = y(t_0) \in W^{\alpha}(t_0), \quad y(0) = (-12{,}5; 0) \tag{5.1}$$

P^{α} – правильный восьмиугольник, вписанный в круг радиуса $\nu = 10$ с центром в нуле.

На фиг. 1 изображены сечения в моменты $t_{76} = 0{,}75$, $t_{51} = 0{,}5$, $t_0 = 0$ системы множеств $\{W^{\alpha}(t_i): t_i \in \Gamma\}$, аппроксимирующей стабильный мост, для указанных значений параметров. Каждое из трех множеств есть дополнение до компакта, ограниченного кривой, с соответствующим номером $N = 1, 2, 3$. Приведены траектория $x(t)$ системы (1.1) и траектория $y(t)$ системы (1.2), построенная по правилу экстремального прицеливания. Траектория $x(t)$ начинается в точке $x(0) = (10; 0)$ и заканчивается в точке $x(T) = (2{,}9; 0)$. На фиг. 1 эта траектория отмечена цифрой 4, а конечная точка $x(T)$ – стрелкой. Траектория $y(t)$ (отмечена цифрой 5) начинается в точке $y(0) = (-12{,}5; 0)$ и заканчивается в точке $y(t) = (3{,}7; 1{,}1)$. Траектория $y(t)$ удержана процедурой управления с поводырем в фазовым ограничениях $N = [0, 1] \times \overline{B}(0{,}1)$.

Была построена также система аппроксимационных стабильных мостов $\{W^{\alpha}(t_i, R_l)$: $t_i \in \Gamma, R_l \in \Gamma_R\}$ для значений параметров (5.1), в которых параметр R варьировался на отрезке $[R_0, R_L]$, $R_0 = 1$, $R_L = 4$, $L = 4$ с шагом $\Delta = 1$. На фиг. 2 изображены сечения в моменты $t_{26} = 0{,}25$, $t_0 = 0$ системы аппроксимационных стабильных мостов $\{W^{\alpha}(t_i, R_l)$: $t_i \in \Gamma, R_l \in \Gamma_R\}$. Каждое из множеств $\{W^{\alpha}(t_i, R_l)$: $t_i \in \Gamma, R_l \in \Gamma_R\}$, $t_{26} = 0{,}25$, $t_0 = 0$ ($l = 1, 2, 3, 4$) есть дополнение до компакта, ограниченного кривой, с соответствующим номером $N = 2(l - 1) + j$, ($j = 1, 2, l = 1, 2, 3, 4$). Приведены траектория $x(t)$ системы (1.1) и траектория $y(t)$ системы (1.2), построенная в силу процедуры "максимального увода" (4.1)–(4.5). Траектория $x(t)$ начинается в точке $x(0) = (10; 0)$ и заканчивается в точке $x(T) = (2{,}9; 0)$. На фиг. 2 эта траектория отмечена цифрой 9, а конечная точка $x(T)$ – стрелкой. Траектория $y(t)$ (отмечена числом 10) начинается в точке $y(0) = (-12{,}5; 0)$ и заканчивается в точке $y(t) = (3{,}9; 0{,}03)$. Траектория $y(t)$ удерживается процедурой "максимального увода" в фазовых ограничениях $N = [0, 1] \times \overline{B}(0{,}1)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н.Н.* Управление динамической системой. М.: Наука, 1985. 518 с.
2. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
3. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 479 с.
4. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 400 с.
5. *Лейтман Дж.* Введение в теорию оптимального управления. М.: Наука, 1968. 190 с.
6. *Понтрягин Л.С.* Линейные дифференциальные игры преследования. // Мат. сб. 1980. Т. 112. № 3. С. 307–330.
7. *Пшеничный Б.Н.* Структура дифференциальных игр // Докл. АН СССР. 1969. Т. 184. № 2. С. 285–287.
8. *Fleming W.H.* The convergence problem for differential games // J. Math. Analysis and Appl. 1961. V. 3. N 1. P. 102–116.
9. *Ушаков В.Н.* К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения – уклонения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1980. N 4. С. 29–36.
10. *Тарасьев А.М., Ушаков В.Н., Хрипунов А.П.* Об одном вычислительном алгоритме решения игровых задач управления // ПММ. 1987. Т. 51. Вып. 2. С. 219–222.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
29.X.1991