

УДК 539.3:534.1

© 1993 г. А.П. Чугайнова

АВТОМОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О ДЕЙСТВИИ БЕГУЩЕЙ НАГРУЗКИ НА ГРАНИЦУ НЕЛИНЕЙНОУПРУГОГО СЛАБОУНИЗОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Исследуется решение автоматической задачи о действии бегущей нагрузки на границу нелинейно-упругого слабоанизотропного полупространства. Решение строится в виде системы квазипродольной и квазипоперечных двумерных стационарных простых и ударных волн. Нелинейные эффекты оказываются существенными при построении системы квазипоперечных волн.

Данная работа – непосредственное продолжение [1], где исследуются стационарные двумерные простые и ударные волны. Обсуждался [2, 3] вопрос о влиянии нелинейности на задачу об отражении продольной слабой ударной волны от плоской границы в упругом теле и показано, что нелинейность оказывает существенное влияние на решение, если угол между фронтом волны и стенкой близок к предельному (в случае изотропного тела – к $\pi/2$). В общем случае, как показано ниже, малые нелинейность и анизотропия уже в главном порядке определяют характер и порядок следования квазипоперечных волн. При стремлении нелинейности и анизотропии к нулю область, занятая этими волнами, уменьшается и в пределе они сливаются в одну поперечную волну.

Были приведены [4] решения частных плоских автоматических краевых задач об отражении ударных волн от границы изотропного нелинейно-упругого полупространства.

1. Пусть нелинейно-упругая слабоанизотропная нетеплопроводная среда занимает полупространство $\eta_1 \geq 0$ ($\eta_i, i = 1, 2, 3$ – лагранжевы координаты, в ненапряженном состоянии – декартовы прямоугольные) и к плоскости $\eta_1 = 0$ приложены напряжения, принимающие постоянные значения в каждой из полуплоскостей $\eta_1 = 0, \eta_2 < Wt; \eta_1 = 0, \eta_2 > Wt$ ($W = \text{const}$).

Введем систему координат v_1, v_2, v_3 : $v_1 = \eta_1, v_2 = \eta_2 - Wt, v_3 = \eta_3$, в которой задача автоматическая: решение зависит от v_1/v_2 . Если W достаточно велико [1–3], возмущение от границы $v_1 = 0$ в область $v_1 > 0$ распространяется в виде двумерных простых и ударных волн.

Будем предполагать, что напряжения $\Delta\sigma_{ij}$, которые возникают в среде при прохождении волн, малы и их порядок не превосходит ϵ . Тогда можно рассмотреть задачу о действии бегущей нагрузки в линеаризованной постановке. В качестве первого приближения возьмем решение линейной задачи для изотропной среды. Решение нелинейной задачи для слабоанизотропной среды будет найдено как следующее приближение.

Изменение тензора напряжений можно представить в виде суммы $\Delta\sigma = \Delta_1\sigma + \Delta_2\sigma$, где $\Delta_1\sigma$ – изменение напряжений в продольной волне, $\Delta_2\sigma$ – в поперечной. Для явного вычисления последних величин введем две системы

координат ξ'_i и ξ''_i , получающиеся из системы v_i поворотом вокруг оси v_3 на углы $\alpha = \arcsin \sqrt{\mu / (\rho_0 W^2)}$ и $\alpha_1 = \arcsin \sqrt{(\lambda + 2\mu) / (\rho_0 W^2)}$, так, чтобы оси ξ'_2 и ξ''_2 были направлены вдоль фронтов соответствующих волн. Компоненты тензора напряжений в системах координат ξ'_i и ξ''_i обозначим σ'_{ij} и σ''_{ij} . Тогда в продольной волне в тензоре $\Delta_1 \sigma$ будет отлична от нуля только одна компонента $\Delta \sigma''_{11}$, а в поперечной волне в тензоре $\Delta_2 \sigma$ – только компоненты $\Delta \sigma'_{21}$ и $\Delta \sigma'_{31}$. Возвращаясь в систему v_i и используя граничные условия, получим

$$\Delta \sigma_{11} = \cos^2 \alpha_1 \Delta \sigma''_{11} + \sin \alpha \cos \alpha \Delta \sigma'_{21} = \Delta \sigma_{11}^Y$$

$$\Delta \sigma_{21} = -\sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \Delta \sigma''_{11} + \cos^2 \alpha \Delta \sigma'_{21} = \Delta \sigma_{21}^Y$$

$$\Delta \sigma_{31} = \cos \alpha \Delta \sigma'_{31} = \Delta \sigma_{31}^Y$$

где $\Delta \sigma_{ij}^Y$ – компоненты тензора напряжений, заданные на границе.

Эти соотношения позволяют выразить $\Delta \sigma''_{11}$, $\Delta \sigma'_{21}$, $\Delta \sigma'_{31}$ через граничные значения напряжений, т.е. определить интенсивности входящих в решение задачи волн.

При изменении $\Delta \sigma''_{11}$ точка σ_{11} , σ_{21} , σ_{31} в пространстве напряжений движется по прямой, а при изменении $\Delta \sigma'_{21}$, $\Delta \sigma'_{31}$ эта точка описывает плоскость. Угол β между прямой и нормалью к плоскости определяется формулой $\cos \beta = \cos(\alpha_1 - \alpha)$. Угол $\beta = 0$ только если $\alpha_1 = \alpha$. Разность $\alpha_1 - \alpha$ всегда конечна, поэтому угол между прямой и плоскостью не равен $\pi/2$. Угол между прямой и плоскостью не равен нулю, так как $\beta = \pi/2$, только когда $\alpha_1 = \alpha + \pi/2$, что невозможно.

Упомянутая выше прямая в рассматриваемой задаче должна проходить через точку, соответствующую начальному значению напряжений σ_{ij}^0 (до прохождения волн), а плоскость – через точку, соответствующую измененным напряжениям σ_{ij}^Y ($\sigma_{ij}^Y = \sigma_{ij}^0 + \Delta \sigma_{ij}^Y$). Точка пересечения прямой и плоскости A позволяет определить напряжения в области между продольной и поперечными волнами σ_{ij}^* .

При рассмотрении нелинейных волн через начальное состояние проходит кривая L , соответствующая квазипродольным волнам. Кривая L представляет собой отрезок интегральной кривой простой неопрокидывающейся волны или эволюционный отрезок ударной поляры [5]. Для простоты можно рассматривать проекцию кривой L , заданной в девятимерном пространстве σ_{ij} , на трехмерное пространство σ_{i1} . В каждой точке A кривой L можно построить двумерную поверхность S_A , соответствующую изменению величин в последовательности двух квазипоперечных волн [1], которую тоже будем проектировать на трехмерное подпространство σ_{i1} . Для решения нелинейной задачи нужно так выбрать точку A , чтобы поверхность прошла через точку σ_{i1}^Y , соответствующую граничным условиям. Координаты точки A при этом задают напряжения между квазипродольной и первой из квазипоперечных волн. Так как кривая L и поверхности S_A имеют касательные [1, 5], то, очевидно, если точки σ_{i1}^0 и σ_{i1}^Y достаточно

близки, то задача становится линейной и, следовательно, имеет единственное решение.

Влияние слабой нелинейности и слабой анизотропии приводит к тому, что поперечная волна расщепляется на две или более квазипоперечные волны, движущиеся с близкими скоростями. Если не рассматривать детали, связанные с расщеплением поперечной волны в решении первого приближения на две или более квазипоперечных простых и ударных волн, то решение слабонелинейной задачи с малой анизотропией близко к решению в первом приближении.

В частности, можно показать, что положение точки A отличается от положения этой точки, полученного из первого приближения на величину порядка $\chi = \max\{\varepsilon^2, g\varepsilon\}$, где g – параметр анизотропии. Это связано с тем, что в рассматриваемой области размера порядка ε углы между касательными к кривой L и соответствующей прямой первого приближения, а также между касательными плоскостями к S_A и соответствующей плоскостью первого приближения имеют порядок величины, не превышающей $\max\{\varepsilon, g\}$.

Эффекты нелинейности, а также сильного влияния малой анизотропии на решение задачи проявляются в поведении квазипоперечных волн так же, как это имеет место при изучении одномерных нестационарных задач [6, 7]. Поведение величин в квазипоперечных стационарных двумерных простых и ударных волнах с точностью до χ не отличается от поведения в одномерных нестационарных простых и ударных волнах [1] и, следовательно, построение этих волн может проводиться аналогично тому, как это сделано в одномерных нестационарных задачах. Однако в отличие от одномерных нестационарных задач в рассматриваемом случае состояние среды, по которому распространяются квазипоперечные волны, не задано, а "приготавливается" квазипродольной волной.

2. Для описания процессов в квазипоперечных волнах в нелинейно-упругой среде с малой анизотропией общего вида вводится двумерный потенциал F [8] (как функция σ_{21}, σ_{31}), который входит в уравнения движения двумерных стационарных квазипоперечных волн и условия на скачках

$$F = \frac{1}{2}(f - g) \sigma_{31}'^2 + \frac{1}{2} \sigma_{21}'^2 - \frac{1}{8} k (\sigma_{31}'^2 + \sigma_{21}'^2)^2 + \\ + s \sigma_{21}' \sigma_{31}' + \frac{1}{2} (p \sigma_{21}' + q \sigma_{31}') (\sigma_{31}'^2 + \sigma_{21}'^2) + e \sigma_{31}'^3 + d \sigma_{21}'^3$$

где f, g, k, s, p, q, e, d – константы, выражения для которых получены в [8]. Константы f, g, k имеют следующий физический смысл: малая величина g – параметр анизотропии, $p, q, e, d \sim g, f/\mu$ – характеристическая скорость при отсутствии нелинейности и анизотропии, k – упругая константа среды, характеризующая нелинейные свойства среды в квазипоперечных волнах.

При $d = e = 0$, например для сред, обладающих некоторыми свойствами симметрии (трансверсально-изотропных и ортотропных упругих сред), параллельным переносом осей координат в плоскости $\sigma_{21}' \sigma_{31}'$ можно избавиться от кубических членов в выражении для F [8]. Новое начало координат должно находиться в точке $O_*(2q/k; 2p/k)$. Последующим поворотом около нового начала координат O_* на угол φ функция F для анизотропной среды приводится к виду

$$F = \frac{1}{2}(f^n - g^n) \sigma_{31}^{n2} + \frac{1}{2}(f^n + g^n) \sigma_{21}^{n2} - \frac{1}{8} k (\sigma_{31}^{n2} + \sigma_{21}^{n2})^2 \\ f^n = f + 4 \frac{p^2 + q^2}{k}; \quad g^n = \left[\left(g + 2 \frac{p^2 - q^2}{k} \right)^2 + \left(s + 4 \frac{pq}{k} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{21}^n &= (-\sigma'_{31} + 2q/\kappa) \sin \varphi + (\sigma'_{21} - 2p/\kappa) \cos \varphi \\
\sigma_{31}^n &= (\sigma'_{31} - 2q/\kappa) \cos \varphi + (\sigma'_{21} - 2p/\kappa) \sin \varphi \\
\operatorname{tg} 2\varphi &= -(s + 4pq/\kappa) [g + 2(p^2 - q^2)/\kappa]
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

В дальнейшем исследование квазипоперечных волн будем проводить в осях $\sigma_{21}^n, \sigma_{31}^n$, индекс n – опускать.

В решении нелинейной задачи участвуют две квазипоперечные простые волны. Углы между осью v_2 и направлением распространения этих двух волн определяются соотношениями [1]

$$\begin{aligned}
\theta_{1,2} &= \alpha + \psi_{1,2}, \quad \alpha = \arcsin \sqrt{\mu/\rho_0 W^2} \\
\psi_{1,2} &= A^{-2} [C^2 - f + \kappa(\sigma_{21}^2 + \sigma_{31}^2 \pm ((\sigma_{31}^2 - \sigma_{21}^2 + 2q/\kappa)^2 + 4\sigma_{31}^2 \sigma_{21}^2)^{1/2})] \\
A^2 &= 2\rho_0 W^2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad C^2 = \rho_0 W^2 \sin^2 \alpha
\end{aligned}
\tag{2.2}$$

В [1] свойства квазипоперечных волн изучались в переменных $l_i = \partial w_i / \partial v_1$, где w_i – компоненты вектора перемещений. Между переменными l_i ($i = 2, 3$) и σ_{21}, σ_{31} имеют место соотношения

$$\sigma_{21} = \mu l_2 + O(\epsilon \chi), \quad \sigma_{31} = \mu l_3 + O(\epsilon \chi)
\tag{2.3}$$

Интегральные кривые стационарных квазипоперечных простых волн описываются дифференциальными уравнениями [1]

$$\frac{d\sigma_{21}}{d\sigma_{31}} = \frac{\sigma_{21}^2 - \sigma_{31}^2 - 2g/\kappa \mp ((\sigma_{21}^2 - \sigma_{31}^2 - 2g/\kappa)^2 + 4\sigma_{21}^2 \sigma_{31}^2)^{1/2}}{2\sigma_{21} \sigma_{31}}
\tag{2.4}$$

Вид интегральных кривых (2.4) и изменение величин $\psi_{1,2}$ вдоль них исследованы в [1].

Ударная поляра стационарных квазипоперечных ударных волн на плоскости $\sigma_{21} \sigma_{31}$ задается уравнением [1]

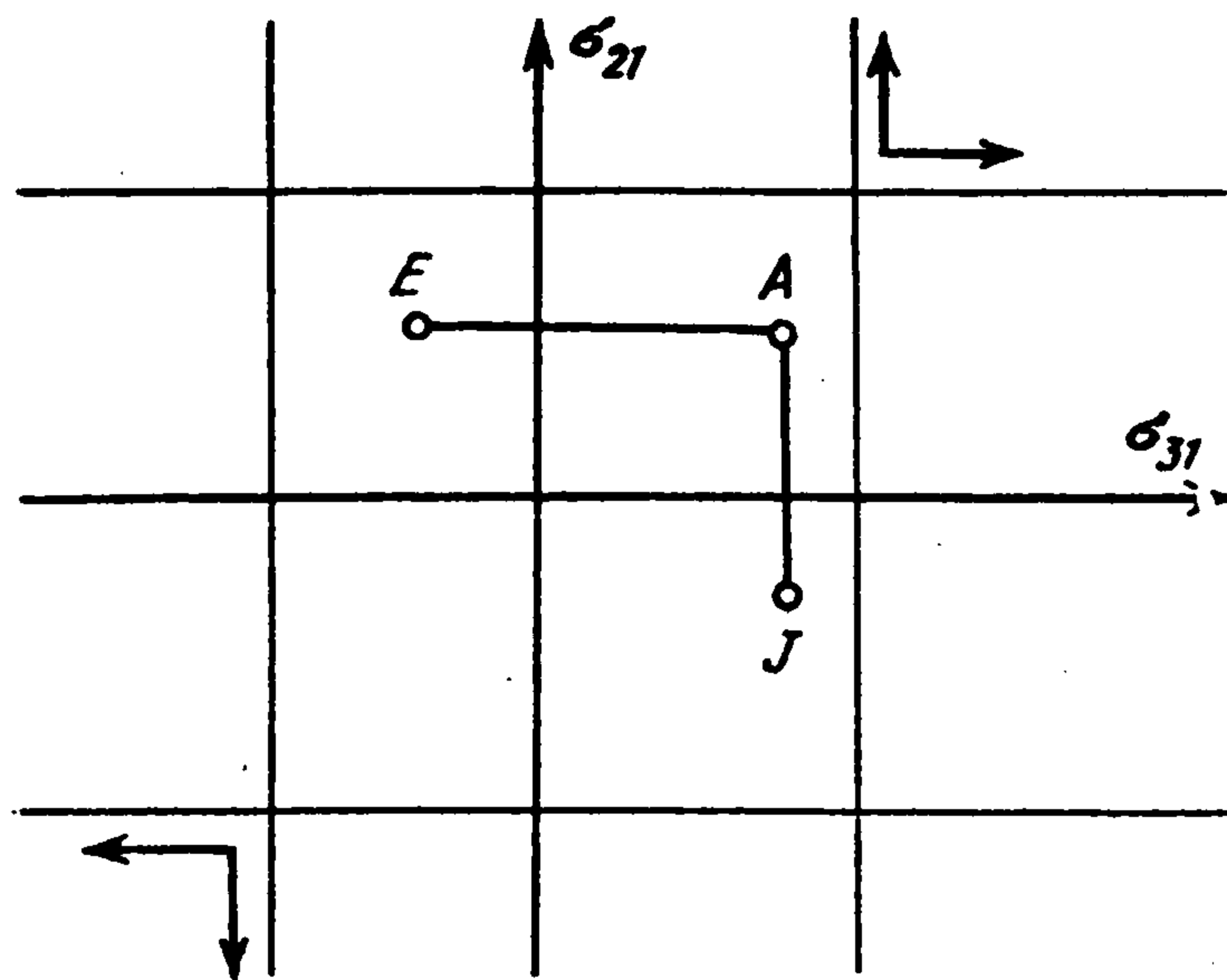
$$\begin{aligned}
(\sigma_{21}^2 + \sigma_{31}^2 - R^2) (\sigma_{31}^* \sigma_{21} - \sigma_{21}^* \sigma_{31}) + 2g\kappa^{-1} (\sigma_{21}^* - \sigma_{21}) (\sigma_{31}^* - \sigma_{31}) &= 0 \\
R^2 &= \sigma_{21}^{*2} + \sigma_{31}^{*2}
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

Здесь σ_{i1}^* ($i = 2, 3$) – значение напряжений перед квазипоперечной ударной волной. Вид ударной поляры (2.5) и ее отрезки, удовлетворяющие одновременно условиям неубывания энтропии и эволюционности, определены в [1].

Для построения части решения задачи о бегущей нагрузке, соответствующей системе квазипоперечных волн, необходимо на плоскости $\sigma_{21} \sigma_{31}$ соединить точку σ_{i1}^* , соответствующую состоянию за квазипродольной волной, и точку σ_{i1}^γ ,

соответствующую граничным условиям ($\sigma_{i1}^\gamma = \sigma_{i1}^0 + \Delta \sigma_{i1}^\gamma$), используя при этом

интегральные кривые квазипоперечных простых неопрокидывающихся волн и эволюционные участки ударной поляры квазипоперечных ударных волн, соблюдая порядок следования волн, определяемых их скоростями. Решение задачи о бегущей нагрузке строится аналогично решению задачи о действии



Фиг. 1

внезапной нагрузки на границу нелинейно-упругого полупространства [6, 7]. В [6, 7] приведены все возможные решения в виде систем квазипоперечных волн в зависимости от положения начальной точки σ_{i1}^* и положения конечной точки σ_{i1}^γ .

Анизотропия состояния перед системой квазипоперечных волн, от которой зависит качественный вид интегральных кривых простых квазипоперечных волн и ударной, поляры квазипоперечных ударных волн, определяется величиной g [6, 7], которая, по предположению, не превосходит ε . Если анизотропия вызвана начальной деформацией, то

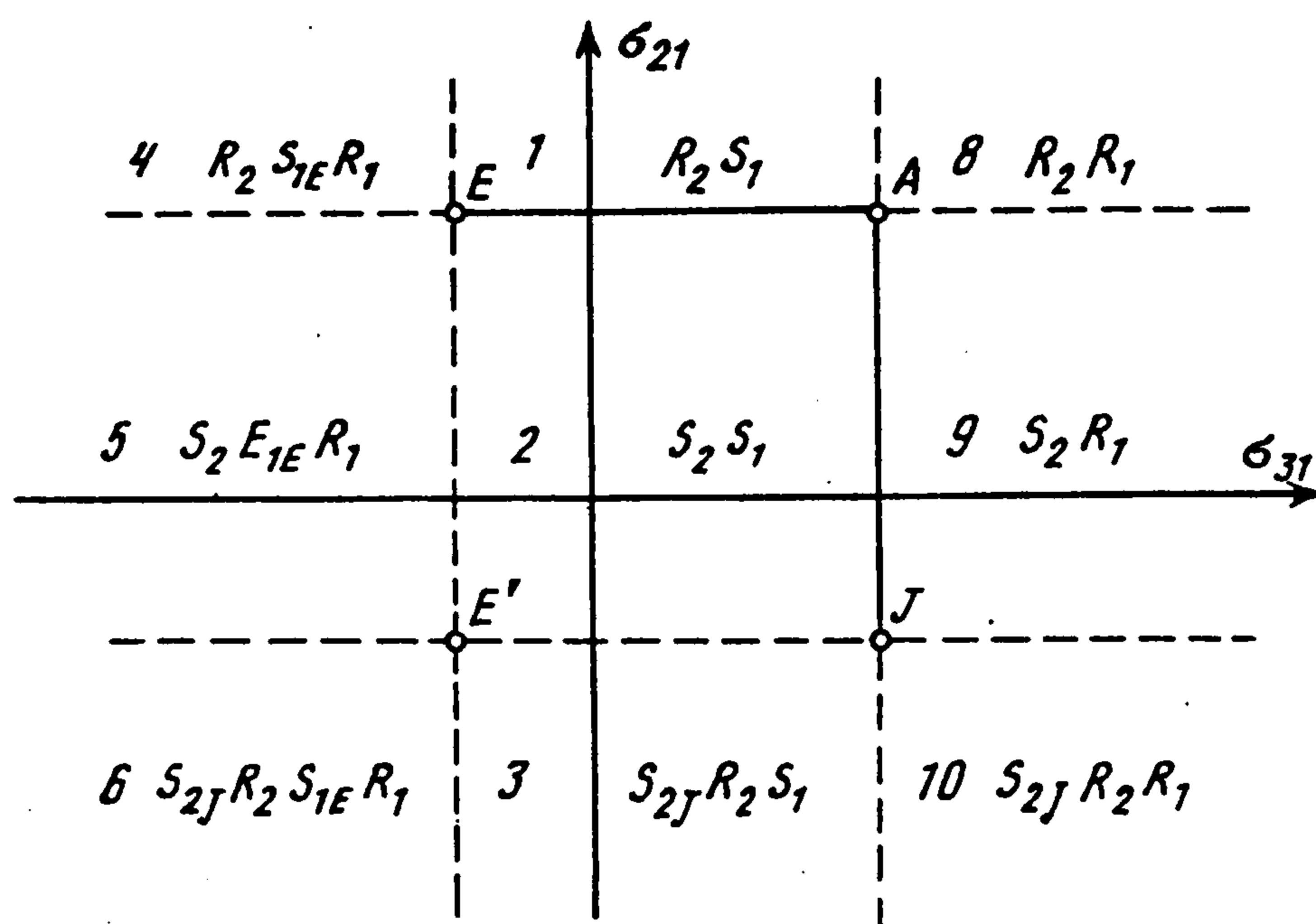
$$g \approx \frac{\mu + \frac{3}{4}\gamma}{2\mu\sqrt{\mu\rho_0}} (\sigma_{22} - \sigma_{33})$$

где γ – упругая константа среды. Величина разности $\sigma_{22} - \sigma_{33}$ зависит от начальной деформации, от интенсивности квазипродольной волны (определяемой значениями σ_{i1}^0 и σ_{i1}^γ) и от W (ниже это будет показано).

3. Построим систему квазипоперечных волн в случае общего положения, когда величина g имеет порядок ε и значения напряжений в области между квазипродольной волной и системой квазипоперечных волн σ_{i1}^* тоже порядка ε .

Поведение квазипоперечных простых и ударных волн существенно зависит от знака упругой константы k [6, 7]. Рассмотрим случай $k > 0$. Интегральные кривые простых квазипоперечных волн представляют собой два ортогональных семейства прямых для быстрых и медленных волн [1]. Быстрым простым волнам соответствует ψ_1 в равенстве (2.2) ($\psi_1 > \psi_2$), интегральные кривые этих волн параллельны оси σ_{21} (фиг. 1). Медленным волнам соответствует величина ψ_2 , интегральные кривые этих волн параллельны оси σ_{31} . Быстрые и медленные простые волны не опрокидываются при выполнении условий $\psi_1 > 0$, $\psi_2 > 0$ [1]. На фиг. 1 стрелками обозначено направление изменения величин σ_{31} , σ_{21} в квазипоперечных простых неопрокидывающихся волнах.

Ударная поляра квазипоперечных ударных волн представляет собой две пересекающиеся в начальной точке $A(\sigma_{31}^*, \sigma_{21}^*)$ прямые $\sigma_{21} = \sigma_{21}^*$, $\sigma_{31} = \sigma_{31}^*$. Мед-



Фиг. 2

ленным ударным волнам соответствует отрезок эволюционности AE (фиг. 1) ударной поляры $\sigma_{31}^* \geq \sigma_{31} \geq -\frac{1}{2}\sigma_{31}^*$ на прямой $\sigma_{31} = \sigma_{31}^*$ [1, 6]. Быстрым ударным волнам соответствует отрезок эволюционности AJ (фиг. 1) ударной поляры $\sigma_{21}^* \geq \sigma_{21} \geq -\frac{1}{2}\sigma_{21}^*$ на прямой $\sigma_{21} = \sigma_{21}^*$.

Точку J и E являются точками Жуге. В точке J величина ψ , вычисленная вдоль ударной поляры [1], совпадает с величиной ψ_1 , вычисленной вдоль интегральной кривой быстрой простой волны по формуле (2.2), аналогично в точке E выполняется равенство $\psi = \psi_2$.

На фиг. 2 приведены системы квазипоперечных простых и ударных волн, представляющих собой решение для различных положений точки $\sigma_{21}^y, \sigma_{31}^y$. На фиг. 2 использованы обозначения: $R_1 R_2$ – соответственно медленная и быстрая простые волны, $S_1 S_2$ – медленная и быстрая ударные волны, S_{1E} – медленная ударная волна Жуге (скачок $A \rightarrow E$), S_{2J} – быстрая ударная волна Жуге (скачок $A \rightarrow J$).

Решение представляет собой последовательность быстрой и медленной волны. В областях 3, 10, 6 решение содержит быструю сложную волну $S_{2J} R_2$. Быстрая сложная волна – это две односторонних волны, движущиеся с близкими скоростями, в данном случае это быстрая ударная волна Жуге и быстрая простая волна. В областях 4, 5, 6 решение содержит медленную сложную волну $S_{1E} R_1$. Медленная сложная волна – это последовательность медленной ударной волны Жуге и медленной простой волны.

В медленных волнах при $k > 0$ меняется компонента σ_{31} , в быстрых компонента σ_{21} .

Решение задачи в случае $k < 0$ строится аналогично [7] и также представляет собой последовательность двух волн.

Квазипродольная волна может изменить знак разности $\sigma_{22} - \sigma_{33}$, не изменяя порядок этой величины. В этом случае решение для системы квазипоперечных волн тоже будет представлять последовательность двух волн. Однако теперь в быстрой волне будет изменяться компонента σ_{31} , а в медленной σ_{21} , т.е. изменится порядок следования волн.

осей σ'_{21} , σ'_{31} на угол φ (2.1) (фиг. 3). Затем в плоскости π в координатах σ^*_{21} , σ^*_{31} отмечаются точки $E(-\frac{1}{2}\sigma^*_{31}; \sigma^*_{21})$, $J(\sigma^*_{31}; -\frac{1}{2}\sigma^*_{21})$, $E'(-\frac{1}{2}\sigma^*_{31}; -\frac{1}{2}\sigma^*_{21})$.

Таким образом, прямыми AJ , AE , EE' , $E'J$ плоскость π будет разбита на 9 областей, в которых решение строится описанным выше способом.

При изменении граничных условий σ^{γ}_{i1} плоскость π будет изменять свое положение в пространстве σ_{i1} , оставаясь ортогональной вектору \mathbf{n} . Вследствие этого изменятся координаты точки $A(\sigma^*_{i1})$. В плоскости π точка A будет двигаться по прямой, которая является проекцией на плоскость π прямой, проходящей через точку σ^0_{i1} и имеющей направляющий вектор \mathbf{n}_1 . Поскольку вектор \mathbf{n}_1 лежит в плоскости, ортогональной плоскости π , то, очевидно, точка A движется в плоскости π по прямой l_1 .

Кроме того, при изменении σ^{γ}_{i1} изменяется положение осей σ^n_{21} , σ^n_{31} в плоскости π , поскольку изменяется интенсивность входящей в решение квазипродольной волны. Как отмечено ранее, прошедшая квазипродольная волна изменяет величину g^n , характеризующую анизотропию среды. Угол φ , определяющий положение осей σ^n_{21} , σ^n_{31} , зависит от величины g^n (2.1). Таким образом, при изменении σ^{γ}_{i1} положение прямых AJ , AE , EE' , $E'J$ изменяется в пространстве σ_{i1} и семейства этих прямых представляют собой поверхности, на которых меняется тип решения.

Точка A расположена на оси σ^n_{21} , если выполняется равенство, вытекающее из формул (2.1)

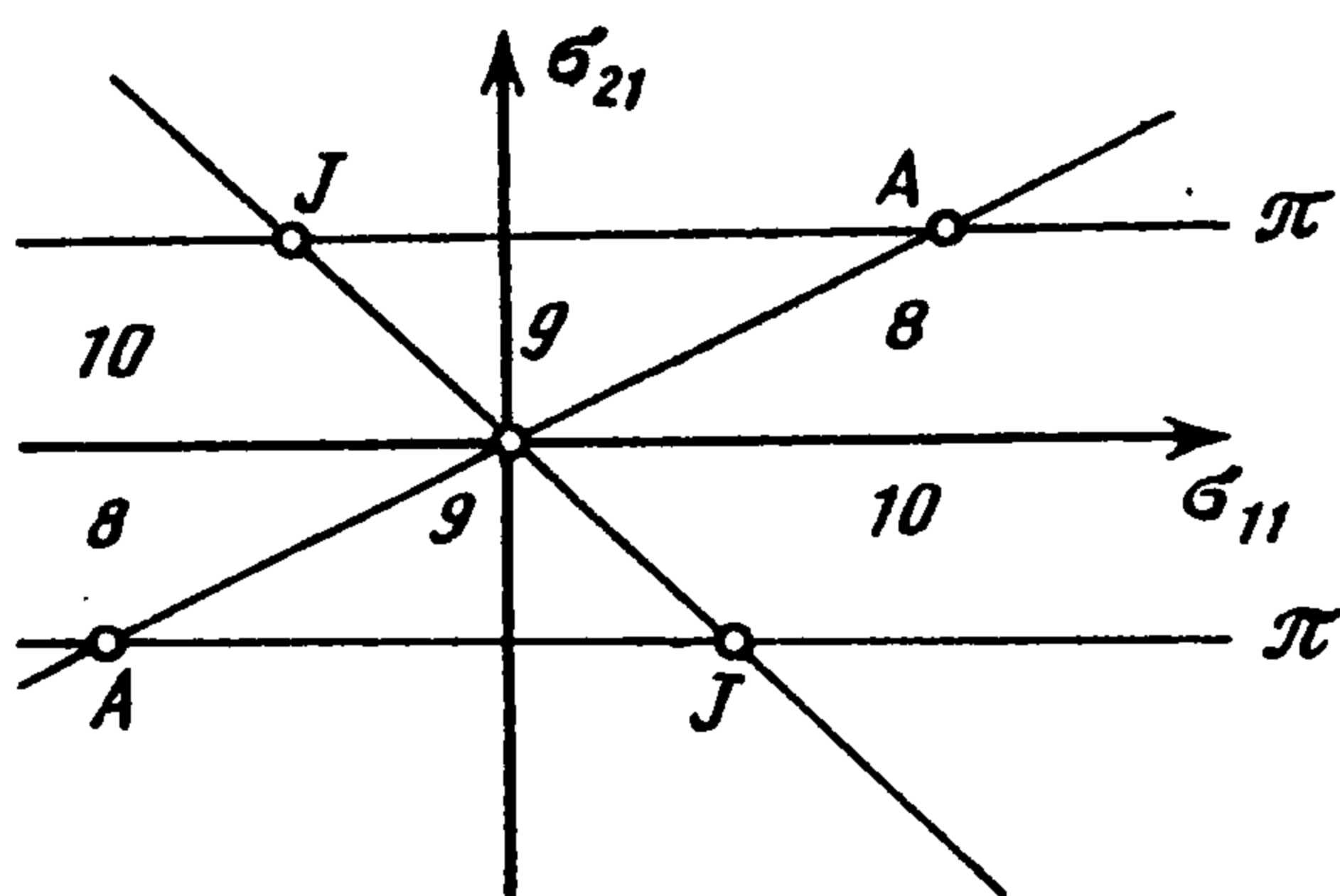
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma^n_{31} - 2q / \kappa}{\sigma^n_{21} - 2p / \kappa} \quad (4.1)$$

и соответственно точка A расположена на оси σ^n_{31} , если

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma^n_{21} - 2p / \kappa}{\sigma^n_{31} - 2q / \kappa} \quad (4.2)$$

Если выполняется равенство (4.1), точка A лежит на оси σ^n_{21} и совпадает с точкой E . В этом случае плоскость π разбивается на 3 области (области 1–6 отсутствуют), решение симметрично относительно оси σ^n_{21} . Если выполняется равенство (4.2), точка A лежит на оси σ^n_{31} и совпадает с точкой J . В этом случае плоскость π тоже разбивается на 3 области (отсутствуют области 2, 3, 5, 6, 9, 10), решение симметрично относительно оси σ^n_{31} .

Вид поверхностей, разделяющих различные типы решений, можно наглядно изобразить в случае изотропного тела при $\sigma^0_{i1} = 0$. Напряженное состояние после прохождения квазипродольной волны перед системой квазипоперечных волн будет характе-



Фиг. 4

ризоваться следующими компонентами тензора напряжений

$$\Delta\sigma'_{22} = \sin^2(\alpha_1 - \alpha) \Delta\sigma''_{11}, \quad \Delta\sigma'_{31} = 0$$

$$\Delta\sigma'_{23} = \Delta\sigma'_{32} = 0, \quad \Delta\sigma'_{33} = 0$$

Будем считать, что величина $\sigma'_{22} - \sigma'_{33}$ порядка ε или меньше. Найдем главные направления тензора $\sigma'_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 2, 3$). Они определяются собственными значениями

компонент матрицы тензора $\sigma'_{\alpha\beta}$: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$. Следовательно, главные оси совпадают соответственно с прямыми l_1 и l (фиг. 3). Точка А, соответствующая напряженному состоянию между прошедшей квазипродольной волной и системой квазиперечных волн, должна находиться на прямой с направляющим вектором \mathbf{n}_1 , проходящей через точку σ_{i1}^0 . Следовательно, в случае изотропного тела точка А распо-

ложена на прямой l_1 и при изменении граничных условий σ_{i1}^Y будет двигаться в плоскости π по этой прямой. Соответственно точка J, которая в рассматриваемом случае принадлежит прямой l_1 , тоже будет перемещаться вдоль этой прямой.

Таким образом, поверхности, разделяющие различные типы решений в случае изотропного тела, представляют собой три пересекающиеся плоскости. Их взаимное расположение, в проекции на плоскости $\sigma_{11}\sigma_{21}$, изображено на фиг. 4. В областях 8 решение представляет собой последовательность быстрой и медленной простых волн, в областях 9 решение представляет последовательность быстрой ударной волны и медленной простой волны, в областях 10 – сложной быстрой волны и медленной простой волны.

Исследованное решение автомоделной задачи о действии бегущей нагрузки на границу нелинейно-упругого полупространства представляет собой необходимый элемент, который должен содержаться в решении задачи о соударении двух тел.

Автор благодарит А.Г. Куликовского, Е.И. Свешникову и А.А. Бармина за внимание к работе и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чугайнова А.П. Стационарные квазиперечные простые и ударные волны в слабоанизотропной упругой среде//ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 3. С. 486–492.
2. Wright T.W. Reflection of oblique shock waves in elastic solids//Intern. J. Solids and Struct. 1971. V. 7. N 2. P. 161–181.
3. Wright T.W. Oblique reflections//Propagation of Shock waves in Solids. N.Y., 1976. P. 79–95.

4. Буренин А.А., Лапыгин В.В., Чернышов А.Д. К решению плоских автомодельных задач нелинейной динамической теории упругости//Нелинейные волны деформации. Мат. симпозиума. Таллинн: Ин-т кибернетики АН ЭССР, 1978. Т. 2. С. 25–28.
5. Lax P.D. Hyperbolic Systems of Conservation Laws. II//Communs Pure and Appl. Math. 1957. V. 10. N 4. P. 537–566.
6. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Автомодельная задача о действии внезапной нагрузки на границу упругого полупространства//ПММ. 1985. Т. 49. Вып. 2. С. 284–291.
7. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Нелинейные волны, возникающие при изменении напряжений на границе упругого полупространства//Вопросы нелинейной механики сплошной среды. Таллинн: Валгус, 1985. С. 133–145.
8. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Нелинейные волны в слабоанизотропных упругих средах//ПММ. 1988. Т. 52. Вып. 1. С. 110–115.

Крымская область

Поступила в редакцию
22.V.1991