УДК 532.529

© 1993 г. Н.Н. Бобков, Ю.П. Гупало

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ ПУЗЫРЯ С НЕРЕГУЛЯРНОЙ ПЕРЕДНЕЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКОЙ

Рассматривается плоская задача о всплывании в псевдоожиженном слое деформированного пузыря, форма которого представляет симметрию относительно вертикальной оси кругового сегмента.

Пусть a_b – радиус сегмента, длина отрезка оси симметрии, принадлежащего пузырю, равна $2c$. Введем связанную с пузырем биполярную систему координат (ξ, η): $\xi = \theta_1 - \theta_2$, $\eta = \ln(r_2/r_1)$, где θ_i, r_i $(i = 1, 2)$ – соответственно полярные углы и радиусы текущей точки (фиг. 1).

Уравнение поверхности пузыря в координатах (ξ, η) имеет вид $\xi = \pi n/2$ с лобовой критической точкой при $\eta = -\infty$. Параметр $n \in [0, 2]$ характеризует степень деформации полости пузыря: значения $n \in (0, 1)$ соответствуют "яблокообразным", а значения $n \in (1, 2)$ – "чечевицеобразным" формам полости. Случай $n = 0$ соответствует паре слипшихся на экваторе пузырей (пузырю у вертикальной стенки), при $n = 1$ деформация полости отсутствует (одиночный круглый пузырь), при $n = 2$ и $a_b \to \infty$ полость вырождается в щель длиной $2c$, ориентированную вдоль по потоку.

В рамках модели Дэвидсона движение обтекающих пузырь частиц в псевдоожиженном слое отождествляется с безвихревым течением идеальной жидкости с суммарным давлением $p = p_f + p_s$, где p_f – давление в жидкой фазе, p_s – эффективное давление фазы дисперсных частиц [1]. Функция тока этого течения имеет вид [2]

$$\psi_s = \frac{2\delta}{n}\frac{\sin(2\xi/n)U_b a_b}{\operatorname{ch}(2\eta/n)-\cos(2\xi/n)}$$

Здесь $\delta = c/a_b = \sin(\pi n/2)$, U_b – скорость стационарного всплывания пузыря.

Граничные условия для давлений фаз на поверхности пузыря таковы:

$$p_f = p_b(t), \quad p_s = 0$$

(p_b – давление жидкой фазы всюду внутри пузыря). С учетом этого запишем интеграл Бернулли для лобовой критической точки A_0 и близкой точки A на поверхности пузыря в виде

$$p_{s0}/\rho d_s + gc = p_s/\rho d_s + gz + w_s^2/2$$

где d_s – плотность дисперсных частиц, ρ – объемная концентрация твердой фазы, g – ускорение силы тяжести, z – вертикальная координата точки A (отсчитывается против $\mathbf{g}$ от экватора), w_s – распределение скорости частиц на поверхности полости. Это распределение имеет вид [2]

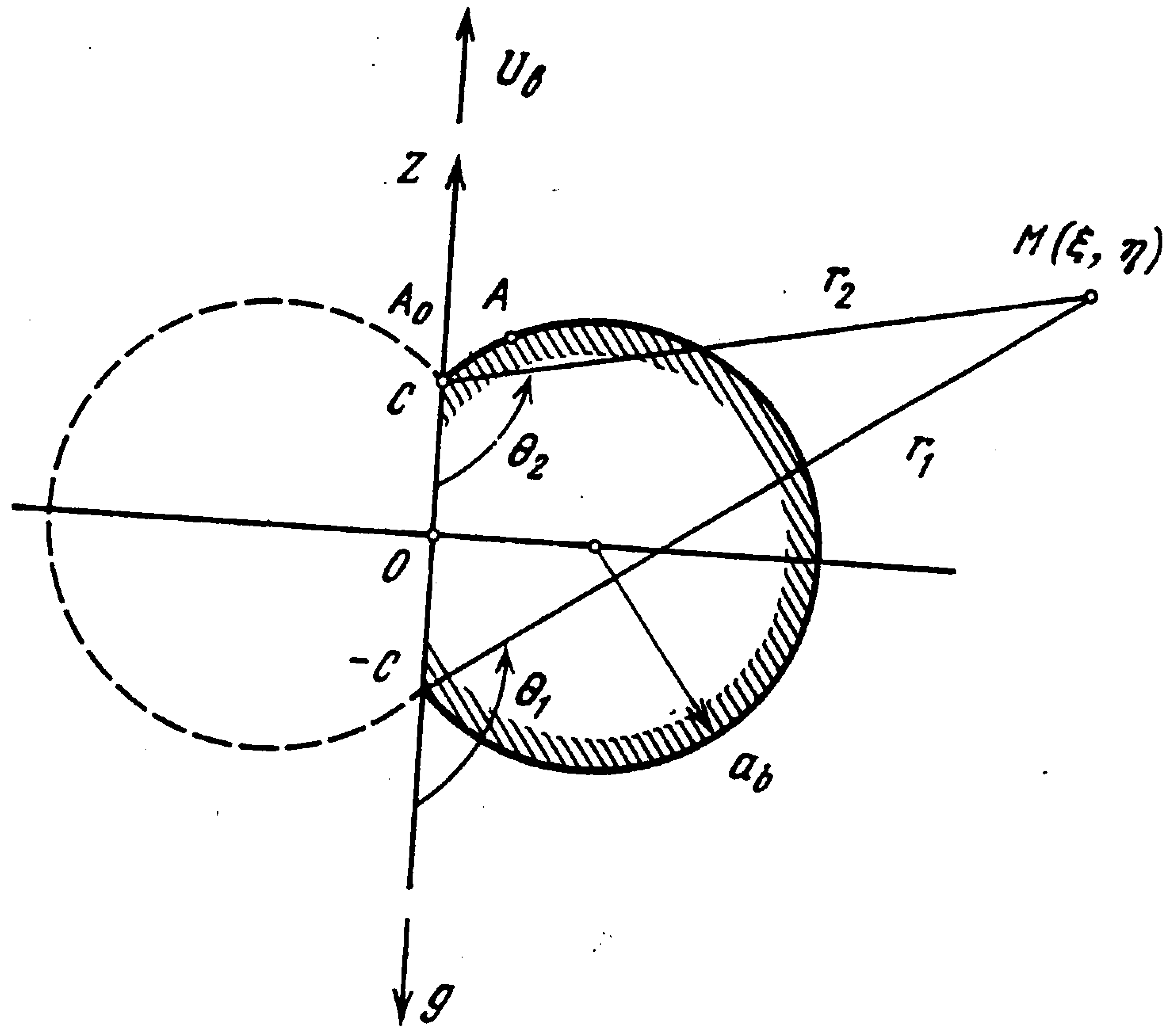
$$w_s = \frac{4U_b}{n^2}\frac{\operatorname{ch}\eta-\cos(\pi n/2)}{\operatorname{ch}(2\eta/n)+1}$$

Кроме того,

$$c - z = \frac{c[e^\eta - \cos(\pi n/2)]}{\operatorname{ch}\eta - \cos(\pi n/2)}$$

На основании двух последних равенств интеграл Бернулли преобразуется к безразмерному виду

$$p(\eta) = \frac{1}{\mathrm{Fr}}\frac{\sin(\pi n/2)[e^\eta - \cos(\pi n/2)]}{\operatorname{ch}\eta - \cos(\pi n/2)} - \frac{2}{n^4}\frac{[\operatorname{ch}\eta - \cos(\pi n/2)]^2}{\operatorname{ch}^4(\eta/n)}$$



Фиг. 1

Фиг .2

Здесь $p(\eta)=(p_s-p_{s0})/d_s\rho U_b^2$, $\mathrm{Fr}=U_b^2/ga_b$ – число Фруда, причем $p(\eta)\to 0$ при $A\to A_0$ ($\eta\to-\infty$).

Оценка скорости всплывания пузыря методом Дэвиса–Тэйлора [3] основана на предположении о том, что поверхность пузыря (по крайней мере вблизи критической точки) – линия постоянного давления дисперсной фазы ($p(\eta)\cong 0$), и оба члена в правой части выражения для $p(\eta)$ имеют одинаковый порядок малости при $\eta\to-\infty$. Действительно, полагая $n = 1$, получим, что оба эти члена имеют порядок $e^{2\eta}$, $\eta\to-\infty$, что дает $\mathrm{Fr}=1/4$ и соответствует известной формуле Дэвиса–Тэйлора для скорости всплывания плоского пузыря с круглой лобовой частью

$$U_b=(1/2)(ga_b)^{1/2}$$

При $n \neq 1$ имеем

$$\frac{1}{\mathrm{Fr}}\frac{\sin(\pi n/2)[e^{\eta}-\cos(\pi n/2)]}{\mathrm{ch}\,\eta-\cos(\pi n/2)} \sim e^{\eta}, \quad \eta \to -\infty$$

$$\frac{2}{n^4}\frac{[\mathrm{ch}\,\eta-\cos(\pi n/2)]^2}{\mathrm{ch}^4(\eta/n)} \sim e^{-2\eta(1-2/n)}, \quad \eta \to -\infty$$

При $n = 4/3$ имеем $-2\eta(1-2/n) = \eta$, так что $U_b = (4/3^{7/4})(ga_b)^{1/2}$, $2c/a_b = \sqrt{3}$ – "чечевицеобразный" контур, вытянутый по потоку.

При $n \neq 1$ и $n \neq 4/3$ описанная процедура оценки U_b для пузырей рассматриваемой формы неприменима. Так, при $n \in (0, 1)$ поверхность пузыря в окрестности передней критической точки не может быть линией постоянного давления твердой фазы, что необходимо для стационарного всплывания: правая часть выражения $p(\eta)$ в этом случае существенно отрицательна.

Из сказанного следует, что при $n \neq 1$ и $n \neq 4/3$ всплывание пузыря с нерегулярной передней критической точкой существенно нестационарно. Это подтверждается экспериментальными наблюдениями так называемых пальцев на поверхности пузырей, образующихся в окрестности лобовой критической точки. Их развитие часто приводит к дроблению всплывающего пузыря [3].

С другой стороны, наличие формы с устойчивой лобовой частью при $n = 4/3$ может объяснять характерную вытянутость плоских пузырей (пузырей у стенки) в псевдоожиженном слое, вертикальный размер которых часто вдвое превышает горизонтальный [3] (фиг. 2). Наличие излома поверхности в передней критической точке не является существенным недостатком модели, так как вследствие ограниченности w_s всюду на поверхности полости течения вблизи передней критической точки слабо меняется после малого "регуляризирующего" сглаживания контура.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бородуля В.А., Гупало Ю.П.* Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника, 1976. 207 с.
2. *Бобков Н.Н., Гупало Ю.П.* О влиянии процессов дробления и слияния пузырей на массообмен в псевдоожиженном слое//ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 5. С. 782–792.
3. Псевдоожижение/Под ред. И.Ф. Дэвидсона и Д. Харрисона. М.: Химия, 1974. 725 с.

Нижний Новгород, Москва

Поступила в редакцию 14.V.1991

УДК 539.3 : 534.1

© 1993 г. А.П. Чугайнова

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В СЛАБОАНИЗОТРОПНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЕ

Изучаются движения в виде плоских слабонелинейных квазипоперечных волн в вязкоупругой среде с малой анизотропией. Рассматривается задача о взаимодействии двух ударных волн (УВ), движущихся навстречу друг другу.

Ранее [1, 2] численно решена задача о взаимодействии двух УВ, одна из которых догоняет другую, если состояние за системой этих двух волн соответствует точке из области неединственности решения автомодельной задачи.

Для исследования взаимодействия УВ, движущихся навстречу друг другу, должна, вообще говоря, использоваться полная система уравнений теории упругости (см., например, [3]). Однако в случае малой нелинейности задачу можно существенно упростить и необходимые для исследования расчеты проводить используя упрощенную систему уравнений [4].