

УДК 539.375.6:536.4.032

© 1993 г. А.А. Евтушенко, Е.В. Коваленко

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ОБ ИЗНОСЕ ОПЛАВЛЕНИЕМ ВКЛАДЫША ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ

Рассматривается контактная задача об износе оплавлением тонкого полимерного вкладыша подшипника скольжения в предположении, что коэффициент трения является функцией температуры. Получена зависимость критической скорости вращения вала, при которой начинается процесс плавления, а также приведены формулы для основных характеристик контактного взаимодействия: осадки вкладыша, угла контакта и контактного давления.

Впервые плоская и осесимметричная контактные задачи об износе оплавлением упругого слоя и полупространства были поставлены и решены [1, 2] в предположении, что с течением времени область контакта неизменна, а под штампом за счет сил трения развивается температура, необходимая для плавления упругого основания. При этом расплавленный материал выжимался из-под штампа, за счет чего происходила его осадка. В данной работе приведен метод решения контактной задачи об износе оплавлением с переменной областью контакта.

1. Рассмотрим тонкое полимерное кольцо (втулку подшипника скольжения) внутреннего радиуса R и наружного R_2 . По внешнему контуру кольцо соединено с недеформируемой обоймой, а по части внутренней поверхности контактирует с жестким валом радиуса $R_1 = R - \Delta$ ($\Delta R^{-1} \ll 1$, $hR^{-1} \ll 1$, $h = R_2 - R$), вращающимся вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω и передающим на втулку усилие $P = P(t)$ (фиг. 1). При этом происходит изнашивание поверхности втулки, сопровождающееся тепловыделением в области контакта, причем, если $\omega < \omega_*$, то имеет место износ истиранием [3], а при $\omega > \omega_*$ начинается износ оплавлением (ω_* – критическое значение скорости вращения вала, которое будет определено ниже). Здесь ограничимся изучением второго режима $\omega > \omega_*$.

Предположим, что: 1) вал и обойма не изнашиваются, т.е. температуры их плавления намного больше температуры плавления кольца; 2) вязкость втулки в расчет не берется; 3) инерционные эффекты в кольце пренебрежимо малы; 4) сила трения связана с контактным давлением $q(\varphi, t)$ законом Кулона с коэффициентом, зависящим от температуры $T = T(\varphi, t)$ в области контакта $|\varphi| \leq \alpha(t)$

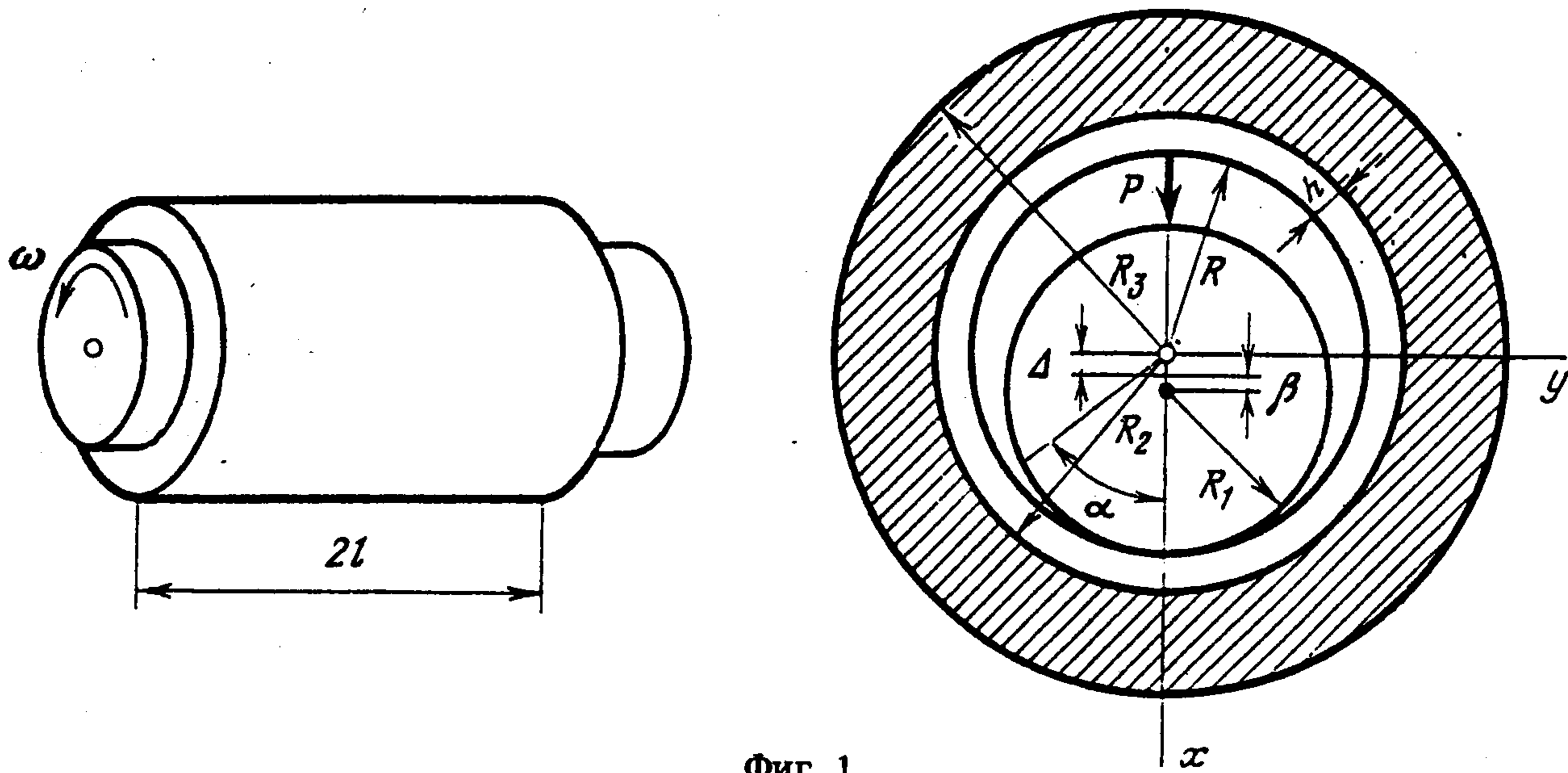
$$\tau_{r\varphi} = \tau(\varphi, t) = f(T) q(\varphi, t) \quad (1.1)$$

Здесь и далее за начало отсчета температур примем температуру окружающей среды. Кроме того, характеристикам, связанным с валом, будем приписывать индекс 1, с кольцом – 2, с обоймой – 3.

Будем считать, что сила $P(t)$ изменяется во времени таким образом, что функция $\alpha = \alpha(t)$ монотонно возрастает с течением времени. В этом случае существует обратная к ней функция $t = \eta(\alpha)$, а ее однозначность позволяет использовать величину α в качестве нового временного параметра [4, 5]. Поэтому условимся принимать зависимость соответствующих величин от времени сложным образом, например, $q(\varphi, t) = q(\varphi, \alpha(t))$, $P(t) = P(\alpha(t))$ и т.д.

Запишем уравнение энергетического баланса [2] при $\omega > \omega_*$:

$$Q(\varphi, t) = Q_1(t) + Q_2(t) + Q_0(\varphi, t) \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (1.2)$$



Фиг. 1

В формуле (1.2) $Q(\varphi, t)$ — общее количество тепла в единицу времени, пропорциональное мощности работы сил трения

$$Q(\varphi, t) = \omega R_1 \tau(\varphi, t). \quad (1.3)$$

$Q_2(t)$ — среднее по области контакта значение потока тепла во втулку, обеспечивающее поддержание температуры в этой области на уровне температуры плавления T_* материала втулки; $Q_1(t)$ — аналогичное значение потока тепла в вал; $Q_0(\varphi, t)$ — количество тепла, необходимое на плавление материала кольца при $|\varphi| \leq \alpha(t)$.

Условие контакта вала и втулки примем в виде

$$u(\varphi, t) + v(\varphi, t) = [\beta(t) + \Delta] \cos \varphi - \Delta \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (1.4)$$

где $u(\varphi, t)$ — термоупругие радиальные перемещения точек кольца, $v(\varphi, t)$ — перемещения, обусловленные его износом, $\beta(t)$ — поступательное перемещение шипа под действием силы P .

Для определения функции $u(\varphi, t)$ перейдем в уравнениях Ламе с температурными членами и формулах закона Гука к безразмерной переменной

$$r = Re^{\epsilon \rho}, \quad \epsilon = \ln(1 + h/R) \quad (1.5)$$

Будем иметь

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \epsilon^2 + \kappa \epsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) u_r + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(1 - \kappa) \epsilon \frac{\partial}{\partial \rho} + (1 + \kappa) \epsilon^2 \right] u_\varphi - BR\epsilon e^{\epsilon \rho} \frac{\partial T_2}{\partial \rho} = 0 \quad (1.6)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \epsilon^2 + \frac{\epsilon^2}{\kappa} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) u_\varphi + \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(1 - \kappa) \epsilon \frac{\partial}{\partial \rho} + (1 + \kappa) \epsilon^2 \right] u_r - \frac{B}{\kappa} R \epsilon^2 e^{\epsilon \rho} \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} = 0 \quad \left(\kappa = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}, \quad B = \frac{\alpha_T(1 + \nu)}{1 - \nu} \right)$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{G}{R} e^{-\epsilon \rho} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \rho} \right) \quad (1.7)$$

$$\sigma_r = \frac{G}{\kappa R} e^{-\epsilon \rho} \left[\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial u_r}{\partial \rho} + (1 - 2\kappa) \left(u_r + \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right] - \frac{BG}{\kappa} T_2$$

Здесь u_r, u_φ — радиальная и тангенциальная составляющие вектора перемещений точек кольца, σ_r и $\tau_{r\varphi}$ — соответствующие компоненты тензора напряжений, G и ν — упругие характеристики втулки, T_2 — ее температура, α_T — коэффициент линейного расширения.

Построим асимптотическое с точностью до $O(\epsilon^2)$ решение системы (1.6), удовлетворяющее равенствам

$$\rho = 1 : u_r = u_\varphi = 0 \quad (1.8)$$

$$\rho = 0 : \tau_{r\varphi} = \tau(\varphi, t), \quad \sigma_r = -q(\varphi, t)$$

для чего представим функции u_r и u_φ в форме

$$u_r = \Phi_0(\varphi, \rho, t) + \epsilon \Phi_1(\varphi, \rho, t) + O(\epsilon^2) \quad (1.9)$$

$$u_\varphi = \Psi_0(\varphi, \rho, t) + O(\epsilon)$$

Внося формулы (1.9) в соотношения (1.6)–(1.8) и асимптотически упрощая последние, приходим к следующей рекуррентной системе:

$$\frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \rho^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \rho^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \rho^2} + (1 - \kappa) \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial \rho \partial \varphi} = BR \frac{\partial T_2}{\partial \rho} \quad (1.10)$$

с граничными условиями

$$\rho = 1 : \Phi_0 = \Psi_0 = \Phi_1 = 0$$

$$\rho = 0 : \frac{\partial \Phi_0}{\partial \rho} = -\epsilon \frac{R\kappa}{G} q, \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial \rho} = \epsilon \frac{R}{G} \tau \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} + (1 - 2\kappa) \left(\Phi_0 + \frac{\partial \Psi_0}{\partial \varphi} \right) = BRT_2$$

Решения уравнений (1.10), (1.11) имеют вид

$$\Phi_0 = -\epsilon \frac{R\kappa}{G} (\rho - 1) q, \quad \Psi_0 = \epsilon \frac{R}{G} (\rho - 1) \tau \quad (1.12)$$

$$\Phi_1 = BR(\rho - 1) T_2 - \epsilon \frac{(1 - \kappa) R}{2G} \rho^2 \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} + \epsilon \frac{(1 - 2\kappa) R}{G} \left[\rho \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} - \right.$$

$$\left. - \kappa(\rho - 1) q \right] - \epsilon \frac{(1 - 3\kappa) R}{2G} \frac{\partial \tau}{\partial \varphi}$$

Подставляя (1.12) в первую формулу (1.9) и полагая в полученном соотношении $\rho = 0$, запишем

$$u_r(0, \varphi, t) = u(\varphi, t) = \epsilon(\kappa R G^{-1} q - BRT) + \epsilon^2 \frac{R}{G} \left[\kappa(1 - 2\kappa) q - \frac{1}{2} (1 - 3\kappa) \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} \right] \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (1.13)$$

Заметим, что выражение (1.13) более сложным способом было получено в [6]. Далее при использовании формулы (1.13) вторым слагаемым в ней будем пренебрегать в силу его малости по сравнению с первым.

2. Чтобы найти перемещение $v(\varphi, t)$, определим значение критической скорости ω_* ,

решив вначале стационарную задачу теплопроводности для кольца:

$$\nabla^2 T_2 = 0 \quad \left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \quad (2.1)$$

$$r = R : T_2 = T_* \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (2.2)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} + \kappa_2 (T_2 - T_a) = 0 \quad (|\varphi| > \alpha)$$

$$r = R_2 : T_2 = \Phi(\varphi) \quad (|\varphi| \leq \pi)$$

Здесь λ_2 и κ_2 — соответственно коэффициенты теплопроводности и теплообмена материала втулки, T_a — температура воздуха в подшипнике.

По физическому смыслу исходной задачи величина $\lambda_2 \lambda_3^{-1} \ll 1$ (λ_3 — коэффициент теплопроводности обоймы), в силу чего градиент температуры в направлении от обоймы к втулке мал. Поэтому на внешней поверхности втулки считаем заданным закон распределения по φ температуры.

Для определения функции $\Phi(\varphi)$ нужно исследовать задачу теплопроводности для обоймы. Из рассмотрения экстремальных данных о распределении температуры на ее внутренней поверхности в первом приближении заключаем, что это распределение дается зависимостью [7]

$$T_2(R_2, \varphi) = T_3(R_2, \varphi) = \Phi(\varphi) = D_0 + D_1 \cos \varphi \quad (2.3)$$

Значения постоянных D_0 и D_1 найдем по замерам температур в двух характерных точках контакта обоймы и втулки в каждый фиксированный момент времени работы подшипника

$$D_0 = \frac{T_{2 \max} + T_{2 \min}}{2}, \quad D_1 = \frac{T_{2 \max} - T_{2 \min}}{2}$$

$$T_{2 \max} = T_2(R_2, 0), \quad T_{2 \min} = T_2(R_2, \pi)$$

Решение краевой задачи (2.1), (2.2) можно построить асимптотическим методом, изложенным в разд. 1 при изучении задачи термоупругости для тонкого кольца, если перейти в исходных выражениях к безразмерной переменной ρ вида (1.5). Не останавливаясь на подробностях, в первом приближении запишем

$$T_2 = T_* - (T_* - \Phi) \rho \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (2.4)$$

$$T_2 = \frac{\epsilon \kappa_2 R (\Phi - T_a)}{\lambda_2 + \epsilon \kappa_2 R} \rho + \frac{\lambda_2 \Phi + \epsilon \kappa_2 R T_a}{\lambda_2 + \epsilon \kappa_2 R} \quad (|\varphi| > \alpha)$$

Используя первую формулу (2.4), определим величину теплового потока $-\lambda_2 \partial T_2 / \partial r$ при $r = R$, усредняя которую по области контакта и принимая во внимание соотношение (2.3), получим

$$Q_2(t) = \lambda_2 (\epsilon R)^{-1} (T_* - D_0 - D_1 \alpha^{-1} \sin \alpha) \quad (2.5)$$

Найдем теперь значение $Q_1(t)$. Для этого решим стационарную задачу теплопроводности для бесконечного вала, считая втулку конечной длины $2l$. Подчеркнем [8], что при скоростях вращения более 5 с^{-1} справедливо допущение о равномерном распределении входного потока тепла вдоль всей поверхности вала. Поэтому исследование задачи можно вести в упрощенной осесимметричной постановке, введя в рассмотрение

осредненную температуру вала

$$\bar{T}_1(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_1(r, \varphi, z) d\varphi \quad (2.6)$$

Будем иметь

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{T}_1}{\partial z^2} = 0 \quad (2.7)$$

$$r = R_1 : \bar{T}_1 = T_* \quad (|z| \leq l) \quad (2.8)$$

$$\lambda_1 \partial \bar{T}_1 / \partial r + \kappa_1 \bar{T}_1 = 0 \quad (|z| > l), \quad \bar{T}_1 \rightarrow 0 \quad (|z| \rightarrow \infty)$$

Для решения задачи (2.7), (2.8) используем преобразование Фурье по переменной $z = xl$. Получим интегральное уравнение первого рода

$$\int_{-1}^1 k\left(\frac{\xi - x}{\mu}\right) p(\xi) d\xi = \pi \frac{\lambda_1}{l} T_* \quad (|x| \leq 1) \quad (2.9)$$

$$k(y) = \int_0^{\infty} \frac{I_0(u) \cos uy du}{u I_1(u) + \lambda_0(u)} \quad \left(\lambda = \frac{\kappa_1 R_1}{\lambda_1}, \quad \mu = \frac{R_1}{l}\right)$$

относительно функции $p(x)$, дающей соотношением

$$\lambda_1 \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial r} + \kappa_1 \bar{T}_1 = \begin{cases} p(x) & (r = R_1, |x| \leq 1) \\ 0 & (r = R_1, |x| > 1) \end{cases} \quad (2.10)$$

причем на практике, как правило $0 < \lambda \leq 0,3$. Принимая во внимание этот факт, аппроксимируем с точностью в 3% символ ядра интегрального уравнения (2.9) выражением [9]

$$\frac{I_0(u)}{u I_1(u) + \lambda_0(u)} \approx \frac{c_2 + c_3 u^2}{u^4 + (c_1 + \lambda c_3) u^2 + \lambda c_2} \quad (2.11)$$

$$c_1 = 38,37; \quad c_2 = 76,74; \quad c_3 = 11,45$$

Отметим, что уравнение (2.9), (2.11) корректно разрешимо в пространстве обобщенных функций медленного роста и его решение представимо в форме [10]

$$p(x) = A_1 + A_2 \operatorname{ch}\left(\frac{sx}{\mu}\right) + A_3 \left[\delta\left(\frac{x+1}{\mu}\right) + \delta\left(\frac{x-1}{\mu}\right) \right], \quad s = \sqrt{\frac{c_2}{c_3}} \quad (2.12)$$

$$A_1 = \kappa_1 T_*, \quad A_2 = -\Lambda^{-1} A_1 (\zeta_1^2 - s^2) (\zeta_2^2 - s^2)$$

$$A_3 = A_1 \left\{ \zeta_1^{-1} - \Lambda^{-1} (\zeta_2^2 - s^2) [\zeta_1 \operatorname{ch}(s/\mu) + s \operatorname{sh}(s/\mu)] \right\}$$

$$\Lambda = \zeta_1 \zeta_2 [(s^2 + \zeta_1 \zeta_2) \operatorname{ch}(s/\mu) + (\zeta_1 + \zeta_2) s \operatorname{sh}(s/\mu)]$$

$$\zeta_{1,2} = \left\{ \frac{c_1 + \lambda c_3}{2} \pm \left[\frac{(c_1 + \lambda c_3)^2}{4} - \lambda c_2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция. Усредняя соотношение (2.12) по x и подставляя полученный результат в формулу (2.10), найдем при учете первого условия (2.8)

$$Q_1 = \lambda_1 \partial \bar{T}_1 / \partial r = \mu [A_2 s^{-1} \operatorname{sh}(s/\mu) + A_3] \quad (2.13)$$

Для определения критической скорости вращения вала $\omega_c = \omega_c(\alpha)$, при которой начинается процесс плавления материала втулки, приблизим контактное давление

$q(\varphi, t)$ выражением [11]

$$q(\varphi, t) \approx \frac{P(\cos \varphi - \cos \alpha)}{R_1(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha)}, \quad P(t) = R_1 \int_{-\alpha}^{\alpha} q(\varphi, t) \cos \varphi d\varphi \quad (2.14)$$

Внося последнее в (1.1), (1.3) и осредняя значение потока тепла $Q(\varphi, t)$, выделяемого при сухом трении, по области контакта, будем иметь

$$Q(t) = \omega_c R_1 f(T_*) \bar{q}(t), \quad \bar{q}(t) = \frac{P(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)}{R_1 \alpha (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha)} \quad (2.15)$$

Резюмируя теперь формулы (1.2) при $\omega = \omega_c$, (2.5), (2.13) и (2.15), запишем $\omega_c R_1 f(T_*) \bar{q} = Q_1 + \lambda_2 (\epsilon R)^{-1} (T_* - D_0 - D_1 \alpha^{-1} \sin \alpha)$ (2.16)

Подсчитаем осадку кольца $\beta(t)$ при сухом трении согласно соотношениям (1.13), (2.6) работы [5] с учетом температуры T_* , развивающейся в области контакта

$$\beta(t) = [\Delta(1 - \cos \alpha) - \epsilon B R T_*] \cos^{-1} \alpha \quad (2.17)$$

$$\epsilon k R (R_1 G)^{-1} P_0 = [(\alpha_0 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0) (\Delta - \epsilon B R T_*)] \cos^{-1} \alpha_0$$

$$\beta_0 = \beta(0), \quad \alpha_0 = \alpha(0), \quad P_0 = P(0)$$

Зададимся далее предельным значением $\hat{\beta} = \beta(\hat{t})$ ($\beta_0 < \hat{\beta} \leq h$), до которого происходит износ втулки оплавлением, и найдем по первой формуле (2.17) соответствующую ему величину угла $\hat{\alpha}$. Зная α_0 и $\hat{\alpha}$, определим искомую величину критической скорости вращения вала по формуле (2.16) как $\omega_* = \max \omega_c(\alpha)$ ($\alpha_0 \leq \alpha \leq \hat{\alpha}$).

3. Пусть $\omega > \omega_*$, тогда для избыточного количества тепла, идущего на плавление материала втулки, в соответствии с формулами (1.1)–(1.3), (2.5) и (2.13) получим

$$Q_0(\varphi, t) = \omega R_1 f(T_*) \bar{q}(\varphi, t) - Q_1 - \lambda_2 (\epsilon R)^{-1} (T_* - D_0 - D_1 \alpha^{-1} \sin \alpha) \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (3.1)$$

Примем теперь во внимание, что [1, 2]

$$g\gamma\dot{v}(\varphi, t) = Q_0(\varphi, t) \quad (|\varphi| \leq \alpha) \quad (3.2)$$

где g – удельная теплота плавления материала кольца, γ – его плотность. Отправляясь от соотношений (3.1) и (3.2), найдем

$$g\gamma v = R_1 f(T_*) \omega \int_0^t q(\varphi, \tau) d\tau - kt + \frac{D_1 \lambda_2}{\epsilon R} J(t)$$

$$J(t) = \int_0^t \frac{\sin \alpha(\tau)}{\alpha(\tau)} d\tau, \quad k = Q_1 + \lambda_2 (\epsilon R)^{-1} (T_* - D_0)$$

откуда, согласно (1.4), (1.13), получим интегральное уравнение для определения неизвестного контактного давления

$$a_1 q(\varphi, t) + a_2 \int_0^t q(\varphi, \tau) d\tau = [\beta(t) + \Delta] \cos \varphi - \Delta + \epsilon B T_* + mt - J(t) \quad (3.3)$$

$$(|\varphi| \leq \alpha(t))$$

Здесь введена безразмерная переменная $\tilde{t} = D_1 \lambda_2 (\epsilon R^2 g \gamma)^{-1} t$ и обозначения

$$\tilde{q}(\varphi, \tilde{t}) = q(\varphi, t) G^{-1}, \quad \tilde{\beta}(\tilde{t}) = \beta(t) R^{-1}, \quad \tilde{\Delta} = \Delta R^{-1}, \quad \tilde{\alpha}(\tilde{t}) = \alpha(t),$$

$$\tilde{t} = \tilde{\eta}(\tilde{\alpha}), \quad m = \epsilon k R (D_1 \lambda_2)^{-1}, \quad a_1 = \epsilon k, \quad a_2 = \epsilon R R_1 f(T_*) G \omega (D_1 \lambda_2)^{-1}$$

Волна в (3.3) и ниже опущена.

Для замыкания постановки исходной контактной задачи к уравнению (3.3) необходимо добавить условие квазиравновесия (вторая формула (2.14)), записанное в безразмерной форме

$$N(t) = P(R_1 G)^{-1} = \int_{-\alpha}^{\alpha} q(\varphi, t) \cos \varphi d\varphi \quad (3.4)$$

и соотношение

$$q(\varphi, t) = 0 \quad (|\varphi| > \alpha) \quad (3.5)$$

служащее для определения неизвестной области контакта вала и втулки.

Заметим, что выражение (3.5) позволяет переписать интегральное уравнение (3.3) в виде системы

$$Vq = [\beta(t) + \Delta] \cos \varphi - \Delta + \epsilon BT_* + mt - J(t) \quad (3.6)$$

$$Vq = a_1 q(\varphi, t) + a_2 \int_{\psi(\varphi)}^t q(\varphi, \tau) d\tau \quad (|\varphi| \leq \alpha, \psi(\varphi) \leq t \leq \hat{t})$$

$$\psi(\varphi) = \begin{cases} 0 & (|\varphi| \leq \alpha_0) \\ \eta(\varphi) & (\alpha_0 < |\varphi| \leq \alpha) \end{cases}$$

для решения которой используем алгоритм [5] в сочетании с пошаговым методом [12].

Разобьем отрезок $[0, \hat{t}]$ на малые участки (t_i, t_{i+1}) ($i = 0 - (n - 1)$, $t_0 = 0$, $t_n = \hat{t}$) и заменим интеграл, стоящий в правых частях уравнений (3.6), на интервале (t_i, t_{i+1}) его приближенным значением

$$J(t) = \Sigma + \frac{\sin \alpha_i}{\alpha_i} t \quad (3.7)$$

$$\Sigma = \sum_{j=0}^i \left(\frac{\sin \alpha_{j-1}}{\alpha_{j-1}} - \frac{\sin \alpha_j}{\alpha_j} \right) t_j, \quad \alpha_{-1} = 0$$

Получим рекуррентную систему задач, позволяющих на каждом временном шаге найти основные характеристики контактного взаимодействия. Так, определив α_0 согласно формул (2.17) (ниже в (3.4) будем считать $N(t) = N = \text{const}$), при $t \in (0, t_1]$ в соответствии с (3.7) запишем

$$Vq = [\beta(t) + \Delta] \cos \varphi - f_0(t), \quad f_0(t) = \Delta - \epsilon BT_* + (\alpha_0^{-1} \sin \alpha_0 - m) t$$

откуда найдем¹

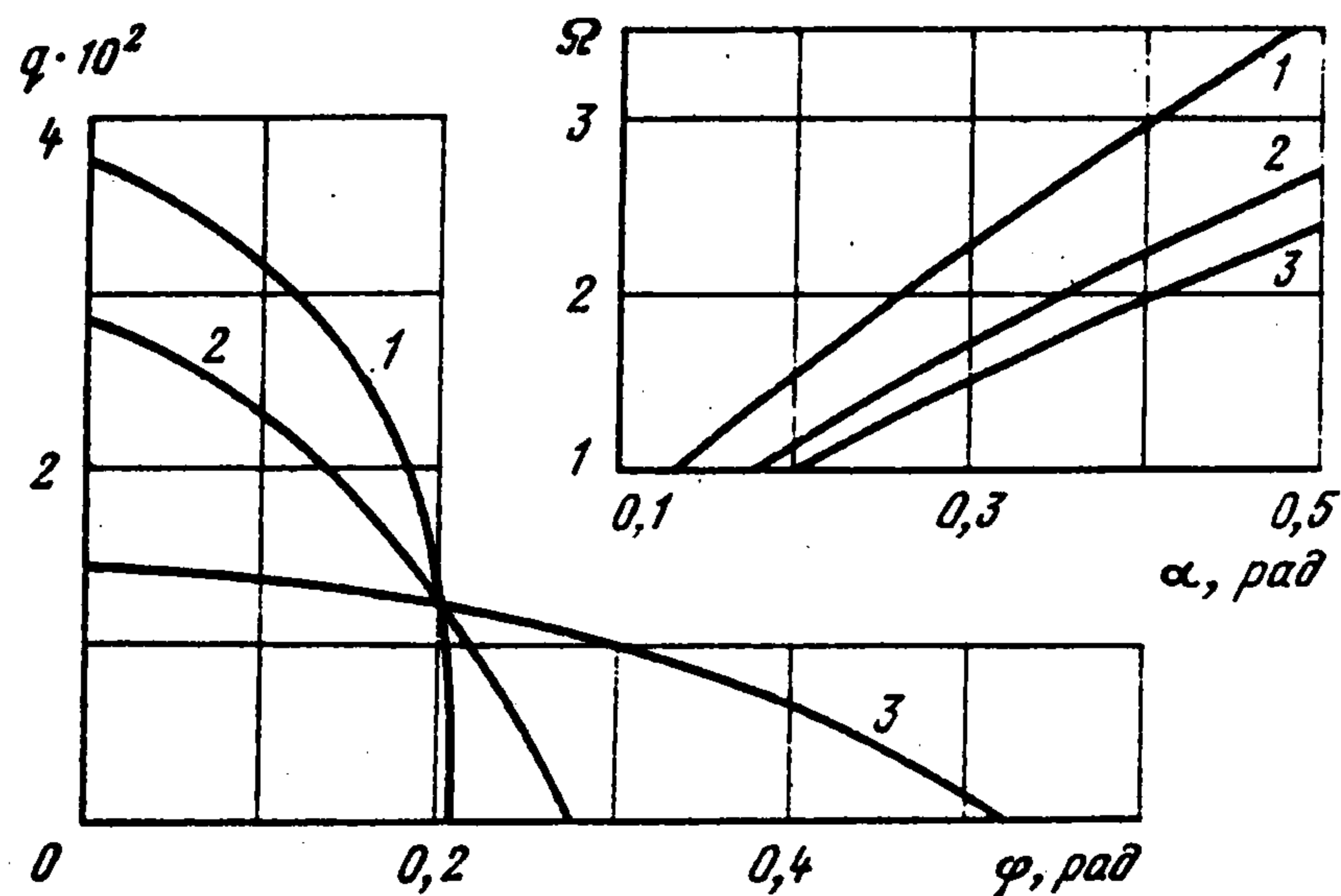
$$\beta(t) = \frac{f_0(t) - \Delta \cos \alpha}{\cos \alpha}, \quad (a_1 + a_2 t) N = f_0(t) F(\alpha) \quad (3.8)$$

$$a_1 q(\varphi, t) = \begin{cases} f_0(t) (\cos \varphi - \cos \alpha) \cos^{-1} \alpha + I(0, t) & (|\varphi| \leq \alpha_0) \\ I[\eta(\varphi), t] & (\alpha_0 < |\varphi| \leq \alpha) \end{cases}$$

$$I(x, t) = -\theta \int_x^t f_0(\tau) \frac{\cos \varphi - \cos \alpha(\tau)}{\cos \alpha(\tau)} e^{-\theta(t-\tau)} d\tau, \quad \theta = \frac{a_2}{a_1}$$

$$\eta(\varphi) = \frac{F(\varphi) (\Delta - \epsilon BT_*) - a_1 N}{a_2 N - F(\varphi) (\alpha_0^{-1} \sin \alpha_0 - m)}, \quad F(\varphi) = \frac{\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi}{\cos \varphi}$$

¹ Коваленко Е.В. Некоторые контактные задачи для тел с тонкими пористо-упругими покрытиями // Препринт № 458. М.: ИПМ АН СССР, 1990. 32 с.



Фиг. 2

Полагая во втором соотношении (3.8) $t = t_1$ подсчитывая величину угла α_1 , переходим на интервал $(t_1, t_2]$ и т.д. В результате на i -м ($i \geq 1$) шаге будем иметь

$$Vq = [\beta(t) + \Delta] \cos \varphi - f_i(t), f_i(t) = \Delta - \epsilon BT_* + \\ + \Sigma + \left(\frac{\sin \alpha_i}{\alpha_i} - m \right) t, \quad t_i < t \leq t_{i+1} \quad (3.9)$$

Решение системы (3.9) дается формулами (3.8), в которых следует заменить $f_0(t)$ на $f_i(t)$ ($i \geq 1$), а за $\eta(\varphi)$ принять

$$\eta(\varphi) = \frac{F(\varphi) (\Delta - \epsilon BT_* + \Sigma) - a_1 N}{a_2 N - F(\varphi) (\alpha_i^{-1} \sin \alpha_i - m)}$$

4. В качестве примера рассчитаны основные характеристики контактного взаимодействия в режиме плавления подшипника скольжения, вал и обойма которого стальные, а материалом втулки служит наполненный фторопласт Ф4К20, при следующих значениях параметров: $R = 13$ мм; $R_1 = 12,5$ мм; $R_2 = 14,5$ мм; $R_3 = 29,5$ мм; $l = 50$ мм; $G = 3 \cdot 10^2$ МПа; $\nu = 0,4$; $f_0 = 0,1$; $f_2 = 0$; $\lambda_1 = 25,35$ Вт/(м · °С); $\lambda_2 = 0,39$ Вт/(м · °С); $\alpha_T = 8 \cdot 10^{-5}$ (°С) $^{-1}$; $\kappa_1 = 402$ Вт/(м 2 · °С); $\kappa_2 = 36$ Вт/(м 2 · °С); $T_* = 250$ °С; $D_0 = 235$ °С; $D_1 = 4$ °С.

На фиг. 2 показано изменение критической скорости вращения вала $\Omega = \omega_c(\alpha)/\omega_c(\alpha_0)$ при разных значениях постоянной во времени безразмерной нагрузки, действующей на шип (кривые 1, 2, 3 соответствуют $N = 3 \cdot 10^{-3}$, $7 \cdot 10^{-3}$, 10^{-2}). При этом для трех рассматриваемых случаев имеем: 1) $\alpha_0 = 0,135$, $\omega_c(\alpha_0) = 7,96$ с $^{-1}$; 2) $\alpha_0 = 0,178$, $\omega_c(\alpha_0) = 4,51$ с $^{-1}$; 3) $\alpha_0 = 0,201$, $\omega_c(\alpha_0) = 3,55$ с $^{-1}$. Заметим, что указанным величинам углов контакта отвечают отрицательные значения осадки втулки $\beta_0 R^{-1} = -0,479 \cdot 10^{-2}$; $\beta_0 R^{-1} = -0,456 \cdot 10^{-2}$; $\beta_0 R^{-1} = -0,441 \cdot 10^{-2}$. Это обстоятельство говорит о том, что износ оплавлением, как правило, осуществляется в подшипнике после потери им термостатической устойчивости [13], следствием чего является превалирование второго члена в круглой скобке формулы (1.13) над первым. Полагая далее $\hat{\beta} R^{-1} = 0$, определим соответствующий этому значению осадки угол контакта $\hat{\alpha} = 0,521$, зная который, найдем $\omega_* = 29,99$ с $^{-1}$; $\omega_* = 12,85$ с $^{-1}$; $\omega_* = 8,99$ с $^{-1}$ для трех изучаемых случаев нагрузки вала.

Эволюция во времени безразмерного контактного давления в процессе изнашивания оплавлением при $N = 10^{-2}$, $\omega = 9$ с $^{-1}$ приведена в левой части фиг. 2 (кривые 1, 2, 3 соответствуют $t = 0$, 10^{-5} , 10^{-4}). Отметим, что максимальные отличия приведенных давлений от значений, рассчитанных по формуле (2.14), составляют не более 15%. Поэтому для грубой прикидки результатов на практике можно пользоваться выражением (2.14), которое намного проще аналогичных соотношений (3.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров В.М. Контактная задача с учетом износа, вызванного локальным оплавлением // Физико-хим. механика материалов. 1986. № 1. С. 116–124.
2. Александров В.М. Осесимметричная контактная задача об износе оплавлением // Изв. АН СССР. МТТ. 1990. № 6. С. 36–42.
3. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
4. Солдатенков И.А. Изнашивание тонкого упругого покрытия при изменяющейся площадке контакта // Трение и износ. 1985. Т. 6. № 2. С. 247–254.
5. Александров В.М., Коваленко Е.В. Аналитическое решение контактной задачи об изнашивании сопряжения вал–втулка // Трение и износ. 1987. Т. 8. № 6. С. 985–995.
6. Александров В.М., Бабешко В.А., Белоконь А.В. и др. Расчет термоупругих контактных давлений в подшипнике с полимерным покрытием // Контактные задачи и их инженерные приложения. М.: НИИМАШ, 1969. С. 214–226.
7. Кузьменко А.Г. Теоретические основы расчета на износ подшипников скольжения / БИТМ – Брянск, 1982. 220 с. – Деп. в ВИНТИ 25.06.82, № 3376–82.
8. Флоке А., Плей Д., Года М. Температуры поверхностей при распределенных контактах. Приложение к проектированию подшипников // Проблемы трения и смазки. 1977. № 2. С. 143–151.
9. Бабешко В.А., Ворович И.И. К расчету контактных температур, возникающих при вращении вала в подшипнике // ПМТФ. 1968. № 2. С. 135–137.
10. Авилкин В.И., Коваленко Е.В. Об одной динамической контактной задаче для составного основания // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 5. С. 847–856.
11. Черский И.Н., Богатин О.Б., Сокольникова Л.Г. Расчет эксплуатационных характеристик антифракционных втулок и покрытий при "сильном" износе // Трение и износ. 1986. Т. 7. № 1. С. 99–107.
12. Гавриков М.Б., Мазинг Р.И. Наследственно-стареющая модель изнашивания и ее применение к задачам с монотонно растущей зоной контакта // Трение и износ. 1988. Т. 9. № 2. С. 274–279.
13. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 509 с.

Львов, Москва

Поступила в редакцию
11.VI.1992