

УДК 533.6.011

© 1992 г. С.В. Жлуктов, С.В. Утюжников, В.С. Щелин, В.Г. Щербак

СРАВНЕНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ

На примере стационарного обтекания носового затупления космических кораблей "Буран" [1] и "Space Shuttle" при их спуске с орбиты проводится сравнение различных газодинамических моделей описания химически неравновесных течений. Рассматриваются модели локально-автомодельного приближения уравнений Навье–Стокса [2], химически равновесного и неравновесного полного вязкого ударного слоя (ПВУС) [3] и модель тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС) [4]. Во всех моделях протекание физико-химических процессов учитывалось одинаковым образом с использованием одних и тех же констант газофазных химических реакций (их влияние рассматривалось в [5]). Показано хорошее согласование результатов расчетов теплового потока в критической точке.

Ранее химически неравновесные течения рассматривались в рамках приближенных уравнений Навье–Стокса [6], в рамках ТВУС [7] и ПВУС [8, 9] (подробнее см. обзор [10]). Проводились [11] сравнение моделей ТВУС и ПВУС для течений однородного газа.

1. Рассмотрим полную систему стационарных уравнений Навье–Стокса, описывающую течение многокомпонентной химически реагирующей смеси газов при отсутствии внешних массовых сил. В криволинейной системе координат x, y, φ , где x – длина дуги контура тела, отсчитываемая от передней критической точки, y – расстояние по нормали от тела, φ – меридиональный угол, уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} (r^\nu \rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (H_1 r^\nu \rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\bar{u}v}{RH_1} \right) = - \frac{1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x} + \\ + \frac{1}{H_1 r^\nu} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (r^\nu \tau_{xx}) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} (H_1 r^\nu \tau_{xy}) + \frac{\bar{\tau}_{xy}}{RH_1} \left\{ \frac{\nu \sin \alpha}{r} \tau_{\varphi\varphi} \right\} \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2}{RH_1} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \\ + \frac{1}{H_1 r^\nu} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (r^\nu \tau_{xy}) \right\} + \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (H_1 r^\nu \tau_{yy}) \right\} - \left\{ \frac{\tau_{xx}}{RH_1} + \frac{\nu \cos \alpha}{r} \tau_{\varphi\varphi} \right\} \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{u}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} + \\ + \frac{1}{H_1 r^\nu} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{r^\nu}{H_1} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda r^\nu H_1 \frac{\partial T}{\partial y}) + F + \\ + \sum h_i w_i + \left\{ \left(\sum c_{pi} \frac{J_{ix}}{H_1} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \left(\sum c_{pi} J_{iy} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial c_i}{\partial x} + v \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + \frac{1}{H_1 r^\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r^\nu \tau_{ix}) + \frac{\partial}{\partial y} (H_1 r^\nu J_{iy}) \right] = w_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.5)$$

$$P = R_G \rho T (\sum c_i / m_i)^{-1}, \quad \sum c_i = 1, \quad H_1 = 1 + \overline{y/R}$$

$$F = \{ \tau_{xx} e_{xx} \} + \{ \tau_{yy} e_{yy} \} + \{ \tau_{\varphi\varphi} e_{\varphi\varphi} \} + 2\tau_{xy} e_{xy}$$

Здесь u и v – физические компоненты скорости по направлениям x и y ; P , ρ , T – давление, плотность и температура смеси газов, состоящей из N химических компонентов; μ , λ – коэффициенты вязкости и теплопроводности смеси; c_i , m_i , h_i , c_{pi} , J_i , w_i – массовая концентрация, молекулярная масса, удельные энтальпия и теплоемкость, компоненты вектора диффузионного потока, скорость образования массы i -й компоненты; τ_{ij} , e_{ij} – компоненты тензора вязких напряжений и скоростей деформации; R_G – универсальная газовая постоянная; $R(x)$ – радиус кривизны контура тела; H_1 – метрический коэффициент Ламе; $r = r_w + y \cos \alpha$ – расстояние от данной точки пространства до оси тела; α – угол между касательной к контуру тела и осью симметрии ν ; суммирование ведется от $i=1$ до $i=N$.

Приведем уравнения к безразмерному виду. Систему параболизированных уравнений Навье–Стокса получим, удерживая члены $O(1)$ и $O(Re^{-1/2})$ и опуская члены $O(Re^{-3/2})$. Опущенные члены заключены в фигурные скобки. Заметим, что в уравнении (1.3) опущен также член $\partial(r^\nu \tau_{xy}) / \partial x$, имеющий порядок $Re^{-1/2}$. Однако дополнительные оценки, связанные с малостью параметра ρ_∞ / ρ_S (отношения плотностей в набегающем потоке и на границе ударной волны), а также оценки производных по x и y в области ударной волны и около тела показывают, что оставленные члены имеют наибольший порядок, по крайней мере в ударном слое. Таким образом, в уравнениях пренебрегаются членами, ответственными за молекулярный перенос вдоль тела, что оправдано для гладких затупленных тел при отсутствии разрыва граничных условий на поверхности.

Оставшиеся компоненты тензора вязких напряжений и соотношения Стефана–Максвелла при пренебрежении эффектами термо- и бародиффузией выражаются следующим образом (D_{ij} – бинарные коэффициенты диффузии):

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\bar{u}}{RH_1} + \left\{ \frac{1}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} \right\} \right)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \left[\frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \left\{ \frac{1}{3r^\nu H_1} \left(\frac{\partial u r^\nu}{\partial x} + v \frac{\partial r^\nu H_1}{\partial y} \right) \right\} \right]$$

$$F = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\bar{u}}{RH_1} \right)^2 + \left\{ \left\{ \frac{4}{3} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \right\} \right]$$

$$\frac{\partial m c_i}{\partial y} = \sum \frac{m^2}{\rho m_i D_{ij}} (c_j J_{iy} - c_i J_{jy}), \quad i = 1, \dots, N-1, \quad \sum J_{iy} = 0$$

Граничные условия на поверхности тела при пренебрежении эффектами скольжения, скачками температуры и концентраций следующие:

$$y=0, \quad u=v=0, \quad q = \epsilon \sigma_B T^4$$

$$q = \lambda \partial T / \partial y - \sum h_i J_{iy}, \quad J_{iy} = -\rho K_{wi} c_i$$

где ϵ – коэффициент черноты поверхности; σ_B – постоянная Стефана–Больцмана; K_{wi} – константа скорости гетерогенной рекомбинации.

На внешней границе задаются условия, соответствующие параметрам набегающего потока.

В данной работе система параболизированных уравнений Навье–Стокса решалась в рамках локально-автомодельного приближения на критической линии. Разложим [2] искомое решение в ряды, ограничиваясь первыми членами и оставляя второй член в разложении для давления

$$u = u_1(y) \cos \alpha + \dots, \quad v = v_0(y) \sin \alpha + \dots$$

$$p = p_0(y) + p_2(y) \cos^2 \alpha + \dots, \quad G = G_0(y) + \dots \quad (1.6)$$

где G – любая из функций ρ , T , μ , λ , c_i .

Подставляя разложения (1.6) в уравнение (1.3) и приравнивая члены при $\cos^2 \alpha$, получим уравнение для определения продольного градиента давления

$$\frac{1}{r_w} \frac{\partial P}{\partial x} = 2 \frac{\cos \alpha}{r_w} \frac{\sin \alpha}{R} P_2, \quad \frac{\partial P_2}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\rho}{RH_1} \frac{u}{\cos \alpha} \left(\frac{u}{\cos \alpha} + \frac{v}{\sin \alpha} \right)$$

с граничным условием $P_2 \rightarrow 0$ при $y \rightarrow \infty$.

Таким образом, на критической линии задача замыкается.

Модель полного вязкого ударного слоя выводится из параболизированных уравнений Навье–Стокса пренебрежением вязкими членами в уравнении (1.3) (отмечены двойными фигурными скобками). В результате порядок уравнения импульсов в проекции на нормаль понижается, и оставшееся граничное условие служит для определения отхода ударной волны. Область перехода через скачок уплотнения заменяется поверхностью сильного разрыва, на которой граничными условиями служат соотношения Рэнкина–Гюгонио. В пренебрежении членами $O(k/Re)_s$ (индексом s обозначаются значения величин на внутренней границе ударной волны, $k_s = \rho_\infty/\rho_s$) эти соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} u_s &= \cos \beta \cos \beta_s + K_s \sin \beta \sin \beta - \xi \tau_{xy}|_s \\ v_s &= u_s \operatorname{tg} \beta_s - K_s / \xi, P_s = \bar{P}_\infty + (1 - K_s) \sin^2 \beta \\ H_s &= \bar{H}_\infty + \xi J_{Hy}|_s; c_{is} = c_{i\infty} + \xi J_{iy}|_s; \xi = \cos \beta_s / \sin \beta \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь H и J_{Hy} – полная энтальпия и поток энергии, $\beta(x)$ – угол между касательной к ударной волне и осью симметрии, $\beta_s = \beta - \alpha$.

Уравнения ПВУС содержат все члены уравнений Эйлера а также члены, вносящие вклад во второе приближение пограничного слоя по малому параметру $Re^{-1/2}$ как для внутреннего, так и для внешнего разложений.

Уравнения ТВУС являются асимптотической формой уравнений ПВУС при больших числах Маха, Рейнольдса и $K_s \rightarrow 0$. Члены, опущенные в уравнениях, отмечены сверху чертой. В граничных условиях (1.7) на ударной волне необходимо положить $K_s = 0$, $\beta_s = 0$. Уравнения ТВУС содержат члены уравнений пограничного слоя и невязкого ударного слоя в гиперзвуковом приближении.

2. Упрощенные уравнения Навье–Стокса в локально-автомодельном приближении интегрировались на критической линии методом [12]. Уравнения ПВУС сохраняют эллиптические свойства за счет продольной составляющей градиента давления и формы ударной волны, и для ее решения применялся итерационный метод, основанный на проведении глобальных итераций [13]. Система уравнений ТВУС параболического типа и метод ее решения изложены ранее [14].

Для интегрирования уравнений в рамках перечисленных моделей использовалась схема [15] четвертого порядка точности по поперечной координате. При рассмотрении химических реакций предполагалось наличие в возмущенной области течения пяти компонентов N_2 , O_2 , N , O , NO , между которыми протекают реакции диссоциации, рекомбинации и обменные реакции. Система реакций, константы скоростей реакций и коэффициенты переноса для всех моделей принимались одинаковыми, совпадающими с использованными ранее [14].

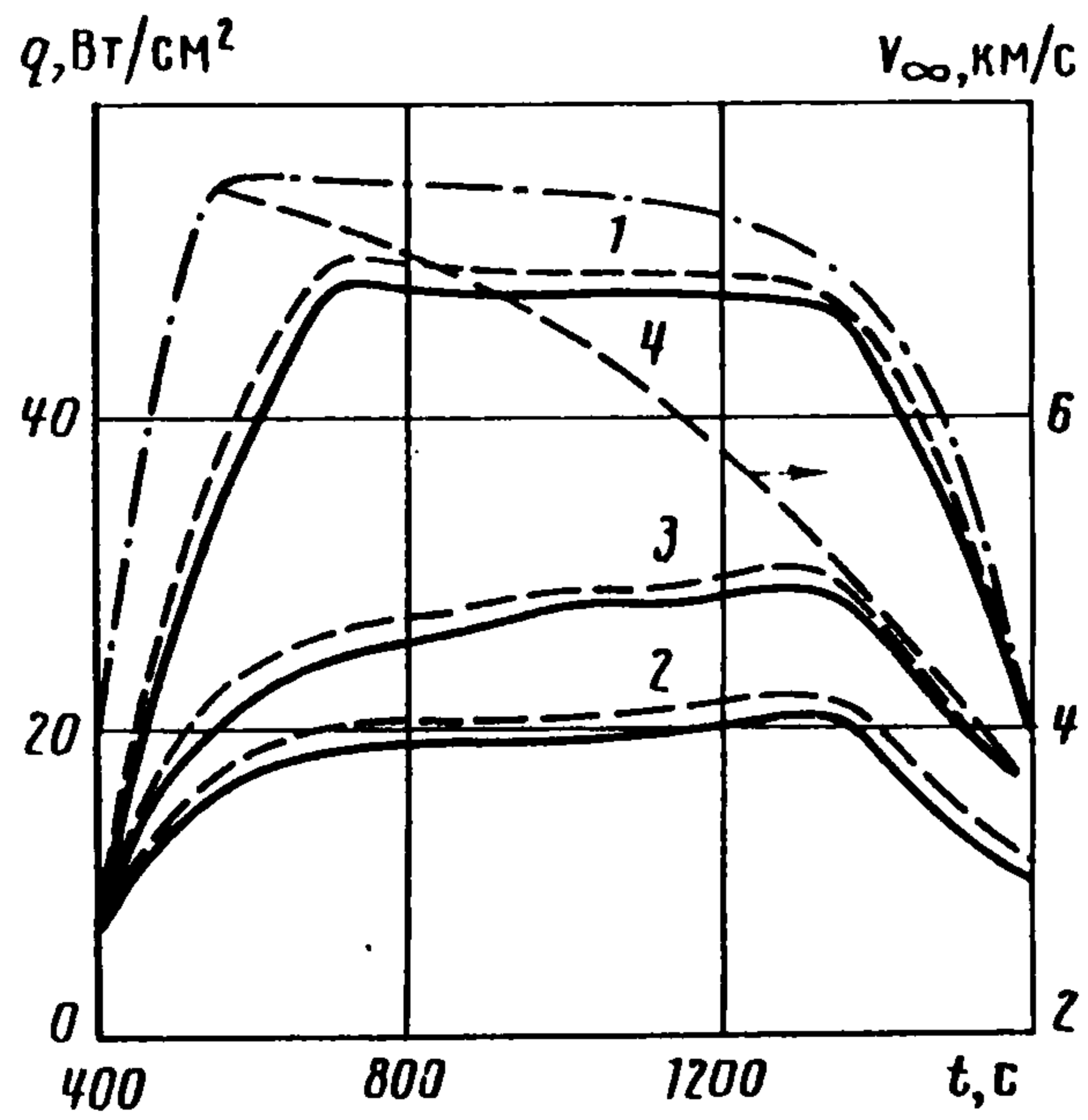
Рассмотрим обтекание тел при их движении вдоль планирующих траекторий входа в атмосферу Земли. Условия в набегающем потоке соответствовали стандартной атмосфере.

Рассматривались три модели каталитической активности поверхности: идеально-каталитическая (модель 1); некаталитическая (модель 2); предполагалось, что поверхность обладает конечными каталитическими свойствами с константами скоростей $K_{wO} = K_{wN} = 3 \text{ м/с}$, $K_{wNO} = 0$ (модель 3). Модель 3 соответствует каталитической активности поверхности покрытия углерод – углерод космического корабля "Буран" [16].

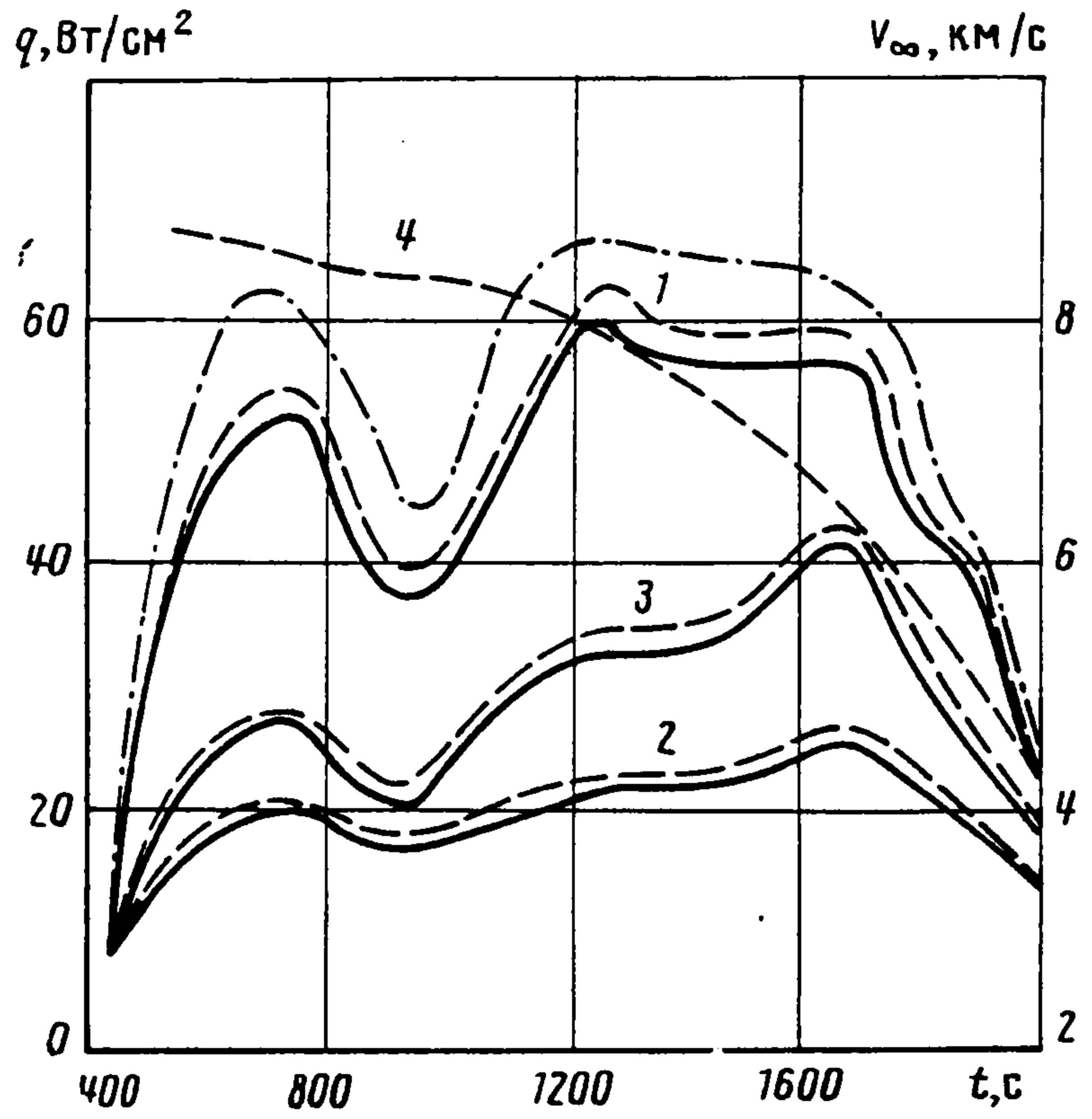
Результаты расчетов теплового потока в критической точке космического корабля "Буран" в зависимости от времени спуска, в диапазоне высот h от 100 до 52 км приведены для траектории первого полета [1] (фиг. 1) и типовой траектории (фиг. 2). Радиус затупления $R = 0,83 \text{ м}$, $e = 0,8$. Сплошными линиями обозначены результаты расчетов уравнений ПВУС, штрихпунктирными – расчеты химически равновесного ПВУС, штриховыми – ТВУС. Линии 1–3 соответствуют моделям 1–3 каталитической активности поверхности. Линиями 4 обозначены зависимости скорости полета от времени спуска.

Практически для всех рассмотренных режимов обтекания тепловой поток при расчетах в рамках модели ТВУС выше, чем в рамках модели ПВУС. Это связано с тем, что предположение о тонкости слоя приводит к большей степени сжатия по сравнению с моделью полного вязкого ударного слоя, где положение ударной волны находится в процессе решения задачи.

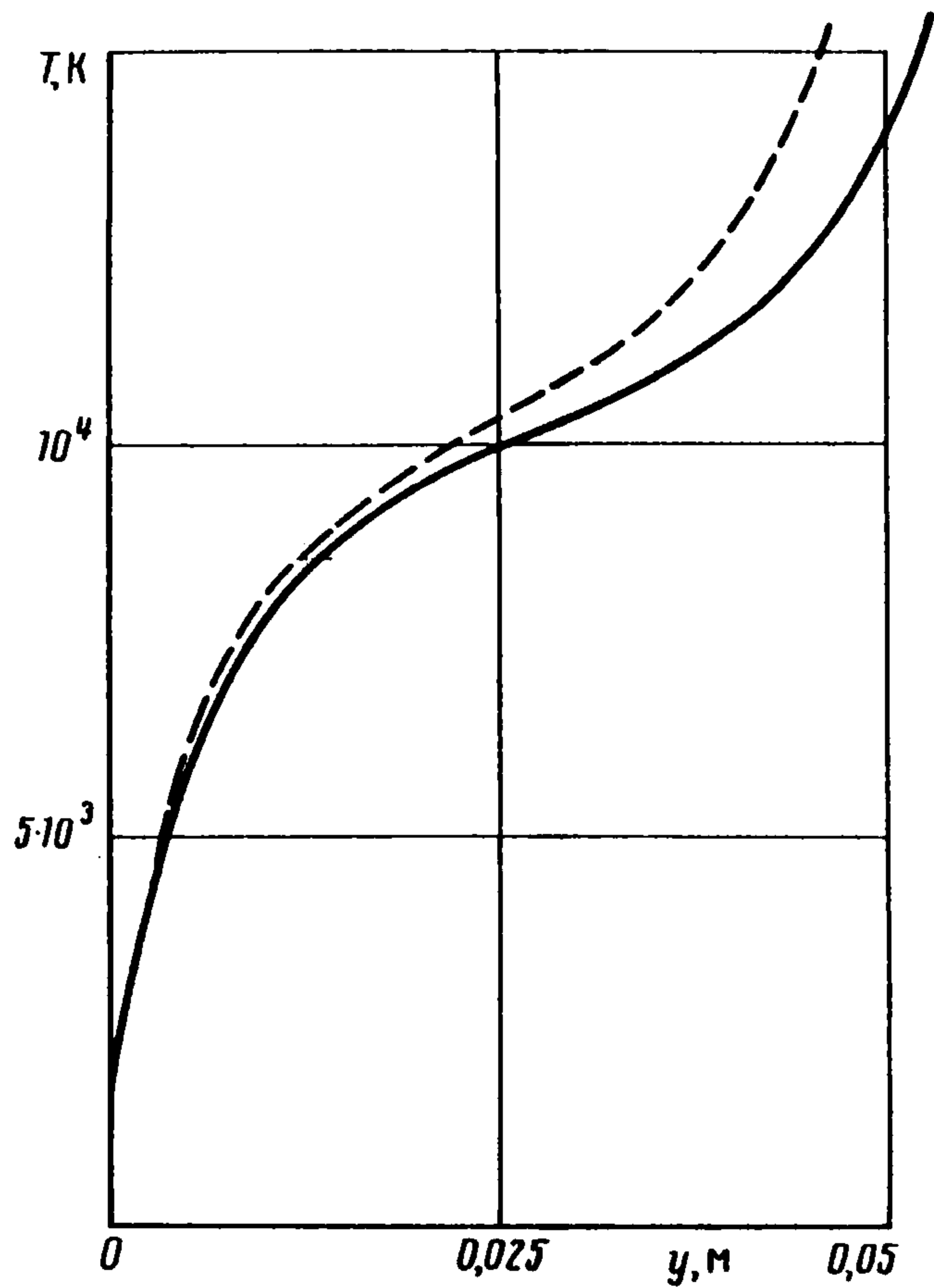
Сравнение с результатами расчетов химически равновесного вязкого ударного слоя показывает, что основная теплонапряженная часть планирующих траекторий характеризуется существенно неравновесным протеканием химических реакций. Более высокие значения теплового потока в равновесном случае объясняются тем, что, как показали расчеты, равновесный характер протекания реакций обуславливает более интенсивную по сравнению с неравновесным случаем диссоциацию молекул. В результате более интенсивная диффузия атомов к относительно холодной стенке и рекомбинация в пристеночной области приводят к дополнительному выделению энергии вблизи поверхности тела.



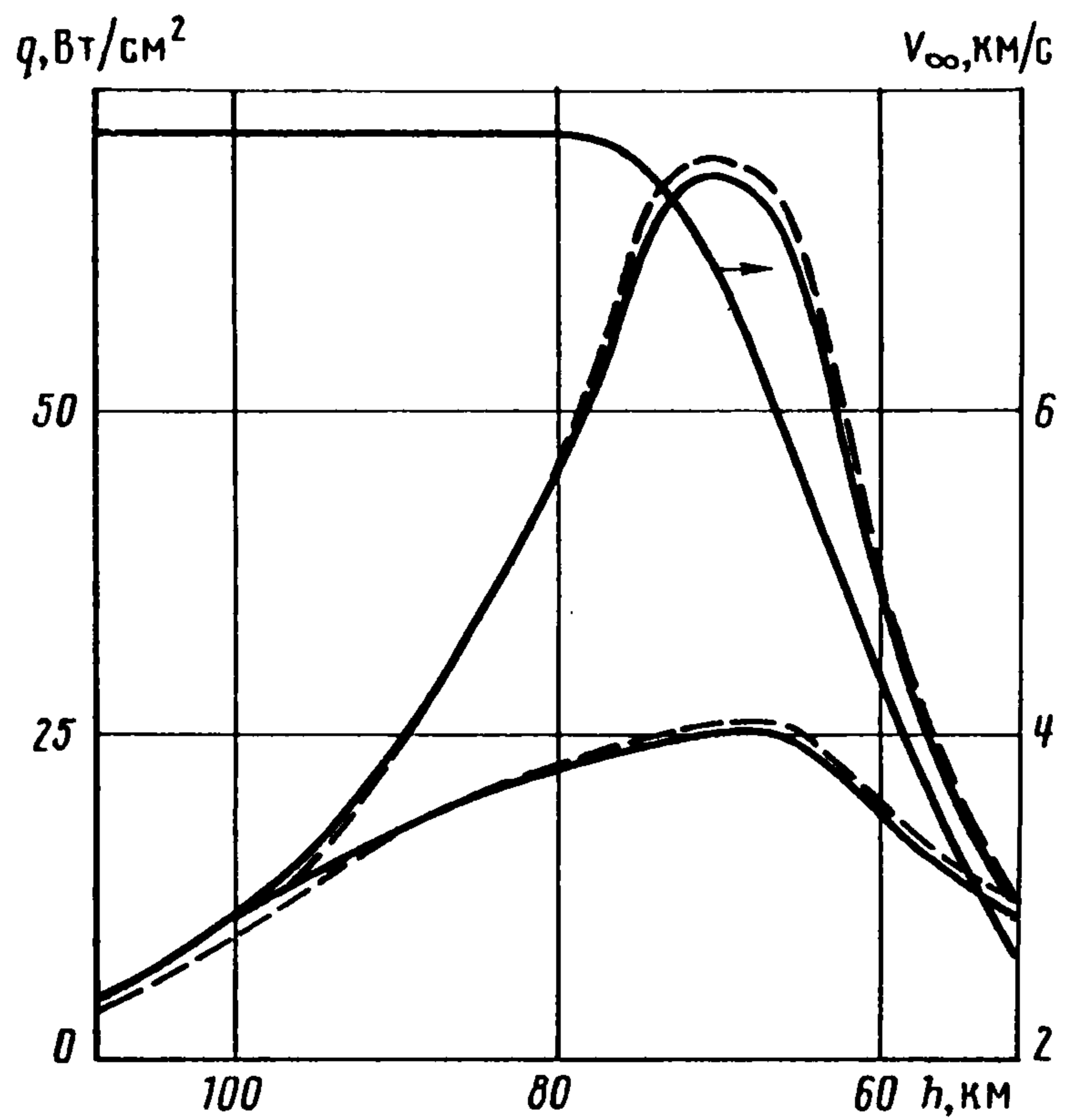
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



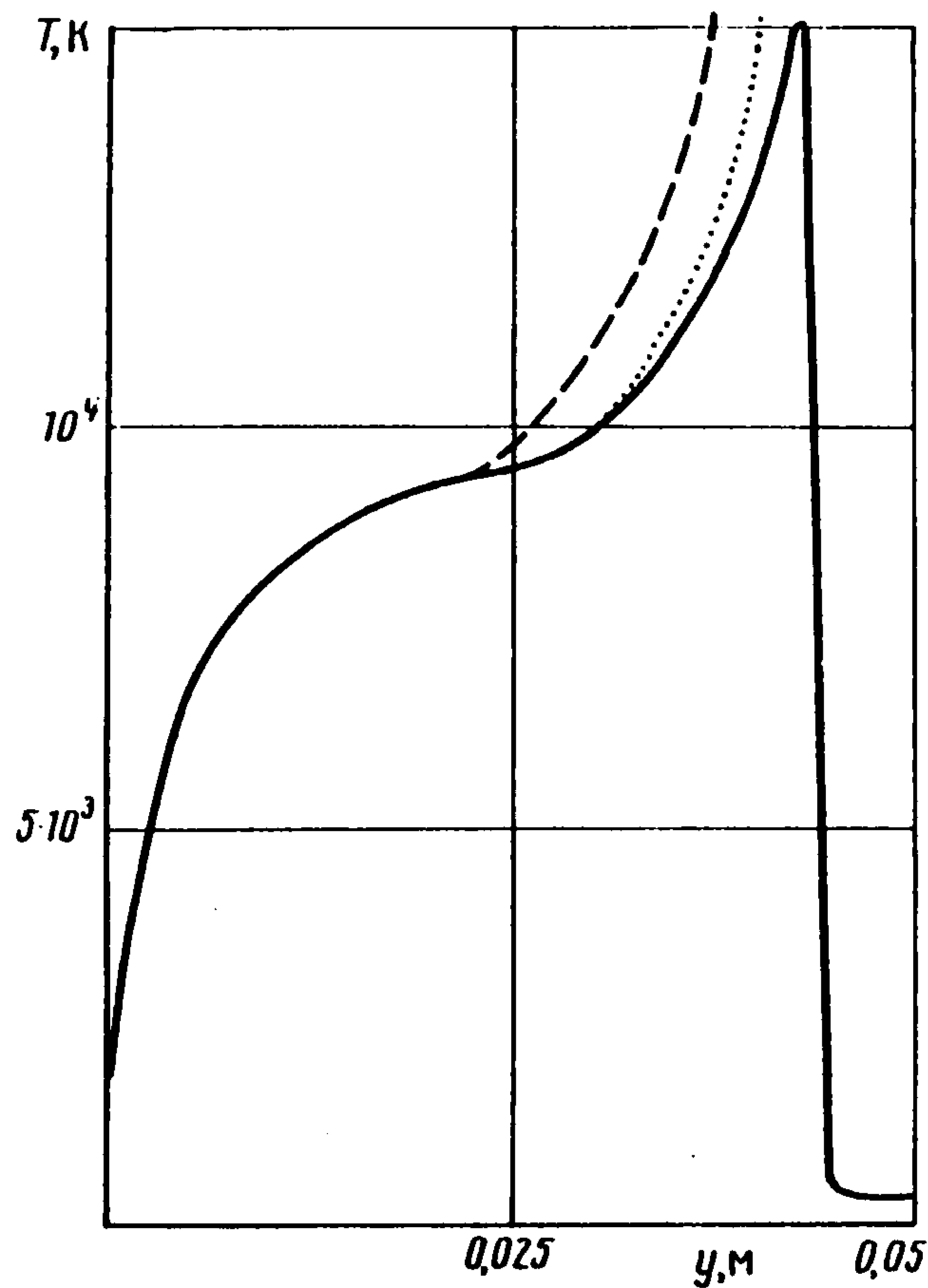
Фиг. 4

На фиг. 3 приведены для сравнения профили температуры для идеально-каталитической поверхности. Условия в набегающем потоке соответствуют траектории на фиг. 1 при $t = 710$ с.

На фиг. 4 показаны распределения теплового потока от высоты полета при движении вдоль траектории, моделирующей спуск космического корабля "Space Shuttle". В критической точке радиусы главных кривизн тела равнялись 0,5 и 1,25 м, $\epsilon = 0,85$.

Сплошные линии соответствуют расчетам в рамках локально-автомодельного приближения уравнений Навье-Стокса, штриховые — в рамках модели ТВУС. Линии 1,2 соответствуют идеально-каталитической и некаталитической поверхности.

На высотах $65 \leq h \leq 90$ км, характеризующихся интенсивными химическими реакциями, тепловой поток в случае решения системы ТВУС превышает результаты, полученные в рамках локально-



Фиг. 5

автомодельного приближения уравнений Навье–Стокса не более чем на 5%. Коэффициенты трения совпадают с точностью 1%. С уменьшением высоты полета и уменьшением числа Маха при $50 \lesssim h \lesssim 60$ км ($8,7 \lesssim M_\infty \lesssim 15$) отличие увеличивается и при $h = 50$ км тепловой поток больше на 7%, а коэффициенты трения – на 4%.

На фиг. 5 показаны профили температуры для идеально-каталитической поверхности при $h = 70$ км ($Re_\infty = 1,33 \cdot 10^4$). Пунктирной линией обозначен результат расчета по модели ТВУС с учетом в коэффициенте Ламе нормальной координаты y . Отличие тепловых потоков от случая с $H_1 = 1$ не превышает 3%, а в коэффициентах трения – 5%.

Представленные результаты показывают, что расхождение в значениях теплового потока в критической точке между рассмотренными моделями не превышает 8%, а в равновесной температуре поверхности – 30 К для рассмотренных режимов обтекания. Поэтому при параметрических расчетах в окрестности линии торможения для условий планирующего спуска целесообразно использовать модель тонкого вязкого ударного слоя, более простую и удобную. Однако в ряде случаев на боковой поверхности обтекаемого тела модель ТВУС может приводить к занижению давления на теле и для расчетов необходимо использовать модель полного вязкого ударного слоя или параболизированные уравнения Навье–Стокса.

Авторы благодарят Г.А. Тирского за обсуждения и постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лозино-Лозинский Г.Е. Полет Бурана // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации 1989. М.: Наука, 1990, С. 6–21.
2. Kao H.C. Hypersonic viscous flow near the stagnation of a blunt body. Pt. I–II. // AIAA Journal. 1964. V. 2. №. 11, P. 1892–1906.
3. Davis R.T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock-layer equations // AIAA Journal. 1970. V. 8. №. 5. P. 843–851.
4. Cheng H.K. The blunt-body problem in hypersonic flow at low Reynolds number // Paper Inst. Astronaut. Sci. 1963. №. 92, 100 p.
5. Тирский А.Г., Щелин В.С., Щербак В.Г. Влияние неопределенности химической кинетики на конвективный теплообмен // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 6. С. 146–151.
6. Chung P.M., Holt J.F., Liu S.W. Merged stagnation shock layer of nonequilibrium dissociating gas // AIAA Journal. 1968. V. 6. №. 12. P. 2373–2379.
7. Воронкин В.Г. Неравновесное вязкое течение многокомпонентного газа в окрестности критической точки затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 2. С. 144–147.
8. Gupta R.N., Moss J.N., Simmonds A.L., Shinn J.L., Zoby E.V. Space shuttle heating analysis with variation in angle of attack and catalycity // J. Spacecraft and Rockets. 1984. V. 21. №. 2. P. 217–219.

9. *Афонина Н.Е., Громов В.Г.* Некоторые результаты численного исследования газодинамики и теплообмена тел сложной формы в сверхзвуковом потоке воздуха // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации 1989, М.: Наука, 1990, С. 65–71.
10. *Гершбейн Э.А., Пейгин С.В., Тирский Г.А.* Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // Итоги науки и техники, Сер. Механика жидкости и газа, М.: ВИНТИ, 1985, Т. 19, С. 3–85.
11. *Тирский Г.А., Утюжников С.В.* Сравнение моделей тонкого и полного вязкого ударного слоя в задаче сверхзвукового обтекания притупленных конусов вязким газом // ПММ, 1989, Т. 53, № 6, С. 963–969.
12. *Щербак В.Г.* Численное исследование структуры неравновесного течения около затупленных тел при гиперзвуковом пространственном обтекании // Изв. АН СССР, МЖГ, 1987, № 5, С. 143–150.
13. *Васильевский С.А., Тирский Г.А., Утюжников С.В.* Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Ж. вычисл. математики и мат. физики, 1987, Т. 27, № 5, С. 1292–1303.
14. *Гершбейн Э.А., Щелин В.С., Юницкий С.А.* Исследование пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью при их движении по траектории входа в атмосферу Земли // Космич. исследования, 1985, Т. 23, № 3, С. 416–425.
15. *Петухов И.В.* Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы, М.: Наука, 1964, С. 304–325.
16. *Баронец П.Н., Гордеев А.Н., Колесников А.Ф., Мысова В.М., Першин И.С., Прилепский В.Н., Труханов А.С., Рулев Ю.К., Якушин М.И.* Отработка теплозащитных материалов орбитального корабля "Буран" на индукционных плазмотронах // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации, 1990, 1991, М.: Наука, 1991, С. 41–52.

Москва

Поступила в редакцию
15. X. 1991