

УДК 533.6.011.5

© 1992 г. В. Н. Голубкин, В. В. Негода

О ПОВЫШЕНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА КРЫЛЬЕВ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Исследование проблемы увеличения аэродинамического качества несущих поверхностей при гиперзвуковых скоростях проводилось с использованием простейшей формулы Ньютона для давления на поверхности [1, 2]. Аэродинамические формы с достаточно большим сверх- и гиперзвуковым качеством получаются также в классе волнолетов — тел, образованных поверхностями тока невязких течений за скачками уплотнения простых конфигураций, для которых имеются точные решения [3–6].

В данной работе вариационная задача для определения формы тонких несущих поверхностей с большим гиперзвуковым качеством сформулирована с помощью аналитического решения [7, 8], описывающего обтекание крыла малого удлинения под углом атаки в следующем приближении к ньютоновскому. Решения этой задачи дают форму нижней поверхности крыла в передней кромки в плане, обеспечивающие при задании подъемной силы или полезного объема заметное приращение аэродинамического качества по сравнению с предельным ньютоновским значением.

1. Рассмотрим течение в тонком сжатом слое между головным скачком уплотнения и наветренной поверхностью крыла, обтекаемого без скольжения гиперзвуковым потоком воздуха под углом атаки α , используя связанную систему координат $x^0 y^0 z^0$ (фиг. 1). Толщину крыла, отсчитываемую от базовой плоскости $y^0 = 0$, полагаем малой. Вследствие сильного сжатия в головном скачке его поверхность также близка к плоскости $y^0 = 0$ и малый параметр метода тонкого ударного слоя, равный отношению плотностей на скачке, принимает вид

$$\varepsilon = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} + \frac{2}{(\kappa + 1) M_\infty^2 \sin^2 \alpha} \quad (1.1)$$

где κ — показатель адиабаты, M_∞ — число Маха набегающего потока. Предельный переход $\varepsilon \rightarrow 0$ ($\kappa \rightarrow 1$, $M_\infty \rightarrow \infty$) осуществляется при условии

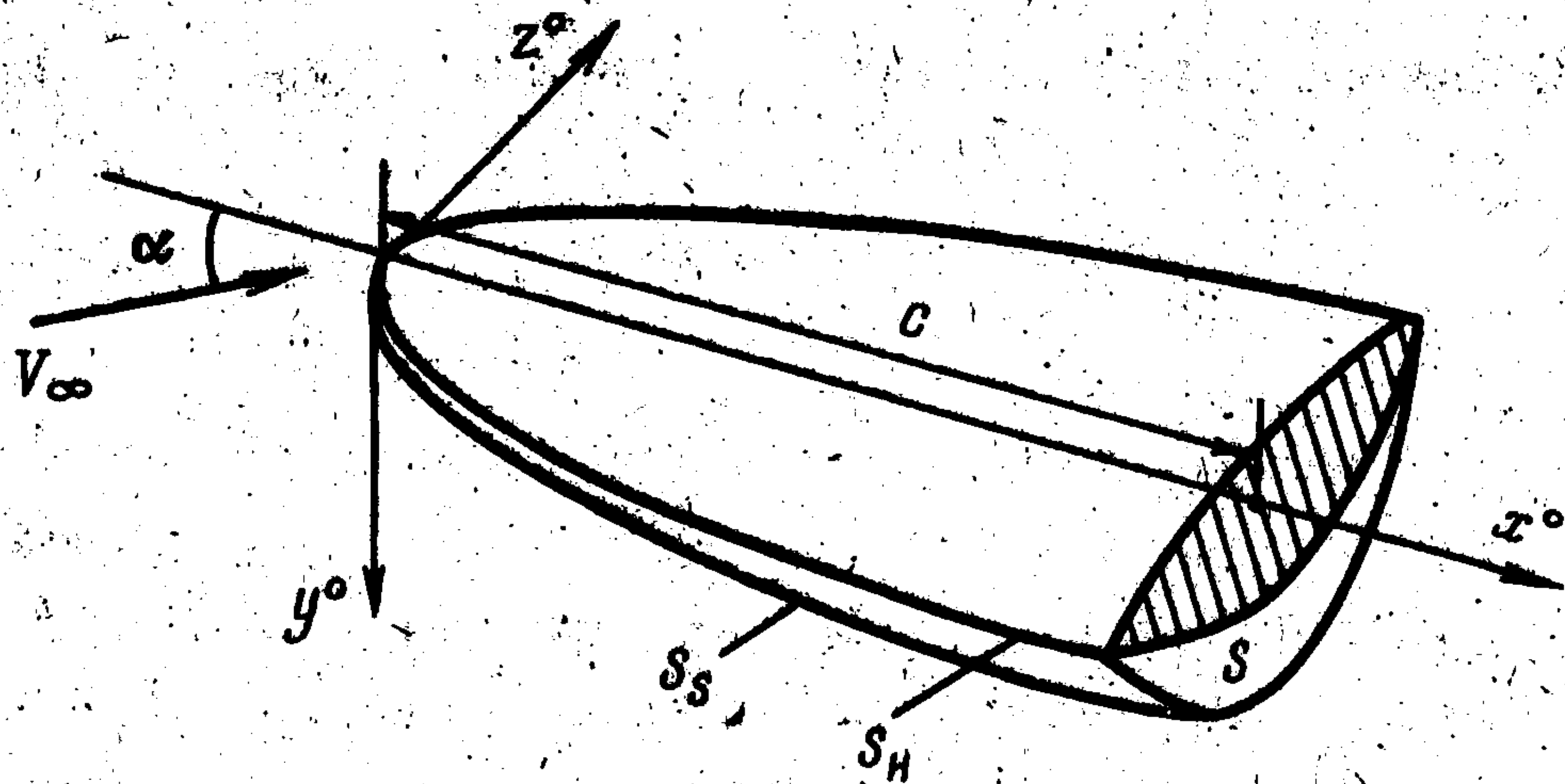
$$R = \varepsilon \kappa M_\infty^2 \sin^2 \alpha = O(1) \quad (1.2)$$

Считаем удлинение крыла совпадающим по порядку величины с углом Маха $\varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$ в возмущенном течении [7, 8], что соответствует наиболее интересному случаю пространственного обтекания.

Безразмерные координаты порядка единицы в ударном слое при $\varepsilon \rightarrow 0$ суть

$$x = \frac{x^0}{c}, \quad y = \frac{y^0}{c \varepsilon \operatorname{tg} \alpha}, \quad z = \frac{z^0}{c \varepsilon^{1/4} \operatorname{tg} \alpha} \quad (1.3)$$

где c — продольный масштаб.



Фиг. 1

Асимптотические разложения по ϵ компонент скорости V° ($u^\circ, v^\circ, w^\circ$) по осям $x^\circ, y^\circ, z^\circ$, давления p° и плотности ρ° в ударном слое имеют вид

$$\begin{aligned} u^\circ/V_\infty &= \cos \alpha + \epsilon u(x, y, z) \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + O(\epsilon^2) \\ v^\circ/V_\infty &= \epsilon v(x, y, z) \sin \alpha + O(\epsilon^2) \\ w^\circ/V_\infty &= \epsilon^{1/2} w(x, y, z) \sin \alpha + O(\epsilon^{3/2}) \\ (p^\circ - p_\infty)/\rho_\infty V_\infty^2 &= [1 + \epsilon p(x, y, z)] \sin^2 \alpha + O(\epsilon^2) \\ \rho^\circ/\rho_\infty &= \epsilon^{-1} + \rho(x, y, z) + O(\epsilon) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Подстановка (1.4) в уравнения газовой динамики дает систему уравнений следующего приближения к ньютоновскому:

$$\begin{aligned} Du = Dw = 0, \quad Dv = -p_v, \quad v_v + w_z = 0 \\ D = \partial/\partial x + v\partial/\partial y + w\partial/\partial z \end{aligned} \quad (1.5)$$

Граничными условиями для (1.5) служат условие непротекания на поверхности крыла $y = b(x, z)$ и соотношения на скачке $y = s(x, z)$, из которых приведем лишь два необходимых в дальнейшем

$$u^s(x, z) = -s_x(x, z), \quad w^s(x, z) = -s_z(x, z) \quad (1.6)$$

Из уравнений (1.5) следует, что поперечная компонента скорости w сохраняется вдоль линий тока возмущенного течения и может быть выбрана в качестве одной из двух независимых функций линий тока

$$\psi = w, \quad \chi = z - \psi x \quad (1.7)$$

Пусть линия тока, проходящая через некоторую точку (x, y, z) в ударном слое, пересекает скачок в точке $(\xi, s(\xi, \zeta), \zeta)$. Уравнение линии тока в терминах ξ и ζ получается из соотношений (1.6), (1.7)

$$\zeta = z + (x - \xi) s_z(\xi, \zeta) \quad (1.8)$$

В случае присоединенного головного скачка линии тока, идущие по поверхности крыла, пересекают скачок в точках, расположенных на передней кромке $z = z_0(x)$. Поэтому для абсцисс $\xi^0(x, z)$ указанных точек справедливо уравнение $\zeta(x, \xi^0, z) = z_0(\xi^0)$.

Между дифференциалами dy и $d\xi$ при постоянных x, z имеется связь [8]: $dy = \zeta_x(x, \xi, z) d\xi$, интегрируя которую, приходим к соотношению,

связывающему форму скачка уплотнения с формой тела [7, 8]

$$s(x, z) = b(x, z) + \int_{\xi^e(x, z)}^{\infty} \zeta_z(x, \xi, z) d\xi \quad (1.9)$$

Это уравнение должно решаться совместно с (1.8).

2. Применим законы сохранения массы и количества движения к объему газа, ограниченному поверхностью скачка S_s , наветренной стороной тела S_H и кормовым сечением ударного слоя S плоскостью $x=1$ (фиг. 1). Поскольку вязкостью воздуха пренебрегаем, а давление на подветренной стороне тела и на его донной части можно принять равным нулю, то с учетом условия непротекания на S_H имеем

$$\mathbf{F} = - \iint_S [p^\circ \mathbf{i} + \rho^\circ (\mathbf{V}^\circ - \mathbf{V}_\infty) u^\circ] dS - p_\infty \iint_{S_s} \mathbf{n} dS$$

где \mathbf{n} — единичная нормаль к поверхности скачка. Проекция \mathbf{F} на оси y° и x° дает искомые компоненты аэродинамической силы в связанной системе координат

$$Y = \iint_S \rho^\circ (v^\circ - v_\infty) u^\circ dy^\circ dz^\circ + p_\infty S_\Gamma^\circ \quad (2.1)$$

$$X = \iint_S [p^\circ - p_\infty + \rho^\circ (u^\circ - u_\infty) u^\circ] dy^\circ dz^\circ + p_\infty S_B^\circ \quad (2.2)$$

где S_Γ° , S_B° — площади проекций крыла на плоскости $x^\circ z^\circ$, $y^\circ z^\circ$. Согласно (1.3) площадь кормового сечения ударного слоя

$$S^\circ = 2\varepsilon^{1/2} c^2 \sigma \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \sigma = \iint_S dy dz$$

Подставляя (1.3), (1.4) в (2.1), (2.2) и принимая во внимание (1.2), получаем разложения компонент сил по степеням ε

$$\frac{Y}{\rho_\infty V_\infty^2 c^2} = 2\varepsilon^{1/2} \sigma (1 + \varepsilon P) \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha + O(\varepsilon^{3/2}) \quad (2.3)$$

$$P = \frac{\sigma_\Gamma}{R\sigma} + \frac{1}{\sigma} \iint_S (v + \rho + u \operatorname{tg}^2 \alpha) dy dz$$

$$\sigma_\Gamma = S_\Gamma^\circ / (2\varepsilon^{1/2} c^2 \operatorname{tg} \alpha)$$

$$\frac{X}{\rho_\infty V_\infty^2 c^2} = -2\varepsilon^{1/2} \sigma (1 - Q) \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha + O(\varepsilon^{3/2}) \quad (2.4)$$

$$Q = -\frac{1}{\sigma} \iint_S u dy dz$$

Отсюда для аэродинамического качества (в скоростной системе координат) имеем

$$K = \operatorname{ctg} \alpha + \frac{\varepsilon}{\sin \alpha \cos \alpha} (1 - Q) + O(\varepsilon^2) \quad (2.5)$$

В главном порядке имеем ньютоновское значение $\text{ctg } \alpha$. Для нахождения поправки первого порядка по ε из всех искомых функций достаточно знать лишь функцию u .

Преобразуем интегралы, входящие в выражение Q . Сделаем сначала замену переменных, перейдя от y, z к ξ, z ($\beta = z_e(1)$):

$$\int_0^{\beta} \int_{b(1, z)}^{s(1, z)} u \, dy \, dz = \int_0^{\beta} \int_{\xi^e(1, z)}^1 u \zeta_z(1, \xi, z) \, d\xi \, dz$$

Согласно первому уравнению (1.5), продольная компонента скорости сохраняется вдоль линий тока в ударном слое. Принимая во внимание граничное условие (1.6), находим, что вдоль линий тока, пересекающих скачок в точке (ξ, ζ) , $u = -s_x(\xi, \zeta)$. Выполним еще замену переменных ξ, z на ξ, ζ . Якобиан преобразования есть

$$\frac{\partial(\xi, z)}{\partial(\xi, \zeta)} = \frac{\partial z(x, \xi, \zeta)}{\partial \xi} \Big|_{x=1} = \frac{1}{\zeta_z(1, \xi, z)}$$

так что производная ζ_z в подынтегральном выражении сокращается. Граница области интегрирования в переменных ξ, z состоит из трех участков: передней кромки $\xi = \xi^e(1, z)$, отрезка оси $z=0$ и кормового сечения $\xi=1$. В терминах ξ, ζ те же участки границы описываются уравнениями $\xi = x_e(\zeta)$, $\zeta=0$ и $\xi=1$, так что новые пределы интегрирования будут $x_e(\zeta)$ и 1 (по ξ), а также 0 и $\beta = z_e(1)$ (по ζ). Сделанная замена переменных корректна при условии взаимной однозначности преобразования $\zeta = \zeta(x, \xi, z)$, означающей, что линии $\zeta = \text{const}$ не пересекаются друг с другом и не попадают дважды на переднюю кромку. Кроме того, линии $\zeta > 0$ не должны пересекаться с плоскостью $z=0$. Нарушение указанных условий означало бы пересечение линий тока в точках входа в сжатый слой или в плоскости симметрии, что лишено физического смысла. В обратной задаче обтекания (рассматриваемой в настоящей работе) вышесказанное следует понимать как ограничение на распределение поперечных наклонов скачка $s_z(x, z)$.

Интеграл Q в переменных ξ, ζ принимает вид

$$Q = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\beta} \int_{x_e(\zeta)}^1 s_x(\xi, \zeta) \, d\xi \, d\zeta$$

Поскольку во внутреннем интеграле переменная ζ фиксирована, то $s_x(\xi, \zeta)$ есть производная $\partial s(\xi, \zeta) / \partial \xi$. Интегрируя по ξ , переобозначая переменную ζ на z и преобразуя аналогичным образом интеграл σ , получаем окончательно $\sigma = \sigma_T$ и

$$Q = \int_0^{\beta} \{s(1, z) - s[x_e(z), z]\} \, dz / \int_0^{\beta} [1 - x_e(z)] \, dz \quad (2.6)$$

Входящие сюда одномерные интегралы имеют простой геометрический смысл: в знаменателе стоит площадь крыла в плане, в числителе — площадь между кормовым сечением скачка плоскостью $x=1$ и проекцией на эту плоскость передней кромки крыла. Для получения возможно больших приращений качества в следующем приближении к ньютоновскому должно быть $Q < 0$, т. е. проекция кромки должна лежать ниже сечения скачка. Это можно обеспечить путем отгиба вниз передней части крыла, что приводит прежде всего к уменьшению волнового сопротивления.

3. Будем различать частичную и полную задачи оптимизации: частичная задача оптимизации сводится к повышению аэродинамического качества K (2.5) посредством минимизации функционала (2.6) при заданной форме головного скачка уплотнения $\delta(x, z)$; полная задача оптимизации состоит в нахождении формы скачка, для которой частичная задача дает наибольшее значение K .

Как частичная, так и полная задачи имеют (как можно показать) нетривиальное решение лишь при дополнительных ограничениях, например, на величину подъемной силы, на геометрические характеристики несущего тела и т. д. В данной работе рассматриваются ограничения изопериметрического типа, т. е. выражающиеся только через интегралы от неизвестной функции.

Если задавать скачок как сеточную функцию и решать полную задачу методами минимизации функции многих переменных, то при достаточно малых размерах ячейки сетки можно получить весьма точное приближение к истинному решению. Однако на доступных ЭВМ такой подход требует слишком больших затрат машинного времени. Поэтому в данной работе используется другой метод, позволяющий получить приближение к решению полной задачи оптимизации: ищется решение частичной задачи для скачка, форма которого задана многопараметрической функцией $s(x, z; P_1, \dots, P_N)$, и затем путем перебора на некотором множестве значений параметров P_n находится искомое решение. Рассматривается следующая функция s :

$$s(x, z) = a(x)z^n + a_0(1-x), \quad a(x) = k \ln(\delta+x) \quad (3.1)$$

где $n > 0$, $k, \delta > 0$, a_0 — параметры формы скачка.

Задачу частичной оптимизации можно в общем виде сформулировать так:

$$Q_{opt} = \min Q[z_c(x)], \quad z_c(x) \in Z, \quad s(x, z) \in \Sigma \quad (3.2)$$

$$G[z_c(x)] = G_0 \quad (3.3)$$

Здесь $z_c(x)$ — искомая функция, описывающая форму передней кромки в плане и при заданном скачке уплотнения однозначно определяющая поверхность крыла; Z — множество (класс) функций $z_c(x)$, удовлетворяющих (3.3) и некоторым другим условиям (гладкости, симметрии и т. д.), Σ — множество функций $s(x, z)$ (3.1); G — функционал в изопериметрическом условии (3.3); G_0 — заданное значение G . Полная задача оптимизации решается путем перебора на дискретном подмножестве Σ' множества Σ .

Необходимым и достаточным условием осуществления (3.2) при ограничении (3.3) является обращение в нуль первой вариации δQ и положительность второй вариации $\delta^2 Q$ на множестве функций Z :

$$\delta Q = 0, \quad \delta^2 Q > 0, \quad z_c(x) \in Z \quad (3.4)$$

Эти условия выполняются только для $z_c(x) \in Z$, что приводит к требованию

$$\delta G[z_c(x)] = 0 \quad (3.5)$$

получающемуся варьированием (3.4). Таким образом, условия (3.4) должны соблюдаться не для произвольной вариации $\delta z_e(x)$ (как это было бы при безусловной оптимизации), а лишь для вариаций $\delta z_e(x)$, удовлетворяющих (3.5).

Первую и вторую вариации функционала (2.6) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \delta Q &= \frac{1}{\sigma_\Gamma} [\delta \sigma_e - Q \delta \sigma_\Gamma], & \delta^2 Q &= \frac{1}{\sigma_\Gamma} [\delta^2 \sigma_e - 2 \delta \sigma \delta Q] \\ \delta \sigma_e &= \int_0^1 s_x [x, z_e(x)] \delta z_e(x) dx, & \delta \sigma_\Gamma &= \int_0^1 \delta z_e(x) dx \\ \delta^2 \sigma_e &= \int_0^1 s_{xz} [x, z_e(x)] [\delta z_e(x)]^2 dx \end{aligned} \quad (3.6)$$

Пусть функция $z_e(x)$ удовлетворяет (3.3), а ее вариация δz_e обращает (3.5) в тождество, т. е. является «допустимой». Если при этом $\delta Q=0$, то $z_e(x)$ есть экстремаль, а достаточные условия минимума Q приобретают с учетом (3.6) следующий вид:

$$\int_0^1 \{s_x [x, z_e(x)] - Q\} \delta z_e(x) dx = 0, \quad \delta G [z_e(x)] = 0 \quad (3.7)$$

$$\int_0^1 s_{xz} [x, z_e(x)] [\delta z_e(x)]^2 dx > 0 \quad (3.8)$$

Последнее условие будет во всяком случае выполнено, если всюду $s_{xz}(x, z) > 0$. Выпишем соотношения (3.7) и (3.8) для случая скачка уплотнения степенной формы (3.1). Подставляя (3.1) в (3.7), имеем:

$$\int_0^1 [a'(x) z_e^n(x) - a_0 - Q] \delta z_e(x) dx = 0 \quad (3.9)$$

Из (3.8) в силу $s_{xz}(x, z) = na'(x)z^{n-1} = nkz^{n-1}/(\delta+x)$ получим достаточное условие максимума аэродинамического качества при $\delta > 0$: $k > 0$ или $\text{sign } a'(x) = 1$.

4. Перейдем к решению частичной задачи оптимизации для конкретных ограничений (3.3). Сначала рассмотрим задачу о повышении аэродинамического качества при заданной подъемной силе. Последнее согласно (2.3) эквивалентно заданию площади крыла в плане, и условие (3.3) приобретает вид

$$\sigma_\Gamma = \sigma = \int_0^\beta [1 - x_e(z)] dz = \int_0^1 z_e(x) dx = \sigma_0 \quad (4.1)$$

Из (3.7) с учетом (3.9), (4.1) имеем

$$\int_0^1 \{a'(x) z_e^n(x) - a_0 - Q\} \delta z_e(x) dx = 0, \quad \int_0^1 \delta z_e(x) dx = 0 \quad (4.2)$$

Можно доказать, что одновременное обращение в нуль функционалов (4.2) влечет за собой пропорциональность коэффициентов при $\delta z_e(x)$ (в этом, собственно, заключается суть известного метода множителей Лагранжа). Итак, получаем:

$$a'(x) z_e^n(x) - a_0 - Q = \lambda = \text{const}$$

откуда

$$z_e(x) = \left[\frac{Q + a_0 + \lambda}{a'(x)} \right]^{1/n} \quad (4.3)$$

Подставляя это равенство в выражение для Q в случае скачка степенной формы

$$Q = \frac{1}{\sigma_\Gamma} \int_0^1 a'(x) \frac{z_e^{n+1}(x)}{n+1} dx - a_0 \quad (4.4)$$

и принимая во внимание (4.1), находим взаимосвязь между Q и λ :

$$Q = \lambda/n - a_0 \quad (4.5)$$

Из (4.1) после подстановки туда (4.3), (4.5) получаем

$$\lambda = \frac{n}{n+1} \sigma_0^n \left[\int_0^1 |a'(x)|^{-1/n} dx \right]^{-n} \text{sign } a'(x) \quad (4.6)$$

Тем самым функция $z_e(x)$ определена и можно, вычислив квадратуру (1.9) методами [9], найти поверхность оптимального крыла.

Другое часто встречающееся на практике ограничение — задание объема несущего тела. В рамках теории ударного слоя, когда давление на подветренной стороне тела пренебрежимо мало, ограничение объема как такового, строго говоря, некорректно. Правильнее ограничивать объем нижней части корпуса, отсчитывая его от местного уровня кромки и т. д. В общем случае можно принять заданной величину

$$V = \int_{\sigma_\Gamma} \{b(x, z) - k_v b[x, z_e(x)]\} dx dz = V_0 \quad (4.7)$$

где $0 \leq k_v \leq 1$ — форм-параметр, характеризующий выбор уровня отсчета. Заметим, что $b[x, z_e(x)] = s[x, z_e(x)]$ в силу присоединения головного скачка. Кроме того, функцию $b(x, z)$ можно выразить из уравнения (1.9). Положим $k_v = (n+1)^{-1}$, что в принципе не ограничивает общности рассмотрения, но сильно упрощает получающиеся выражения. Тогда имеем

$$V = \frac{na_0}{n+1} \int_0^1 (1-x) z_e(x) dx - \int_0^1 \int_0^{z_e(x)} \int_{\xi^e(x, z)}^x \zeta_z(x, \xi, z) d\xi dz dx$$

Преобразуя кратный интеграл аналогично тому, как это было сделано в разделе 2 при выводе формулы (2.6), перепишем условие (4.7) в форме

$$\left(\frac{na_0}{n+1} - 1 \right) \int_0^1 (1-x) z_e(x) dx = V_0 \quad (4.8)$$

Тем самым для скачка (3.1) система уравнений (3.8), (3.9) принимает вид

$$\int_0^1 \{a'(x) z_e^n(x) - a_0 - Q\} \delta z_e(x) dx = 0$$

$$\int_0^1 (1-x) \delta z_e(x) dx = 0$$

откуда $a'(x) z_e^n(x) - a_0 - Q = \lambda(1-x)$, $\lambda = \text{const}$.

$$z_e(x) = \left[\frac{Q + a_0 + \lambda(1-x)}{a'(x)} \right]^{1/n} \quad (4.9)$$

Из (4.9), (4.4)

$$Q = \frac{\lambda}{n} \frac{V_0}{\sigma_\Gamma} - a_0$$

Подставляя (с учетом (4.1)) эти выражения в (4.8), и затем решая численно полученное уравнение относительно σ_Γ , находим функцию $z_e(x)$.

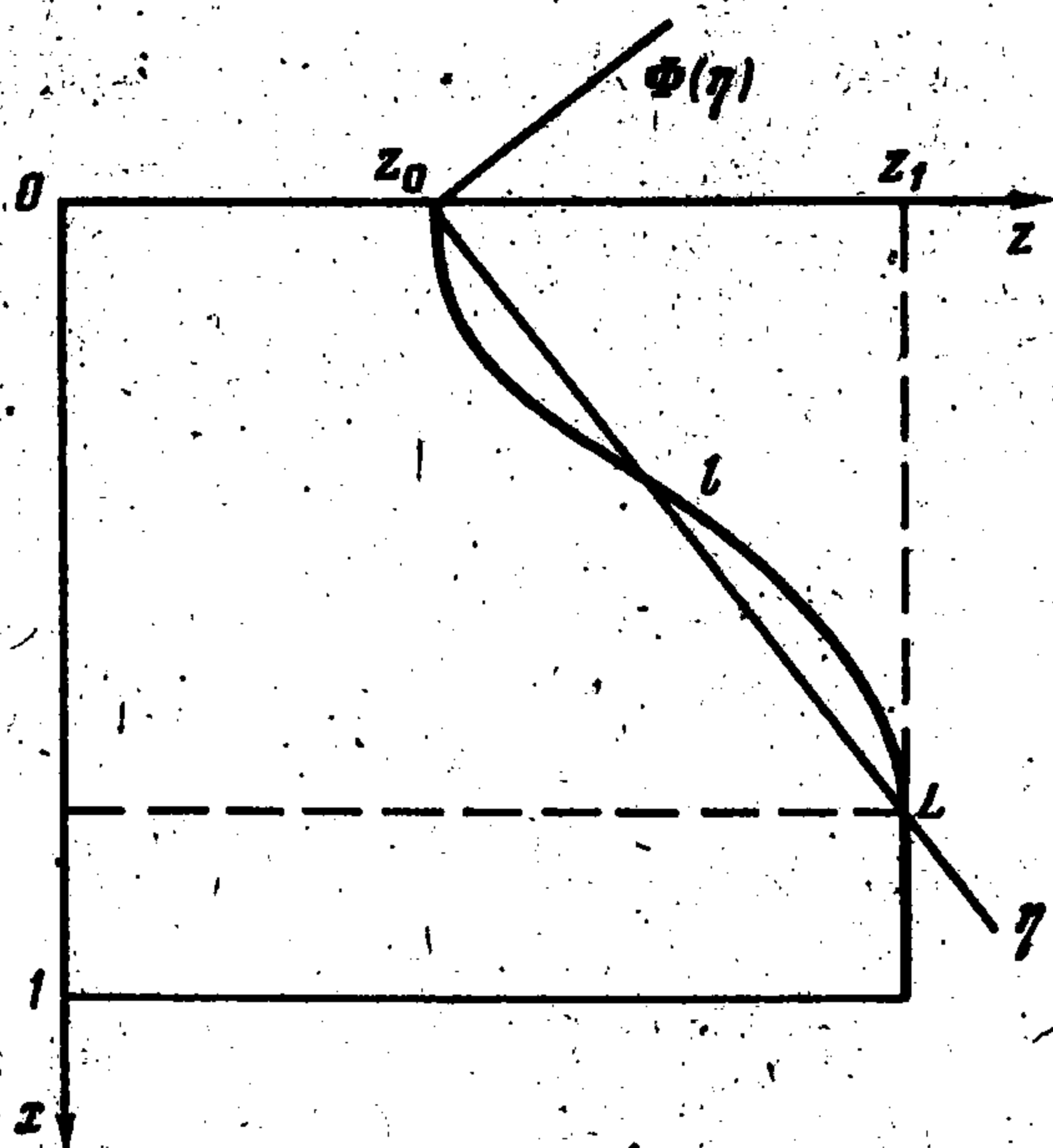
Переходя к полной задаче оптимизации, обратим внимание на следующее.

Из формулы (4.4), не связанной с конкретным видом ограничения (3.3), следует линейность (а при $a_0=0$ — прямая пропорциональность) величины Q коэффициенту k . Поэтому для $k < 0$ имеем меньшие Q , а значит, большее качество K , чем при $k > 0$. Между тем в силу (3.1), (3.10) решения (4.3), (4.9) дают несущие тела максимального качества (минимального Q) только при $k > 0$. Если же $k < 0$, то указанные решения описывают тела минимального качества (максимального Q). Здесь нет противоречия, так как (4.3), (4.9) — решения частичной задачи оптимизации для скачка уплотнения заданной формы, а $k < 0$ и $k > 0$ соответствуют, естественно, разным скачкам. Тем не менее решение полной задачи оптимизации нужно искать в области отрицательных значений коэффициента k .

Тот факт, что для фиксированной формы скачка при отрицательном k экстремаль функционала (2.6) соответствует максимуму Q , дает основание предполагать, что величину Q в этом случае надлежащим выбором кромки $z_e(x)$ можно сделать сколь угодно большой по модулю, т. е. устремить Q к $-\infty$. Действительно, можно построить примеры (при $n=2$ аналитические) последовательностей функции $z_e(x)$, для которых $Q \rightarrow -\infty$ ($K \rightarrow \infty$), в то время как $\sigma_\Gamma = \text{const}$. Однако функция $z_e(x)$ при этом не монотонна (обратная функция $z_e(z)$ неоднозначна), что не может соответствовать приемлемой форме передней кромки несущего тела. Главное же заключается в том, что обратная задача обтекания (1.8), (1.9) в этом случае не имеет решения, поскольку функция $\xi^e(x, z)$ оказывается многозначной, а это лишено физического смысла, так как означает взаимопересечение линий тока на кромке.

Таким образом, полная задача оптимизации является весьма сложной, поскольку к заданному ограничению типа (3.3) добавляется еще требование существования решения обратной задачи обтекания и требование геометрической приемлемости формы передней кромки.

5. Метод прямого решения полной задачи оптимизации заключается в переборе функций $s(x, z)$ из некоторого конечного подмножества Σ' множества Σ указанных функций (см. раздел 3), причем для каждой функции $s(x, z)$ частичная задача оптимизации также решается путем перебора ряда независимых параметров, определяющих форму передней



Фиг. 2

кромки. Был рассмотрен достаточно широкий класс несущих тел, боковой участок кромки которых описывается кубической параболой с осью, выходящей из точки $z_0 \geq 0$ и наклоненной под углом θ к оси x (Фиг. 2):

$$z_c(x) = \begin{cases} z_0 + x \operatorname{tg} \theta + \Delta z_c(x), & 0 \leq x \leq x_1 \\ z_1, & x_1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Delta z_c \cos \theta = \Phi(x/\cos \theta + \Delta z_c \sin \theta)$$

$$\Phi(\eta) = A\eta(\eta - l)(\eta - L), \quad L = \sqrt{x_1^2 + (z_1 - z_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{z_1 - z_0}{x_1}$$

Здесь l определяется из условия (3.3); $z_1 = \text{fix}$; A, z_0, x_1 — свободные параметры.

В результате проведенного решения задачи оптимизации при заданной подъемной силе была найдена величина $Q_{\min} = -0,572$, соответствующая $\sigma_0 = 1,5$; $z_1 = 1,92$; $z_0 = 0,171$; $x_1 = 1$; $A = -0,5$; $n = 2$; $k = -0,5$; $\delta = 0,4$ (Фиг. 3). Оптимизация при заданном объеме дает $Q_{\min} = -0,592$ при следующих значениях форм-параметров: $V_0 = 0,75$; $z_1 = 1,92$; $z_0 = 0,240$; $x_1 = 1$; $A = -0,34$; $n = 2$; $k = -0,5$; $\delta = 0,4$. В обоих случаях $a_0 = 0$.

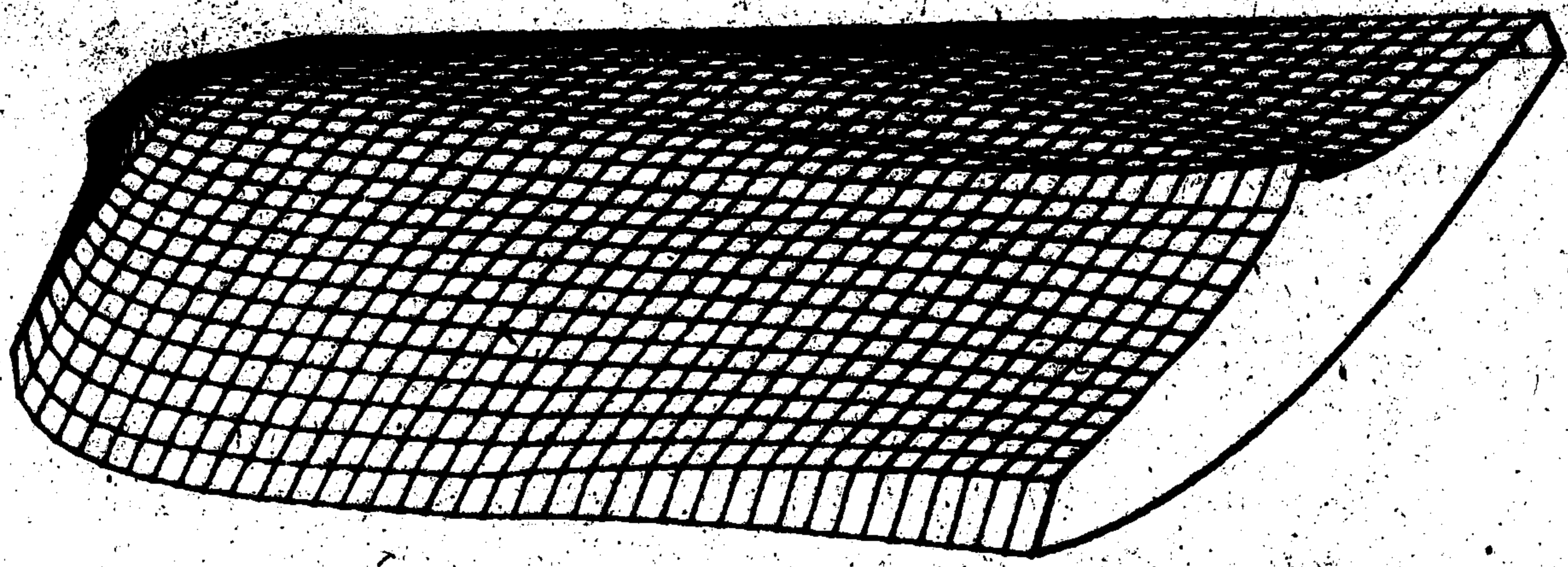
Обратим внимание на следующие моменты.

1) Уменьшить коэффициент k ниже значения $-0,5$ не удастся, так как перестает существовать решение обратной задачи обтекания;

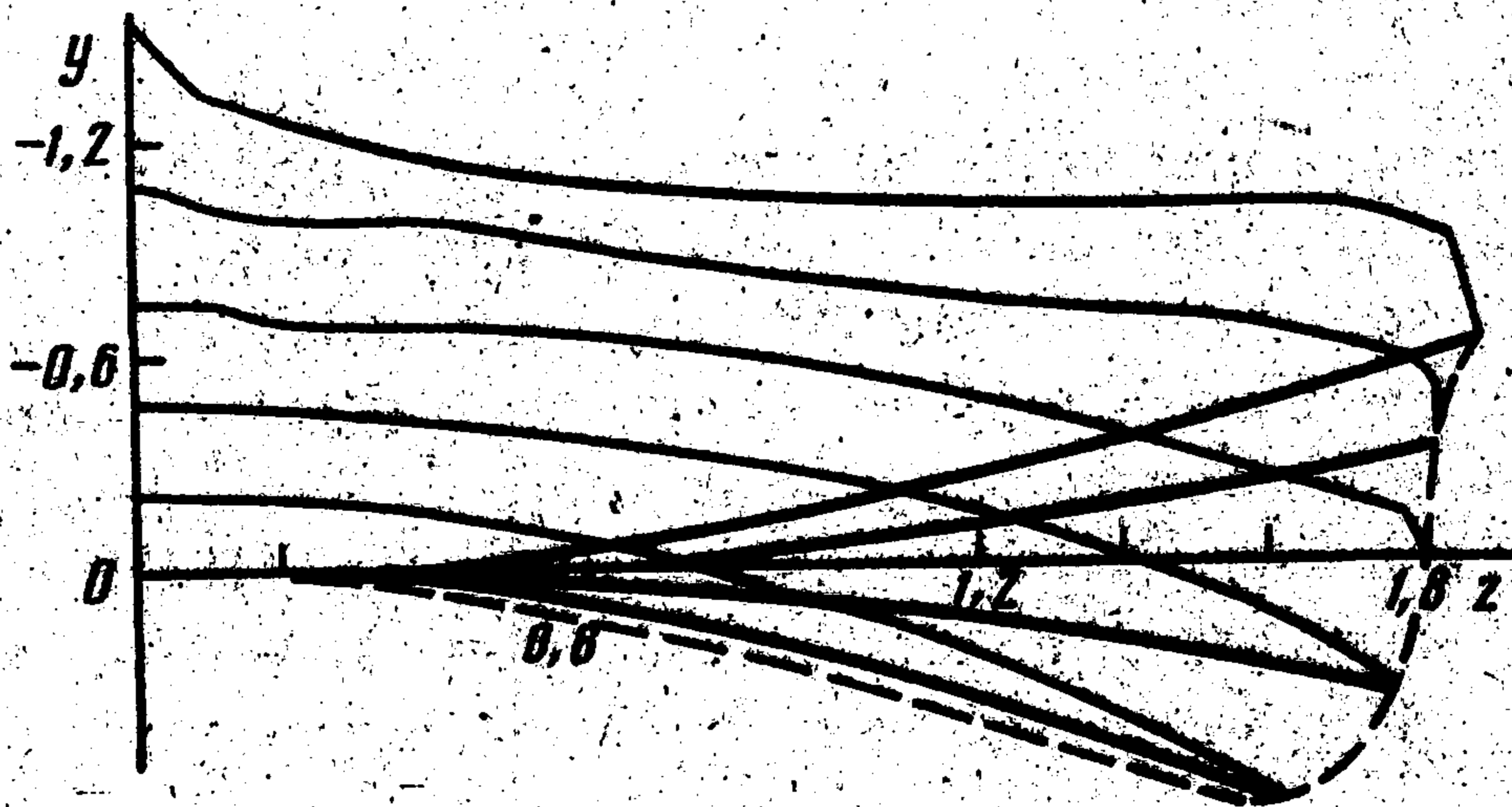
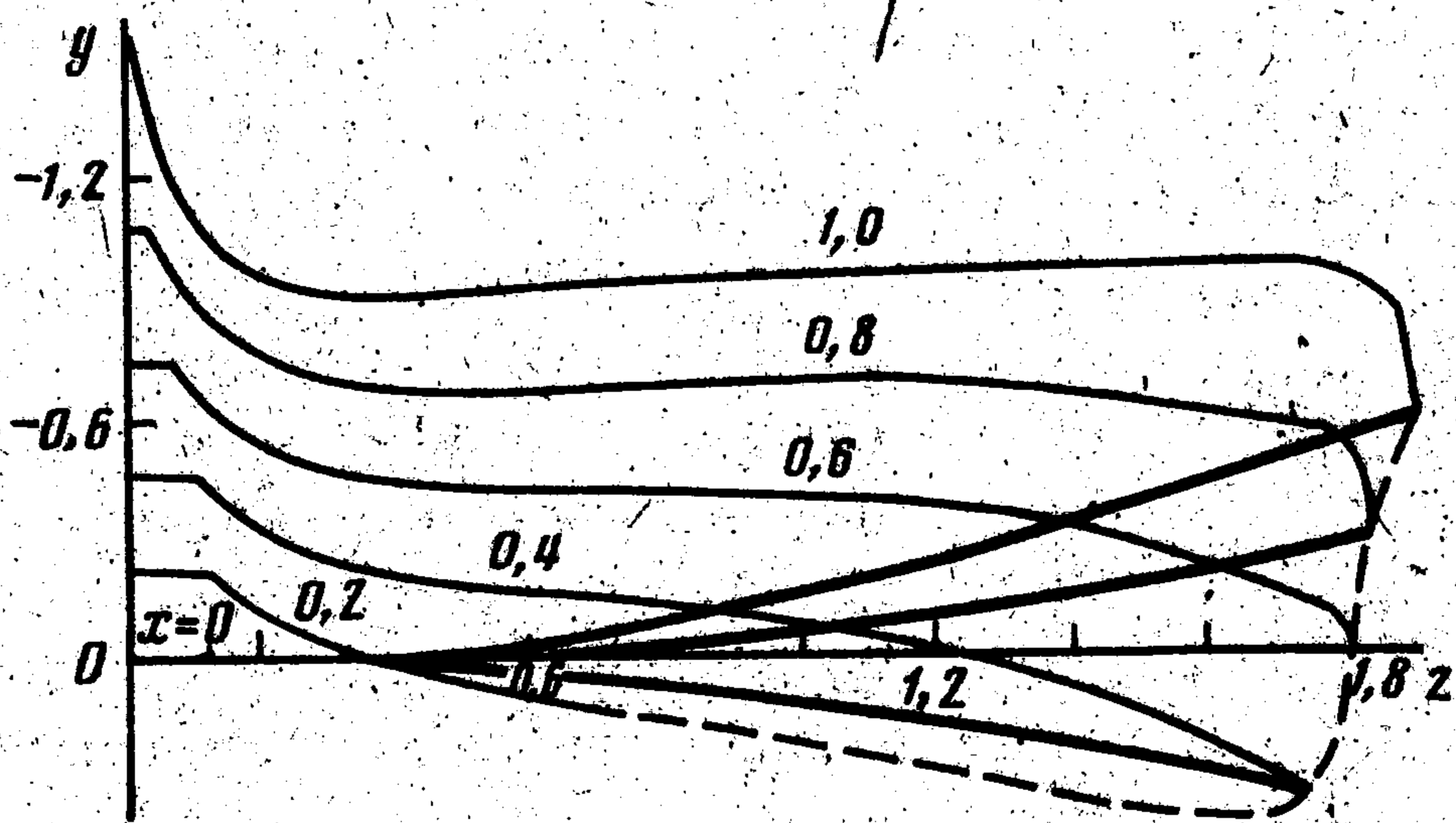
2) Для каждого k имеется вполне определенное значение параметра δ , при котором достигается минимум Q . В частности, для $k = -0,5$ получается $\delta = 0,4$;

3) Несмотря на то что для фиксированной функции $z_c(x)$ интеграл (4.4) уменьшается с ростом показателя n , предельное значение коэффициента $k < 0$, когда еще существует решение обратной задачи обтекания, быстро возрастает (уменьшается по модулю), так что optimum Q достигается при $n = 2$ (параболический скачок уплотнения).

Наветренная поверхность тела в обоих рассмотренных случаях имеет носовой срез ($z_0 > 0$). Кроме того, для исключения двукратного пересечения кромки поверхностями линиями тока в узкой полосе у кормовой части пришлось положить на кромку малую деформацию в виде парабо-



Фиг. 3

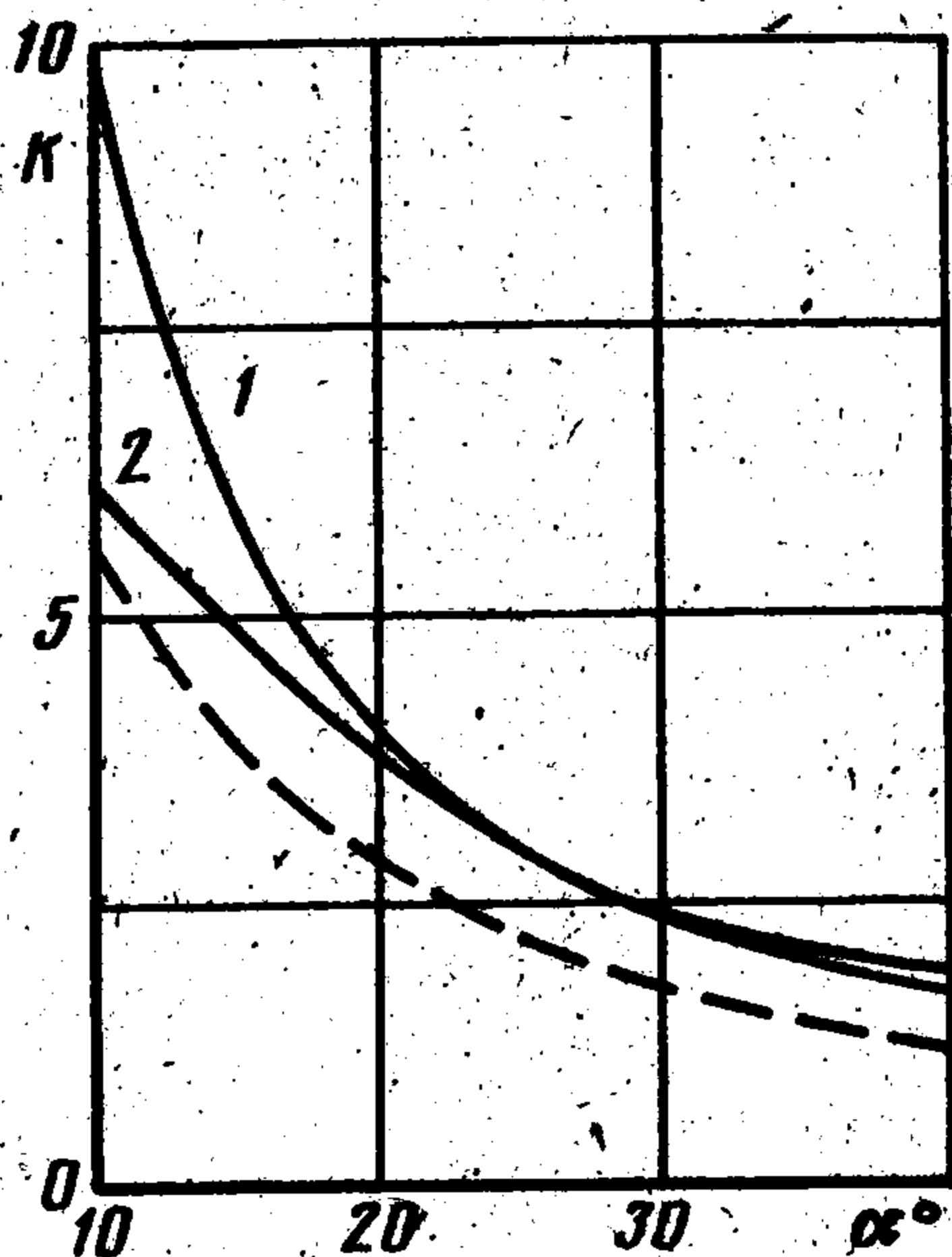


Фиг. 4

лического участка. На режиме полета с $\alpha=25^\circ$ и $\epsilon=0,3$ найденным значениям Q отвечает достаточно большая величина гиперзвукового аэродинамического качества $K=3,3$, что в 1,5 раза больше качества пластины при тех же параметрах полета.

Для двух рассмотренных случаев оптимальные формы нижней поверхности несущих крыльев с расчетной сеткой на них и скачок уплотнения в кормовом сечении показаны на фиг. 3. Поперечные сечения $x=\text{const}$ крыла (тонкие линии) и присоединенного скачка показаны на фиг. 4.

Видно, что приращение качества получается на крыле с вогнутой нижней поверхностью и небольшим носовым срезом за счет отгиба вниз не всей поверхности, а лишь ее периферийной части, прилегающей к передней кромке (проекция ее показана штриховой линией) и уже это дает заметный эффект. Чтобы реализовать предложенный способ повышения качества полностью, можно положить $a_0 > 0$ в (3.1). Тогда в плане крыло останется таким же, а величина получит отрицательное приращение $-a_0$. Однако для оптимального крыла даже при $a_0 = 0$ углы наклона вектора скорости набегающего потока к нижней поверхности в продольном направлении меньше угла атаки (особенно в кормовой части), поэтому обтекание с образованием сжатого слоя возможно лишь для весьма малых a_0 .



Фиг. 5

Если в дополнение к предыдущему учесть влияние вязкости, считая для простоты местный коэффициент трения c_f достаточно малой, постоянной по площади крыла величиной, то аэродинамическое качество (2.5) уменьшится на величину $c_f / \sin^4 \alpha$. Следовательно, рассмотренный режим обтекания под конечным углом атаки характеризуется тем, что сила трения не изменяет форму оптимального крыла, а лишь снижает максимальное значение качества, причем ее влияние быстро уменьшается с ростом α (фиг. 5). Здесь кривая 1 соответствует $c_f = 0$, кривая 2 — $c_f = 3 \cdot 10^{-3}$, штриховая линия — ньютонов-

ская зависимость $K = \text{ctg } \alpha$.

Вязкость может вызывать не только сопротивление трения, но и изменение давления в результате взаимодействия гиперзвукового пограничного слоя с внешним невязким потоком. Однако получающиеся в последнем случае формулировки вариационных задач даже при использовании простейшей формулы касательного клина для давления настолько сложны, что в такой постановке удалось рассмотреть лишь задачи оптимизации при заданной форме крыла в плане (например, [10]). Но и эти результаты показывают, что аналогично данной работе оптимальные крылья часто имеют отогнутую вниз носовую часть.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майкапар Г. И. Крыло с максимальным аэродинамическим качеством при гиперзвуковых скоростях // ПММ. 1966. Т. 30. № 1. С. 186–189.
2. Майкапар Г. И. О невыгоднейшей форме несущих тел при гиперзвуковых скоростях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 2. С. 38–47.
3. Cole J. D., Zien T. F. A class of three-dimensional optimum hypersonic wings // AIAA Paper. 1968. № 158. 9 p.
4. Майкапар Г. И. О выборе оптимальной формы сверхзвукового летательного аппарата // Ученые записки ЦАГИ. 1987. Т. 18. № 1. С. 18–27.
5. Kim B. S., Rasmussen M. L., Jischke M. C. Optimization of waverider configurations generated from axisymmetric conical flows // J. Spacecraft and Rocket. 1983. V. 20. № 5. P. 461–469.

6. Bowcutt K., Anderson J. D., Capriotti D. Viscous optimized hypersonic waveriders // AIAA Paper. 1987. № 272. p. 1-18.
7. Голубинский А. И., Голубкин В. И. О пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа // Докл. АН СССР. 1977. Т. 234. № 5. С. 1032-1034.
8. Голубинский А. И., Негода В. В. Гиперзвуковое пространственное обтекание крыла малого удлинения // Учен. зап. ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 1. С. 9-17.
9. Бахвалов Н. С. Численные методы. Т. 1. М.: Наука, 1975. 631 с.
10. Николаев В. С. Оптимальная форма треугольного крыла при заданной балансировке в вязком гиперзвуковом потоке // Учен. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 47-55.

Жуковский

Поступила в редакцию
17.V.1991