

УДК 531.36

© 1992 г. А. Р. Исаюк-Саевская, А. С. Кельзон

ДИНАМИКА ВЫСОКОБОРОТНОГО КОМПРЕССОРА

Рассматривается динамика высокооборотного компрессора, у которого каждая из опор образована двумя однорядными подшипниками качения, запрессованными в общую втулку. Между втулкой и корпусом установлены пружины расчетной жесткости. Получены зависимости между массовыми характеристиками втулок, коэффициентами жесткости упругих опор и частотой вращения компрессора, при которых динамические давления на опоры неуравновешенного вращающегося компрессора обращаются в нуль. Получены формулы, определяющие первые две критические скорости компрессора в упругих опорах.

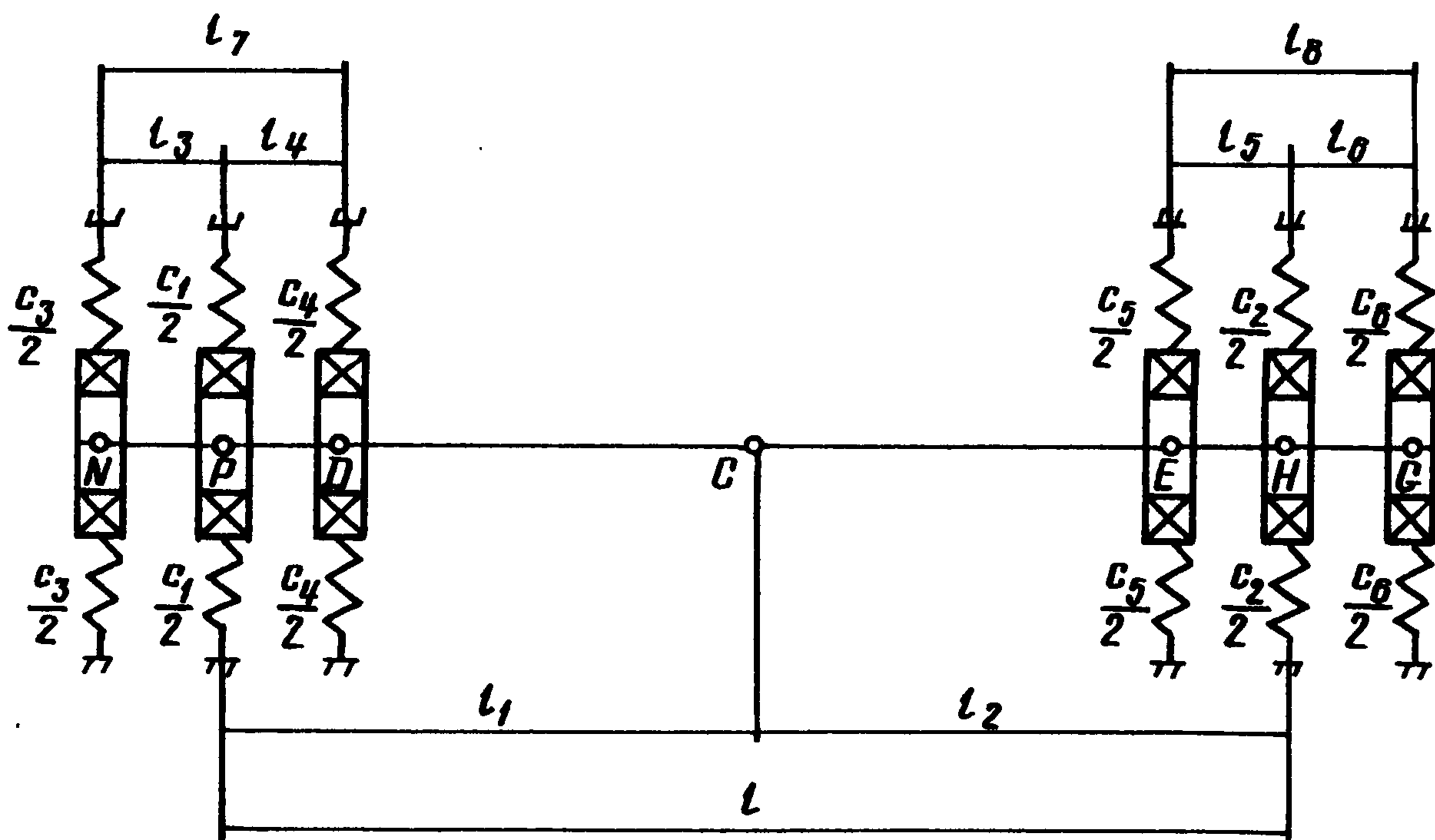
Ресурс подшипников качения с увеличением частоты вращения при жесткой установке подшипников в корпусе резко снижается, так как давление между шариками подшипника и его внешним кольцом растет пропорционально квадрату угловой скорости вращения. Согласно теории, изложенной в курсах теоретической механики [1–3], для снижения давления на опоры необходимо свести к нулю статическую и моментную неуравновешенности вращающегося твердого тела; для этого создана целая отрасль – балансировочная техника. Однако на практике вследствие деформации реакция подшипников качения начиная с некоторого достаточно малого значения эксцентриситета и угла, характеризующего моментную неуравновешенность, продолжает резко возрастать при больших значениях частоты вращения, что и приводит к разрушению подшипников, несмотря на самую тщательную балансировку [4].

Альтернативой при создании работоспособных высокооборотных машин на подшипниках качения стала установка между внешним кольцом подшипника и корпусом упругих опор [5]. Однако при установке ротора в однорядные подшипники качения наблюдается их преждевременный выход из строя вследствие перекоса сепаратора по отношению к внешнему кольцу подшипника. Ниже показано, что при использовании опор, образованных двумя однорядными подшипниками качения, запрессованными в общую втулку, упруго установленную в корпусе, сохраняются все преимущества вала в упругих опорах и отсутствует перекокс сепаратора.

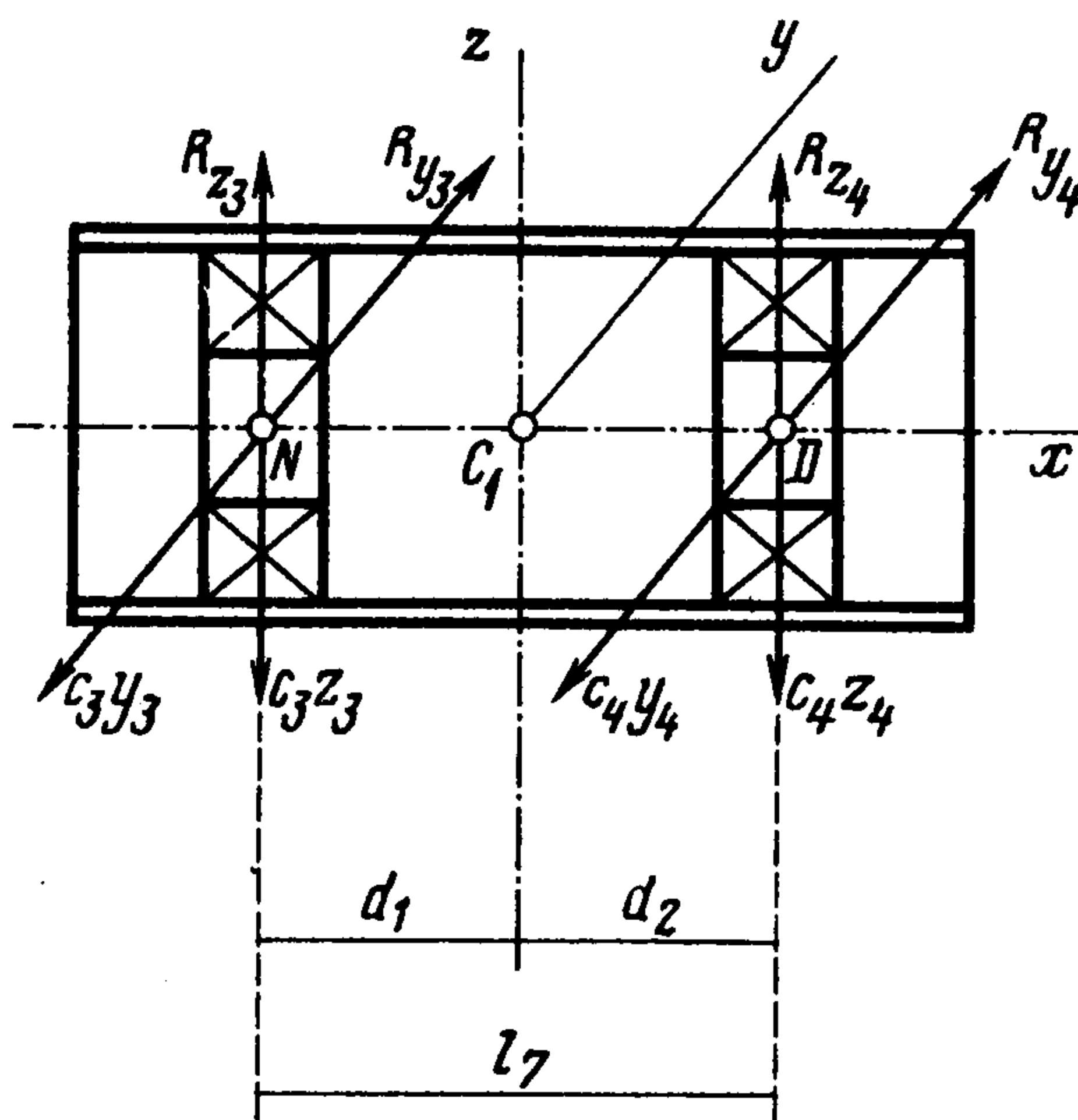
1. Основные уравнения. Рассмотрим восьмиступенчатый компрессор, вращающийся в паре двойных упругих опор. Двойная левая опора образована двумя подшипниками качения, запрессованными в общую втулку, которая посредством двух пружин с коэффициентами жесткости c_3 и c_4 крепится к станине (фиг. 1). Аналогично образована и двойная правая опора, коэффициенты жесткости ее пружин обозначим c_5 и c_6 .

Компрессор рассмотрим как жесткий горизонтальный вал (фиг. 1), вращающийся в двух упругих опорах с жесткостями $c_1 = c_3 + c_4$ и $c_2 = c_5 + c_6$, центр масс которого обозначим C . Эквивалентные упругие опоры расположены в точках P и H . Уравнения вынужденных малых колебаний такого вала, вызванные статической и моментной неуравновешенностью, таковы:

$$\begin{aligned} M(y_1''l_2 + y_2''l_1) + c_1y_1l + c_2y_2l &= \mu \cos \omega t \\ M(z_1''l_2 + z_2''l_1) + c_1z_1l + c_2z_2l &= \mu \sin \omega t \\ A\omega(y_2' - y_1') - B(z_2'' - z_1'') + c_1z_1l_1 - c_2z_2l_2 &= -v \sin(\omega t - \varepsilon) \\ A\omega(z_2' - z_1') + B(y_2'' - y_1'') - c_1y_1l_1 + c_2y_2l_2 &= v \cos(\omega t - \varepsilon) \\ \mu &= Mel\omega^2, \quad v = (B - A)l\omega^2\delta \end{aligned} \tag{1.1}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Здесь приняты следующие обозначения: M — масса компрессора; y_1, z_1 — координаты эквивалентной опоры компрессора, расположенной в точке P , причем ось x совпадает в положении равновесия с осью симметрии компрессора; y_2, z_2 — координаты второй эквивалентной опоры компрессора, расположенной в точке H ; l_1, l_2 — расстояния от центра масс до опор, расположенных в точках P и H ; l — расстояние между опорами компрессора; c_1, c_2 — коэффициенты жесткости упругих опор, расположенных в точках P и H ; A — момент инерции компрессора относительно оси симметрии; B — момент инерции компрессора относительно любой оси, перпендикулярной к оси симметрии компрессора и проходящей через центр масс; ω — постоянная по величине угловая скорость вращения компрессора; e — эксцентриситет компрессора; δ — угол отклонения главной центральной оси инерции от геометрической оси компрессора; ϵ — угол между плоскостями, проходящими через геометрическую ось компрессора и соответственно через центр масс и угол δ .

Первые два уравнения системы (1.1) — дифференциальные уравнения движения центра масс. Вторые два уравнения (1.1) написаны согласно теореме моментов относительно движущихся поступательно осей, начало которых совпадает с центром масс.

Уравнения (1.1) справедливы при малой степени несбалансированности ро-

тора, т. е. должны выполняться соотношения

$$\delta \ll 1, \quad \epsilon l^{-1} \ll 1, \quad (y_2 - y_1)l^{-1} \sim (z_2 - z_1)l^{-1} \sim \delta \sim \epsilon l^{-1}$$

которые при современной балансировке всегда выполняются.

Частное решение системы (1.1), определяющее вынужденные колебания компрессора, имеет вид:

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t - \chi), \quad z_1 = A_1 \sin(\omega t - \chi) \quad (1.2)$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t - \psi), \quad z_2 = A_2 \sin(\omega t - \psi)$$

Здесь

$$a_1 = A_1 \cos \chi = (\mu \xi_2 - \nu \eta_{12} \cos \epsilon) f^{-1}, \quad b_1 = A_1 \sin \chi = (-\nu \eta_{12} \sin \epsilon) f^{-1}$$

$$a_2 = A_2 \cos \psi = (\mu \xi_1 + \nu \eta_{21} \cos \epsilon) f^{-1}, \quad b_2 = A_2 \sin \psi = (\nu \eta_{21} \sin \epsilon) f^{-1}$$

(1.3)

$$f = f(\omega) = -\xi_2 \eta_{21} - \xi_1 \eta_{12}$$

$$\xi_k = (B - A) \omega^2 - c_k l_k, \quad \eta_{ik} = M l_i \omega^2 - c_k l; \quad i, k = 1, 2$$

2. Уравнения движения втулки. Запишем уравнения движения втулки, в которой запрессованы две левые опоры

$$m(u_3'' d_2 l_7^{-1} + u_4'' d_1 l_7^{-1}) = -c_3 u_3 - c_4 u_4 + R_{u_3} + R_{u_4} \quad (2.1)$$

$$I(u_4'' - u_3'') l_7^{-1} = -R_{u_3} d_1 + R_{u_4} d_2 + c_3 u_3 d_1 - c_4 u_4 d_2; \quad u = y, z$$

Здесь m — масса втулки вместе с невращающимися частями подшипников; I — момент инерции втулки с невращающимися частями подшипников относительно горизонтальных осей y и z , проведенных через центр масс втулки ($I = I_y = I_z$); u_3 — координаты опоры компрессора, расположенной в точке N ; u_4 — координаты опоры компрессора, расположенной в точке D ; d_1, d_2 — расстояния от центра масс до опор, расположенных в точках N и D ; l_7 — расстояние между опорами компрессора; R_{u_3}, R_{u_4} — реакции на втулку со стороны шпинделя; c_3, c_4 — коэффициенты жесткости упругих опор, расположенных в точках N и D (фиг. 2).

Полагая

$$y_3 = (l + l_3) l^{-1} A_1 \cos(\omega t - \chi) - l_3 l^{-1} A_2 \cos(\omega t - \psi) \quad (2.2)$$

$$y_4 = (l - l_4) l^{-1} A_1 \cos(\omega t - \chi) + l_4 l^{-1} A_2 \cos(\omega t - \psi)$$

(l_3, l_4 — расстояния от опоры, расположенной в точке P , до опор, расположенных в точках N и D) и решая уравнения, вытекающие из (2.1), совместно относительно неизвестных R_{y_3}, R_{y_4} , находим, что $R_{y_3} = 0$ и $R_{y_4} = 0$ при произвольном значении t , если удовлетворяются следующие равенства:

$$J_1(l, \omega) = J_1(0, \omega) = 0, \quad J_2(l, \omega) = J_2(0, \omega) = 0 \quad (2.3)$$

$$J_1(l, \omega) \equiv I \omega^2 l_7 - d_1 d_2 \omega^2 m (l + l_3) + (c_4 l_7^2 - d_1^2 \omega^2 m) (l - l_4)$$

$$J_2(l, \omega) \equiv -I \omega^2 l_7 + (c_3 l_7^2 - d_2^2 \omega^2 m) (l + l_3) - d_1 d_2 \omega^2 m (l - l_4)$$

Решая совместно уравнения (2.3), находим три условия, при соблюдении которых обе реакции между компрессором и втулкой при наличии статической и моментной неуравновешенностей обращаются в нуль

$$c_3 d_1 = c_4 d_2, \quad m = (c_3 + c_4) \omega^{-2}, \quad I = (c_3 + c_4) d_1 d_2 \omega^{-2} \quad (2.4)$$

Рассматривая таким же образом две правые опоры, приходим к аналогичным условиям равенства нулю реакций между компрессором и втулкой при наличии статической и моментной неуравновешенностей при замене в (2.4) c_3, c_4, d_1, d_2 соответственно на c_5, c_6, d_3, d_4 , где d_3, d_4 — расстояния от центра масс до опор, расположенных в точках E и G ; c_5, c_6 — коэффициенты жесткости упругих опор, расположенных в точках E и G .

3. Критические скорости. Согласно уравнениям (1.3) амплитуды вынужденных колебаний, вызванных статической и моментной неуравновешенностью, неограниченно возрастают, когда $f(\omega)=0$. Решая это биквадратное уравнение, находим

$$\omega_{1,2} = [v \pm (v^2 - 2\omega c_1 c_2 l^2)^{1/2}]^{1/2} \omega^{-1/2} \quad (3.1)$$

$$v = (c_1 + c_2)(B - A) + M(c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2), \quad \omega = 2M(B - A)$$

Этой формулой определены критические скорости компрессора в двух упругих опорах, при вынужденных колебаниях, вызванных статической и моментной неуравновешенностью компрессора.

4. Самоцентрирование компрессора. Рассмотрим вынужденные колебания компрессора при неограниченном возрастании частоты вращения. Из уравнений (1.3) найдем предельные значения постоянных a_1, b_1, a_2, b_2 при $\omega \rightarrow \infty$, а затем — предельные значения координат из уравнений (1.2)

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow \infty} y_k &= -e \cos \omega t - (-1)^k l_k \delta \cos(\omega t - \epsilon) \\ \lim_{\omega \rightarrow \infty} z_k &= -e \sin \omega t - (-1)^k l_k \delta \sin(\omega t - \epsilon); \quad k=1, 2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Если обозначить (y, z) координаты точки геометрической оси компрессора, лежащей на пересечении этой оси с плоскостью, перпендикулярной к оси вращения и проходящей через центр масс, то координаты центра масс таковы:

$$\begin{aligned} y_c &= y + e \cos \omega t = (y_1 l_2 + y_2 l_1) l^{-1} + e \cos \omega t \\ z_c &= z + e \sin \omega t = (z_1 l_2 + z_2 l_1) l^{-1} + e \sin \omega t \end{aligned} \quad (4.2)$$

Углы, образуемые главной центральной осью инерции с координатными плоскостями xz и xy , таковы

$$\beta = (y_2 - y_1) l^{-1} + \delta \cos(\omega t - \epsilon), \quad \gamma = (z_2 - z_1) l^{-1} + \delta \sin(\omega t - \epsilon) \quad (4.3)$$

Подставляя полученные предельные значения координат в уравнения (4.2), (4.3), определяющие координаты центра масс компрессора и угол отклонения главной оси инерции от геометрической оси компрессора, находим

$$\lim y_c = \lim z_c = \lim \beta = \lim \gamma = 0 \quad \text{при } \omega \rightarrow \infty$$

Таким образом, с увеличением угловой скорости вращения ось вращения компрессора стремится к совмещению с главной центральной осью инерции.

Следовательно, при неограниченном возрастании угловой скорости компрессора статическая и моментная неуравновешенность компрессора стремятся к нулю, т. е. компрессор самоцентрируется.

5. Эксперимент и выводы. Выбор коэффициентов жесткости эквивалентных упругих опор c_1 и c_2 , как подтверждает эксперимент, следует производить, определяя оптимальное значение первой и второй критических скоростей вращения. Эксперимент подтверждает, что вторую критическую скорость вращения целесообразно расположить ниже начала зоны рабочих скоростей вращения на одну-две тыс. об/мин.

В рассмотренном компрессоре в диапазоне рабочих скоростей вращения от 25 до 45 тыс. об/мин коэффициенты жесткости были таковы: $c_1 = 0,319 \cdot 10^5$ Н/см, $c_2 = 1,07 \cdot 10^5$ Н/см. Расчетные критические скорости вращения $n_1 = 11600$ об/мин, $n_2 = 23900$ об/мин хорошо совпали с данными эксперимента. При этом компрессор рассматривался как гибкое тело. Эффект самоцентрирования, доказанный при неограниченном возрастании частоты вращения, проявился через одну — две тыс. об/мин после перехода через вторую критическую скорость вращения. Так, при 25 тыс об/мин амплитуда колебаний снизилась до 4 мкм, что вполне удовлетворяет эксплуатационным требованиям. При переходе через критические частоты виброперегрузки не превышали 15 g, что удовлетворяет требованиям прочности и комфорта, в то

время как при жестком креплении подшипников качения в корпусе виброперегрузки на критических числах оборотов достигали 120 g, что недопустимо.

Во всем диапазоне частот компрессор можно рассматривать как абсолютно твердое тело. Для этого достаточно выбрать податливость упругих опор в 5...10 раз больше, чем податливость двухопорного ротора в его центре масс, рассматриваемого как балка, свободно лежащая на двух жестких опорах.

Вводить искусственные демпферы нет необходимости, так как они не улучшают динамику ротора, а уменьшают КПД. Снижение амплитуд и виброперегрузок при переходе через критические частоты достигается снижением жесткости при установке компрессора в упругие опоры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аппель П.* Теоретическая механика. Т. 2. М.: Физматгиз, 1960. 487 с.
2. *Лойцянский Л. Г., Лурье А. И.* Курс теоретической механики. Т. 2. М.: Наука, 1983. 640 с.
3. *Николаи Е. Л.* Теоретическая механика. Ч. 2. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. 484 с.
4. *Кельзон А. С., Меллер А. С.* Динамика статически неуравновешенного ротора в подшипниковых опорах. // Докл. АН СССР. 1991. Т. 318. № 1. С. 69–72.
5. *Кельзон А. С.* Самоцентрирование и уравнивание жесткого ротора, вращающегося в двух упругих опорах. // Докл. АН СССР. 1956. Т. 110. № 1. С. 31–33.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
12.I.1991

УДК 532.5

© 1992 г. Н. Н. Кочина

О ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Найдено решение линеаризованной начально-краевой задачи о неустановившемся движении вязкой жидкости в цилиндрической трубе кругового поперечного сечения с горизонтальной осью в предположении, что на одном конце трубы давление постоянно, а на другом установлен агрегат, изменяющий расход жидкости. Показано, что в зависимости от соотношений между определяющими параметрами задачи это решение асимптотически стремится либо к периодическому решению, либо к одному из двух устойчивых стационарных решений. Эти результаты получены методами, аналогичными развитым в работах автора [1–3], где рассмотрены неустановившиеся движения грунтовых вод при поливах при учете испарения в областях между каналами. Предполагалось, что производимый с постоянной интенсивностью полив включается или выключается в зависимости от уровня грунтовых вод в наблюдательной скважине.

Уравнения неустановившегося движения вязкой жидкости в трубах при учете гидравлических сопротивлений были выведены в [4] как для ламинарных, так и для турбулентных течений. В предположении, что на одном конце трубопровода давление – известная функция времени, а на другом установлен агрегат, изменяющий расход жидкости по заданному закону в зависимости от времени (поршневой насос, задвижка, турбина, компрессор), причем этот агрегат присоединен к трубопроводу или непосредственно или отделен от него камерой, служащей для регулирования расхода или уменьшения колебаний давления (воздушный колпак, уравнительная башня, ресивер), И. А. Чарным, а также Г. Д. Розенбергом и И. Н. Буяновским было решено большое число конкретных задач. При этом либо предполагалось, что при $t \leq 0$ движение отсутствовало или было стационарным, либо рассматривались периодические движения.