

УДК 532.5: 534.1

© 1992 г. Э. Л. Амромин, А. Н. Лордкипанидзе, Ю. С. Тимошин

ВВЕДЕНИЕ «ЗАПРЕЩЕННЫХ» АМПЛИТУД ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СУДНА

В используемой в линейной теории корабельных волн формуле Хавелока, связывающей волновое сопротивление с их амплитудами, вводятся «запрещенные» значения амплитуд. В результате удается достичь удовлетворительного согласия расчетов с экспериментами для разнообразных форм судов.

Волновое сопротивление судна зависит от амплитуд вызванных им корабельных волн. Линейная теория полагает эти амплитуды прямо пропорциональными интенсивностям волнообразующих особенностей, которыми заменяются тела, движущиеся вблизи свободной поверхности, и это позволило получить относительно простые формулы для вычисления волнового сопротивления судна R_w [1, 2]. Однако с увеличением упомянутых интенсивностей экспериментальные зависимости для амплитуд столь сильно отходят от линейных, что расхождение теории [1, 3] и опыта для R_w оказывается разительным. Попытки решения трехмерной нелинейной задачи о корабельных волнах как разложением характеристик потока в ряды по степеням малого параметра [4], так и с помощью распределенных по его границам особенностей, несмотря на значительность используемых вычислительных ресурсов, не дали удовлетворительных результатов при вычислении R_w для различных форм судов и значений числа Фруда Fr .

В этой ситуации оказывается рациональным обратиться к едва ли не самому простому способу частичного учета нелинейности — к введению предельных, или «запрещенных» амплитуд. С предельными амплитудами, которые не могут быть превышены при любой интенсивности источника возмущений, приходится сталкиваться в разных разделах механики и физики.

При введении «запрещенных» амплитуд полагается, что волны любой амплитуды, в том числе и предельной, удовлетворяют линейной теории; но затем и амплитуда, и, следовательно, переносимая волнами энергия выходят на предельные значения. Теория плоских свободных поверхностных волн, например, в качестве предельной указывает амплитуду волн Стокса [2] с острой вершиной, и эксперименты (например, [5]) с ней согласуются. В настоящей работе описывается и демонстрируется на примерах судов различных форм введение запрещенных амплитуд и энергий при вычислении волнового сопротивления судна.

В теории корабельных волн волновое сопротивление судна выражается через их амплитуды. Возвышение свободной поверхности η в линейной теории определено формулой

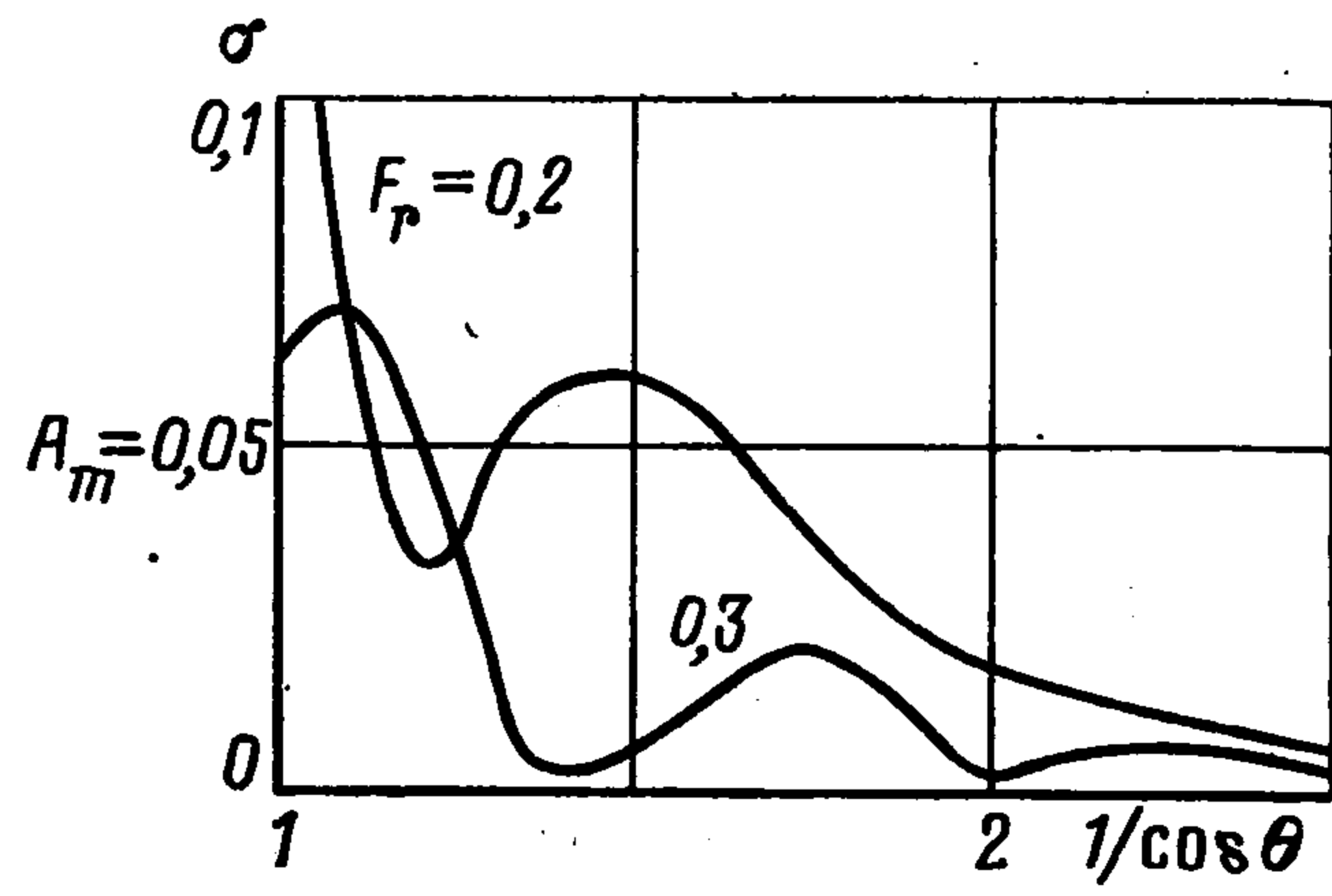
$$\eta = Ug^{-1}\partial\varphi/\partial x \quad (1)$$

Здесь g — ускорение свободного падения, U — скорость движения судна вдоль оси x , а потенциал вызванной скорости жидкости φ является решением краевой задачи

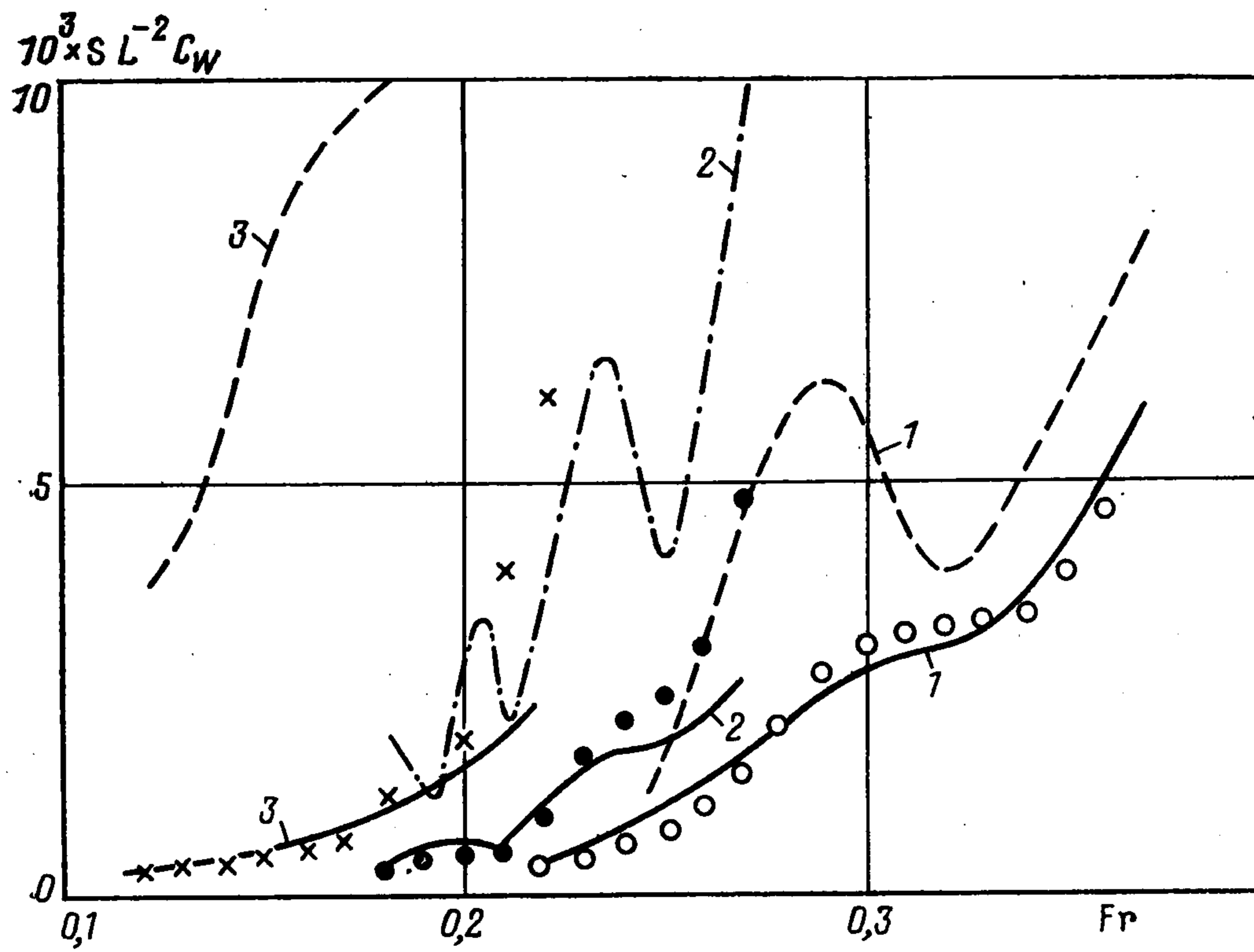
$$\Delta\varphi = 0, \quad U^2\partial^2\varphi/\partial x^2 + g\partial\varphi/\partial z|_{z=0} = 0; \quad \partial\varphi/\partial N|_D = U(N, x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} |\varphi| = 0 \quad (2)$$

Здесь N — нормаль к поверхности судна D , на которой выполняется условие непротекания, ось z направлена вверх. Аналитическое решение задачи (2) было получено Хавелоком для системы особенностей заданной интенсивности $Q(x, z)$, распределенных на прямоугольнике в плоскости $y = 0$, и выражение для их волнового сопротивления имеет вид [2]:

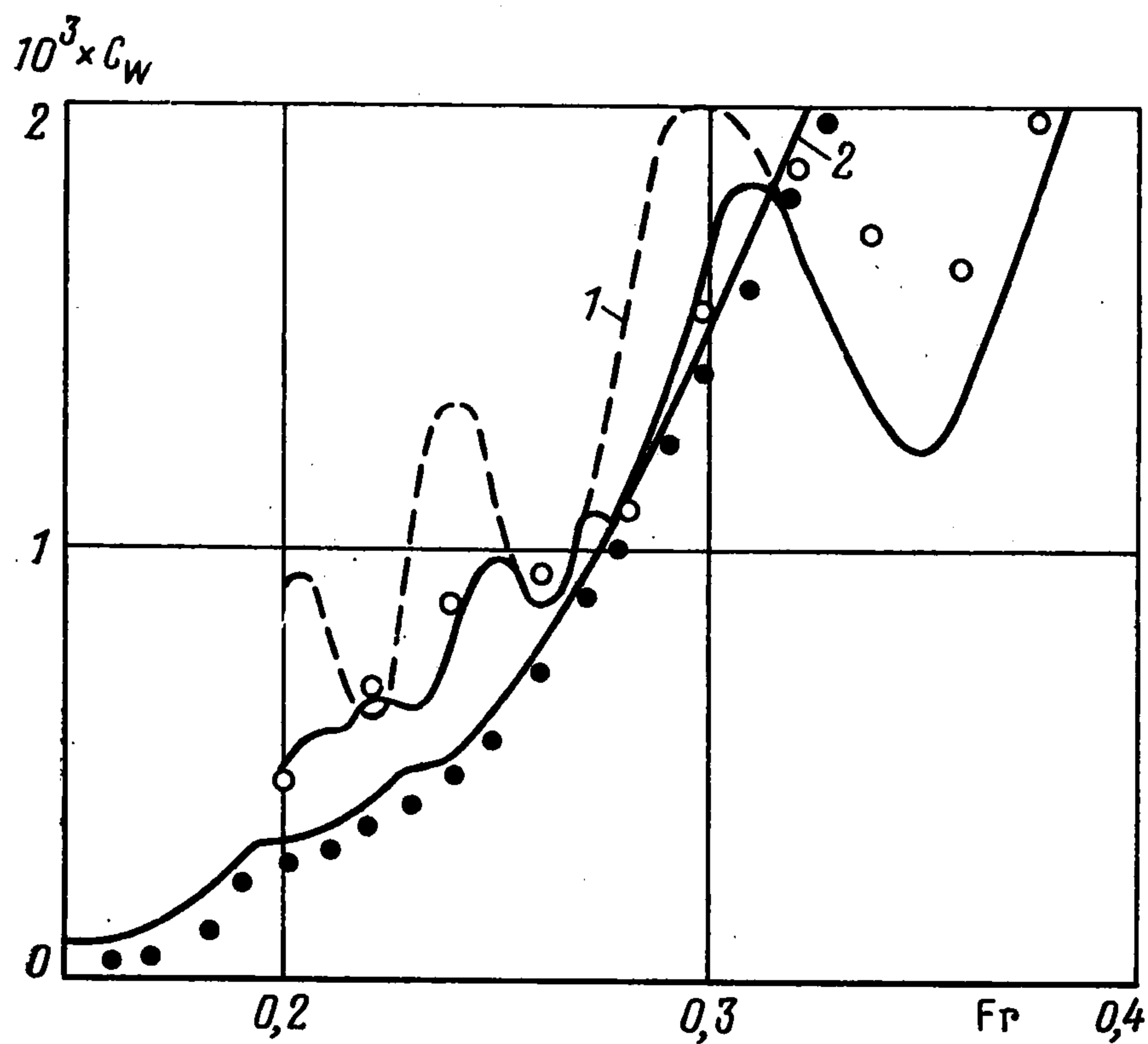
$$R_w = \pi\rho U^4 \int_0^{\pi/2} F(\theta) \cos^3 \theta d\theta \quad (3)$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Функция F — квадрат амплитуды волн, θ — угол между точкой волнового следа и диаметральной плоскостью судна, ρ — плотность воды. Формулу (3) можно привести к виду

$$R_w = \frac{\rho v^2}{\pi} \int_0^{\pi/2} |H(k, \theta)|^2 \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad H(k, \theta) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-T}^0 Q(x, z) \theta^{kz + ikx \cos \theta} dx dz \quad (4)$$

где H — функция Кочина, $v = gU^{-2}$, L , B , T — длина, ширина и осадка судна, $k = v \cos^{-2} \theta$. Как и обычно в линейной теории, полагают

$$-Q = 2U(N, x) \quad (5)$$

Если упрощать соотношение (5) далее, пренебрегая квадратом производных ординат корпуса f , то

$$Q = 2U \partial f / \partial x \quad (6)$$

и (4) переходит в широко используемую формулу Мичела [1, 3], общепринятая безразмерная форма которой имеет вид

$$c_w \equiv \frac{2R_w}{\rho U^2 S} = \frac{2Fr^2 L^2}{\pi S} \int_0^\infty \sigma(u) du, \quad \sigma(\theta) = \frac{|H(k, \theta)|^2}{U^2 L^4 \cos^3 \theta Fr^3} \quad (7)$$

Здесь S — площадь смоченной поверхности судна, $u = tg\theta$, $Fr = (Lv)^{-1/2}$, а функция σ определяет относительную долю энергии, переносимой линейными волнами за судном. Вычисление c_w по формуле (7) для одного значения Fr методом [6] занимает несколько секунд на ПЭВМ. Вид функции σ для судна Виглея с отношением $L/B = 10$ и общей полнотой (отношением водоизмещения к произведению LBT) $\delta = 0,44$ представлен на фиг. 1 для двух разнотипных случаев: при $Fr = 0,2$ энергия переносится преимущественно поперечными волнами в следе судна, а при $Fr = 0,3$ их интерференция благоприятна и энергия переносится преимущественно расходящимися волнами, которым соответствуют значения θ , близкие к углу Кельвина.

Давно было отмечено [1] неудовлетворительное соответствие расчетов по формулам (6), (7) опыту. Современное положение дел с вычислением c_w иллюстрируют фиг. 2 и 3. На фиг. 2 приведены экспериментальные зависимости коэффициента волнового сопротивления c_w от Fr для трех моделей 60-й серии [3], наиболее часто используемых в качестве эталонных: с $\delta = 0,6$ и $L/B = 7,5$ (светлые точки), $\delta = 0,7$ и $L/B = 7$ (темные точки), $\delta = 0,8$ и $L/B = 6,5$ (крестики). Для всех моделей $B/T = 2,5$. Штриховыми линиями приведены результаты расчетов по основной формуле линейной теории — формуле Мичела. На фиг. 3 светлые экспериментальные точки относятся к модели Виглея [3] с аналитическими обводами, темные — к современному контейнеровозу с $L/B = 4,8$, $\delta = 0,55$, $B/T = 3,5$. Штриховые линии там же — расчет по формулам (6), (7), а значения c_w , доставляемые таким расчетом для этого контейнеровоза, столь велики, что превосходят 0,002 даже при $Fr = 0,15$.

Рассмотренные в представленных примерах диапазоны чисел Фруда, характерные для коммерческих судов, отличаются тем, что уже в пределах протяженности корпуса укладывается более одной длины λ корабельных волн. Поэтому оказываются очень существенными эффекты интерференции волн. Линейная же теория, как показывают результаты точного численного решения элементарных плоских задач [7], может существенно искажать эти эффекты, главным образом значительно (до двух раз) увеличивая амплитуды волн даже при фиксированных интенсивностях особенностей.

В нелинейных теориях путем громоздких вычислений вблизи судна достаточно достоверно отыскиваются пока лишь фазы волн, а значения c_w определяются с большими ошибками, вероятно, потому что в прямых численных методах еще не реализовано сращивание локальных нелинейных решений с асимптотическими решениями для дальнего волнового следа, из-за чего, по-видимому, не выполняется закон сохранения энергии. Метод же малого параметра [4] привел и вовсе к парадоксальным результатам (см. штриховую кривую на фиг. 2).

Перечисленные обстоятельства наводят на мысль, сохраняя структуру формулы (6), так откорректировать в ней функцию σ , чтобы учесть нелинейность интерференции корабельных волн. Наиболее простой способ такой коррекции, не требующий непосредственного решения нелинейных задач теории потенциала — введение в (6) «запрещенных» амплитуд, точнее их предельных отношений к λ . Известно [2], что это отношение слабо зависит от λ , т. е. от Fr . Поэтому естественно вводить ограничения именно на относительную энергию $\sigma(\theta)$. Вместо (7) надо использовать функцию

$$\sigma(\theta) = \min \left\{ \frac{|(Hk, \theta)|^2}{Fr^3 L^4 U^2 \cos \theta}, A_m \right\} \quad (8)$$

где число A_m не должно зависеть ни от формы судна, ни от числа Фруда. Коррекция (8) функции (6) показана на фиг. 1 штриховой линией. Не имея средств определить A_m теоретически, авторы подобрали его в численном эксперименте на одном примере и проверили на многих других. Результаты проверок — сплошные линии на фиг. 2, 3 — получены по формулам (4), (6), (8) при одном и том же значении $A_m = 0,05$. Данные же линейной теории для современного балкера с $\delta = 0,74$, $B/T = 3,8$, $L/B = 4,3$ так сильно расходятся с экспериментом, что их трудно сопоставлять на графике: для значений $Fr = 0,13; 0,14; 0,15; 0,16; 0,17; 0,18; 0,19; 0,20$ при экспериментальных значениях величины $10^3 SL^{-2} C_w$, равных $0,04; 0,05; 0,06; 0,09; 0,15; 0,23; 0,34; 0,52$, линейная теория дала значения $4,51; 4,57; 5,30; 5,24; 6,66; 6,91; 7,50; 9,43$, а расчет с введением «запрещенных» амплитуд — $0,035; 0,050; 0,074; 0,091; 0,121; 0,165; 0,210; 0,252$.

При хорошем согласовании расчетных и опытных значений c_w , которое обеспечивает предложенная здесь модификация формул линейной теории, полного их соответствия, разумеется, нет. Его и не следовало ожидать: ведь нелинейность исходной задачи учтена через один только запрет (8). Имеющиеся расхождения в c_w объяснимы. Так, занижение расчетных значений c_w при $Fr = 0,3$ для судна Виглея связано с тем, что носовая поперечная волна находится при $Fr \cong 0,3$ в противофазе с кормовой, а в таких случаях, как известно из плоской теории [7], линейная интерференция занижает R_w . Резкий рост экспериментальных зависимостей $c_w(Fr)$ при увеличении Fr для судов с $\delta \geq 0,7$, за которым не успевают сплошные линии на фиг. 2, связан с тем, что в традиционных экспериментальных методиках при определении R_w по буксировочному сопротивлению модели не разделяют собственно волновое сопротивление (затраты энергии на упругие колебания воды) и не описываемое в рамках теории потенциала сопротивление опрокидывающихся волн (wavebreaking), доля которого тем больше, чем выше Fr и чем затупленнее ватерлинии судна. Заметим, что с практической точки зрения соответствие расчета по формуле (8) опыту достаточное, поскольку из-за опрокидывания волн суда практически не эксплуатируются при $Fr > > 0,6 - \delta/2$ ([3], стр. 397). В то же время даже в этих практически интересных случаях введение «запрещенных» амплитуд не может дать ответа на вопрос о форме линий тока и полностью заменить нелинейную теорию, хотя в этих случаях уже можно говорить о контролирующей роли формулы (8), подобной, скажем, роли формулы Сквайра — Юнга в теории отрывных течений [8].

В заключение отметим, что здесь описана не первая попытка добиться улучшения соответствия линейной теории опыту путем ограничения функции Кочина — начало этому положил еще Инуи [3]. Однако корректного обоснования подобных поправок обнаружить не удалось; например, недавнюю попытку [9] объяснить расхождение линейной теории и опыта неучетом влияния вязкости затруднительно анализировать, поскольку в [9] игнорируют сужение тела вытеснения в ближнем следе уменьшающее площадь его поперечных сечений в три—четыре раза.

Авторы благодарят А. Н. Иванова, В. Г. Мишкевича и Г. Ю. Степанова за обсуждение работы, а С. С. Григоряна — за полезные ассоциации, возникающие при знакомстве с его докладом [10], в котором сходный прием оценки был применен к трению грунтов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гирс И. В., Сретенский Л. Н. Влияние изменения главных размеров корабля на его волновое сопротивление // ПММ. 1946. Т. 10. Вып. 1. С. 21—32.
2. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977, 815 с.
3. Справочник по теории корабля, т. 1. Л.: Судостроение, 1985. 764 с.
4. Hong Young Suck. Numerical calculaton of second — order wave resistance. // J. Ship Res. 1977. V. 21. N 2. P. 94—106.
5. Bonmarin P. Geometric properties of deep-water breaking waves // J. Fluid. Mech. 1989. V. 209. P. 405—433.
6. Амромин Э. Л., Тимошин Ю. С. Алгоритм и программа вычисления волнового сопротивления катамарана. // Вопросы судостроения. Сер.: Мат. методы. 1974. Вып. 5. С. 57—60.
7. Амромин Э. Л., Вальдман Н. А., Иванов А. Н. Нелинейная интерференция волн от источников и стоков, обтекаемых под поверхностью тяжелой жидкости // В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск: ВЦ СОАН СССР, 1989. С. 157—164.
8. Гогош Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
9. Shahshahan A., Landweber L. Boundary-layer Effects on wave Resistance of a Ship Model // J. Ship Res. 1990. V. 34. № 1. P. 29—37.
10. Григорян С. С. Механика некоторых крупномасштабных природных процессов // Аннотации докладов. 5 Всесоюз. съезд по теор. и прикл. механике. Алма-Ата: Наука, 1981. С. 125.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
15.III.1991

УДК 539.3

© 1992 г. Т. С. Кагадий, Л. В. Массаконская, А. В. Павленко

МЕТОД ВОЗМУЩЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧЕ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Предлагается обобщение] разработанного ранее [1, 2] применительно к упругим материалам асимптотического метода на случай вязкоупругих анизотропных сред. Исследуется вопрос о передаче нагрузки упругими элементами вязкоупругим ортотропным телам, связанный с определением адгезионной прочности волокнистых композиционных материалов.

1. Рассмотрим вязкоупругое тело, материал которого ортотропен в отношении как упругих, так и вязкоупругих свойств. Главные направления анизотропии совпадают с декартовыми осями координат x, y, z . Соотношения между деформациями и напряжениями в этом случае могут быть записаны следующим образом:

$$e_{11} = S_1 - \nu_{12}S_2 - \nu_{13}S_3$$

$$S_i = \frac{1}{E_i} \left(\sigma_{ii} + \int_0^t K_{1i}(t-\tau) \sigma_{ii} d\tau \right), \quad i = 1, 2, 3$$
(1.1)

$$e_{ij} = \frac{1}{G_{ij}} \left(\sigma_{ij} + \int_0^t K_n(t-\tau) \sigma_{ij} d\tau \right)$$

$$(i = 2, j = 3, n = 1; i = 1, j = 3, n = 2; i = 1, j = 2, n = 3)$$

Для получения e_{22}, e_{33} следует в e_{11} сделать круговую замену индексов. При этом

$$\nu_{12}E_1 = \nu_{21}E_2, \quad \nu_{23}E_2 = \nu_{32}E_3, \quad \nu_{31}E_3 = \nu_{13}E_1$$

$$K_{12} = K_{21}, \quad K_{23} = K_{32}, \quad K_{31} = K_{13}$$

Здесь E_i — мгновенные модули упругости, ν_{ij} — коэффициенты Пуассона, G_{ij} — модули сдвига, σ_{ij} — нормальные, $\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{23} = \sigma_{32}$ — касательные на-